

Control de Accionamientos de CA con Motor Síncronico de Imanes Permanentes

Alumnos: Cárdenas, Facundo - Cereda, Mariano
Profesor: Ing. Gabriel Julián
Fecha: 16/07/2021

Automática y Máquinas Eléctricas - Facultad de Ingeniería - Universidad Nacional de Cuyo

Resumen

En el siguiente proyecto se presenta el diseño, análisis, simulación y verificación de desempeño de 2 formas de control sobre el eje "hombro" de un robot tipo SCARA. En la primera parte se procede a diseñar el modelo físico de la planta, para luego realizar un análisis a "lazo abierto" del modelo, sin hacer uso de un controlador externo de movimiento. Luego, en la segunda parte, se parte del modelo global no lineal de la máquina eléctrica para realizar un control interno vectorial, agregando un modulador de torque, posterior control PID y observador de estado parcial. Finalmente, se procede a realizar un análisis de posibles mejoras sobre el sistema, acercando mas el caso para una aplicación real. Para realizar lo expuesto anteriormente, se hace uso del software MATLAB y Simulink.

1 Introducción

En la industria se pueden encontrar diferentes accionamiento, ya sea de corriente continua (CC) o corriente alterna (CA). En un principio, la facilidad de control sobre las máquinas de CC hizo que fueran más utilizadas que las de CA. Por otro lado, las máquinas de CA tenían (y tienen) una mayor robustez, menor mantenimiento, costo y mayor capacidad de carga, pero una mayor dificultad a la hora del control. Con el paso del tiempo y el desarrollo de nuevas tecnologías, esta dificultad se fue eliminando, permitiendo que el control sobre máquinas de CA sea más normal hoy en día. Por eso, en este trabajo se presenta el control sobre un máquina de CA: motor síncrono de imanes permanentes, encargada de mover el eje hombro de un robot tipo SCARA.

En la primera parte se realiza el modelado, análisis y simulación del sistema físico a lazo abierto, sin hacer uso de un controlador externo de movimiento. Luego se procede a realizar un análisis de estabilidad, controlabilidad y observabilidad, y posibles soluciones en caso de que alguna condición no se cumpla.

En la segunda parte, ya con el modelo global no lineal obtenido, se procede a diseñar, analizar y simular un controlador externo de movimiento en cascada. Luego, se diseña un observador de estado parcial para estimar la velocidad, teniendo en cuenta que no se posee un sensor para medir esta variable. Finalmente, se proponen mejoras para cumplir con las especificaciones de operación reales.

2 Desarrollo

2.1 Modelado, Análisis y Simulación dinámica del sistema físico a “Lazo Abierto” (Sin Controlador externo de Movimiento)

2.1.1 Modelo matemático equivalente del subsistema mecánico completo

El subsistema mecánico completo está compuesto por: la carga mecánica del robot, el motor y la transmisión. A continuación se muestran las ecuaciones de cada una de las partes mencionadas anteriormente.

- Carga Mecánica: La carga mecánica en este caso es el eje “hombro” de un robot SCARA.

$$J_l * \dot{\omega}_l(t) = T_q(t) - b_l * \omega_l(t) - T_l(t) \quad (1)$$

Donde:

- $\omega_l(t)$ es la velocidad de la carga.
- $J_l = (0.2520 \pm 0.12) kg.m^2$ es el momento de inercia de los eslabones del robot respecto del eje del hombro.
- $T_l = (0 \pm 6.28) N.m$ es el torque de carga o perturbación, límite requerido.
- T_q es el par de la caja reductora de transmisión.
- $b_l = (0 \pm 0.0630) \frac{Nm}{rad/s}$ es el amortiguamiento viscoso.

- Tren de Transmisión: Caja reductora reversible con sistema de engranajes planetarios, asumiendo acoplamiento rígido.

$$\omega_l(t) = 1/r * \omega_m(t)$$

$$T_q(t) = r * T_d(t)$$

Donde:

- $\omega_m(t)$ es la velocidad angular del eje del rotor del motor.
- $\omega_l(t)$ es la velocidad de la carga.
- $T_d(t)$ es el torque de la máquina eléctrica.
- $r = 314.3008 / 1$ es la relación de reducción de velocidad del tren.

- Máquina eléctrica:

$$\begin{aligned} J_m * \dot{\omega}_m(t) &= T_m(t) - b_m * \omega_m(t) - T_d(t) \\ \dot{\theta}_m &= \omega_m(t) \rightarrow \theta_m(t) = \int \omega_m(t) dt + \theta_m(0) \end{aligned} \quad (2)$$

Donde:

- $\omega_m(t)$ es la velocidad del motor.
- $J_m = 3.1 \times 10^{-6} \text{ kg.m}^2$ es el momento de inercia (motor + caja)
- T_m es el torque electromagnético del motor.
- $b_m = (1.5 \times 10^{-5}) \frac{\text{Nm}}{\text{rad/s}}$ es el coeficiente de fricción viscosa (motor + caja).

- Modelo equivalente del sistema mecánico completo:

Igualando las 3 ecuaciones anteriores, se obtiene:

$$J_m * \dot{\omega}_m = T_m - b_m * \omega_m - T_q/r$$

Reemplazando por la expresión de T_q :

$$J_m * \dot{\omega}_m = T_m - b_m * \omega_m - \frac{J_l * \dot{\omega}_l - b_l * \omega_l - T_l}{r}$$

$$J_m * \dot{\omega}_m = T_m - b_m * \omega_m - \frac{J_l * \dot{\omega}_m/r - b_l * \omega_m/r - T_l}{r}$$

Reordenando los términos:

$$(J_m + \frac{J_l}{r^2}) * \dot{\omega}_m = T_m - (b_m + \frac{b_l}{r^2}) * \omega_m - \frac{T_l}{r}$$

De esta manera, se puede escribir dicha ecuación como:

$$J_{eq} * \dot{\omega}_m = T_m - b_{eq} * \omega_m - T_{leq} \quad (3)$$

Así, se pudo obtener un modelo equivalente del sistema mecánico completo referido al eje del motor.

Esta simplificación se puede realizar porque se considera que no hay ni backlash, ni elasticidad torsional de los dientes (transmisión rígida). Al no tener en cuenta estas 2 consideraciones, se puede considerar el sistema como lineal. Esto permite que se pueda reflejar todo al eje motor.

2.1.2 Modelo dinámico del sistema físico completo.

1. Modelo global no lineal (NL), para $i_{drs}(t) \neq 0$ (caso gral.)

El modelo global no lineal completo incluye el sistema mecánico (ya desarrollado anteriormente) y además el subsistema electromagnético y térmico. Se comienza con el subsistema electromagnético, teniendo en cuenta que se trabaja con un motor síncrono de CA trifásico de imanes permanentes. Las 3 fases de dicho motor son denominadas abc , cuyas ecuaciones de tensión son:

$$V_{as} = R_s * i_{as} + \frac{d\lambda_{as}}{dt} \quad (4)$$

$$V_{bs} = R_s * i_{bs} + \frac{d\lambda_{bs}}{dt} \quad (5)$$

$$V_{cs} = R_s * i_{cs} + \frac{d\lambda_{cs}}{dt} \quad (6)$$

Siendo:

- R_s la resistencia de los bobinados del estator (por fase)
- $\lambda_m^r = 0.01546Wb - t$ flujo magnético equivalente de imanes concatenado por espiras del bobinado estator.

Pero para el diseño y control del sistema no se trabaja en dichas coordenadas, sino que se trabaja en coordenadas $qd\theta$. Para pasar de coordenadas abc a $qd\theta$ se hace uso de la Transformación de Park Directa. Dicha transformación es utilizada para transformar las cantidades del estator abc_s a coordenadas rotóricas $qd0_s$ fijas al rotor. Al estar fijas al rotor, las inductancias son constantes, haciendo que estos nuevos circuitos sean estacionarios. Además, al estar trabajando con un sistema simétrico y equilibrado, la corriente y tensión por el eje 0 son nulos. La ecuación de la Transformada Directa, para pasar de coordenadas trifásicas abc a coordenadas $qd0$, son:

$$\begin{bmatrix} f_{qs}^r(t) \\ f_{ds}^r(t) \\ f_{0s}^r(t) \end{bmatrix} = \frac{2}{3} * \begin{bmatrix} \cos(\theta_r(t)) & \cos(\theta_r(t) - 2 * \pi/3) & \cos(\theta_r(t) + 2 * \pi/3) \\ \sin(\theta_r(t)) & \sin(\theta_r(t) - 2 * \pi/3) & \sin(\theta_r(t) + 2 * \pi/3) \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} f_{as}(t) \\ f_{bs}(t) \\ f_{cs}(t) \end{bmatrix} \quad (7)$$

Por otro lado, la Transformada Inversa viene dada por:

$$\begin{bmatrix} f_{as}^r(t) \\ f_{bs}^r(t) \\ f_{cs}^r(t) \end{bmatrix} = \frac{2}{3} * \begin{bmatrix} \cos(\theta_r(t)) & \sin(\theta_r(t)) & 1 \\ \cos(\theta_r(t) - 2 * \pi/3) & \sin(\theta_r(t) - 2 * \pi/3) & 1 \\ \cos(\theta_r(t) + 2 * \pi/3) & \sin(\theta_r(t) + 2 * \pi/3) & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} f_{qs} \\ f_{ds} \\ f_{0s} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Las ecuaciones del modelo equivalente en coordenadas $qd0$ fijas al rotor (tener en cuenta que el subíndice r indica que son coordenadas eléctricas y no mecánicas):

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_r(t) &= \omega_r(t) - \theta_r(t) = \int \omega_r(\xi) d\xi + \theta_r(0) \\ \theta_r(t) &= Pp * \theta_m(t) \\ Tm(t) &= \frac{3}{2} * Pp * [\lambda_m^{r'} + (Ld - Lq) * i_{ds}^r(t)] * i_{qs}^r(t) \end{aligned} \quad (9)$$

Siendo:

- θ_r , el ángulo eléctrico en coordenadas $qd0$ fijo al rotor.
- $i_{ds}^r(t)$, la componente de corriente paralela al flujo.
- $i_{qs}^r(t)$, la componente de corriente perpendicular al flujo.
- $L_d = 6.6mH$, inductancia de estator para eje en directo.
- $L_q = 5.8mH$, la inductancia de estator para eje cuadratura.
- $Pp = 3$, el número de pares de polos de la máquina.
- T_m , el torque electromagnético.

Por otro lado, las ecuaciones de tensiones eléctricas equivalentes del estator en coordenadas $qd0$.

$$v_{qs}^r(t) = Rs(t) * i_{qs}^r(t) + L_q * \frac{di_{qs}^r(t)}{dt} + [\lambda_m^{r'} + L_d * i_{ds}^r(t)] * \omega_r(t) \quad (10)$$

$$v_{ds}^r(t) = Rs(t) * i_{ds}^r(t) + L_d * \frac{di_{ds}^r(t)}{dt} - L_q * i_{qs}^r(t) * \omega_r(t) \quad (11)$$

$$v_{0s}(t) = Rs(t) * i_{0s}(t) + L_{ls} * \frac{di_{0s}(t)}{dt} \quad (12)$$

Despejando las derivadas de las expresiones anteriores, se obtienen las ecuaciones para el sistema no lineal:

$$\dot{\theta}_m(t) = \omega_m(t) \quad (13)$$

$$\dot{\omega}_m(t) = \frac{1}{J_{eq}} * \left(\frac{3 * \lambda_m^{r'} * P_p * i_{qs}^r(t)}{2} + \frac{3 * (L_d - L_q) * P_p * i_{ds}^r(t) * i_{qs}^r(t)}{2} - T_{leg} - b_{eq} * \omega_m(t) \right) \quad (14)$$

$$\dot{i_{qs}^r}(t) = \frac{1}{L_q} * (v_{qs}^r(t) - R_s(t) * i_{qs}^r(t) - [\lambda_m^{r'} + L_d * i_{ds}^r(t)] * \omega_m(t) * P_p) \quad (15)$$

$$\dot{i_{ds}^r}(t) = \frac{1}{L_d} * (v_{ds}^r(t) - R_s(t) * i_{ds}^r(t) + L_q * P_p * \omega_m(t)) \quad (16)$$

Como se puede observar, al haber productos entre variables de estado el sistema es no lineal como se anticipó.

El siguiente subsistema a desarrollar es el térmico. El análisis de este subsistema es para monitoreo de la temperatura. Es decir, no se tendrá en cuenta la variación de la resistencia de los bobinados R_s para el respectivo control de corriente en esta primera parte, mientras que en la siguiente sección se analizarán los errores que se cometan al tener o no en cuenta este efecto. Además, se consideran las pérdidas por efecto Joule, sin considerar pérdidas magnéticas ni mecánicas. Luego, las ecuaciones para dicho subsistema son:

$$R_s * (i_{as}(t)^2 + i_{bs}(t)^2 + i_{cs}(t)^2) = C_{ts} * \frac{dT_s(t)}{dt} + \frac{1}{R_{s-amb}} * (T_s(t) - T_{amb}(t)) \quad (17)$$

Donde ambos lados de la igualdad anterior, son expresiones para la potencia de pérdidas en los bobinados del motor. Pero además, R_s también depende del valor de temperatura, según la ecuación:

$$R_s = R_{sref} * (1 + \alpha_{cu} * (T_s(t) - T_{sref})) \quad (18)$$

Siendo:

- $R_s = 1.02\Omega(40^\circ C) - 1.32\Omega(115^\circ C)$, resistencia del estator a diferentes temperaturas.
 - $\alpha_{cu} = 0.0039 \frac{1}{C}$, coeficiente de temperatura del cobre.
 - $C_{ts} = 0.8180 \frac{W}{\frac{K}{s}}$, capacitancia del estator.
 - $R_{ts-amb} = 55^\circ C$, resistencia térmica estator-ambiente.
 - $T_{smax} = 115^\circ C$ temperatura máxima que puede alcanzar el bobinado estator.
 - $T_{ambmax} = 40^\circ C$, temperatura ambiente máxima a considerar.

El diagrama de bloques del sistema físico completo queda entonces:

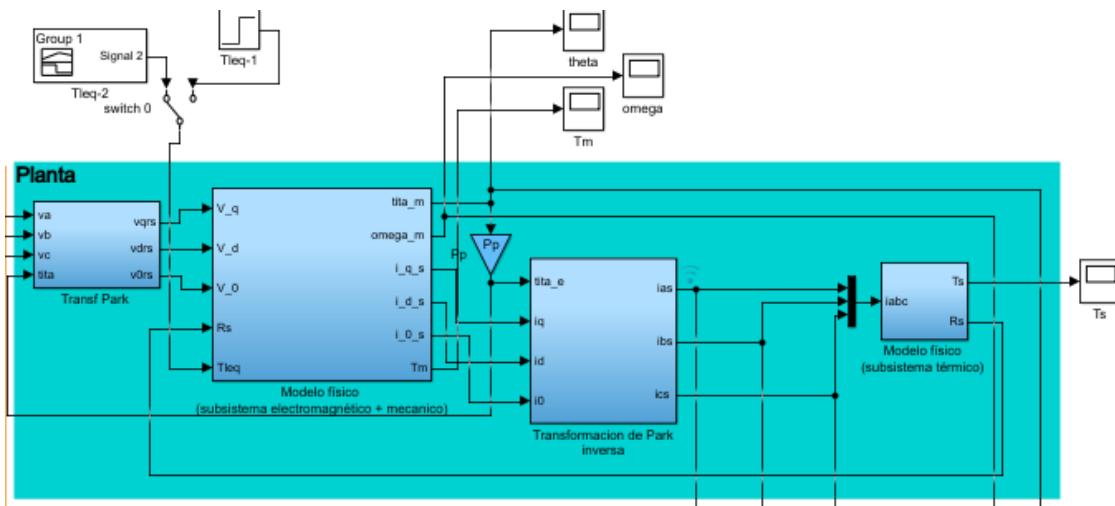


Figure 1: Modelo físico completo: Subs. electromagnético + subs. térmico + subs. mecánico (y transformadas de Park virtuales).

2. **Modelo global linealizado con parámetros variables (LPV), para $i_{ds}^r(t) \neq 0$ (caso gral.)** Se representa al sistema no lineal como:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= f(x(t), u(t), t); x(t_0) = x_0 \\ y(t) &= C(x(t))\end{aligned}\quad (19)$$

donde f es una función vectorial de $n \times 1$ ($n =$ orden del sistema) elementos que esta en función de un vector de variables de estado x y la solución de $x(t)$, trayectoria de estado, representa una curva en el espacio de estado.

Se hace una aproximación lineal utilizando pequeñas desviaciones alrededor del punto de operación:
Se asumen variables:

$$z(t) \equiv Z_0 + \Delta z(t) \quad (20)$$

donde Z_0 es una magnitud que varia muy lentamente en el tiempo y $\Delta z(t)$ es una magnitud pequeña de muy rápida variación en el tiempo.

Se expresa el sistema como:

$$\begin{cases} \dot{x} \equiv \frac{dX_0(t)}{dt} + \frac{d\Delta x(t)}{dt} = f(X_0 + \Delta x(t), U_0(t) + \Delta u(t)) \\ X_0(0) + \Delta x(0) = x_0 \rightarrow X_0(0) \equiv x_0; \Delta x(0) \equiv 0 \end{cases} \quad (21)$$

Se aproxima mediante serie de Taylor truncada a 1º orden (se desprecian términos de orden superior):

$$f(X_0(t) + \Delta x(t), U_0(t) + \Delta u(t)) \approx f(X_0(t), U_0(t)) + \frac{\partial f}{\partial x}|_0(t) * \Delta x(t) + \frac{\partial f}{\partial u}|_0(t) * \Delta u(t) \quad (22)$$

En este punto se separa el problema en dos modelos (aproximación):

a) Espacio Global de Puntos de Operación X_0 :

Modelo NL cuasi-estacionario anulamos las derivadas, aproximadamente se tiene un "equilibrio" dinámico:

$$\frac{dX_0(t)}{dt} = f(X_0(t), U_0(t)) \approx 0 / const; X_0(0) \equiv x_0; Y_0(t)C.X_0(t) \quad (23)$$

Para este caso, si se despejan las derivadas de las ecuaciones del sistema no lineal ya obtenidas, y se las iguala a 0, se obtiene:

$$\begin{cases} \dot{\theta}_{m0}(t) = \omega_{m0} \\ \frac{\frac{3}{2} * P_p * [\lambda_m^{r'} + (Ld - Lq) * i_{ds0}^r(t)] * i_{qs0}^r(t) - b_{ep} * \omega_{m0}(t) - T_{leq0}(t)}{J_{eq}} = 0 \\ \frac{v_{qs0}^r(t) - R_s * i_{qs0}^r(t) - [\lambda_m^{r'} + Ld * i_{ds0}^r(t)] * P_p * \omega_{m0}(t)}{L_q} = 0 \\ \frac{v_{ds0}^r(t) - R_s * i_{ds0}^r(t) + Lq * i_{qs0}^r(t) * P_p * \omega_{m0}(t)}{L_q} = 0 \end{cases} \quad (24)$$

b) Modelo Dinámico Local de Pequeñas Desviaciones $\Delta x(t)$ [alrededor de puntos de Operación $X_0(t)$] (Modelo dinámico LINEAL, LTI si el punto de operación se fija y LPV si varia) :

$$\frac{d\Delta x(t)}{dt} \approx \frac{\partial f}{\partial x}|_0(t) * \Delta x(t) + \frac{\partial f}{\partial u}|_0(t) * \Delta u(t); \Delta x(0) \equiv 0; \Delta y(t) = C.\Delta x(t) \quad (25)$$

Se obtiene:

$$\begin{cases} \dot{\Delta\theta_m}(t) = \Delta\omega_m(t) \\ \dot{\Delta\omega_m}(t) = \frac{\frac{3}{2} * P_p * [\lambda_m^{r'} + (Ld - Lq) * i_{ds0}^r(t)] * \Delta i_{qs}^r(t) - b_{eq} * \Delta\omega_m(t) + \frac{3}{2} * P_p * [(Ld - Lq) * i_{qs0}^r(t)] * \Delta i_{ds}^r(t) - \Delta T_{leq}(t)}{J_{eq}} \\ \dot{\Delta i_{qs}^r}(t)_m(t) = \frac{\Delta v_{qs}^r(t) - R_s * \Delta i_{qs}^r(t) - [\lambda_m^{r'} + Ld * i_{ds0}^r(t)] * P_p * \Delta\omega_m(t) - Ld * P_p * \omega_{m0}(t) * \Delta i_{ds}^r(t)}{L_q} \\ \dot{\Delta i_{ds}^r}(t)_m(t) = \frac{\Delta v_{ds}^r(t) - R_s * \Delta i_{ds}^r(t) + Lq * i_{qs0}^r(t) * P_p * \Delta\omega_m(t) + Lq * P_p * \omega_{m0}(t) * \Delta i_{qs}^r(t)}{L_d} \end{cases} \quad (26)$$

Se expresa en forma matricial obteniendo el modelo LPV (Lineal de parámetros variables):

$$\begin{bmatrix} \dot{\Delta\theta_m}(t) \\ \dot{\Delta\omega_m}(t) \\ \dot{\Delta i_{qs}^r}(t) \\ \dot{\Delta i_{ds}^r}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3*P_p*(\lambda_m^{r'} + (Ld - Lq)*i_{ds0}^r(t))}{2*J_{eq}} & \frac{3*P_p*((Ld - Lq)*i_{qs0}^r(t))}{2*J_{eq}} \\ 0 & \frac{-(\lambda_m^{r'} + Ld*i_{ds0}^r(t))*P_p}{L_q} & \frac{-R_s}{L_q} & \frac{-Ld*P_p*\omega_{m0}(t)}{L_q} \\ 0 & \frac{Lq*i_{qs0}^r(t)*P_p}{L_d} & \frac{Lq*P_p*\omega_{m0}(t)}{L_d} & \frac{-R_s}{L_d} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \Delta\theta_m(t) \\ \Delta\omega_m(t) \\ \Delta i_{qs}^r(t) \\ \Delta i_{ds}^r(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{-1}{J_{eq}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_d} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \Delta T_{leq}(t) \\ \Delta v_{qs}^r(t) \\ \Delta v_{ds}^r(t) \end{bmatrix} \quad (27)$$

3. Modelo simplificado lineal invariante en el tiempo (LTI) equivalente, para $i_{ds}^r(t) = 0$

En las ecuaciones del sistema completo no lineal, se puede observar el producto de las variables de estado $i_{ds}^r(t)$ y $\omega_m(t)$. Con lo cual, se puede realizar una linealización por realimentación no lineal, aplicando la restricción de $i_{ds}^r(t) = 0$, de manera que se obtiene un sistema LTI (Lineal invariante en el tiempo).

- I- Ecuaciones matriciales de estado para el sistema LTI equivalente.**

Teniendo en cuenta el modelo global no lineal general y sin tener en cuenta acoplamiento con el subsistema térmico, pero sí su modelo lineal y como el estator de la máquina eléctrica está conectado en estrella con el neutro flotante y el sistema es simétrico y equilibrado, la corriente por el neutro es igual a cero:

$$i_{0s}(t) = 0$$

Teniendo en cuenta la ecuación (12),

$$v_{0s}(t) = 0$$

Al aplicar la restricción $i_{ds}^r(t) = 0$ se obtiene un sistema invariante en el tiempo LTI cerca del punto de operación. Las ecuaciones del sistema quedan:

$$v_{qs}^r(t) = R_s * i_{qs}^r(t) + L_q * \dot{i}_{qs}^r(t) + \lambda_m^{r'} * P_p * \omega_m(t) \quad (28)$$

$$v_{ds}^r(t) = -L_q * P_p * i_{qs}^r(t) * \omega_m(t) \quad (29)$$

$$T_m(t) = \frac{3}{2} * \lambda_m^{r'} * P_p * i_{qs}^r(t) \quad (30)$$

$$\dot{\omega_m}(t) = \frac{T_m(t) - b_{eq} * \omega_m(t) - T_{leq}(t)}{J_{eq}} \quad (31)$$

$$\dot{\theta_m} = \omega_m(t) \quad (32)$$

$$\dot{i}_{qs}^r(t) = \frac{v_{qs}^r(t) - \lambda_m^{r'} * P_p - R_s * i_{qs}^r(t)}{L_q} \quad (33)$$

De la ecuación (29) se observa que ahora $v_{ds}^r(t)$ deja de ser una variable manipulada y su valor queda definido como una restricción para que se cumpla $i_{ds}^r(t) = 0$.

Para desarrollar este nuevo sistema de forma matricial, se definen el vector de estado , el vector de entradas y la perturbación como:

$$x(t) = \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \\ i_{qs}^r(t) \end{bmatrix}; u(t) = v_{qs}^r(t); d(t) = T_{leq}(t) \quad (34)$$

Expresado el modelo en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_m(t) \\ \dot{\omega}_m(t) \\ \dot{i}_{qs}^r(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{-b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3*P_p*\lambda_m^{r'}}{2*J_{eq}} \\ 0 & \frac{-\lambda_m^{r'}*P_p}{L_q} & \frac{-R_s}{L_q} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \\ i_{qs}^r(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{-1}{J_{eq}} \\ 0 \end{bmatrix} * T_{leq}(t) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} * v_{qs}^r(t) \quad (35)$$

$$y(t) = [1 \ 0 \ 0] * \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \\ i_{qs}^r(t) \end{bmatrix}$$

El modelo LTI obtenido de la maquina de corriente alterna es un modelo equivalente a un modelo de la máquina de corriente continua con escobillas y excitación separada o de imanes permanentes. Las ecuaciones correspondientes a este ultimo modelo mencionado son:

$$T_m(t) = K_{Tcc} * i_a(t); \ e_b(t) = K_{Ecc} * \omega_m(t)$$

Se realiza la equivalencia definiendo:

$$K_e = \lambda_m^{r'} * P_p; \ K_T = \frac{3}{2} * \lambda_m^{r'} * P_p$$

Reemplazando en las ecuaciones (28) y (30) se obtienen:

$$v_{qs}^r(t) = R_s * i_{qs}^r(t) + L_q \dot{i}_{qs}^r(t) + K_e * \omega_m(t)$$

$$T_e(t) = K_T * i_{qs}^r(t)$$

Las ecuaciones en forma matricial quedan:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_m(t) \\ \dot{\omega}_m(t) \\ \dot{i}_{qs}^r(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{-b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{K_T}{J_{eq}} \\ 0 & \frac{-K_e}{L_q} & \frac{-R_s}{L_q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \\ i_{qs}^r(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{-1}{J_{eq}} \\ 0 \end{bmatrix} * T_{leq}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} * v_{qs}^r(t)$$

$$y(t) = [1 \ 0 \ 0] * x$$

• II- Diagrama de bloques de estado.

El diagrama de bloques que se obtiene para el modelo LTI equivalente simplificado, es:

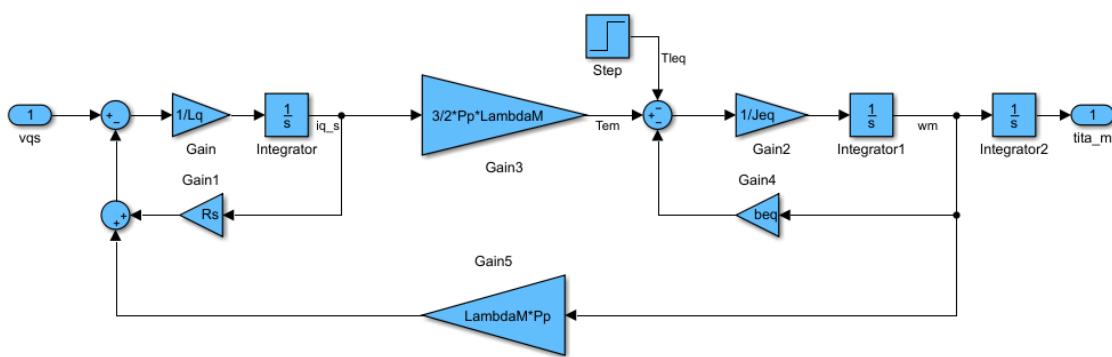


Figure 2: Modelo LTI equivalente.

- III- Determinación de restricción o ley de control mínima que es necesario aplicar sobre la variable manipulada virtual $V_{qd0}(t)$, o equivalentemente sobre $V_{abcs}(t)$ para cumplir con $i_{ds}^r = 0$.

Se aplica la transformación de Park inversa a las expresiones de tensiones y corrientes en coordenadas abc , de forma que se obtienen las siguientes ecuaciones para las corrientes:

$$i_{as}(t) = \cos(\theta_r(t)) * i_{qs}^r(t) + \operatorname{sen}(\theta_r(t)) * i_{ds}^r(t) + i_{0s}(t) \quad (36)$$

$$i_{bs}(t) = \cos(\theta_r(t) - 2 * \pi/3) * i_{qs}^r(t) + \operatorname{sen}(\theta_r(t) - 2 * \pi/3) * i_{ds}^r(t) + i_{0s}(t)$$

$$i_{cs}(t) = \cos(\theta_r(t) + 2 * \pi/3) * i_{qs}^r(t) + \operatorname{sen}(\theta_r(t) + 2 * \pi/3) * i_{ds}^r(t) + i_{0s}(t)$$

Y para las tensiones:

$$v_{as}(t) = \cos(\theta_r(t)) * v_{qs}^r(t) + \operatorname{sen}(\theta_r(t)) * v_{ds}^r(t) + v_{0s}(t) \quad (37)$$

$$v_{bs}(t) = \cos(\theta_r(t) - 2 * \pi/3) * v_{qs}^r(t) + \operatorname{sen}(\theta_r(t) - 2 * \pi/3) * v_{ds}^r(t) + v_{0s}(t)$$

$$v_{cs}(t) = \cos(\theta_r(t) + 2 * \pi/3) * v_{qs}^r(t) + \operatorname{sen}(\theta_r(t) + 2 * \pi/3) * v_{ds}^r(t) + v_{0s}(t)$$

Pero dado que $i_{0s} = 0$ y $v_{0s} = 0$. Y además, teniendo en cuenta que con la restricción aplicada ($-L_q * i_{qs}(t) * \omega_m(t) * Pp$), se tiene $i_{ds}^r = 0$. Si se reemplazan estos valores en las ecuaciones de tensión y corriente (conjuntos de ecuaciones 36 y 37), se obtienen:

$$i_{as}(t) = \cos(\theta_r(t)) * i_{qs}^r(t) \quad (38)$$

$$i_{bs}(t) = \cos(\theta_r(t) - 2 * \pi/3) * i_{qs}^r(t)$$

$$i_{cs}(t) = \cos(\theta_r(t) + 2 * \pi/3) * i_{qs}^r(t)$$

$$v_{as}(t) = \cos(\theta_r(t)) * v_{qs}^r(t) + \operatorname{sen}(\theta_r(t)) * (-L_q * i_{qs}^r(t) * \omega_m(t) * Pp) \quad (39)$$

$$v_{bs}(t) = \cos(\theta_r(t) - 2 * \pi/3) * v_{qs}^r(t) + \operatorname{sen}(\theta_r(t) - 2 * \pi/3) * (-L_q * i_{qs}^r(t) * \omega_m(t) * Pp)$$

$$v_{cs}(t) = \cos(\theta_r(t) + 2 * \pi/3) * v_{qs}^r(t) + \operatorname{sen}(\theta_r(t) + 2 * \pi/3) * (-L_q * i_{qs}^r(t) * \omega_m(t) * Pp)$$

Obteniendo así, las tensiones y corrientes a aplicar en coordenadas abc para la restricción aplicada. Se observa que las tensiones y las corrientes siguen siendo de amplitud constante y un desfase de 120° entre sí. Por otro lado, se consideró como estado inicial de $i_{ds}^r = 0$.

• IV- Modelo de la dinámica residual

Anteriormente, se aplicó un control por realimentación no lineal en el modelo global no lineal del sistema, considerando el estado inicial $i_{ds}^r = 0$. Ahora se considera que se aplica la misma ley de control, pero el estado inicial $i_{ds}^r \neq 0$. De esta forma, la ecuación de tensión sobre el eje d queda de la forma:

$$R_s * i_{ds}^r(t) + L_d * \frac{di_{ds}^r}{dt} = 0 \quad (40)$$

Como se observa, es una ecuación diferencial de primer orden homogénea. La resolución de esta ecuación diferencial es:

$$i_{ds}^r(t) = i_{ds}^r(0) * e^{-t\tau}$$

donde $\tau = L_d/R_s$.

La curva de dicha solución es una exponencial decreciente. Es decir que, aunque el estado incial de i_{ds}^r sea diferente de 0, en régimen estacionario será asintótica a 0.

Además, si se observa el último término de la expresión de v_{qs}^r :

$$v_{qs}^r(t) = R_s * i_{qs}^r(t) + L_q * \frac{di_{qs}^r}{dt} + [\lambda_s^{r'} + \mathbf{L}_d * \mathbf{i}_{ds}^r(t)] * \omega_m(t) * \mathbf{Pp} \quad (41)$$

Se puede apreciar que hay un acoplamiento residual no lineal entre los ejes q y d , pero este se puede despreciar en régimen estacionario ya que, como se acaba de demostrar, i_{ds}^r decae a 0 rápidamente luego de un transitorio.

- V- Ley de control complementaria en el eje q

Para eliminar por completo el acoplamiento residual no lineal sobre el eje q , se puede aplicar una **ley de control complementaria no lineal**. Esto se puede lograr realimentando el último término no lineal de la ecuación de v_{qs}^r (ecuación 41) a la entrada del sistema, quedando la entrada de tensión a la Transformación de Park: $\mathbf{V}_{qs}(t) = \mathbf{L}_d * \mathbf{i}_{ds}^*(t) * \omega_m(t) * \mathbf{P}_p + \mathbf{v}_{qs}^*(t)$. De esta forma se obtiene el modelo LTI equivalente aumentado que se muestra en la figura 3, donde se puede observar claramente el desacoplamiento entre los ejes q y d . El modelo global no lineal desacoplado con esta ley adicional sobre el eje q , se muestra en la figura 4. Además, se han diferenciado por color las diferentes partes: planta, controlador, sensores y modulador de tensión.

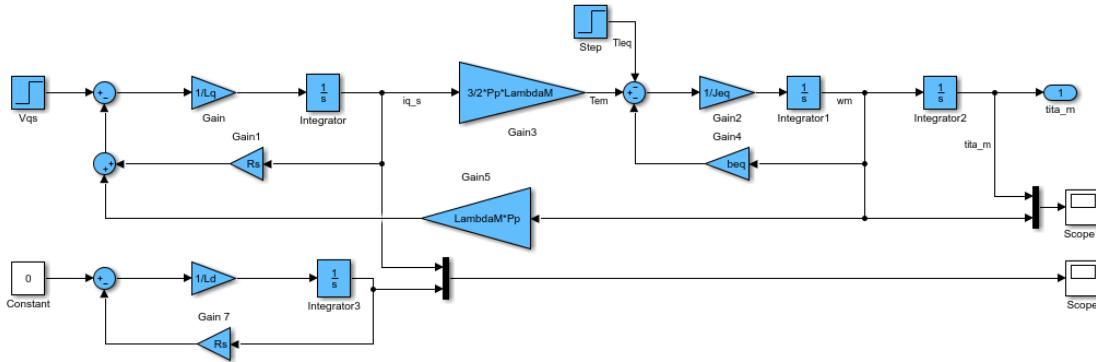


Figure 3: Modelo LTI equivalente aumentado

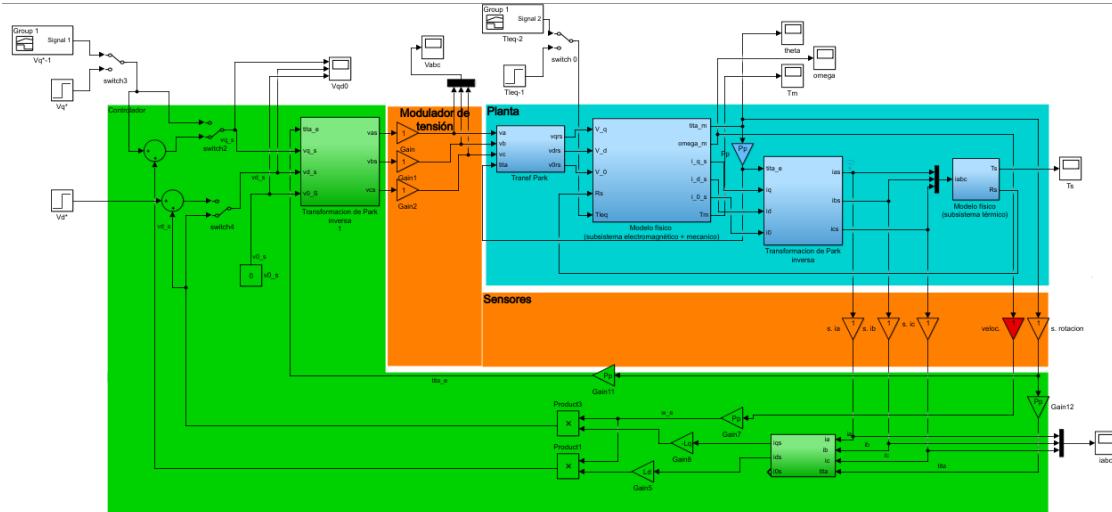


Figure 4: Modelo NL con ley de control complementaria sobre eje q.

4. Comparación de modelos: LTI vs LPV

Si $i_{ds0}^r = 0$ en el modelo LPV (ecuación 27) se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta_m}(t) \\ \dot{\omega_m}(t) \\ \dot{i_{qs}^r}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{-b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{K_T}{J_{eq}} \\ 0 & \frac{-K_e}{L_q} & \frac{-R_s}{L_q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \\ i_{qs}^r(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{-1}{J_{eq}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} T_{leq}(t) \\ v_{qs}^r(t) \end{bmatrix}$$

Si se compara con el modelo simplificado LTI para $i_{ds0} = 0$ se observa que ambos modelos coinciden. En cualquier otro caso donde $i_{ds0} \neq 0$ el sistema estará representado por el modelo global LPV. Si se analizan las ecuaciones de torque y velocidad, se distinguen dos situaciones:

- $i_{ds0}^r < 0$: debilitamiento de campo (field weakening).
- $i_{ds0}^r > 0$: Reforzamiento de campo (field forcing).

Estas situaciones se pueden verificar analizando la ecuación (9) y (11) de torque y tensión en el eje d , respectivamente:

$$T_m(t) = \frac{3}{2} * P_p * [\lambda_m^{r'} + (L_d - L_q) * i_{ds}^r(t)] * i_{qs}^r(t)$$

$$v_{ds}^r(t) = R_s(t) * i_{ds}^r(t) + L_d * \frac{di_{ds}^r(t)}{dt} - L_q * i_{qs}^r(t) * \omega_m(t) * P_p$$

Como L_d es mayor que L_q para este motor, se deduce de la ecuación del torque que un valor $i_{ds0}^r > 0$ refuerza el campo incrementando el torque del motor $T_m(t)$ y $i_{ds0}^r < 0$ debilita el campo disminuyendo el torque del motor T_m . Como la transmisión tiene una potencia constante al aumentar el torque tiene que disminuir la velocidad y viceversa. Esto se puede corroborar si en la expresión de v_{ds}^r (11), se hace i_{ds0}^r constante, con lo cual su derivada se anula. Luego, de la expresión resultante se despeja $\omega_m(t)$ y se obtiene:

$$\omega_m(t) = \frac{R_s(t) * i_{ds}^r(t) - v_{ds}(t)}{L_q * i_{qs}^r(t) * P_p}$$

Donde claramente se puede apreciar que, un valor constante positivo de i_{ds}^r produce un aumento de velocidad y un valor negativo de i_{ds}^r genera el efecto contrario.

5. Funciones de transferencia para modelo LTI equivalente aumentado

Las funciones de transferencia permiten relacionar las salidas y las entradas de un sistema. En este caso en particular, se analizan dos funciones de transferencia ya que se poseen 2 entradas. Una de ellas relaciona la variable de entrada v_{qs}^r con la salida θ_m y otra relaciona la entrada del torque de carga T_{leq} también con θ_m . Cabe aclarar que esta ecuación es válida tanto para el sistema LTI equivalente como para el aumentado, ya que la ecuación autónoma de i_{ds}^r no entra en juego en este análisis entre las entradas y las salidas. Primero, se consideran las ecuaciones de 2 variables de estado del sistema.

$$\dot{i_{qs}^r}(t) = [v_{qs}^r(t) - R_s * i_{qs}^r(t) - \lambda_m^{r'} * P_p * \omega_m(t)] * \frac{1}{L_q}$$

$$\dot{\omega_m}(t) = \frac{3 * P_p * \lambda_m^{r'} * i_{qs}^r(t)}{(2 * J_{eq})} - \frac{b_{eq} * \omega_m(t)}{J_{eq}} - \frac{T_{leq}}{J_{eq}}$$

Aplicando la transformada de Laplace a las ecuaciones anteriores, se obtiene :

$$I_{qs}^r(s) * s * L_q = V_{qs}^r(s) - R_s * I_{qs}^r(s) - \lambda_m^{r'} * P_p * \omega_m(s) \quad (42)$$

$$J_{eq} * s * \omega_m(s) = \frac{3}{2} * P_p * I_{qs}^r(s) * \lambda_m^{r'} - b_{eq} * \omega_m(s) - T_{leq}(s) \quad (43)$$

Reemplaza (42) en (43):

$$J_{eq} * s * \omega_m(s) = \frac{3}{2} * P_p * \lambda_m^{r'} * \left[\frac{V_{qs}^r(s) - \lambda_m^{r'} * P_p * \omega_m(s)}{L_q * s + R_s} \right] - b_{eq} * \omega_m(s) - T_{leq}(s)$$

Considerando que $\theta_m(s) * s = \omega_m(s)$ y reagrupando la última expresión obtenida:

$$s * \theta_m(s) [J_{eq} * L_q * s^2 + (R_s * J_{eq} + L_q * b_{eq}) * s + 3/2 * P_p * \lambda_m^{r'^2} + R_s * b_{eq}] = 3/2 * P_p * \lambda_m^{r'} * V_{qs}^r(s) - [L_{qs} + R_s] * T_{leq}$$

Donde θ_m es la salida del sistema y, V_{qs} y T_{leq} son las entradas de tensión y torque de carga (perturbación) respectivamente. Reagrupando:

$$\theta_m(s) = \frac{3/2 * P_p * \lambda_m^{r'} * V_{qs}^r(s) - L_q + R_s * T_{leq}(s)}{[J_{eq} * L_q * s^2 + R_s * L_q * s^2 + (R_s * J_{eq} + L_q * b_{eq}) * s + 3/2 * P_p^2 * \lambda_m^{r'^2} + R_s * b_{eq}]} * \frac{1}{s} \quad (44)$$

Separando cada término, se obtienen las FT deseadas:

$$G1 = \frac{\theta_m(s)}{V_s^r(s)} = \frac{3/2 * Pp * \lambda_m^{r'}}{[J_{eq} * L_q * s^2 + (R_s * J_{eq} + L_q * b_{eq}) * s + 3/2 * Pp^2 * \lambda_m^{r'^2} + R_s * b_{eq}]} * \frac{1}{s} \quad (45)$$

$$G2 = \frac{\theta_m(s)}{Tl_{eq}(s)} = \frac{L_q * s + R_s}{[J_{eq} * L_q * s^2 + (R_s * J_{eq} + L_q * b_{eq}) * s + 3/2 * Pp^2 * \lambda_m^{r'^2} + R_s * b_{eq}]} * \frac{1}{s} \quad (46)$$

En las funciones de transferencia obtenidas, el estado inicial considerado es nulo.

2.1.3 Análisis de Estabilidad

Un sistema LTI de orden n es estable si, para toda excitación $u(t)$ acotada $t > t_0$ en (rta. forzada), todos sus estados $x_i(t)$ toman valores acotados. Si desaparece la excitación, $u(t) = 0$ (rta. natural), el estado tiende al origen del espacio de estados $x = 0$. Para analizar la estabilidad de un sistema se utiliza un Criterio de Estabilidad, el cual dice: Un sistema LTI de orden n es estable si y solo si todos los autovalores de su matriz de estado tienen parte real negativa. Estos autovalores son los mismos que los polos y ceros de las funciones de transferencia del sistema (ecuación 44).

(a) **Determinación de Autovalores, polos y ceros:**

Para calcular los ceros y los polos, se iguala a cero el numerador y denominador de la función de transferencia respectivamente (ecuaciones 42 y 43) y se resuelven para determinar los valores de s .

En el caso de los ceros, se resuelve el numerador:

$$L_q * s + R_s = 0 \Rightarrow s = -\frac{R_s}{L_q} = -175.8621 \frac{\text{rad}}{s}$$

En el caso de los polos:

$$[J_{eq} * L_q * s^2 + (R_s * J_{eq} + L_q * b_{eq}) * s + 3/2 * Pp^2 * \lambda_m^{r'^2} + R_s * b_{eq}] * s = 0$$

Resolviendo la ecuación cúbica se obtienen los 3 polos del sistema:

- $s_1 = 0$
- $s_2 = -89.26 + 301.57i \frac{\text{rad}}{s}$
- $s_3 = -89.26 - 301.57i \frac{\text{rad}}{s}$

Para determinar la frecuencia natural y el amortiguamiento se puede hacer a partir del polinomio característico. Además, se simplifica la ecuación del denominador de la FT expresándolo en función de K_e y K_T :

$$J_{eq} * L_q * s^2 + (R_s * J_{eq} + L_q * b_{eq}) * s + K_e * K_T + R_s * b_{eq} = 0$$

Dividiendo por el término $J_{eq} * L_q$, que acompaña al término principal:

$$s^2 + \frac{(R_s * J_{eq} + L_q * b_{eq}) * s}{J_{eq} * L_q} + \frac{K_e * K_T + R_s * b_{eq}}{J_{eq} * L_q} = 0 \quad (47)$$

Comparando con el polinomio característico de un sistema de segundo orden en función de ξ y ω_n :

$$s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 = 0$$

Se deduce que:

$$\frac{K_e * K_T + R_s * b_{eq}}{J_{eq} * L_q} = \omega_n^2 \rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{K_e * K_T + R_s * b_{eq}}{J_{eq} * L_q}} = 314.5047 \frac{\text{rad}}{s}$$

$$\frac{(R_s * J_{eq} + L_q * b_{eq})}{J_{eq} * L_q} = 2\xi\omega_n \rightarrow \xi = \frac{(R_s * J_{eq} + L_q * b_{eq})}{J_{eq} * L_q * 2 * \omega_n} = 0.2838$$

Si se considera la migración de propiedades ante variación de parámetros de carga (J_{eq} y b_{eq}) se tendrán los valores máximos y los valores mínimos:

- Valores máximos:

Ceros: $s = -175.8621 \frac{rad}{s}$

Polos:

$$- s_1 = 0$$

$$- s_2 = -89.06 + 269.78i \frac{rad}{s}$$

$$- s_3 = -89.06 - 269.78i \frac{rad}{s}$$

Coeficientes:

$$- \omega_n = 284.1034 \frac{rad}{s}$$

$$- \xi = 0.3135 \frac{rad}{s}$$

- Valores mínimos:

Ceros: $s = -175.8621 \frac{rad}{s}$

Polos:

$$- s_1 = 0$$

$$- s_2 = -89.57 + 345.97i \frac{rad}{s}$$

$$- s_3 = -89.57 - 345.97i \frac{rad}{s}$$

Coeficientes:

$$- \omega_n = 357.3817 \frac{rad}{s}$$

$$- \xi = 0.2506 \frac{rad}{s}$$

(b) Análisis de Estabilidad:

Se observa que en los tres casos anteriores que se tienen dos polos con su parte real negativa, y el tercer polo esta en el origen. Por lo tanto según el Criterio de Estabilidad se puede afirmar que el sistema es Estable. También se observa que al tener parte imaginaria el sistema es sub-amortiguado, lo cual se puede verificar con el valor de ξ que es menor que 1. Se puede ver lo mencionado en el siguiente gráfico, los valores de los ceros y de los polos que estan en el origen, al ser iguales solo se puede observar un color.

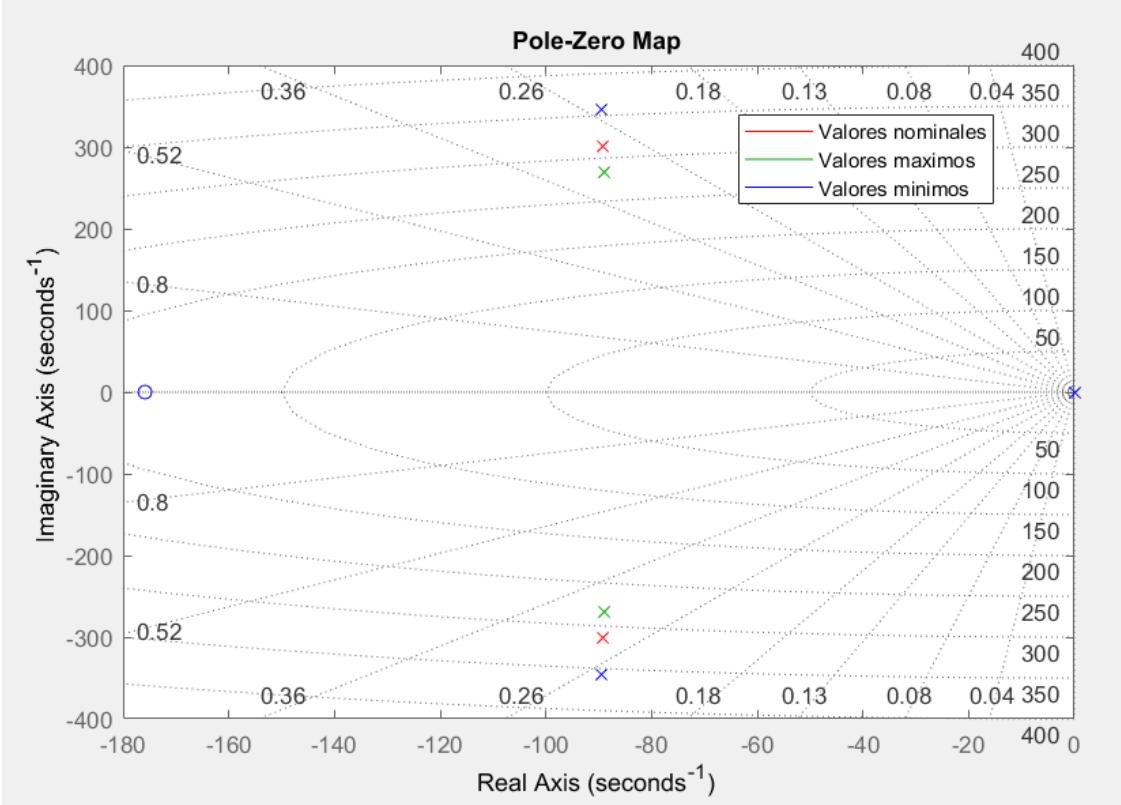


Figure 5: Mapa de polos y ceros del sistema

2.1.4 Análisis de Observabilidad

Primero, se procede a realizar el análisis de observabilidad del sistema LTI equivalente. Para ello, se aplica el criterio de Kalman, que establece que un sistema es observable si y solo si el rango de la matriz de observabilidad es igual a n , siendo n la cantidad de variables de estado del sistema. Es decir, se debe cumplir:

$$\text{rango}(O) = \text{rango} \begin{bmatrix} C \\ C * A \\ \dots \\ C * A^{(n-1)} \end{bmatrix} = n \quad (48)$$

Teniendo en cuenta que las matrices A y C son las presentadas en la ecuación (35), son de orden 3 y donde C esta considerando que la salida del sistema es $\theta_m(t)$, se obtiene la matriz O :

$$O = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{-b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3*\lambda_m^{r'}*P_p}{2*J_{eq}} \end{bmatrix} \quad (49)$$

donde el rango es 3, por lo cual se puede decir que el sistema LTI equivalente es observable desde la salida $\theta_m(t)$.

No así desde la velocidad, donde realizando un cálculo similar, pero considerando que la matriz C es $C = [010]$, se obtiene que el rango de la matriz O es igual a 2. De esta forma como el rango es menor a n , se puede decir que el sistema no es observable desde $\omega_m(t)$

Ahora bien, para el sistema LTI equivalente aumentado la situación no es la misma. Al tener en cuenta la ecuación de la dinámica residual, las matrices del sistema cambian, obteniendo:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_m(t) \\ \dot{i}_{qs}^r(t) \\ \omega_m(t) \\ \dot{i}_{ds}^r(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3*P_p*\lambda_m^{r'}}{2*J_{eq}} & 0 \\ 0 & \frac{-\lambda_m^{r'}*P_p}{L_q} & \frac{-R_s}{L_q} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{R_s}{L_d} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ i_{qs}^r(t) \\ \omega_m(t) \\ i_{ds}^r(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{J_{eq}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} T_{leq} \\ V_{qs} \end{bmatrix} \quad (50)$$

$$y = [1 \ 0 \ 0 \ 0] * \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ i_{qs}^r(t) \\ \omega_m(t) \\ i_{ds}^r(t) \end{bmatrix}$$

Luego, para estas nuevas matrices se procede a realizar el mismo cálculo anterior usando el criterio de Kalman, obteniendo una nueva matriz O:

$$O = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{(3*\lambda_m^{r'}*P_p)}{2*J_{eq}} & 0 \\ 0 & \frac{-b_{eq}^2}{J_{eq}^2} - \frac{3*\lambda_m^{r'^2}*P_p^2}{2*J_{eq}*L_q} & -\frac{3*\lambda_m^{r'}*P_p*b_{eq}}{2*J_{eq}^2} - \frac{3*\lambda_m^{r'}*P_p*R_s}{2*J_{eq}*L_q} & 0 \end{bmatrix} \quad (51)$$

Dicha matriz posee rango 3, pero como se está trabajando con el sistema LTI equivalente aumentado se tienen 4 variables de estado, como muestra la ecuación (50). Luego, como el rango de O es menor a 4, el sistema no es observable.

Para lograr que este sistema sea observable se puede modificar la matriz C de salidas del sistema. En lugar de ser $C = [1000]$ se modifica a $C = [1001]$. Es decir, no solo se tiene a θ_m como salida, sino también a i_{ds}^r . Esto se puede realizar, ya que se pueden medir las corrientes i_{abc} con el sensor correspondiente, donde luego a través de las transformaciones correspondientes se puede obtener i_{ds}^r . Matemáticamente, se puede observar como con estas modificaciones la matriz de observabilidad cambia a:

$$O_{modificada} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{-R_s} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{R^2}{L_d} \\ 0 & \frac{-b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{(3*\lambda_m^{r'}*P_p)}{2*J_{eq}} & \frac{R_s^2}{L_d^2} \\ 0 & \frac{-b_{eq}^2}{J_{eq}^2} - \frac{3*\lambda_m^{r'^2}*P_p^2}{2*J_{eq}*L_q} & -\frac{3*\lambda_m^{r'}*P_p*b_{eq}}{2*J_{eq}^2} - \frac{3*\lambda_m^{r'}*P_p*R_s}{2*J_{eq}*L_q} & \frac{-R_s^3}{L_d^3} \end{bmatrix} \quad (52)$$

Esta nueva matriz si posee rango igual a 4, verificando lo deducido anteriormente y haciendo que ahora el sistema sea observable.

2.1.5 Análisis de Controlabilidad

Para se procede a realizar el análisis de controlabilidad del sistema LTI equivalente. Para que un sistema sea controlable, según el criterio de Kalman, el rango de la matriz de controlabilidad debe ser igual a n, siendo n el número de variable de estados del sistema. Es decir, se debe cumplir:

$$rango(C) = rango [B \ A * B \ \dots \ A^{(n-1)} * B] = n \quad (53)$$

Siendo las matrices A y B las presentadas en el modelo en el espacio de estados del sistema (ecuación 35), donde la entrada de control es considerada v_{qs}^r . Luego, la matriz de controlabilidad obtenida para este caso es:

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{3*\lambda_m^{r'}*P_p}{2*J_{eq}*L_q} \\ 0 & \frac{3*\lambda_m^{r'}*P_p}{2*J_{eq}*L_q} & -\left(\frac{3*\lambda_m^{r'}*P_p*b_{eq}}{2*J_{eq}^2} + \frac{(3*\lambda_m^{r'}*P_p*R_s)}{2*J_{eq}*L_q}\right)/L_q \\ \frac{1}{L_q} & \frac{-R_s}{L_q^2} & \left(\frac{R_s^2}{L_q^2} - \frac{3*\lambda_m^{r'}*P_p^2}{2*J_{eq}*L_q}\right)/L_q \end{bmatrix} \quad (54)$$

Siendo el rango de dicha matriz igual a 3, que de acuerdo con el criterio de Kalman, se esta en presencia de un sistema controlable desde la entrada V_{qs} .

Ahora bien, si ahora se procede a hacer un análisis similar para el sistema LTI equivalente aumentado, cuyas ecuaciones están dadas por (48), la matriz de controlabilidad es la siguiente:

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{3*\lambda_m^{r'}*P_p}{2*J_{eq}*L_q} & -\left(\frac{3*\lambda_m^{r'}*P_p*b_{eq}}{2*J_{eq}^2} + \frac{(3*\lambda_m^{r'}*P_p*R_s)}{2*J_{eq}*L_q}\right)/L_q \\ 0 & \frac{3*\lambda_m^{r'}*P_p}{2*J_{eq}*L_q} & \frac{-3*P_p*\lambda_m^{r'}}{2*j_{eq}*L_q} * \left(\frac{b_{eq}}{J_{eq}} + \frac{R_s}{L_q}\right) & \frac{3*P_p*\lambda_m^{r'}}{2*J_{eq}*L_q} * \left[\frac{b_{eq}^2}{J_{eq}^2} + \frac{R_s*b_{eq}}{J_{eq}*L_q} + \frac{R_s^2}{L_q} - \frac{3*P_p^2*\lambda_m^{r'}}{2*J_{eq}}\right] \\ \frac{1}{L_q} & \frac{-R_s}{L_q^2} & \left(\frac{R_s^2}{L_q^2} - \frac{3*\lambda_m^{r'}*P_p^2}{2*J_{eq}*L_q}\right)/L_q & \frac{-1}{L_q^2} * \left[\frac{R_s^3}{L_q^2} - \frac{3*P_p^2*\lambda_m^{r'}}{2*J_{eq}} * \left(\frac{b_{eq}}{J_{eq}} + \frac{R_s}{L_q}\right)\right] \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (55)$$

Pero dicha matriz posee un rango igual a 3. Al estar trabajando con el sistema LTI equivalente aumentado, que posee 4 variables de estados, se puede decir que el sistema no es controlable utilizando solamente V_{qs} como entrada de control. Es por eso, que se propone modificar la matriz B de entradas del sistema, considerando a V_{ds} como entrada de control también. Es decir, la nueva matriz B_u será:

$$B_u = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{L_q} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_d} \end{bmatrix} \quad (56)$$

Siendo el vector $u(t)$ de entradas DE CONTROL (es decir que no contiene la entrada de perturbación):

$$u(t) = \begin{bmatrix} v_{qs}(t) \\ v_{ds}(t) \end{bmatrix} \quad (57)$$

Habiendo realizado estos cambios, se obtiene una nueva matriz de controlabilidad cuyo rango es igual a 4, cumpliendo con el criterio de Kalman y verificando que ahora el sistema si es controlable.

2.1.6 Simulación dinámica en DT

(a) Respuesta del estado interno:

Se encuentra la respuesta de estado interno $\theta_m(t), (t), i_{qd0s}^r(t), T_s$ a pulso de estado de consigna de tensión de estator en eje q: $v_{qs}^r = 0$ en $t(0), v_{qs}^r = 19.596Vcc$ en $t(0, 1), v_{qs}^r = 0$ en $t(0, 7)$ superpuesto con doble torque de carga: $T_{l0} = 0$ en $t(0), T_{lmax} = 6.28N.m$ en $t(0, 3), -T_{lmax} = -6.28N.m$ en $t(0, 5), T_{l0} = 0$ en $t(0, 9)$.

Las simulaciones se llevan a cabo para un tiempo de 1 segundo. En la siguiente figura se observan los resultados obtenidos para las corrientes estatóricas en coordenadas qd0, donde se observan los efectos en 0,1s y 0,7s cuando aumenta y disminuye a 0 la tensión. También se observa como aumenta la corriente i_q cuando se aplica la señal de torque en 0,3s y como se hace negativa en 0,5s cuando el señal de torque se vuelve negativo. Finalmente converge a 0 cuando se elimina la perturbación de torque.

En las siguientes figuras se obtienen los resultados de la simulación para las corrientes estatóricas en coordenadas abc, se observa el efecto en 0,1s y 0,7s cuando aumenta y disminuye a 0 la tensión, se tiene un transitorio en la corriente en la corriente hasta que se estabiliza en régimen permanente.

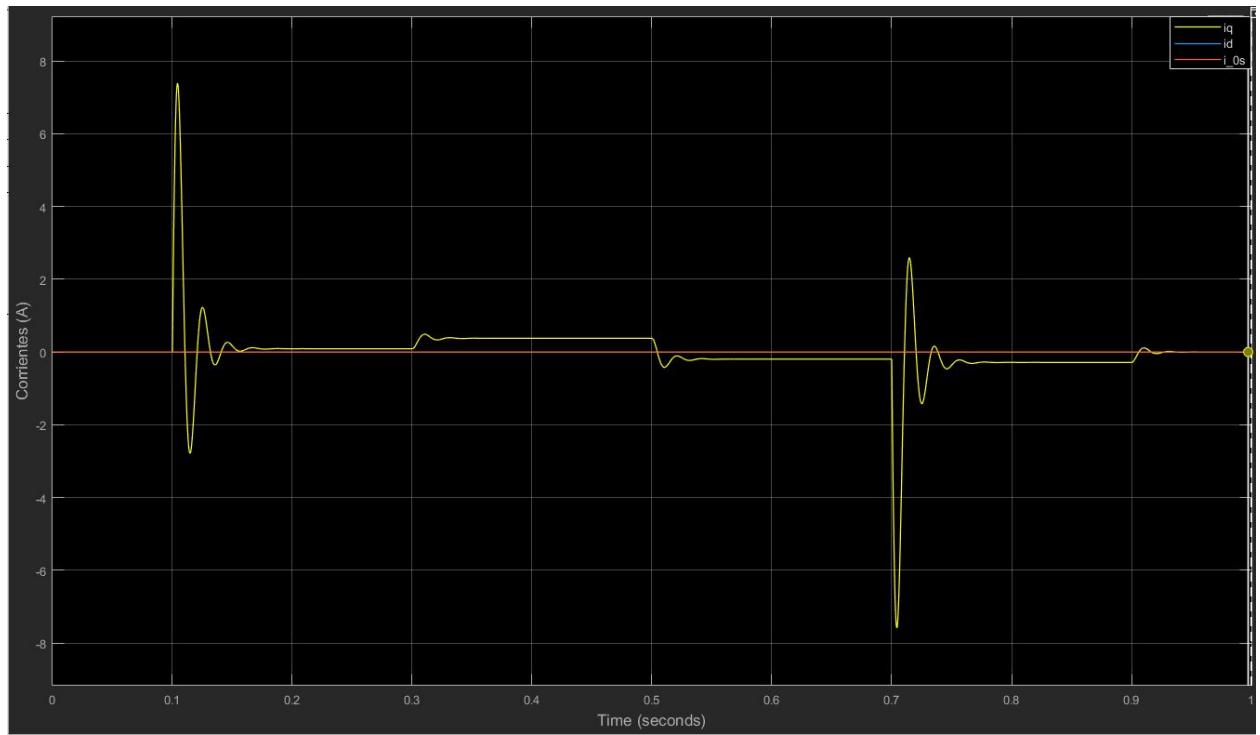


Figure 6: Corrientes estatáticas en coordenadas qd0 (medidas en Ampere)

También se tiene un aumento en las corrientes cuando se aplica la señal de torque en 0,3s y se tiene una disminución en las corrientes en 0,5s cuando la perturbación se vuelve negativa. Finalmente converge a 0 en 0,9s cuando esta se elimina.

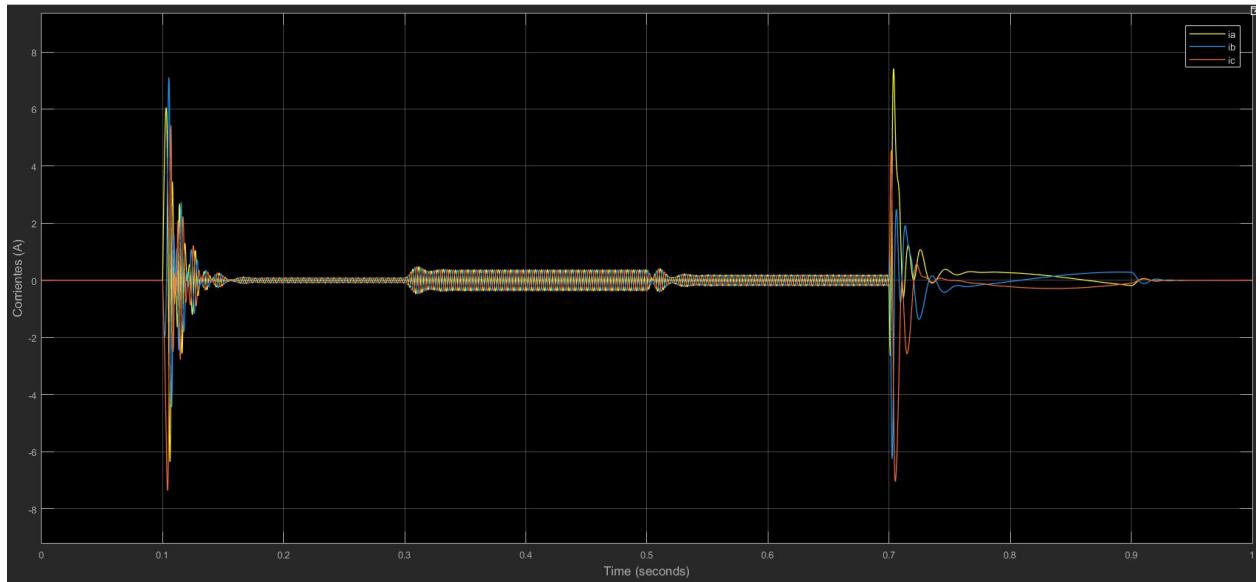


Figure 7: Corrientes estatáticas en coordenadas abc

En las siguientes figuras se aplica un zoom al inicio y al final y se puede observar como las corrientes están desfasadas 120 grados entre si, y como luego de 0,7 cuando ya no se tiene tensión, el efecto de la perturbación en la corriente.

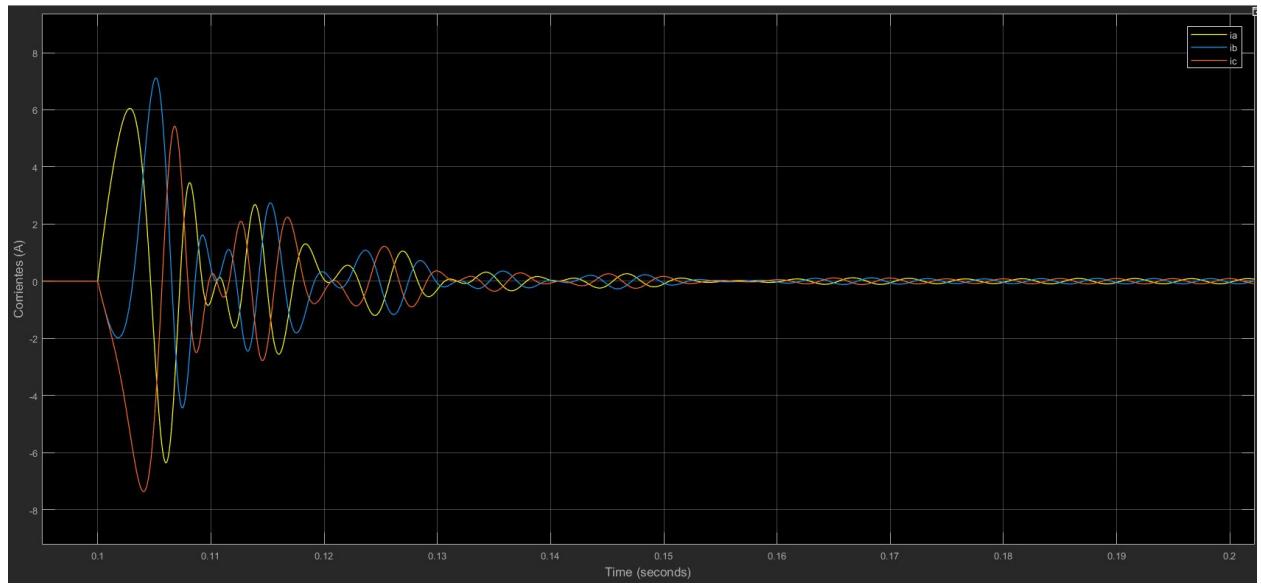


Figure 8: Corrientes estatóricas en coordenadas abc, zoom al inicio

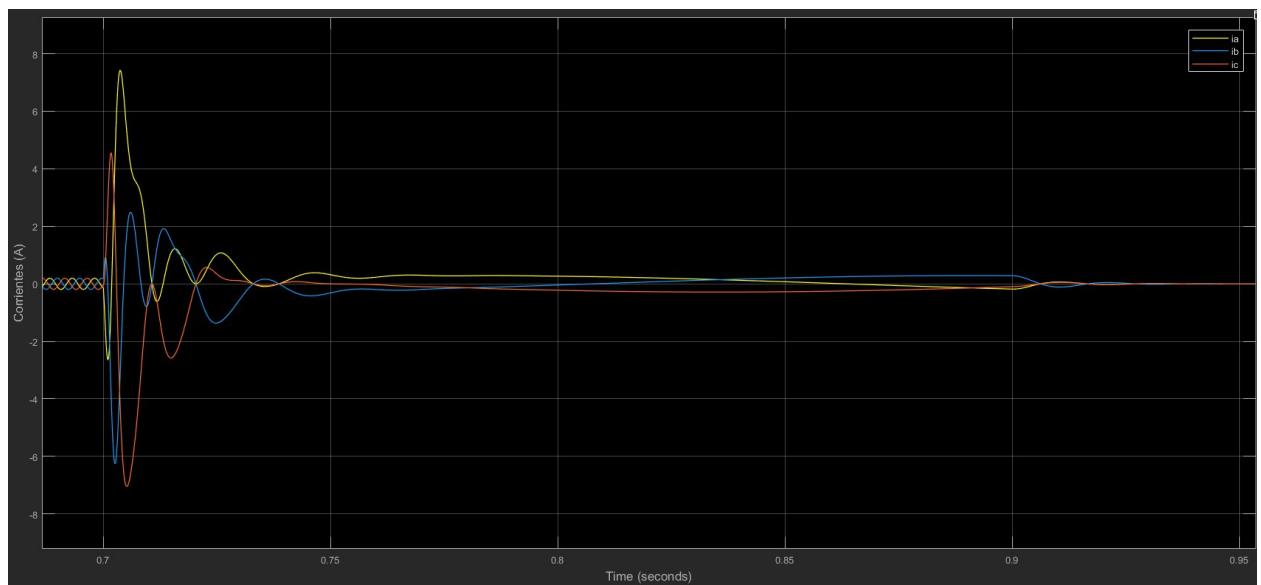


Figure 9: Corrientes estatóricas en coordenadas abc, zoom al final

En la siguiente figura se obtienen las tensiones del estator en coordenadas $qd0$, se observa la señal de v_{qs}^r como aumenta en 0,1s y converge a 0 en 0,7s, también como v_{0s}^r es 0 y como influye v_{qs}^r cuando inicia y termina en v_{ds}^r .

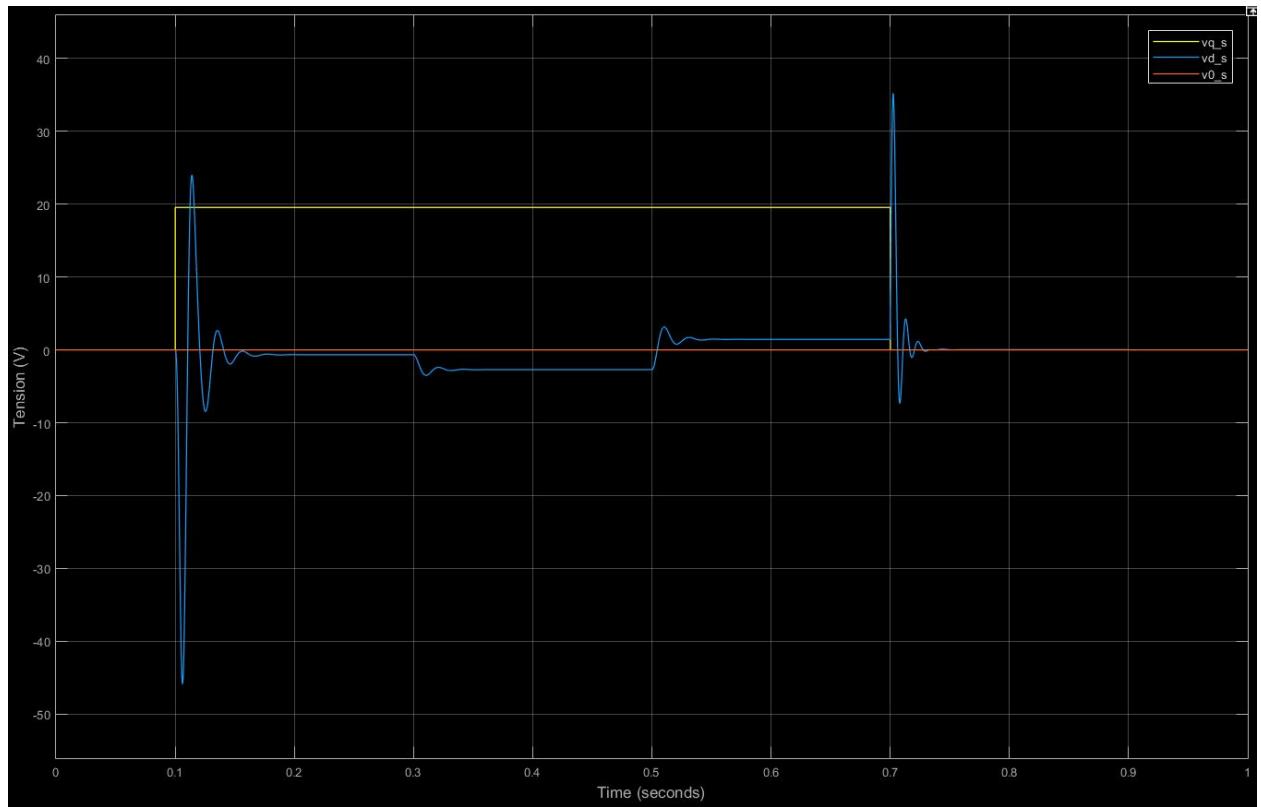


Figure 10: Tensiones del estator en coordenadas qd0

En las siguientes figuras se obtienen las tensiones del estotor en coordenadas abc , se observa que tenemos un transitorio de las tensiones 0,1s y 0,7s, que es el inicio y fin de la señal de v_{qs}^r , y luego se estabilizan.

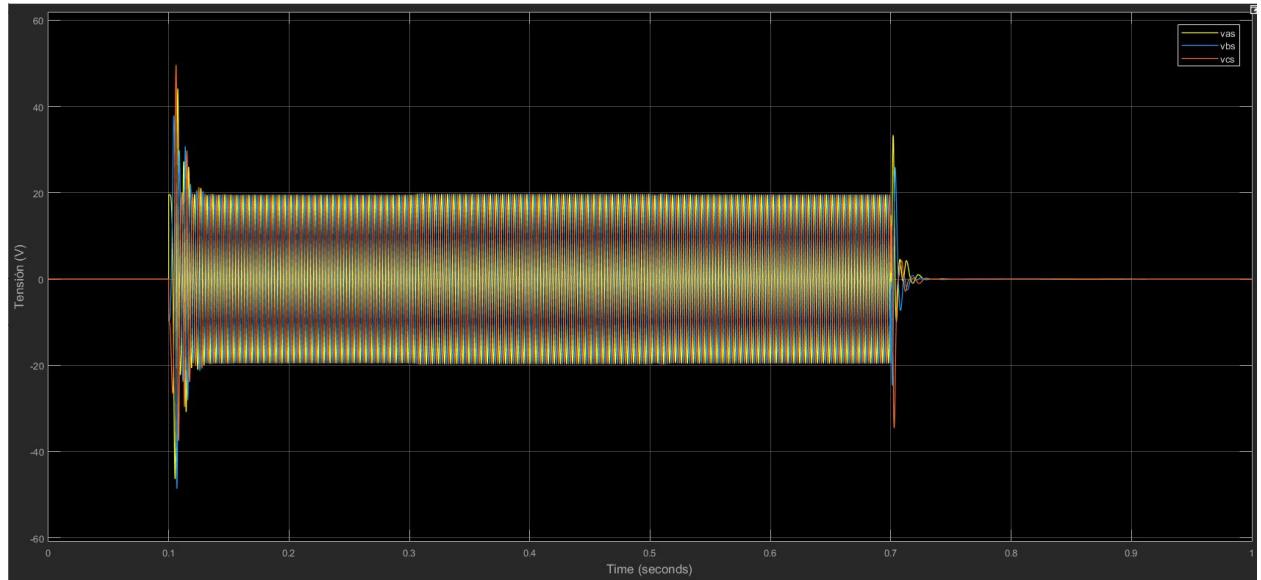


Figure 11: Tensiones del estotor en coordenadas abc

En las siguientes figuras se aplica un zoom al inicio y al final y se puede observar como las tensiones están desfasadas 120 grados entre si.

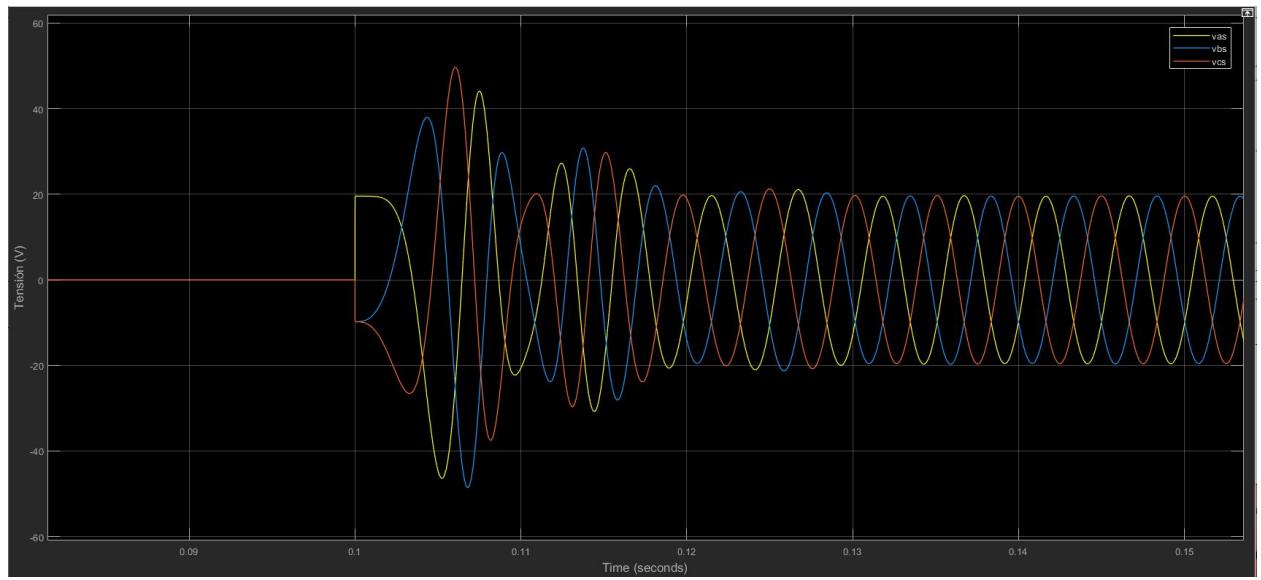


Figure 12: Tensiones del estator en coordenadas abc, zoom al inicio

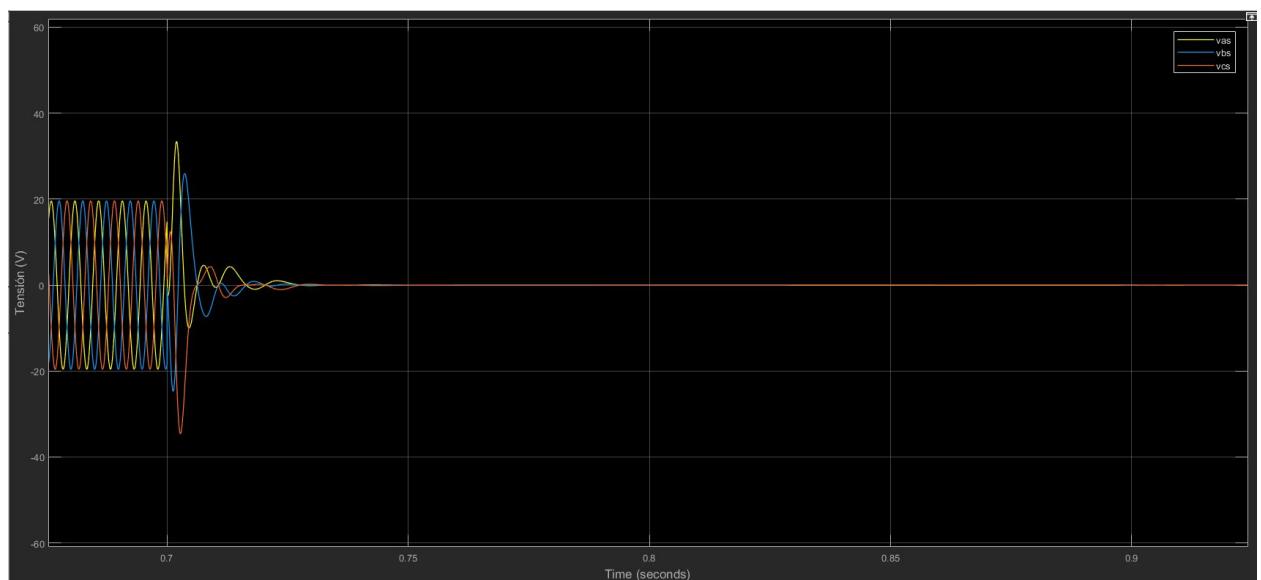


Figure 13: Tensiones del estator en coordenadas abc, zoom al final

En la siguiente figura obtenemos la posición del rotor (ángulo del eje) θ_m . Se puede observar observar como cuando se aplica la tensión v_{qs}^r , θ_m aumenta casi linealmente, hasta que v_{qs}^r vuelve a 0.

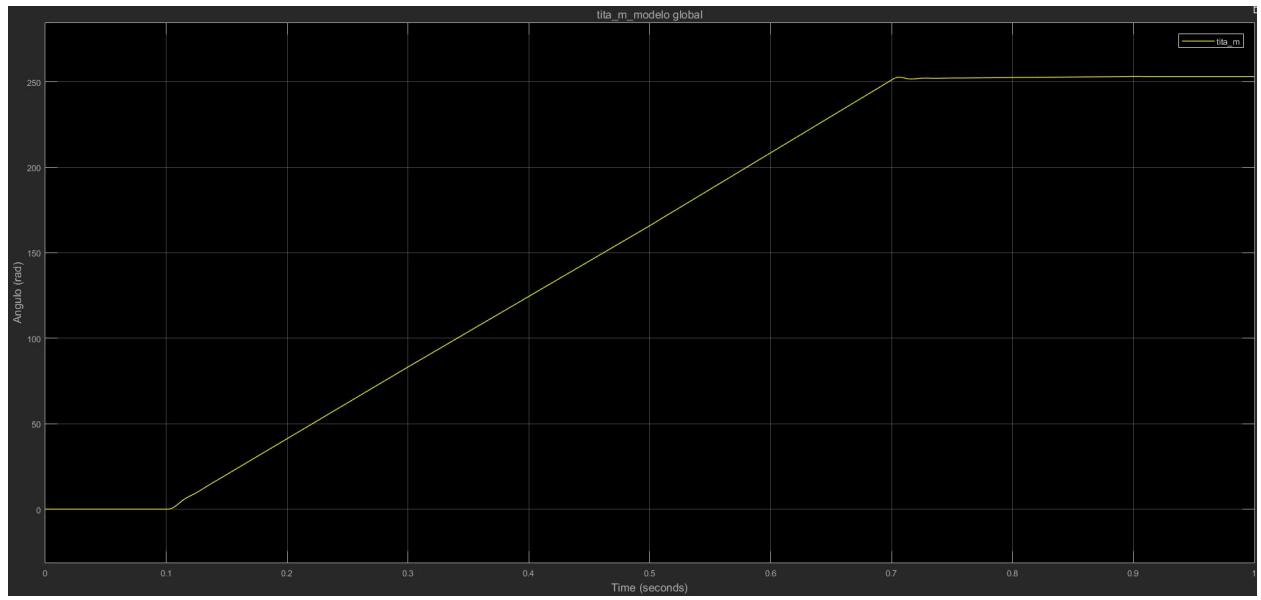


Figure 14: θ_m vs tiempo

En la siguiente figura se observa la velocidad angular ω_m donde igual que antes se puede observar como ω_m aumenta en 0,1s y luego disminuye en 0,7s, en ambos se tiene un transitorio y luego se estabilizan, también se observa la influencia de la señal de torque de carga en 0,3s, 0,5s, y 0,9s donde se ve respectivamente como disminuye un poco, luego aumenta y finalmente converge a cero.

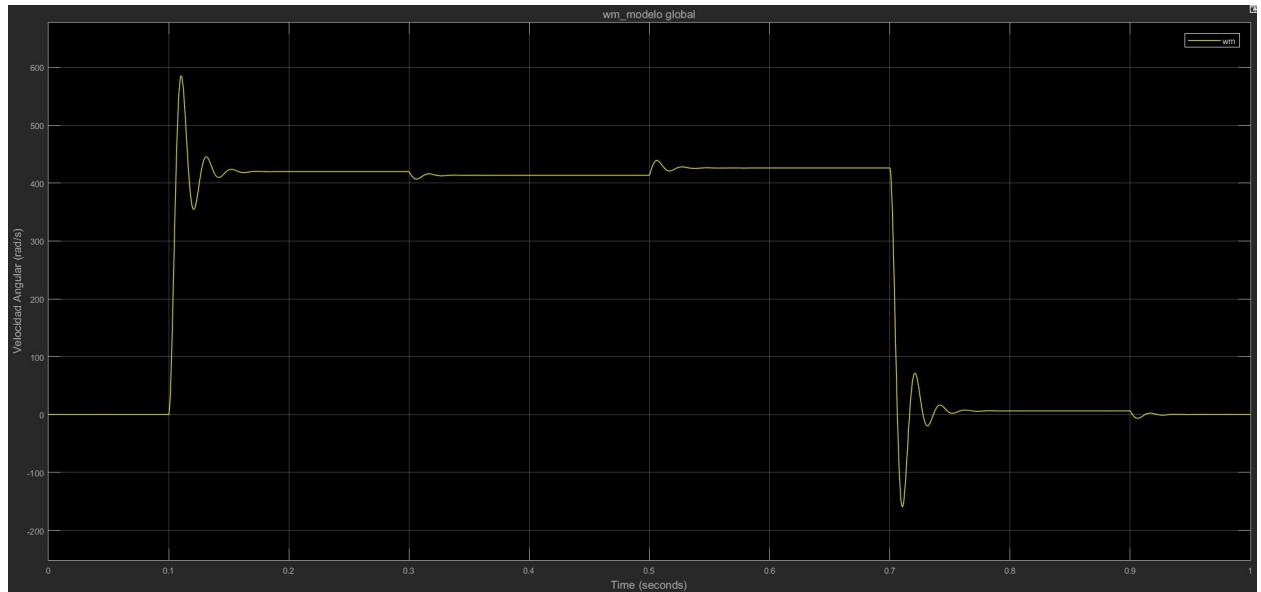


Figure 15: ω_m vs t

En las siguientes figuras se analizan el torque de carga y el torque motor. Se observa como el torque de carga corresponde a la señal y se ve como el torque motor tiene transitorios en 0,1s y 0,7s.

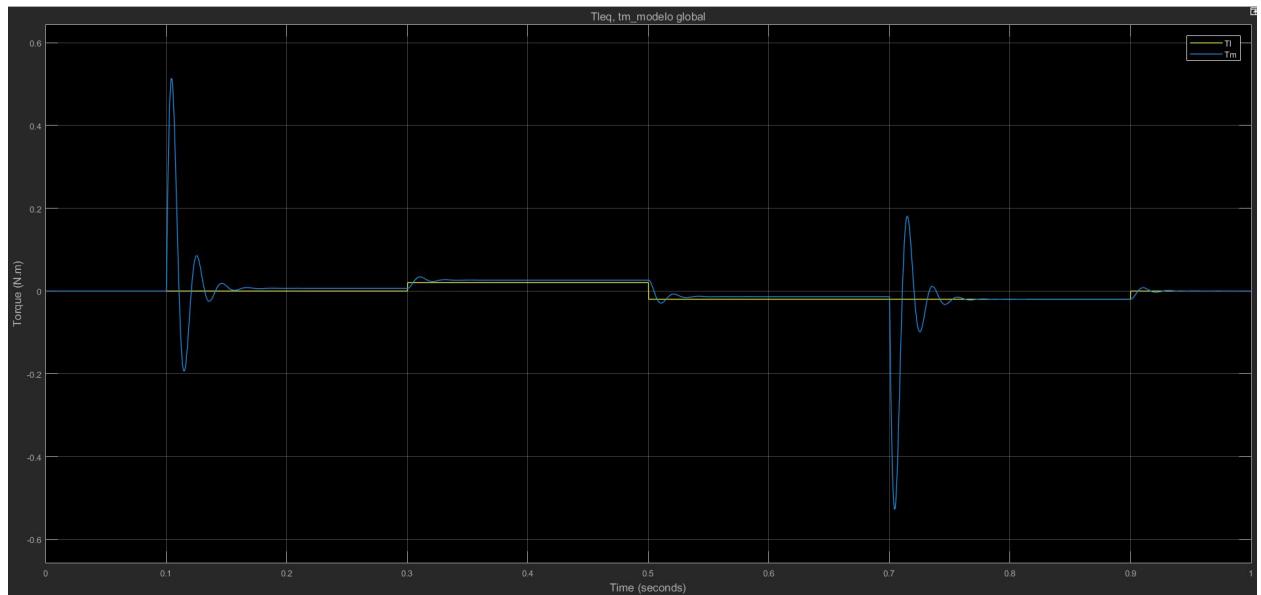


Figure 16: Torque de carga y torque motor

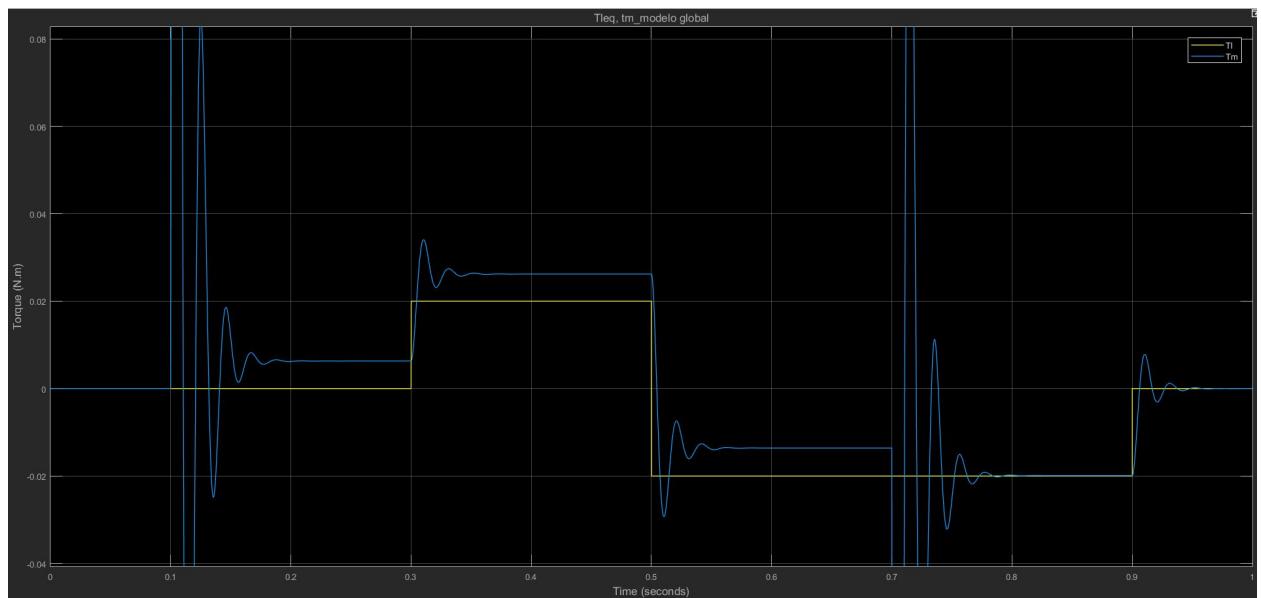


Figure 17: Torque de carga y torque motor, zoom

Si analizamos el modelo LTI equivalente aumentado, se puede observar como la velocidad angular y el ángulo de ambos modelos son iguales. En la siguiente figura se observa el ángulo de giro del motor.

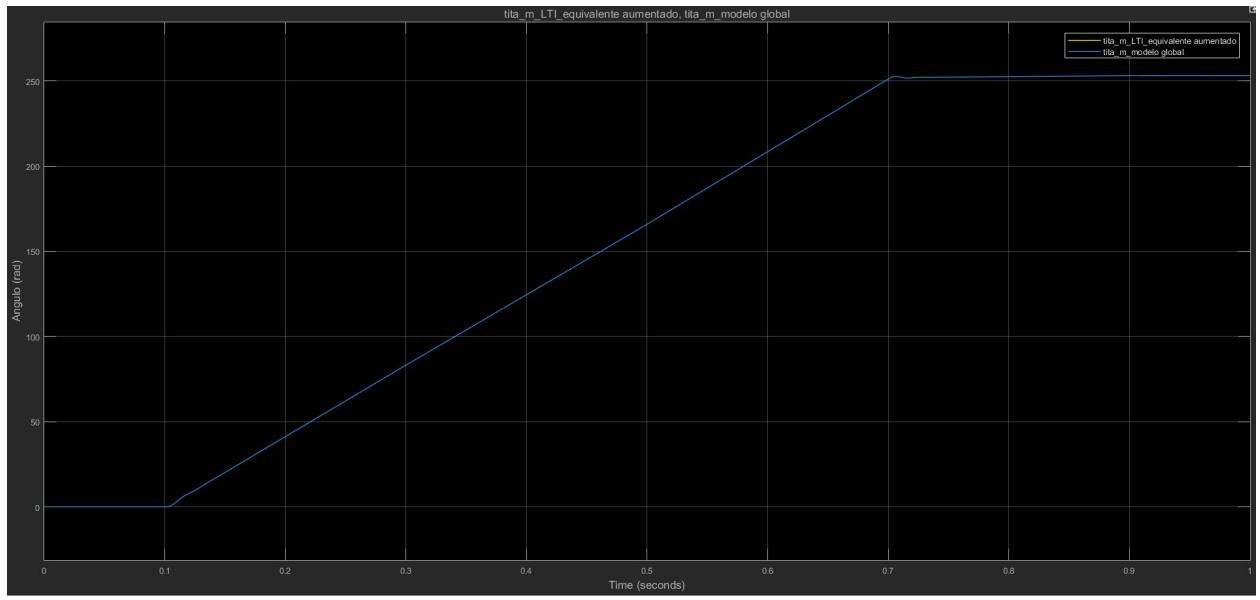


Figure 18: θ_m LTI equivalente aumentado y modelo global NL vs tiempo

En la siguiente figura se observa la velocidad angular, haciendo la misma comparación entre ambos modelos.

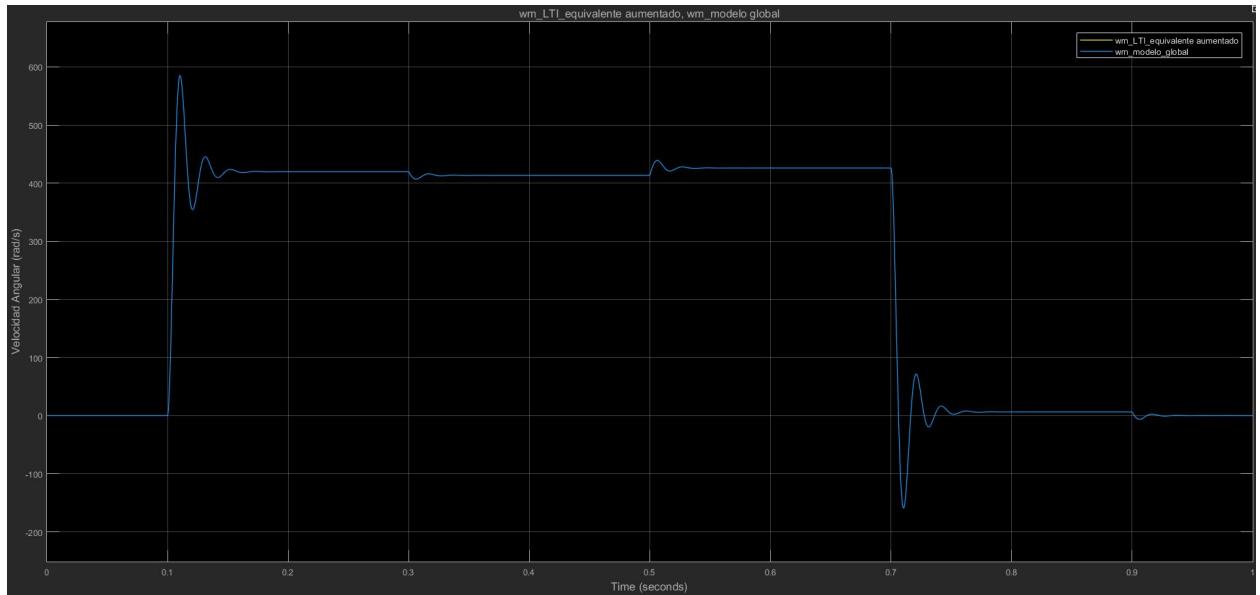


Figure 19: ω_m LTI equivalente aumentado y modelo global NL vs tiempo

En estas últimas 2 gráficas, se puede observar que la simplificación hacia un modelo LTI equivalente con las restricciones de control aplicadas es correcta, ya que se obtuvieron salidas similares para ambos modelos.

Por último, se grafica la curva perimétrica del torque vs velocidad para cada instante de tiempo, donde se observa el trabajo del motor en los 4 cuadrantes de operación:

- Motor girando en sentido directo: $\omega_m > 0$ y $T_m > 0$
- Motor girando en sentido inverso: $\omega_m < 0$ y $T_m < 0$

- Motor frenando en sentido directo $\omega_m > 0$ y $T_m < 0$
- Motor frenando en sentido inverso $\omega_m < 0$ y $T_m > 0$

La forma de "espiral" de la gráfica, se debe a las oscilaciones que presenta el sistema antes de establecerse en un valor (subamortiguamiento), tanto para el torque como para la velocidad. Por otro lado, los puntos donde "convergen" dichas espirales, son momentos donde el torque y la velocidad han llegado a un valor de equilibrio, es decir que han dejado de oscilar.

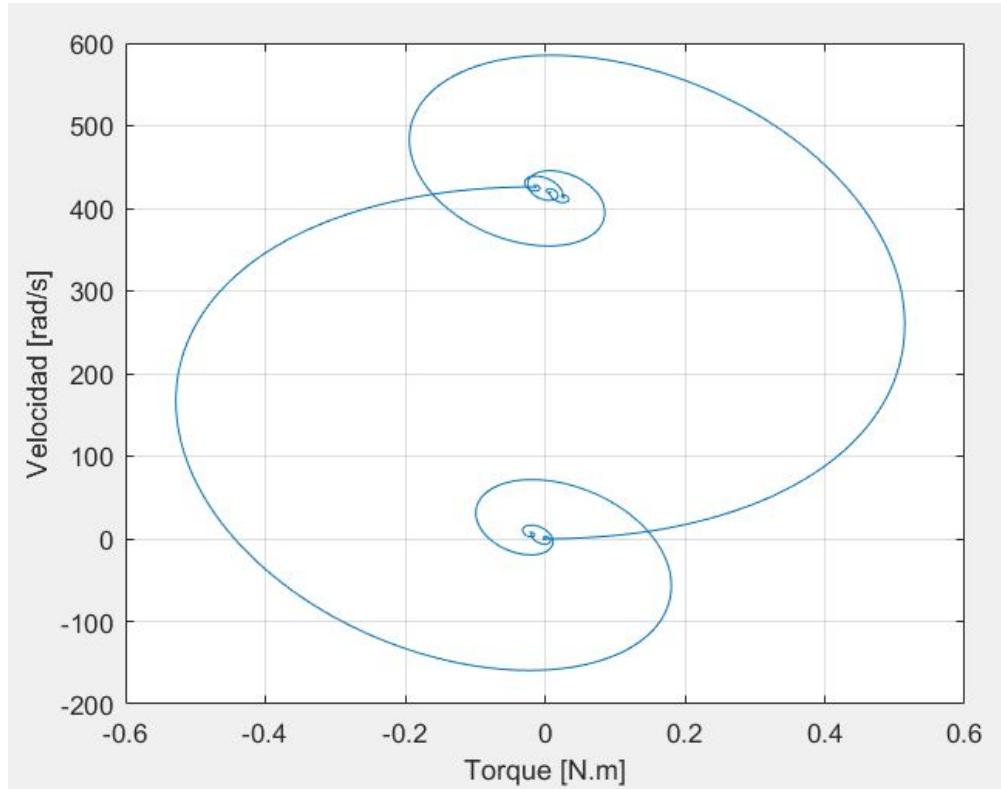


Figure 20: Torque vs Velocidad

Finalmente se obtiene la temperatura de estator, donde se observa como aumenta a medida que el motor se mantiene en operación.

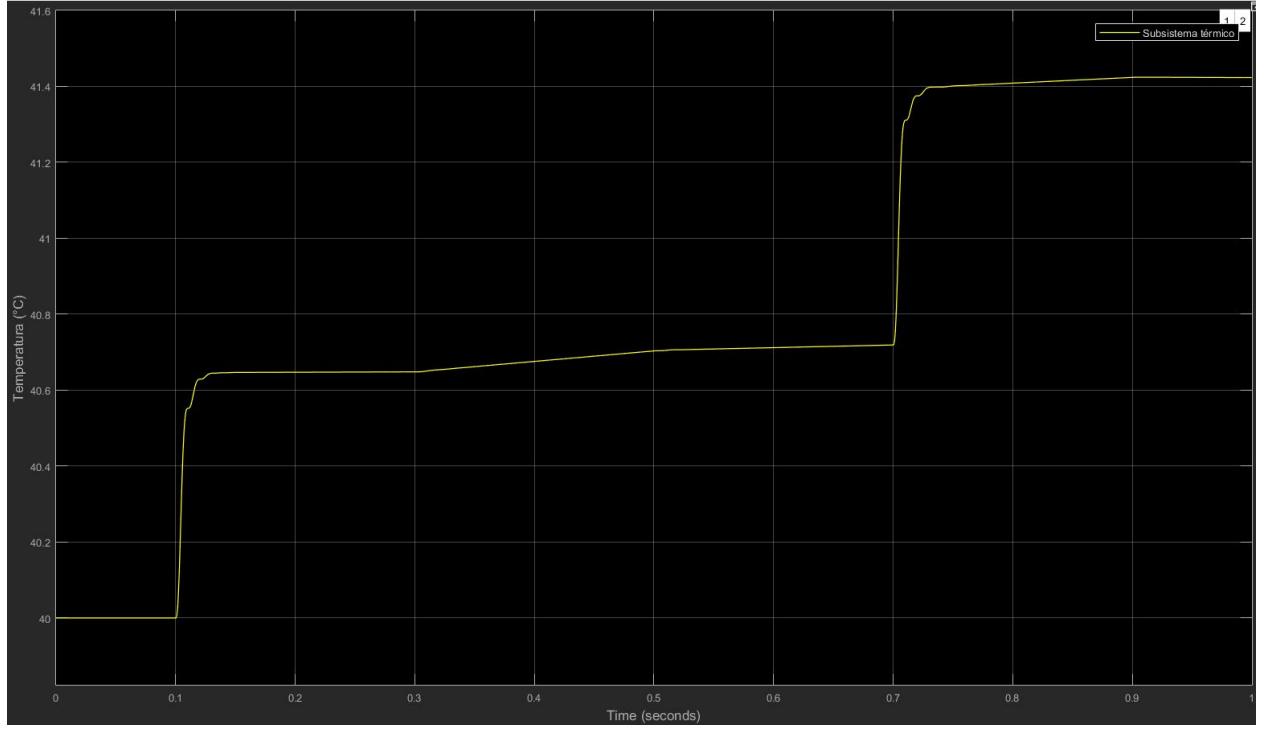


Figure 21: Temperatura vs t

- (b) Velocidad y corriente final de establecimiento luego de cada transitorio.

Se analizan las Figuras anteriores y se obtiene la velocidad y corriente final de establecimiento luego de cada transitorio, Rise time: tiempos de crecimiento (10% al 90% de intervalo entre valores inicial y final), Settling time: tiempo de establecimiento ($\pm 1\%$) y Overshoot: sobre pico de corriente. Se resumen los valores en la siguiente tabla:

	$v_{qs}^r = 19.596Vcc$	$T_l = 6.28N.m$	$T_l = -6.28N.m$	$v_{qs}^r = 0$	$T_l = 0N.m$
Velocidad Final $\frac{rad}{s}$	419,7	413,5	426	6,29	0
Corriente Final [A]	0,0905	0,377	-0,196	-0,286	0
Rise time $\omega_m[t]$	0,0041s	0,00152s	0,0015s	0,0041s	0,0015s
Rise time iq [t]	0,0000217	0,0041	0,0041	0,0000217	0,0041
Settling time $\omega_m[t]$	0,0458	0,00922	0,0185	0,0967	0,07283
Settling time iq [t]	0,10165	0,04545	0,0651	0,0907	0,0347
Overshoot [A]	7,392	0,4895	-0,4213	-7,588	-0,1129

Los valores de Rise time y de Settling time se calcularon de la siguiente manera:

- Rise time ω_m :

$$- v_{qs}^r = 19.596Vcc :$$

Valor inicial $\omega_m = 0 \frac{rad}{s}$ en $t=0,1s$

Valor final $\omega_m = 419,7 \frac{rad}{s}$ en $t=0,3s$

10% (Valor final ω_m - Valor inicial ω_m) $t = 0,1015s$

90% (Valor final ω_m - Valor inicial ω_m) $t = 0,10564$

Rise time = tiempo 90% - tiempo 10% = 0,0041s

$$- T_l = 6.28N.m :$$

Valor inicial $\omega_m = 419,7 \frac{rad}{s}$ en $t=0,3s$

Valor final $\omega_m = 413,5 \frac{rad}{s}$ en $t=0,5s$

10% (Valor final ω_m - Valor inicial ω_m) $t = 0,30019s$

90% (Valor final ω_m - Valor inicial ω_m) $t = 0,30167s$

Rise time = tiempo 90% - tiempo 10% = 0,00152s

- $T_l = -6.28N.m :$

Valor inicial $\omega_m = 413,5 \frac{rad}{s}$ en t=0,5s

Valor final $\omega_m = 426 \frac{rad}{s}$ en t=0,7s

10% (Valor final ω_m - Valor inicial ω_m) t=0.50017s

90% (Valor final ω_m - Valor inicial ω_m) t=0.50167s

Rise time = tiempo 90% - tiempo 10% = 0,0015s

- $v_{qs}^r = 0 :$

Valor inicial $\omega_m = 426 \frac{rad}{s}$ en t=0,7s

Valor final $\omega_m = 6,29 \frac{rad}{s}$ en t=0,9s

10% (Valor final ω_m - Valor inicial ω_m) t=0.7015s

90% (Valor final ω_m - Valor inicial ω_m) t=0.70565s

Rise time = tiempo 90% - tiempo 10% = 0.0041s

- $T_l = 0N.m:$

Valor inicial $\omega_m = 6,29 \frac{rad}{s}$ en t=0,9s

Valor final $\omega_m = 0 \frac{rad}{s}$ en t=1.5s

10% (Valor final ω_m - Valor inicial ω_m) t=0.90019

90% (Valor final ω_m - Valor inicial ω_m) t=0.90169

Rise time = tiempo 90% - tiempo 10% = t=0.0015s

- Rise time iqs:

- $v_{qs}^r = 19.596Vcc :$

Valor inicial iqs = 0 A en t=0,1s

Valor final iqs = 0,0905 A en t=0,3s

10% (Valor final iqs - Valor inicial iqs) t= 0.1000027s

90% (Valor final iqs - Valor inicial iqs) t=0.1000244s

Rise time = tiempo 90% - tiempo 10% = 0.0000217s

- $T_l = 6.28N.m :$

Valor inicial iqs = 0,0905 A en t=0,3s

Valor final iqs = 0,377 A en t=0,5s

10% (Valor final iqs - Valor inicial iqs) t= 0.3015s

90% (Valor final iqs - Valor inicial iqs) t=0.30564s

Rise time = tiempo 90% - tiempo 10% = 0.0041s

- $T_l = -6.28N.m :$

Valor inicial iqs = 0,377 A en t=0,5s

Valor final iqs = -0,196 A en t=0,7s

10% (Valor final iqs - Valor inicial iqs) t= 0.5015s

90% (Valor final iqs - Valor inicial iqs) t=0.50564s

Rise time = tiempo 90% - tiempo 10% = 0.0041s

- $v_{qs}^r = 0 :$

Valor inicial iqs = -0,196 A en t=0,7s

Valor final iqs = -0,286 A en t=0,9s

10% (Valor final iqs - Valor inicial iqs) t= 0.7000028s

90% (Valor final iqs - Valor inicial iqs) t=0.7000245s

Rise time = tiempo 90% - tiempo 10% = 0.0000217s

- $T_l = 0N.m:$

Valor inicial iqs = -0,286 A en t=0,9s

Valor final iqs = 0 A en t=0,15s
 10% (Valor final iqs - Valor inicial iqs) t= 0.9015s
 90% (Valor final iqs - Valor inicial iqs) t=0.90564s
 Rise time = tiempo 90% - tiempo 10% = 0.0041s

- Settling time ω_m :

- $v_{qs}^r = 19.596Vcc$:
 Tiempo de inicio= 0,1s Tiempo final= 0,3s Valor final $\omega_m = 419,7 \frac{rad}{s}$
 Tiempo de establecimiento: $t_{+-1\%}=0.0458s$
- $T_l = 6.28N.m$:
 Tiempo de inicio= 0,3s Tiempo final= 0,5s Valor final $\omega_m = 413,5 \frac{rad}{s}$
 Tiempo de establecimiento: $t_{+-1\%}=0.00922s$
- $T_l = -6.28N.m$:
 Tiempo de inicio= 0,5s Tiempo final= 0,7s Valor final $\omega_m = 426 \frac{rad}{s}$
 Tiempo de establecimiento: $t_{+-1\%}=0.0185s$
- $v_{qs}^r = 0$:
 Tiempo de inicio= 0,7s Tiempo final= 0,9s Valor final $\omega_m = 6,29 \frac{rad}{s}$
 Tiempo de establecimiento: $t_{+-1\%}=0.0967s$
- $T_l = 0N.m$:
 Tiempo de inicio= 0,9s Tiempo final= 0,1.5s Valor final $\omega_m = 0 \frac{rad}{s}$
 Tiempo de establecimiento: $t_{+-1\%}=0.07283s$

- Settling time iqs:

- $v_{qs}^r = 19.596Vcc$:
 Tiempo de inicio= 0,1s Tiempo final= 0,3s Valor final iqs = 0,0905 A
 Tiempo de establecimiento: $t_{+-1\%}=0.10165s$
- $T_l = 6.28N.m$:
 Tiempo de inicio= 0,3s Tiempo final= 0,5s Valor final iqs = 0,377 A
 Tiempo de establecimiento: $t_{+-1\%}=0.04545s$
- $T_l = -6.28N.m$:
 Tiempo de inicio= 0,5s Tiempo final= 0,7s Valor final iqs = -0,196 A
 Tiempo de establecimiento: $t_{+-1\%}=0.0651s$
- $v_{qs}^r = 0$:
 Tiempo de inicio= 0,7s Tiempo final= 0,9s Valor final iqs = -0,286 A
 Tiempo de establecimiento: $t_{+-1\%}=0.0907s$
- $T_l = 0N.m$:
 Tiempo de inicio= 0,9s Tiempo final= 0,1.5s Valor final iqs = 0A
 Tiempo de establecimiento: $t_{+-1\%}=0.0347s$

Se pueden deducir algunas conclusiones luego del análisis de los valores anteriores. Primero, la clara disminución o aumento de la velocidad final dependiendo del sentido que tenga la perturbación. Además, el claro aumento de la corriente en presencia de torque de carga. Por otro lado, hay grandes overshoots de corriente en las situaciones de aumento y disminución de v_{qs}^r , mientras que no tan elevados cuando aparece el torque de carga.

(c) $i_{ds}^r(0) = 0$ vs $i_{ds}^r(0) = 0.5$

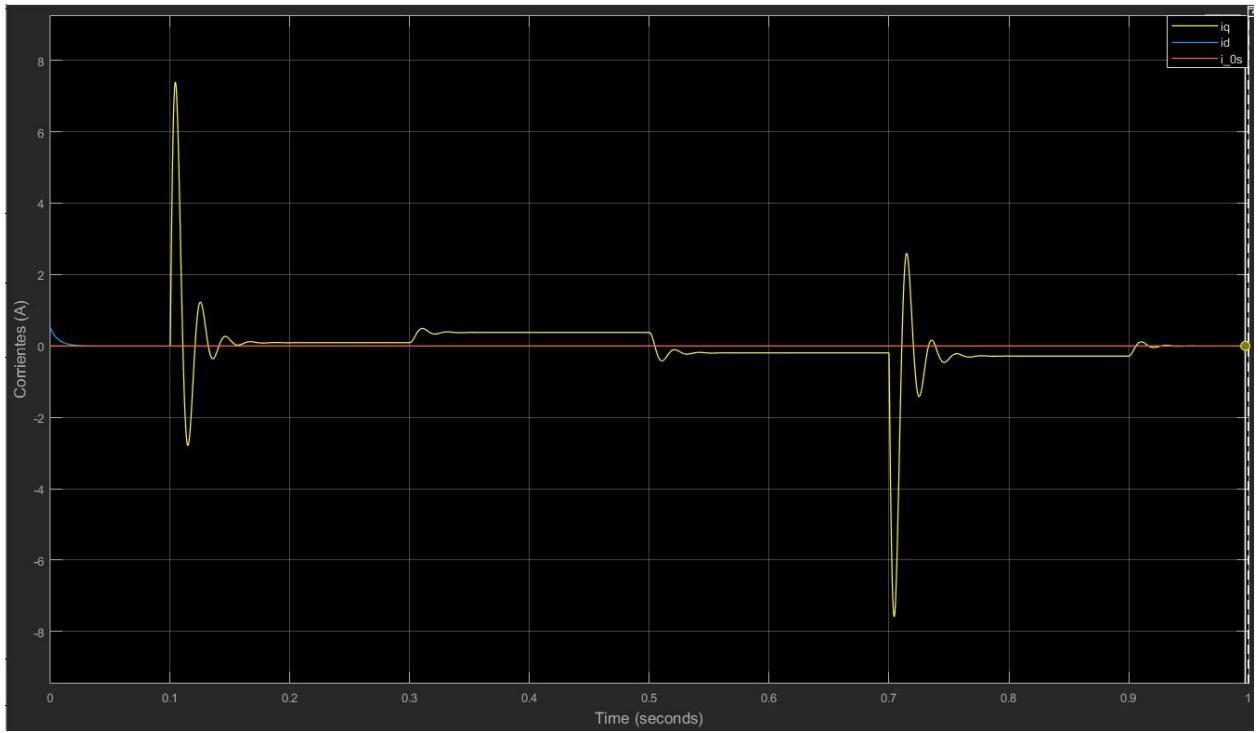


Figure 22: Corrientes en coordenadas qd0 con $i_{ds}^r(0) = 0.5$

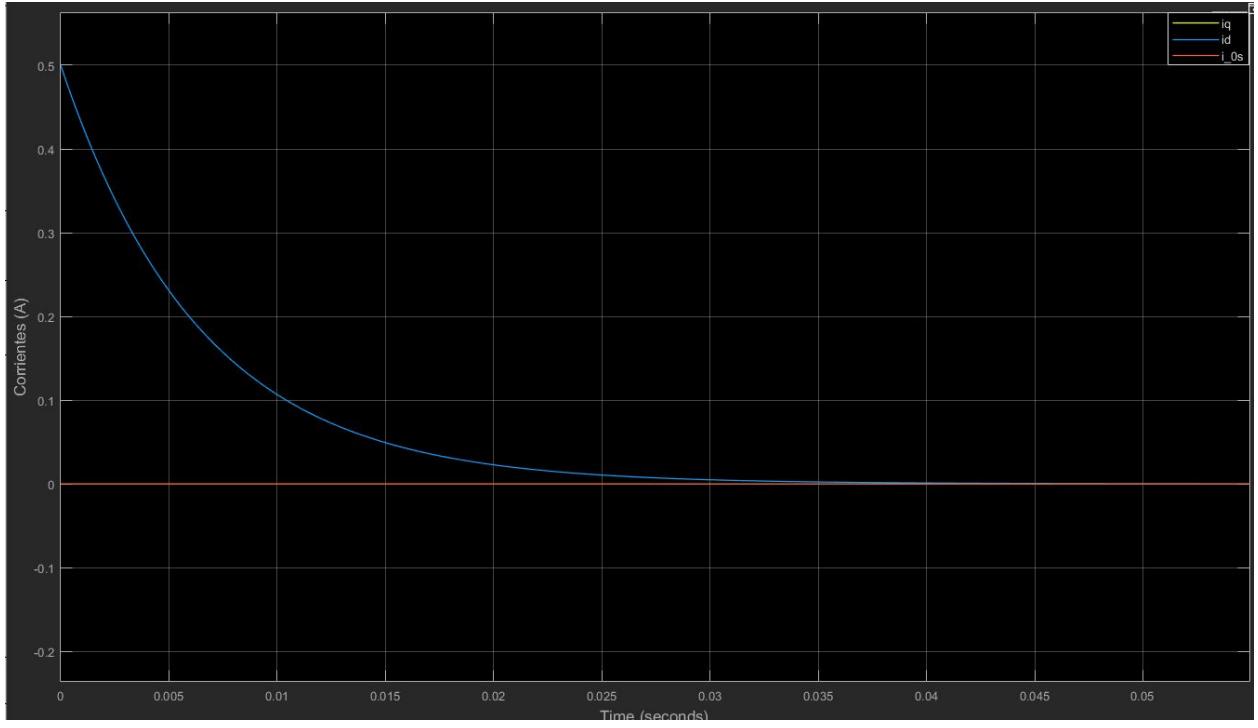


Figure 23: Corrientes en coordenadas qd0 con $i_{ds}^r(0) = 0.5$, zoom inicial

Comparando el comportamiento para ambos casos se observa que cuando $i_{ds}^r(0) = 0.5$ tiene un decaimiento exponencial con constante de tiempo demasiado rápido que hace que prácticamente no influya en las demás respuestas.

(d) Field forcing/weakening.

Se agrega una consigna escalón de tensión en el eje d, $v_{ds}^{r*} = + - 1.9596Vcc$ en $t=0.5s$. En el caso positivo se está aplicando Field forcing y en el negativo Field weakening. Se observa que cuando se aplica field forcing (reforzamiento de campo) aumenta la tensión de campo y también la corriente de campo. Esto produce un aumento en el torque motor y una disminución en la velocidad angular. En la siguiente figura se observa el aumento del torque motor, respecto del caso donde no se tiene consigna de v_{ds}^r

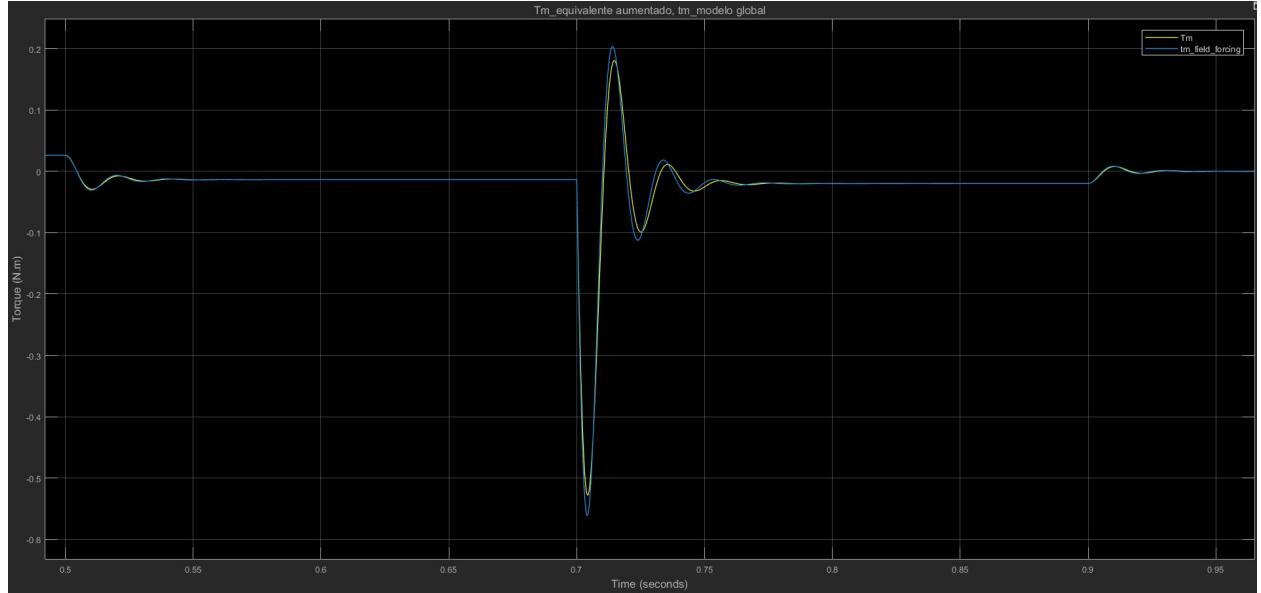


Figure 24: Torque motor vs tiempo, field forcing

En la siguiente figura se observa la disminución en la velocidad angular.

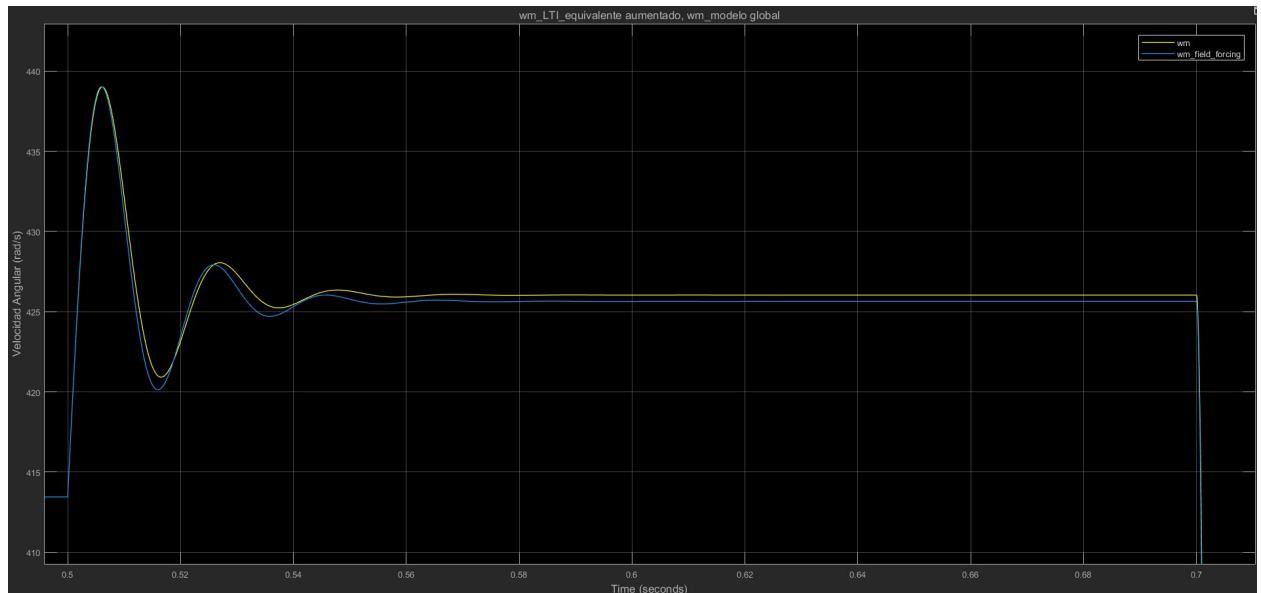


Figure 25: ω_m vs tiempo, field forcing

En el caso de Field weakening debilitamiento de campo, disminuye la tensión de campo y también la corriente de campo. Esto produce una disminución en el torque motor y un aumento en la

velocidad angular. En la siguiente figura se observa la disminución del torque motor.

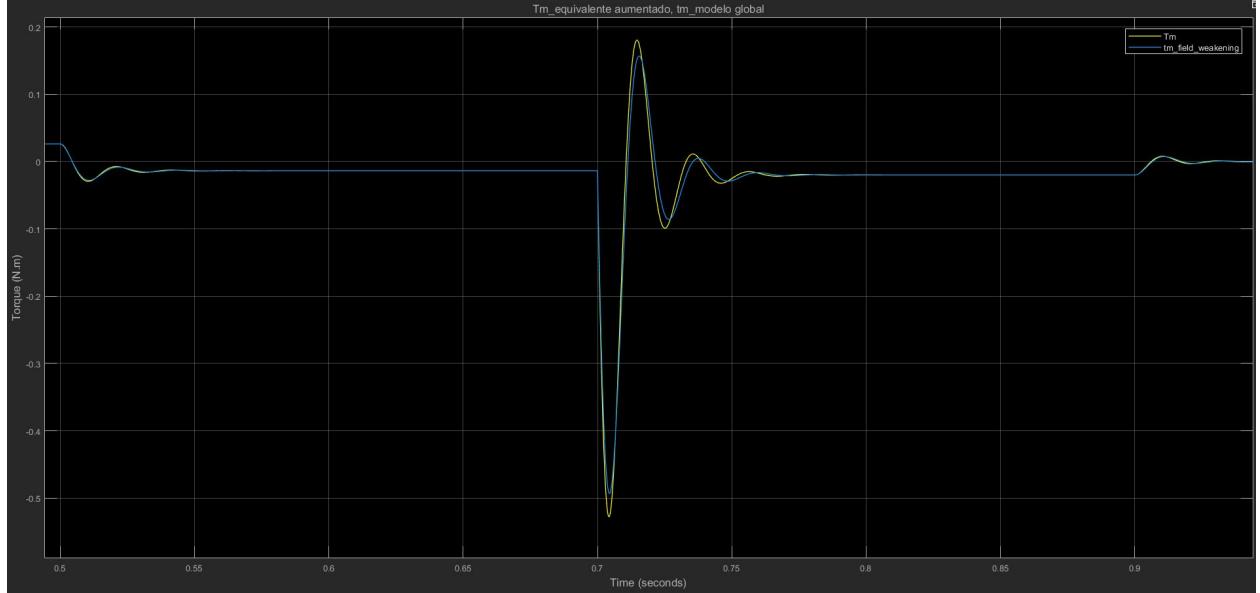


Figure 26: Torque motor vs tiempo, field weakening

En la siguiente figura se observa el aumento en la velocidad angular.

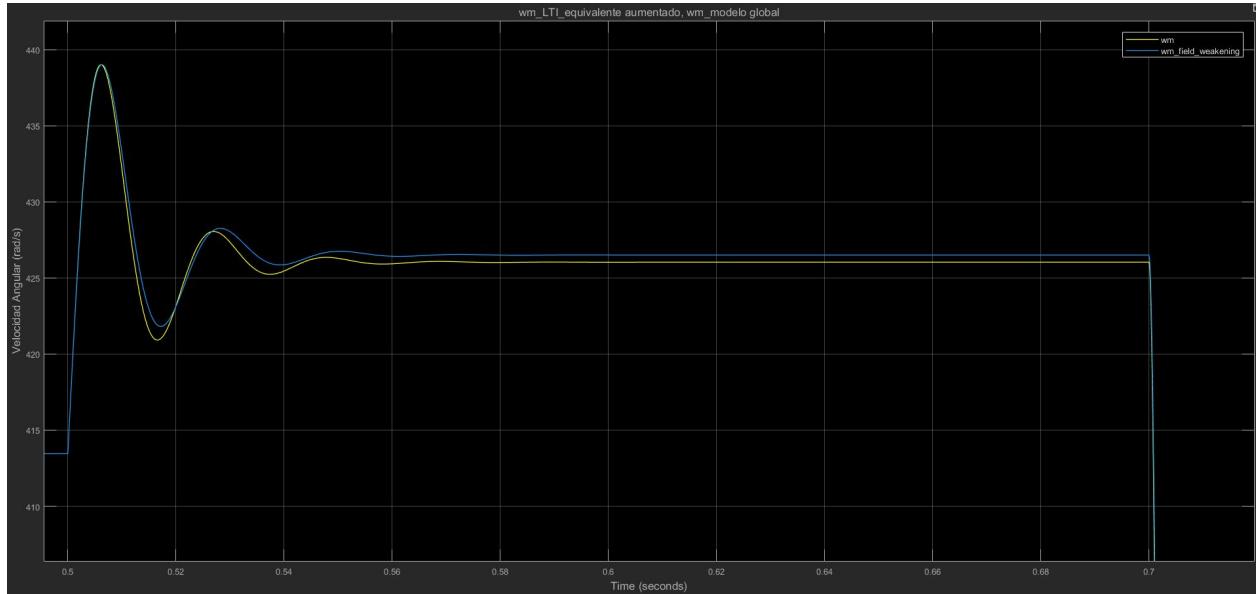


Figure 27: ω_m vs tiempo, field weakening

2.2 Diseño, Análisis y Simulación con CONTROLADOR de Movimiento en Cascada con Modulador de Torque equivalente (Control Vectorial)

En esta segunda parte se presenta un control en cascada. Se aplican 2 lazos de control, uno interno que es de control de corriente y torque, mientras que el otro lazo (externo) es de control de movimiento.

Esta estrategia se basa principalmente en el desacoplamiento de los efectos de las realimentaciones naturales del modelo físico. Es decir, a la señal de control del modulador de tensión se le deben sumar

dichas realimentaciones (con signo opuesto a las que posee el modelo físico) y multiplicadas por una constante de realimentación, convirtiendo fuentes de tensión en fuentes de corriente, consiguiendo un modulador de torque.

2.2.1 Modulador de Torque equivalente (Controlador interno vectorial de corriente/torque)

Se procede a realizar un modulador de torque equivalente, para poder tener acceso a la manipulación directa del torque motor, para ello:

- Se desacoplan todas las realimentaciones naturales físicas de estado hacia la entrada.
- Se diseñan lazos de control de corriente $i_{qd0}(t)$ desacoplados entre sí y de la velocidad, solo con control proporcional y polos en $p_i = -5000 \frac{rad}{s}$ ($BW \approx 796Hz$) para todos los ejes.
- Se incorpora adecuadamente consigna de torque (nueva variable manipulada).

Posteriormente, se realizará un controlador PID de velocidad (o posición) cuya salida será incorporada al modulador de torque.

Se considera que el modulador de tensión tiene una ganancia unitaria y que es suficientemente rápido, por lo tanto:

$$v_{qs}^* \approx v_{qs}$$

$$v_{ds}^* \approx v_{ds}$$

$$v_{0s}^* \approx v_{0s}$$

Si se despejan los términos que contienen derivadas de las ecuaciones de tensión v_{qd0}^r , se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$L_q * \frac{di_{qs}^r(t)}{dt} = v_{qs}^r(t) - R_s(t) * i_{qs}^r(t) - [\lambda_m^{r'} + L_d * i_{ds}^r(t)] * \omega_m(t) * P_p \quad (58)$$

$$L_d * \frac{di_{ds}^r(t)}{dt} = v_{ds}^r(t) - R_s(t) * i_{ds}^r(t) + Lq * i_{qs}^r(t) * \omega_m(t) * P_p \quad (59)$$

$$L_{ls} * \frac{di_{0s}^r(t)}{dt} = -R_s(t) * i_{0s}^r(t) + v_{0s}^r(t) \quad (60)$$

Para poder desacoplar las realimentaciones naturales, se deben redefinir las tensiones consignas v_{qd0}^* :

$$v_{qs}^*(t) = v_{qs}'(t) + R_s(t) * i_{qs}^r(t) + [\lambda_m^{r'} + Ld * i_{ds}^r(t)] * \omega_m(t) * P_p \quad (61)$$

$$v_{ds}^*(t) = v_{ds}'(t) + R_s(t) * i_{ds}^r(t) - Lq * i_{qs}^r(t) * \omega_m(t) * P_p \quad (62)$$

$$v_{0s}^*(t) = R_s(t) * i_{0s}^r(t) + v_{0s}'(t) \quad (63)$$

Reemplazando (59,60,61) en (56,57,58) se obtiene:

$$L_q * \frac{di_{qs}^r(t)}{dt} \approx v_{qs}'(t)$$

$$L_d * \frac{di_{ds}^r(t)}{dt} \approx v_{ds}'(t)$$

$$L_{ls} * \frac{di_{0s}^r(t)}{dt} \approx v_{0s}'(t)$$

Luego se define una consigna para las tensiones proporcional al error de corriente y a una ganancia proporcional R.

$$L_q * \frac{di_{qs}^r(t)}{dt} = v_{qs}'(t) \approx R'_q * (i_{qs}^*(t) - i_{qs}^r(t)) \quad (64)$$

$$L_d * \frac{di_{ds}^r(t)}{dt} = v_{ds}^{*'}(t) \approx R'_d * (i_{ds}^{r*}(t) - i_{ds}^r(t)) \quad (65)$$

$$L_{ls} * \frac{di_{0s}^r(t)}{dt} = v_{0s}^{*'}(t) \approx R'_0 * (i_{0s}^{r*}(t) - i_{0s}^r(t)) \quad (66)$$

Luego, se aplica la transformada de Laplace a (64,65,66), y se despeja el cociente entre las entradas y salidas para calcular la función de transferencia de cada uno de estos lazos de control, se obtiene:

- Función de transferencia de (64):

$$G_q(s) = \frac{I_{qs}^r(s)}{I_{qs}^{r*}(s)} = \frac{1}{\frac{Lq*s}{R'_q} + 1}$$

- Función de transferencia de (65):

$$G_d(s) = \frac{I_{ds}^r(s)}{I_{ds}^{r*}(s)} = \frac{1}{\frac{Ld*s}{R'_d} + 1}$$

- Función de transferencia de (66):

$$G_0(s) = \frac{I_{0s}^r(s)}{I_{0s}^{r*}(s)} = \frac{1}{\frac{Lls*s}{R'_0} + 1}$$

Si se aplica la transformada de laplace a T_m y T_m^* para $i_{ds}^r = 0$ e $i_{ds}^{r*} = 0$ y se hace el cociente entre el torque consigna y el torque motor, la función de transferencia del modulador de torque queda:

$$G_T(s) = \frac{T_m(s)}{T_m^*(s)} = \frac{\frac{3}{2} * P_p * \lambda_m^{r'} * I_{qs}^r(s)}{\frac{3}{2} * Pp * \lambda_m^{r'} * I_{qs}^{r*}(s)} = \frac{1}{\frac{Lq*s}{R'_q} + 1} = \frac{I_{qs}^r(s)}{I_{qs}^{r*}(s)} = G_q(s) \quad (67)$$

Se observa que las funciones de tranferencia del lazo de control de corriente q y del modulador de toque son iguales y coinciden con las de un filtro pasa-bajo de primer orden con un polo en $p = \frac{-Lq}{R'_q}$. Por otro lado, si se aplica teorema del valor final (cuando $t \rightarrow \infty, s \rightarrow 0$) se puede observar la ganancia unitaria de $G_T(s)$. Para poder obtener las ganancias de los lazos de control de corriente,se debe tener en cuenta que la inductancia del eje en cuadratura L_q es fija por lo cual para ubicar el polo en el valor deseado se tiene que variar R'_q , teniendo en cuenta:

$$R'_q = [BW] * L_q = 2 * \pi * f_c * L_q = |p| * L_q$$

Así, para ubicar el polo en $p_i = -5000 \frac{rad}{s}$ ($BW = 796Hz$):

$$R'_q = |p_i| * L_q = 5000 * L_q = 29\Omega$$

De la misma forma se calculan las ganancias proporcionales del resto de los lazos de corriente y se obtiene:

$$R'_d = |p_i| * L_d = 5000 * Ld = 33\Omega$$

$$R'_0 = |p_i| * L_{ls} = 5000 * L_{ls} = 4\Omega$$

Tener en cuenta que, aunque un mayor ancho de banda mejora la respuesta del sistema, requiere esfuerzos de control mas elevados ($v_{qs}^{*'}(t)$ depende de R'_q).

Pero para obtener el modulador de torque equivalente, aún se debe desacoplar el término de la fricción viscosa $b_{eq} * \omega_m(t)$:

$$T_m(t)^* = T_m^{*'}(t) + b_{eq} * \omega_m(t) \quad (68)$$

$$T_m(t)' = T_m(t) - b_{eq} * \omega_m(t) \quad (69)$$

Como $G_T(s) \approx 1$, se puede decir que ahora:

$$T_m(t)^{*'} \approx T_m(t)' \quad (70)$$

Luego, dado que el torque está dado por (9) y se despeja de allí i_{qs}^r :

$$i_{qs}^{r*} = \frac{T_m(t)^{*'} + b_{eq} * \omega_m(t)}{\frac{3}{2} * P_p * [\lambda_m' + (L_d - L_q) * i_{ds}^r(t)]} \quad (71)$$

Finalmente, las tensiones de salida del modulador de torque, reemplazando (71) en (61):

$$v_{qs}^r = R'_q * \left(\frac{T_m(t)^{*'} + b_{eq} * \omega_m(t)}{\frac{3}{2} * P_p * [\lambda_m' + (L_d - L_q) * i_{ds}^r(t)]} - i_{qs}^r \right) + R_s * i_{qs}^r(t) + [\lambda_m' + L_d * i_{ds}(t)^r] * P_p * \omega_m(t) \quad (72)$$

Y de forma similar para las demás tensiones:

$$v_{ds}(t)^r = R'_d * (i_{ds}^{r*}(t) - i_{ds}^r(t)) + R_s * i_{ds}^r(t) - L_q * i_{qs}(t)^r * P_p * \omega_m(t) \quad (73)$$

$$v_{0s}(t)^r = R'_0 * (i_{0s}^{r*}(t) - i_{0s}^r(t)) + R_s * i_{0s}^r(t) \quad (74)$$

En forma de diagrama de bloques, el modulador de torque queda:

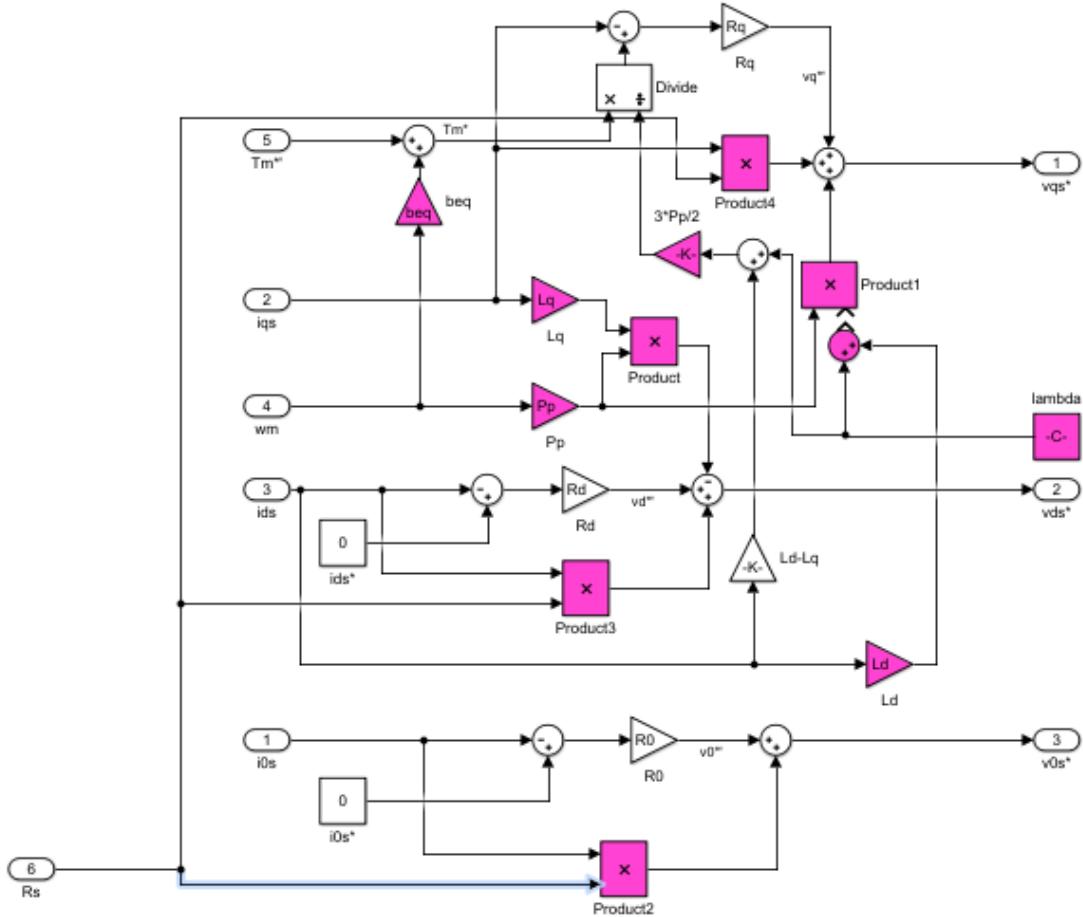


Figure 28: Diagrama de bloques modulador de torque.

Una vez obtenido el modulador de torque, se evalúa el efecto de la temperatura. Para eso se gráfica la diferencia en la velocidad angular teniendo en cuenta la Resistencia de estator variable con la temperatura y la Resistencia de estator constante con un valor de $R_s = 1.02$ (valor a 40°C).

Se aplica un pulso de consigna de torque en $t = 0.1s$ y que dura hasta los 4 segundos. En la siguiente figura se puede observar como se tiene un error del orden 10^{-5} . Se puede decir entonces que el error es muy pequeño por lo cual se puede despreciar el efecto de la temperatura.

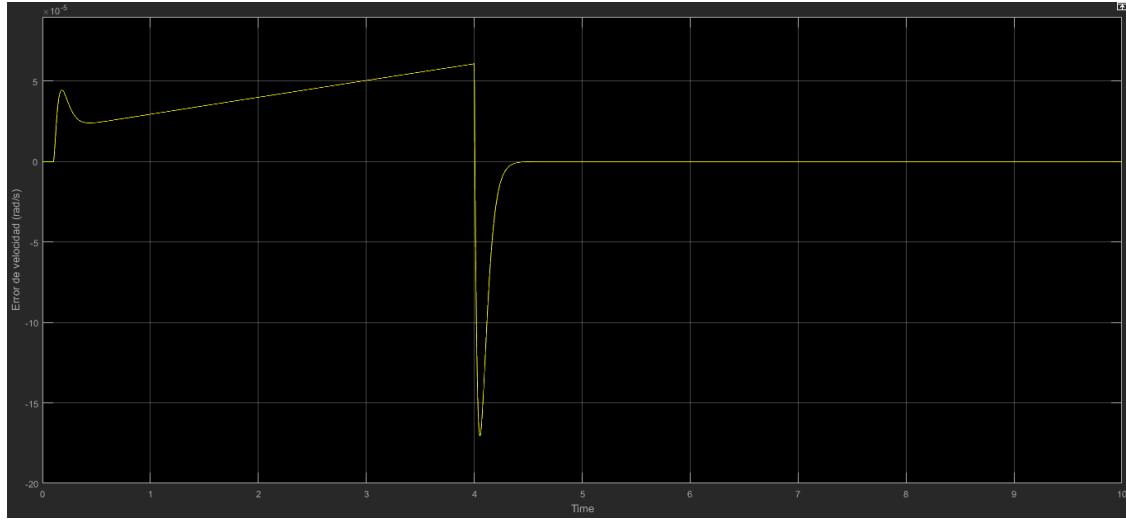


Figure 29: Error de velocidad angular

Para terminar con esta primera parte y pasar al análisis del controlador de movimiento externo, evaluamos la aplicación de debilitamiento/reforzamiento de campo magnético variando la consigna i_{ds}^{r*} distinto de cero, en este caso se usa $i_{ds}^{r*} = +0.5A$. En la siguiente figura se pueden observar la gráficas de torque motor aplicando field forcing y la gráfica sin este reforzamiento. Se observa un pequeño aumento del torque motor (curva amarilla).

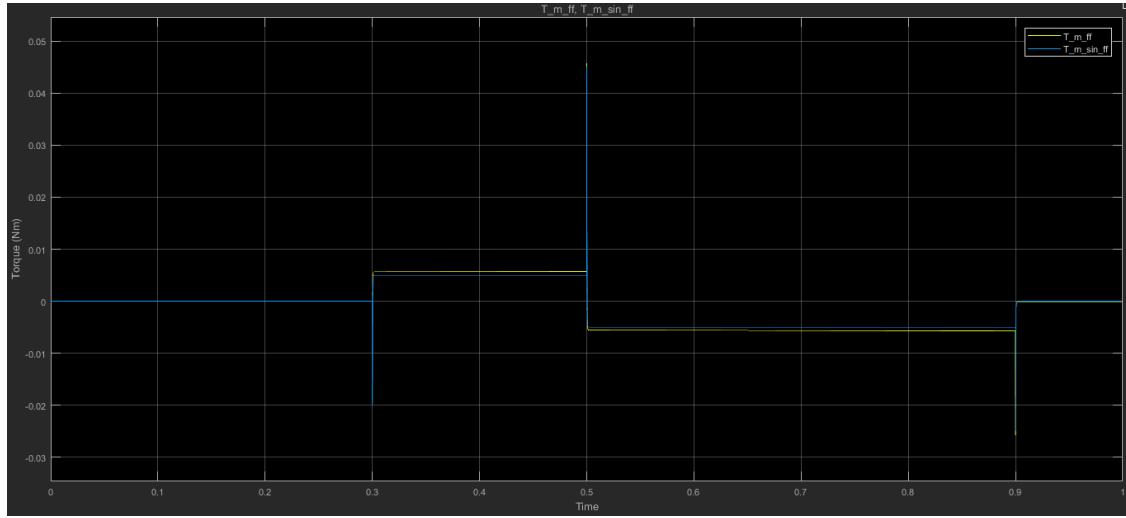


Figure 30: T_m field forcing vs T_m sin field forcing.

Luego, para una consigna de $i_{ds}^{r*} = -0.5A$ se aplica debilitamiento de campo, notándose una disminución del torque motor respecto a una situación sin field weakening.

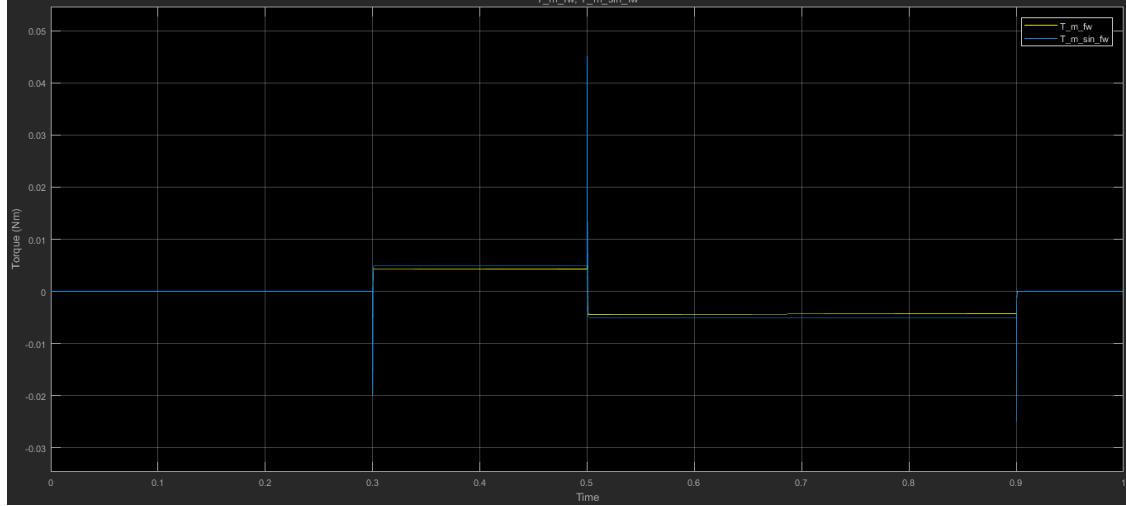


Figure 31: T_m field weakening vs T_m sin field weakening.

2.2.2 Controlador externo de movimiento: Posición/velocidad

El control de posición mediante la realimentación completa de estado puede traer ciertos inconvenientes e inconsistencias cuando hay un error en la posición. Lo que sucede es que realiza un cambio de posición pero lo hace con una consigna de velocidad nula. El modelo termina cumpliendo con la consigna, pero no lo hace de forma efectiva.

Por otro lado el control en cascada permite que todas las consignas sean consistentes, a través de un controlador externo tipo PID.

Se tendrá acceso directo a manipular el torque motor con la corriente $i_{qs}^r(t)$. Además, con el método de sintonía serie se obtendrán las constantes del controlador, teniendo como datos de entrada:

- **n = 2.5**
- $\omega_{pos} = 800 \text{ rad/s}$
- **Jl y bl con sus valores nominales**

Una vez aclarado esto, primero se diseña un PID cuya entrada consigna es de posición, como el mostrado en la siguiente figura:

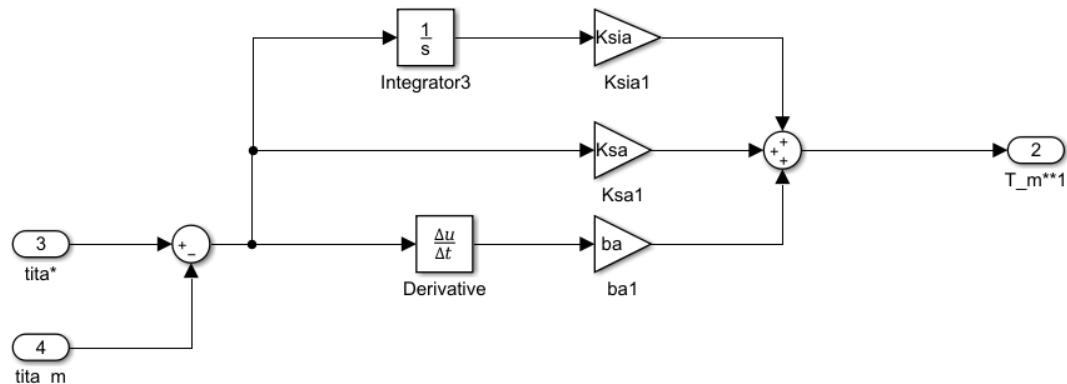


Figure 32: Control PID con derivador

Pero este modelo de controlador, que hace uso de un derivador, se tiene un inconveniente: ante cambios en la entrada, la derivada del error ($\theta^* - \theta_m$) tiende a hacerse muy grande, lo cual genera instabilidad.

Debido a esto, se diseña un controlador que solo posea integradores, como el mostrado en la siguiente figura:

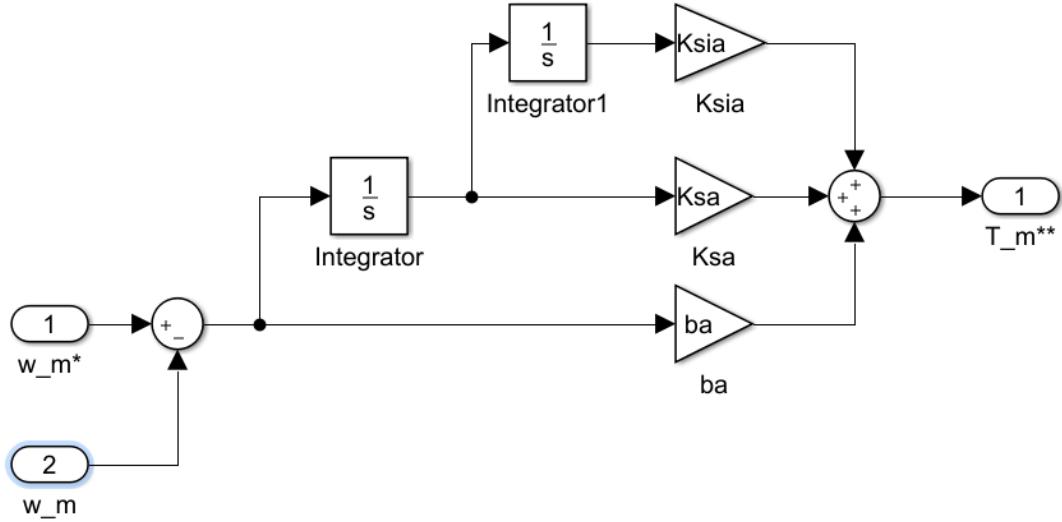


Figure 33: Control PID sin derivador

A los integradores, se le asignan condiciones iniciales nulas, lo cual es válido si no hay perturbación.

Luego, la expresión de salida del modulador de torque queda:

$$T'_m(s) = G_T(s) * [b_a + K_{sa} * \frac{1}{s} + K_{sia} * \frac{1}{s^2}] * e_\omega(s) \quad (75)$$

Una vez realizado el modulador de torque, habiendo compensado todas las realimentaciones naturales de la máquina, se puede obtener un modelo equivalente como el de la siguiente figura (con acceso directo a la manipulación del torque):

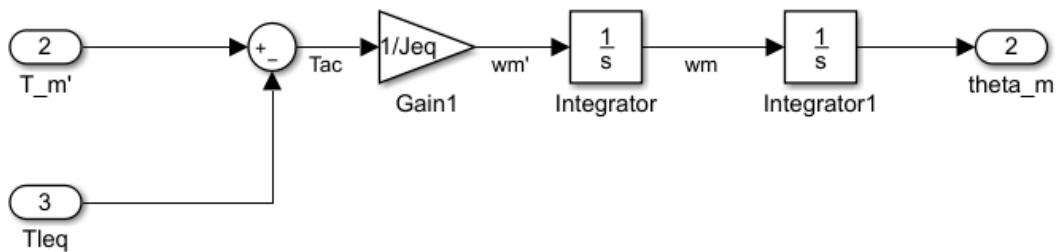


Figure 34: Modelo equivalente habiendo agregado modulador de torque.

Teniendo en cuenta la expresión del torque de aceleración y si se opera matemáticamente:

$$T_{ac}(t) = J_{eq} * \dot{\omega}_m = T'_m(t) - T_{leq}(t)$$

En el dominio de Laplace sería:

$$J_{eq} * s * \omega_m(s) = T'_m(s) - T_{leq}(s)$$

Ahora, se busca la expresión de la función de transferencia que relaciona la posición consigna y el torque de carga:

$$\begin{aligned} J_{eq} * s^2 * \Theta_m(s) &= G_T(s) * [b_a + \frac{K_{sa}}{s} + \frac{K_{sia}}{s^2}] * e_\omega - T_{leq}(s) \\ J_{eq} * s^3 * \Theta_m(s) &= G_T(s) * [b_a * s + K_{sa} + \frac{K_{sia}}{s}] * s * (\Theta_m(s)^* - \Theta_m(s)) - T_{leq}(s) * s \\ J_{eq} * s^3 * \Theta_m(s) &= G_T(s) * [b_a * s^2 + K_{sa} * s + K_{sia}] * (\Theta_m(s)^* - \Theta_m(s)) - T_{leq}(s) * s \\ [J_{eq} * s^3 + G_T(s) * (b_a * s^2 + K_{sa} * s + K_{sia})] * \Theta_m(s) &= G_T(s) * [b_a * s^2 + K_{sa} * s + K_{sia}] * \Theta_m(s)^* - s * T_{leq} \end{aligned}$$

Separando ambos términos:

$$\Theta_m(s) = \frac{G_T(s) * (b_a * s^2 + K_{sa} * s + K_{sia})}{J_{eq} * s^3 + G_T(s) * (b_a * s^2 + K_{sa} * s + K_{sia})} * \theta_m^* - \frac{s}{J_{eq} * s^3 + G_T(s) * (b_a * s^2 + K_{sa} * s + K_{sia})} * T_{leq} \quad (76)$$

Obtenidas las ecuaciones, se pueden hacer varias inferencias sobre las mismas en régimen estacionario (o bien aplicando teorema del valor final : cuando $t \rightarrow \infty, s \rightarrow 0$):

- $K_{sia} \neq 0 \rightarrow$ El segundo término se hace cero y hay rechazo total a perturbaciones.
- $K_{sia} = 0 \rightarrow$ El segundo término tiene un valor de $\frac{-1}{K_{sia}}$, sin rechazo total a perturbaciones.

Luego, por el método de sintonía serie se pueden obtener las ganancias del controlador PID:

- Proporcional $\rightarrow K_{sa} = J_{eq} * n * \omega_{pos}^2 = 9.049 \frac{N.m}{rad}$
- Integral $\rightarrow K_{sia} = J_{eq} * \omega_{pos}^3 = 2895.821 \frac{N.m}{rad.s}$
- Derivativo $\rightarrow b_a = J_{eq} * n * \omega_{pos} = 0.0113 \frac{N.m}{rad/s}$

Habiendo obtenido los valores de las constantes del controlador, se deben calcular los polos de la función de transferencia del mismo. Como se aclaró anteriormente, se supone que el modulador de torque es ideal, con lo cual $G_T(s) = 1$. Para ello, se analiza el denominador de la función de transferencia del controlador:

$$J_{eq} * s^3 + b_a * s^2 + K_{sa} * s + K_{sia} = 0$$

Donde, si se trabaja con los valores nominales de J_l y b_l , se obtienen los siguientes polos:

- $s_1 = -800 \frac{rad}{s}$
- $s_2 = -600 + 529,15i \frac{rad}{s}$
- $s_3 = -600 - 529,15i \frac{rad}{s}$

Pero para poder analizar la influencia de los distintos valores de n , expresamos de forma analítica el denominador de la función de transferencia, de otra manera:

$$(s + \omega_{pos})(s^2 + 2 * \xi * \omega_n * s + \omega_n^2) = s^3 + n * \omega_{pos} * s^2 + n * \omega_{pos}^2 * s + \omega_{pos}^3$$

Dividiendo por $(s + \omega_{pos})$, se obtiene:

$$s^2 + (n - 1) * \omega_{pos} * s + \omega_{pos}^2$$

Si se comparan ambas ecuaciones, se puede deducir que:

$$\begin{aligned}\omega_{pos} &= \omega_n \\ (n - 1) * \omega_{pos} &= 2 * \xi * \omega_n\end{aligned}$$

Quedando el amortiguamiento:

$$\xi = \frac{n - 1}{2}$$

Es importante expresar de esta manera las ecuaciones, ya que se observa como el valor de n afecta al amortiguamiento :

- $n = 3 \rightarrow$ Criticamente amortiguado
- $n > 3 \rightarrow$ Sobreamortiguado
- $1 < n < 3 \rightarrow$ Subamortiguado

Claramente, n no podría valer 1 ya que $\xi = 0$ y el sistema estaría en el límite de la estabilidad.

En el caso de aplicación, como $n = 2.5$ el sistema está subamortiguado, lo cual coincide con los valores de los polos obtenidos anteriormente.

Continuando con el cálculo de los polos, se analiza el caso de que cambien los valores de amortiguamiento y momento de inercia de la carga, pero sin cambiar las constantes del controlador (que se calcularon para valores nominales de J_l y b_l). Luego, los valores de los polos son:

- Para valores máximos de $b_l(0.0630 \frac{N.m}{rad/s})$ y $J_l(0.378 kg.m^2)$
 - $s_1 = -613.65 \frac{rad}{s}$
 - $s_2 = -508.87 + 649.33i \frac{rad}{s}$
 - $s_3 = -508.87 - 649.33i \frac{rad}{s}$
- Para valores mínimos de $b_l(-0.0630 \frac{N.m}{rad/s})$ y $J_l(0.1260 kg.m^2)$
 - $s_1 = -1499.5 \frac{rad}{s}$
 - $s_2 = -542.20 + 383.6i \frac{rad}{s}$
 - $s_3 = -542.20 - 383.6i \frac{rad}{s}$

Gráficamente se comparan los polos del controlador (para las distintas variaciones posibles de la carga) con los polos originales de la planta y el polo del modulador de torque:

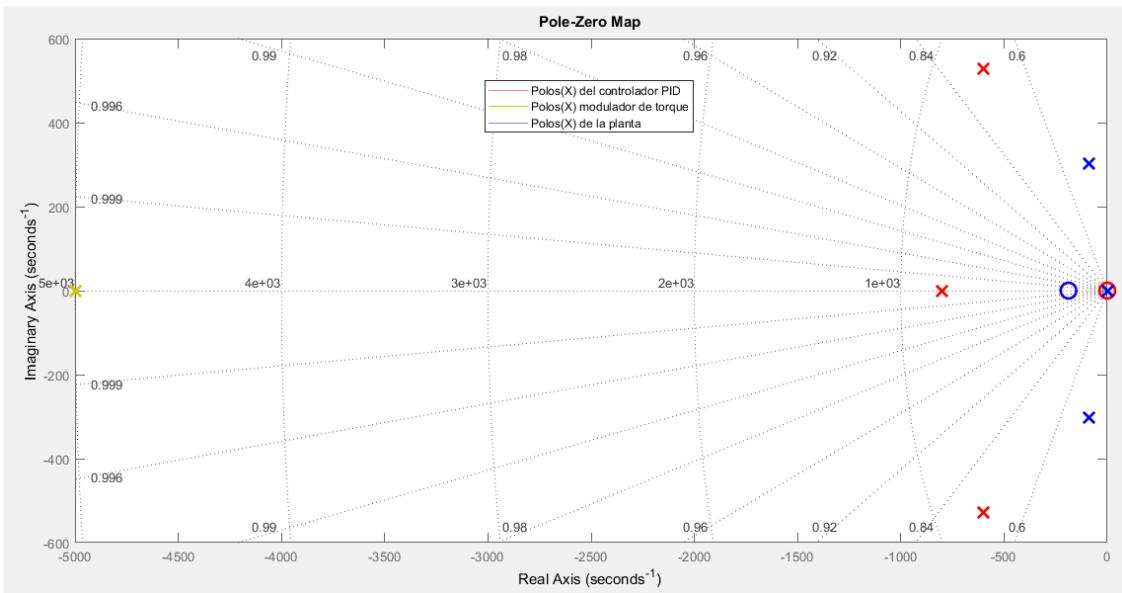


Figure 35: Polos en plano complejo - Modulador de torque - Planta (originales) - PID. Para parámetros de carga nominales.

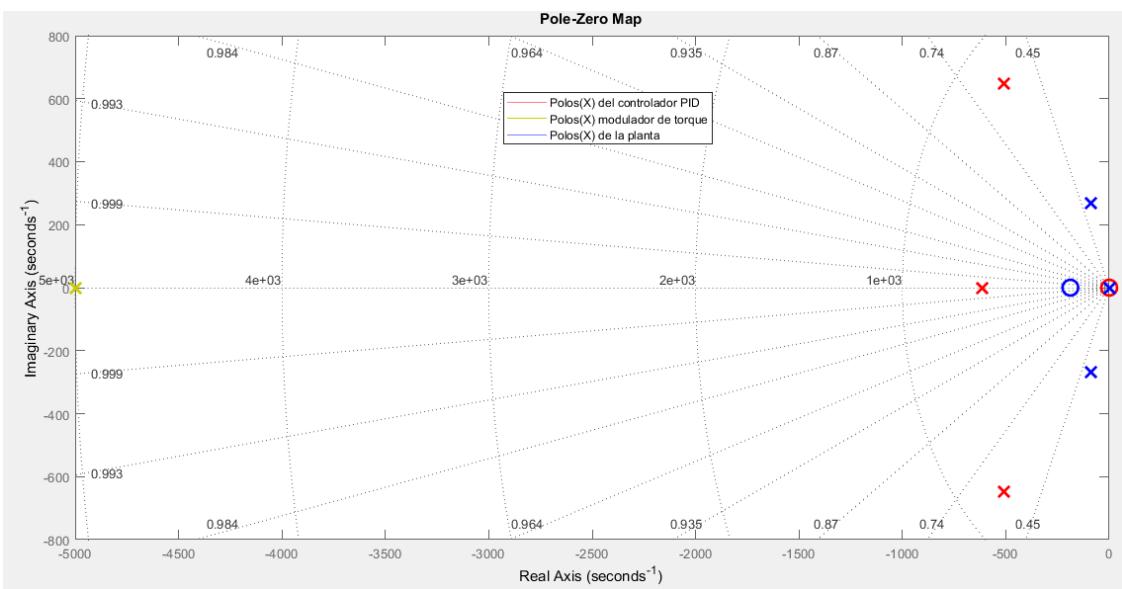


Figure 36: Polos en plano complejo - Modulador de torque - Planta (originales) - PID. Para parámetros de carga máximos.

Para los valores mínimos se obtiene:

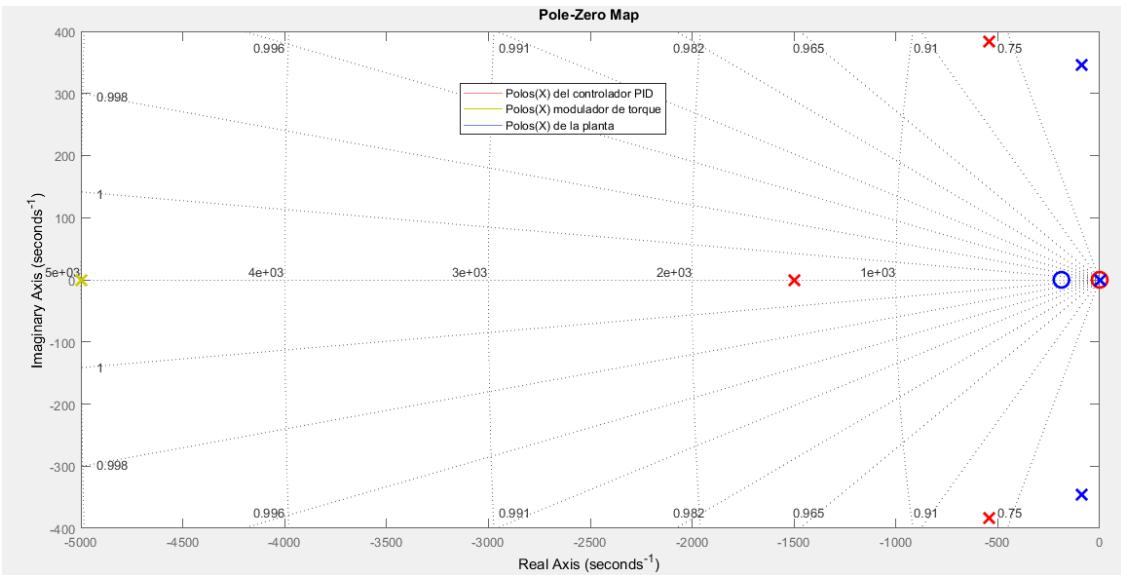


Figure 37: Polos en plano complejo - Modulador de torque - Planta (originales) - PID. Para parámetros de carga mínimos.

Se puede apreciar que el aumento de los valores nominales de la carga produce un desplazamiento de los polos hacia el eje imaginario, es decir, hacia una zona más inestable y generando una respuesta más oscilatoria.

2.2.3 Incorporación y diseño de observador de estado de orden reducido, solo para la parte mecánica

Se procede a diseñar un observador de estado para estimar la posición y velocidad del motor, a partir de la medición de la posición.

El controlador PID diseñado anteriormente posee como entrada tanto la velocidad del motor como la velocidad consigna. Debido a los inconvenientes (explicados anteriormente) de realimentar directamente la posición hacia el controlador se debe hacer uso de un sensor de velocidad (tacogenerador), el cual no se dispone en este caso. Es por eso que se decide diseñar un observador de estado, para poder estimar la velocidad y la posición del motor, a partir de la medición de la posición ya que sí se dispone de un sensor de posición angular (encoder).

A la hora de diseñar un observador, se buscan las constantes de diseño tal que se minimice el error entre las variables estimadas y las variables medidas en la planta real.

Matemáticamente, el modelo del observador:

$$\begin{aligned}\tilde{\dot{x}} &= \tilde{A} * \tilde{x} + \tilde{B} * u(t) + K_e * (y(t) - \tilde{y}(t)) \\ y(t) &= C * \tilde{x}\end{aligned}\tag{77}$$

Teniendo en cuenta que:

- \tilde{x} es el vector de variables de estado estimadas.
- A , B y C son las matrices que representan a la planta.
- K_e es el vector que contiene las constantes del observador que minimizan el error de estimación.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; C = [1 \ 0]; K_e = \begin{bmatrix} K_{e\theta} \\ K_{e\omega} \end{bmatrix}; \tilde{x} = \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_m(t) \\ \tilde{\omega}_m(t) \end{bmatrix} \quad (78)$$

Se desea diseñar el observador tal que los polos $p_{12} = -3200 \frac{rad}{s}$. Luego teniendo esto en cuenta y resolviendo el determinante de la ecuación característica $\det(s * I - A + K_e * C)$ se obtiene:

$$(s + 3200^2) = s^2 + k_\theta * s + k_\omega \quad (79)$$

Resolviendo el lado de la izquierda, se llega a la siguiente ecuación:

$$s^2 + 6400 * s + 3200^2 = s^2 + k_\theta * s + k_\omega \quad (80)$$

Igualando miembro a miembro se pueden despejar las constantes k_ω y k_θ , quedando:

- $k_\omega = 1.024 * 10^7 \frac{1}{s^2}$
- $k_\theta = 6400 \frac{1}{s}$

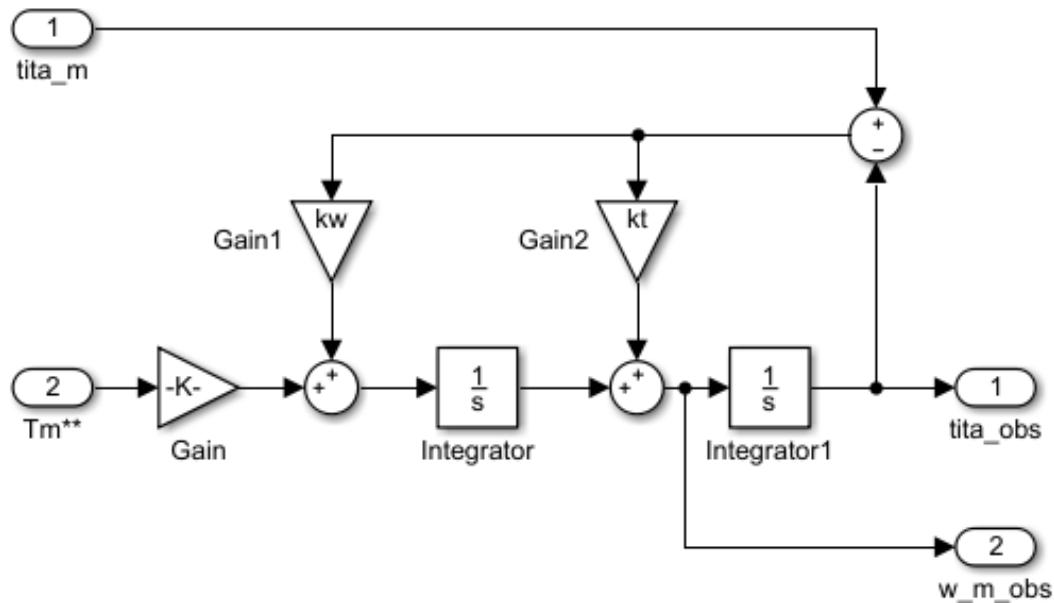


Figure 38: Observador de estado parcial

Como se observa en la gráfica del modelo del observador de estado diseñado, la señal de velocidad se está obteniendo luego del sumador. Esto es un cambio sutil pero importante, ya que cuando el error entre la posición medida y estimada es distinto de cero, se debe tener en cuenta dicho error en la velocidad estimada.

Además, se aprecia que en el modelo no se ha incorporado la realimentación del coeficiente de fricción ya que fue compensado dentro del modulador de torque.

2.2.4 Simulación en tiempo continuo con modelo completo NL.

a) Seguimiento de consignas. Se analiza el seguimiento de consignas de movimiento $q^*(t) = \frac{1}{r} * \theta_m(t)$ con perfil trapezoidal de posición con un tiempo de rampa $\Delta t_{rampa} = 5s$ y una posición final $q^*(\Delta t_{rampa}) = 2\pi$. En las siguientes figuras se analiza el seguimiento del ángulo para la consigna de posición mencionada. Se puede observar como tanto el ángulo medido como observado siguen a la consigna de posición, se observa una diferencia apenas cambia la consigna de movimiento entre la consigna y el ángulo medido y observado que luego de unos instantes se estabilizan en el valor de consiga.

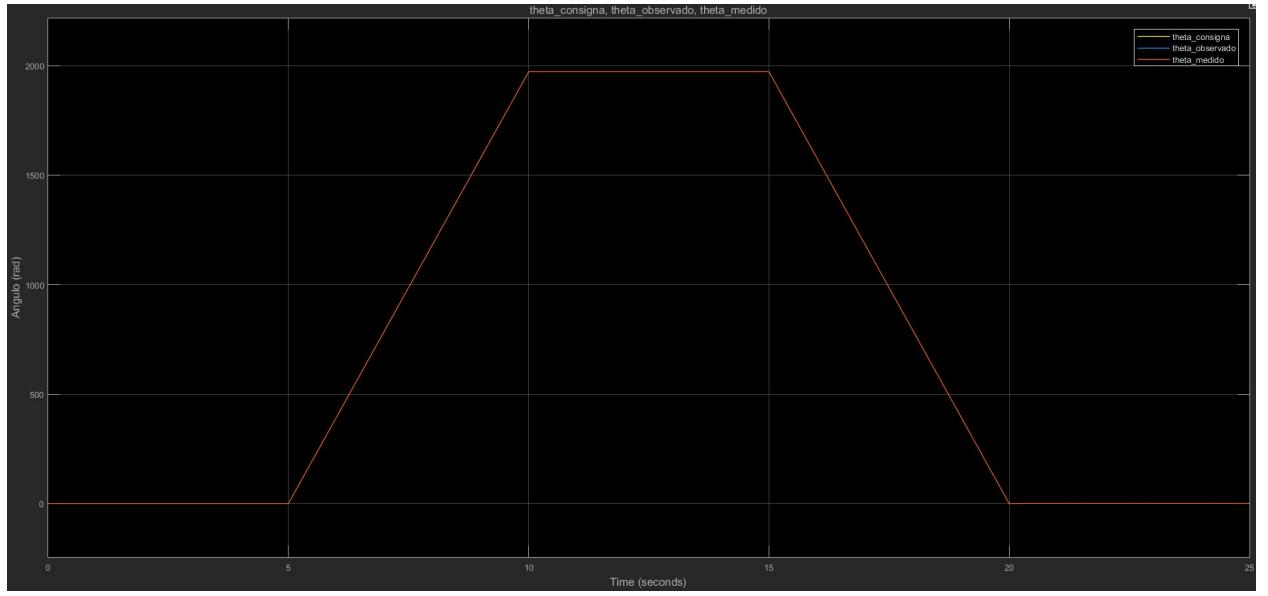


Figure 39: θ consiga, θ observador y θ medido

Se aplica un acercamiento a los 5 segundos para observar la diferencia entre los ángulos.

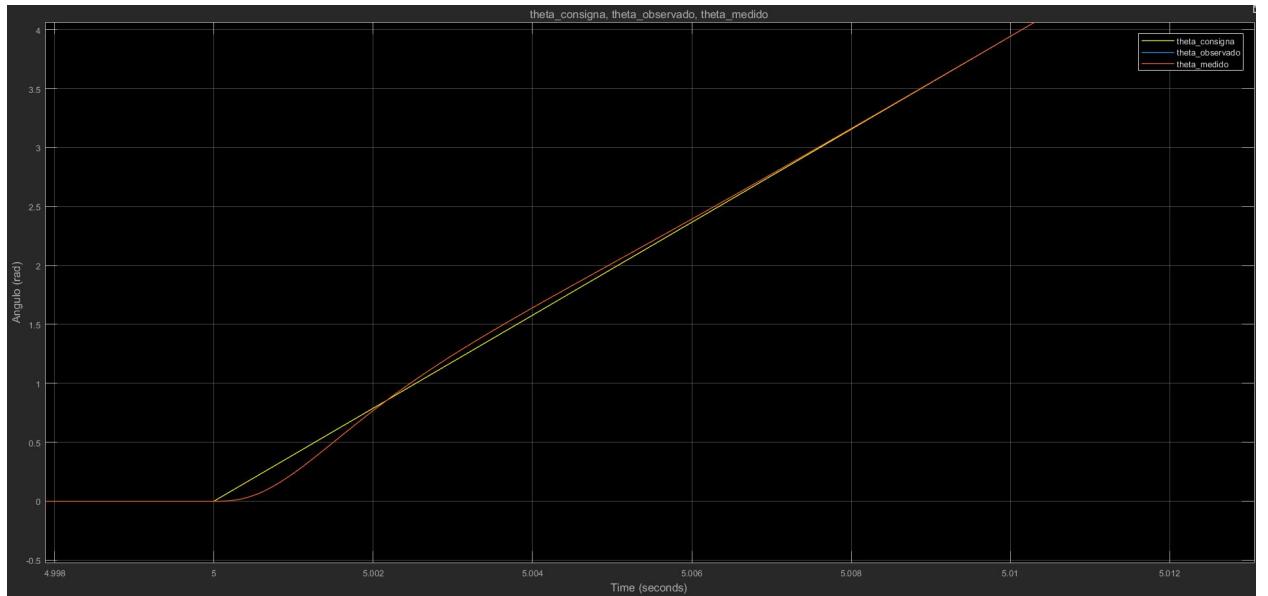


Figure 40: θ consiga, θ observador y θ medido, acercamiento en 5s

Se aplica un acercamiento a los 10 segundos, para los segundos 15 y 20 se tiene el mismo comportamiento.

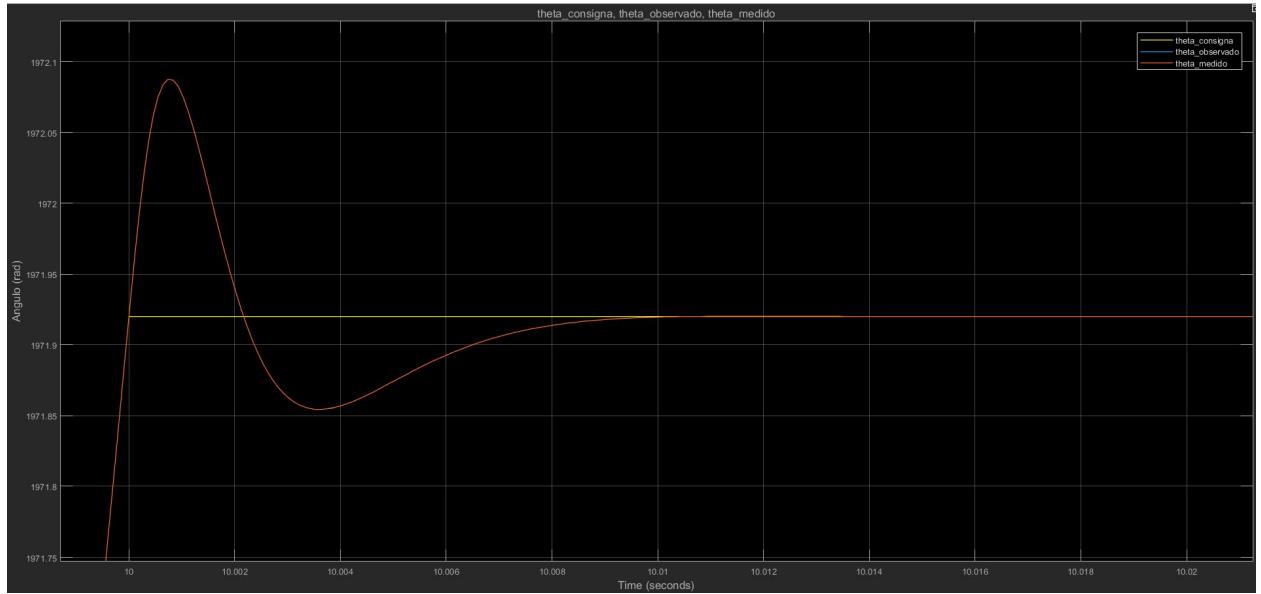


Figure 41: θ consigna, θ observador y θ medido, acercamiento en 10s

En el caso de la velocidad se tendrá un perfil escalonado, a partir del perfil trapezoidal de posición. Esto es algo desfavorable, ya que, estos picos de velocidad producirán aclaraciones muy elevadas que el controlador va a intentar de cumplir y al intentar de cumplir estas consignas tan elevadas la corriente crece excesivamente. Se observa lo mencionado en las siguientes figuras.

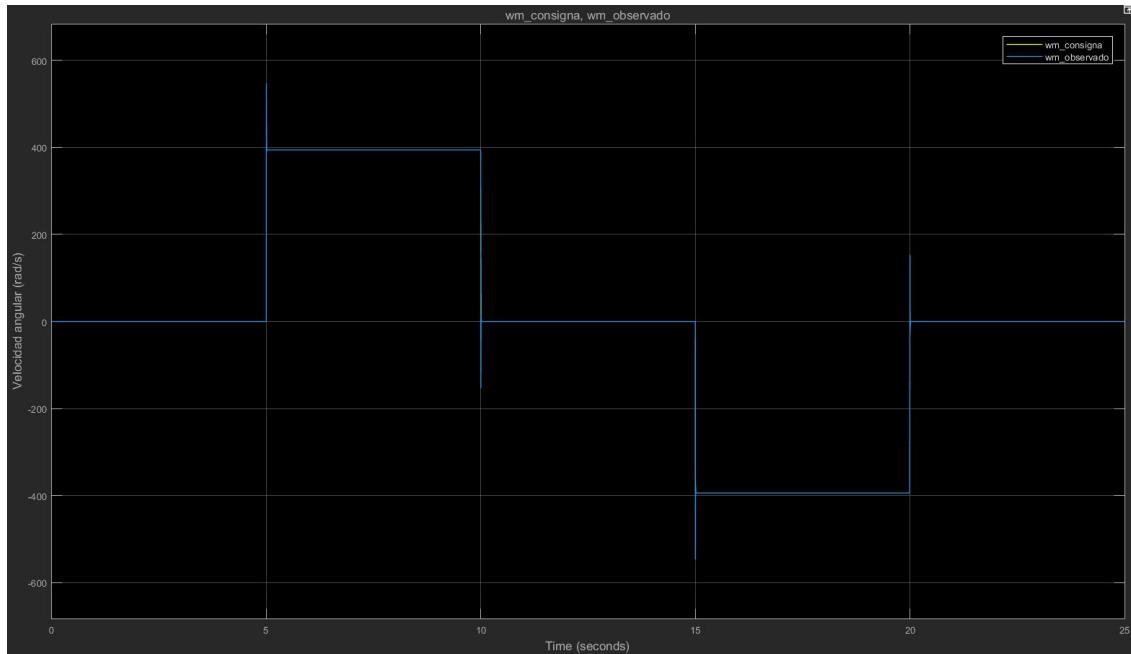


Figure 42: w_m consigna, w_m observador

Se aplica un acercamiento a los 5 segundos.

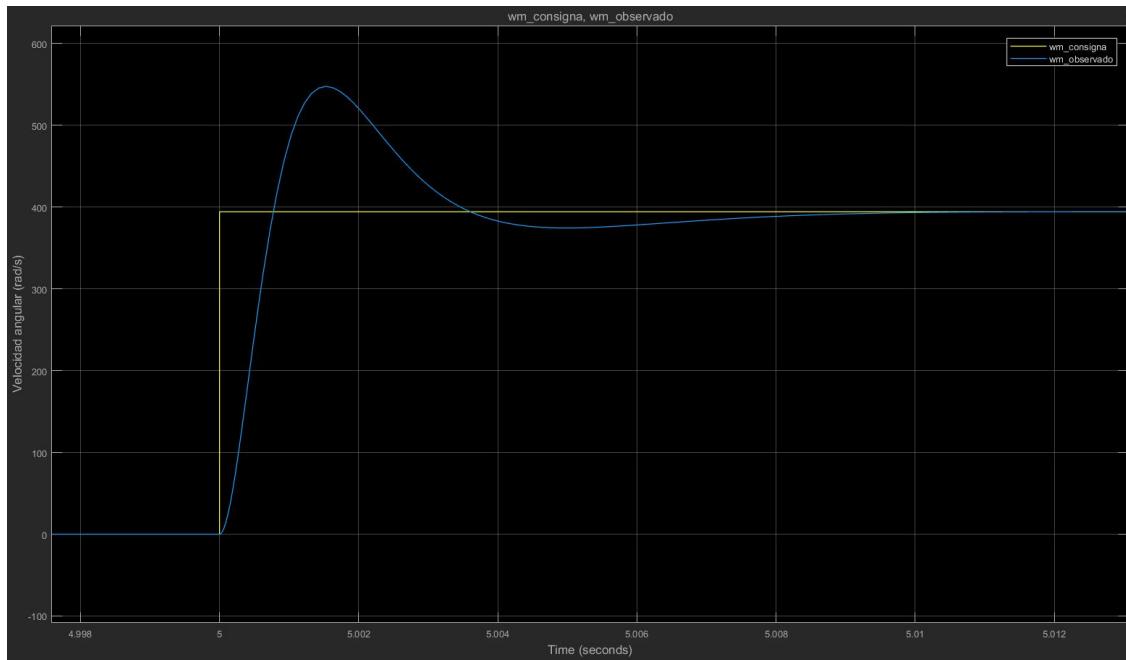


Figure 43: w_m salida, w_m observador, acercamiento a los 5s

Se aplica un acercamiento a los 10 segundos, para los segundos 15 y 20 se tiene el mismo comportamiento.

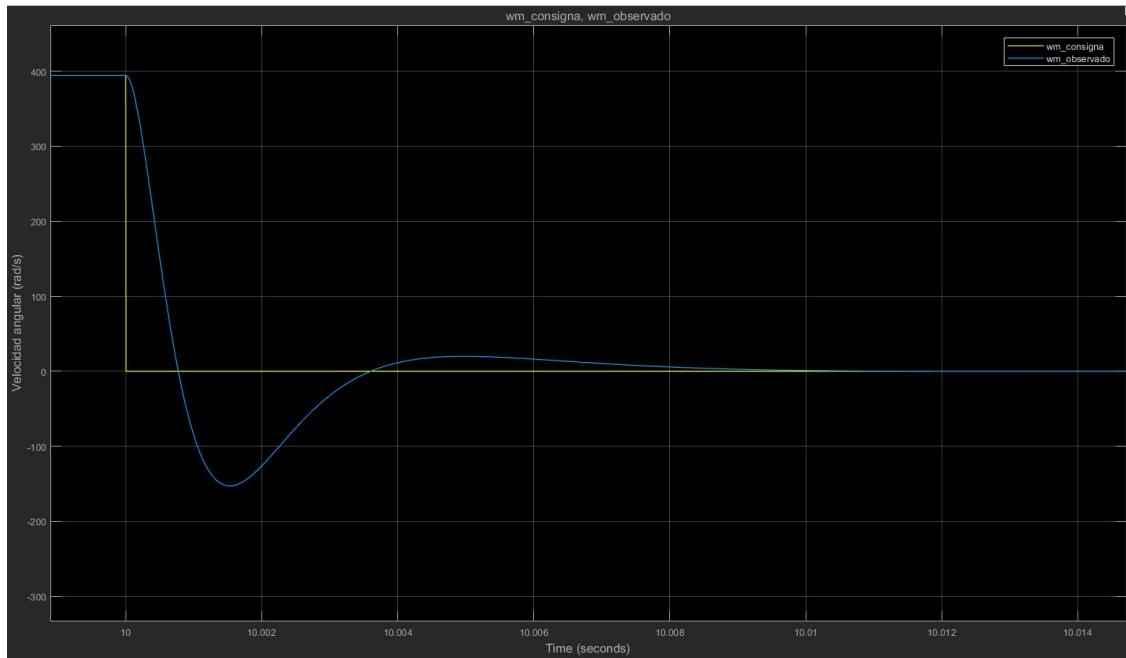


Figure 44: w_m salida, w_m observador, acercamiento a los 10s

En las siguientes figuras se grafica el comportamiento de las corrientes, se puede observar grandes picos no deseados debido a los picos en la velocidad angular.

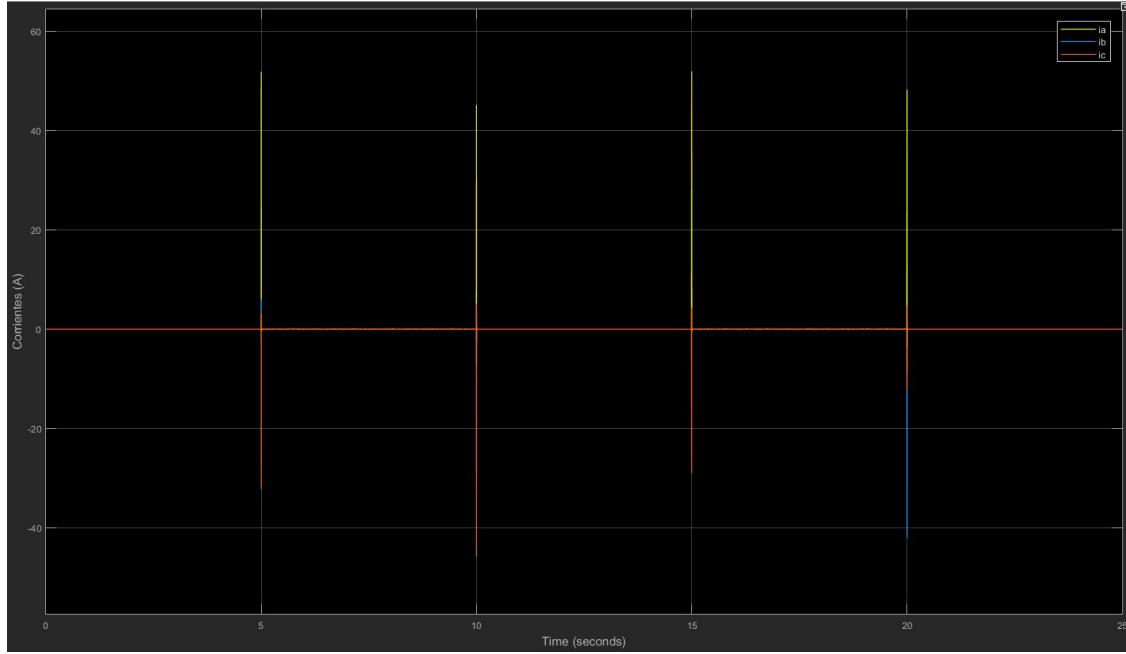


Figure 45: Corrientes del sistema

Se aplica un acercamiento a los 5 segundos, para los 10, 15 y 20 se tiene el mismo comportamiento.

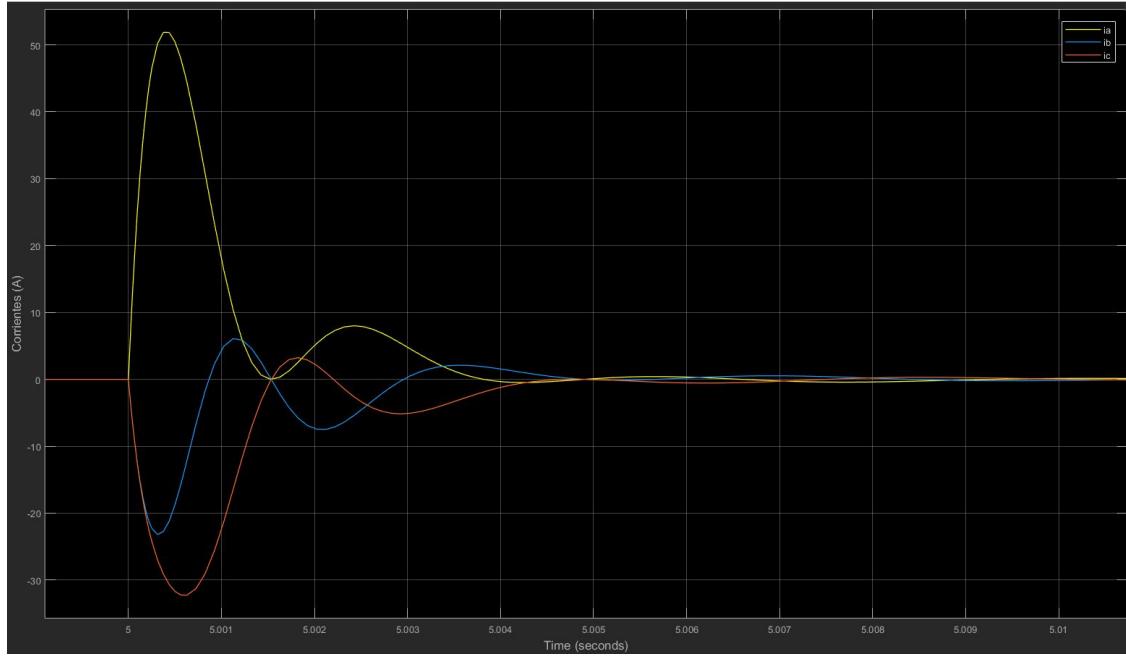


Figure 46: Corrientes del sistema, acercamiento a los 5s

b) Rechazo a las perturbaciones. Se analiza la respuesta frente a perturbaciones del sistema. Para eso aplicamos un escalón de torque de carga $T_{lmax} = 6.28N.m$ y luego un torque de carga $-T_{lmax} = -6.28N.m$ ambos en $t = 0, 3$ segundos. Se analiza primero el caso de torque positivo. En la siguiente figura se observa el torque motor frente al torque de carga sobre el factor de reducción r.

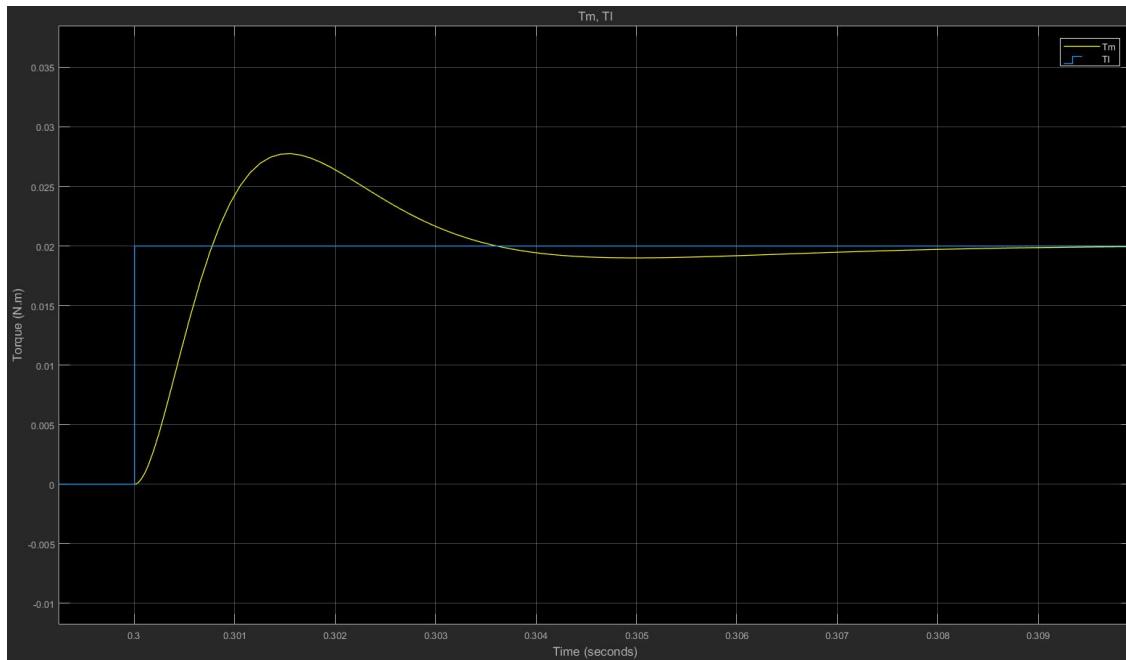


Figure 47: Torque motor, Torque de carga +

También se observa la respuesta de la posición angular del motor, en las siguientes figuras se puede ver como la posición angular observada y medida actúan frente a la perturbación y como aparece un error de estado estacionario.

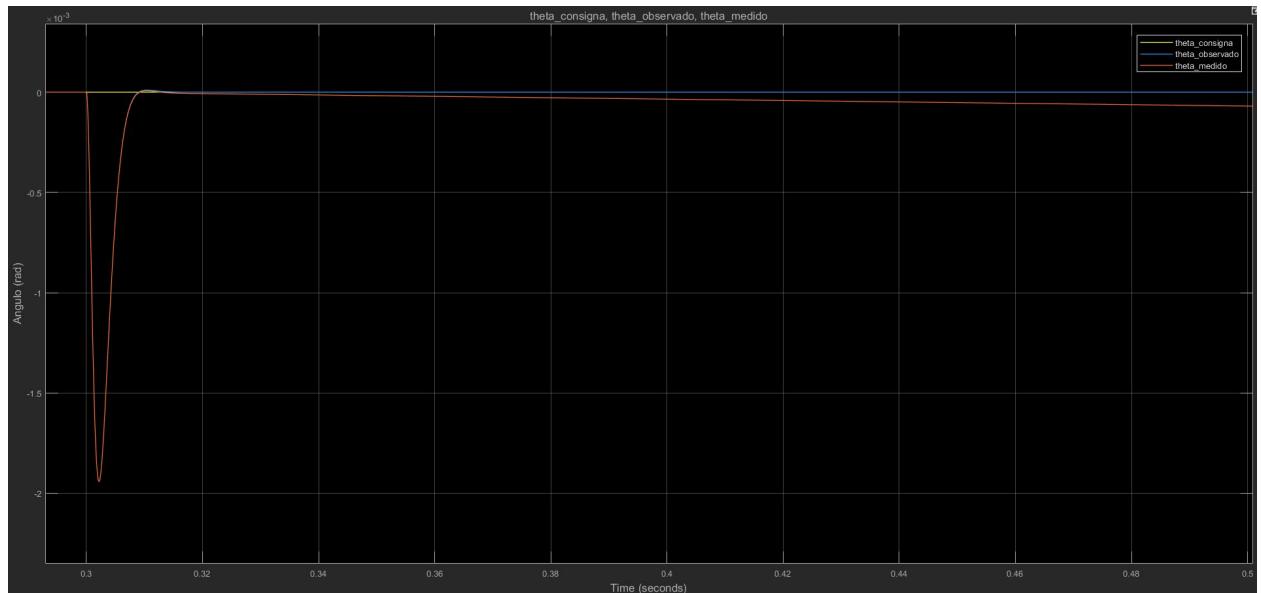


Figure 48: θ consiga, θ observador y θ medido

Acercamiento de la posición angular a los 5 segundos.

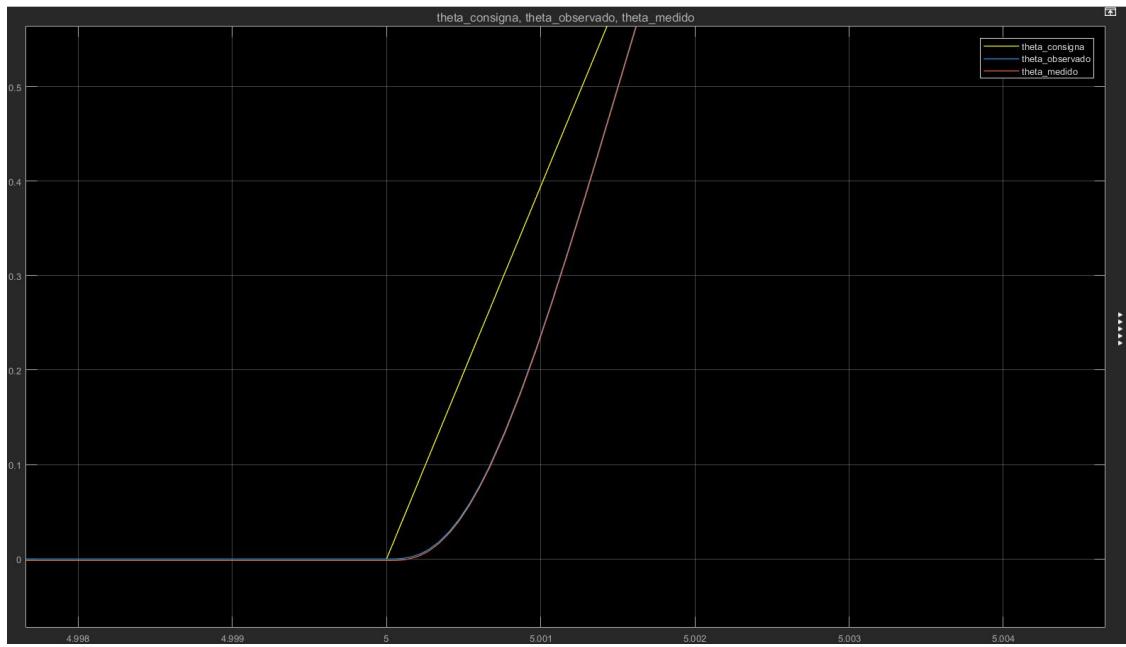


Figure 49: θ consiga, θ observador y θ medido, acercamiento en 5 s

Respuesta de la velocidad angular luego del escalón de torque.

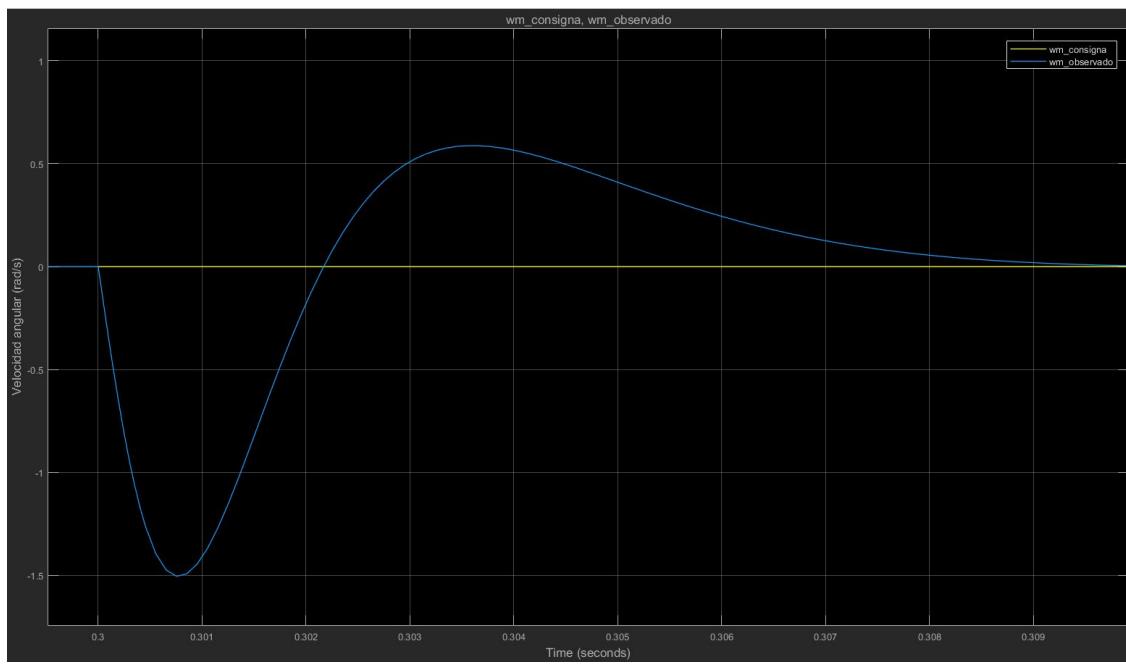


Figure 50: w_m consigna, w_m observado

En la siguiente figura se observa el torque motor frente al torque de carga sobre el factor de reducción r. En este caso, ambos negativos.

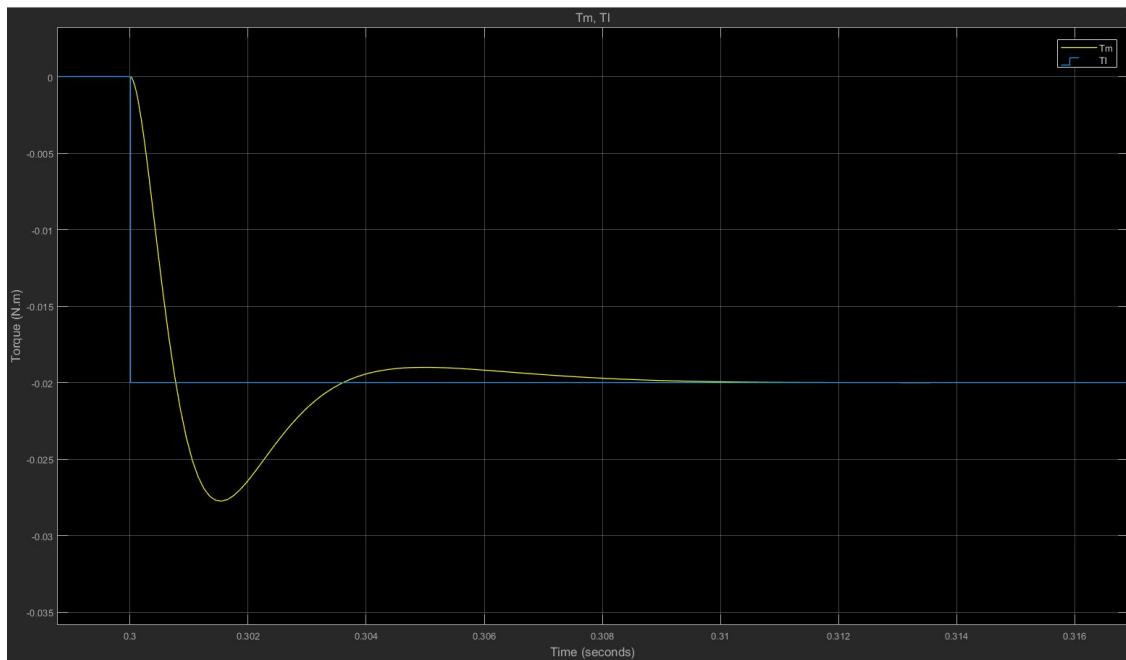


Figure 51: Torque motor, Torque de carga -

Respuesta de la posición angular.

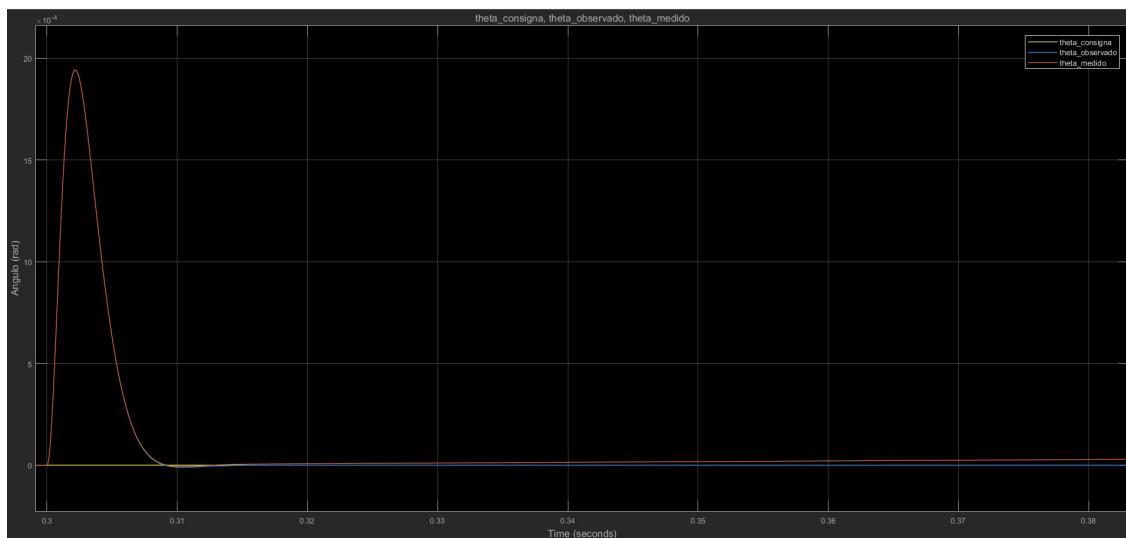


Figure 52: θ consiga, θ observador y θ medido

Acercamiento a los 5 segundos

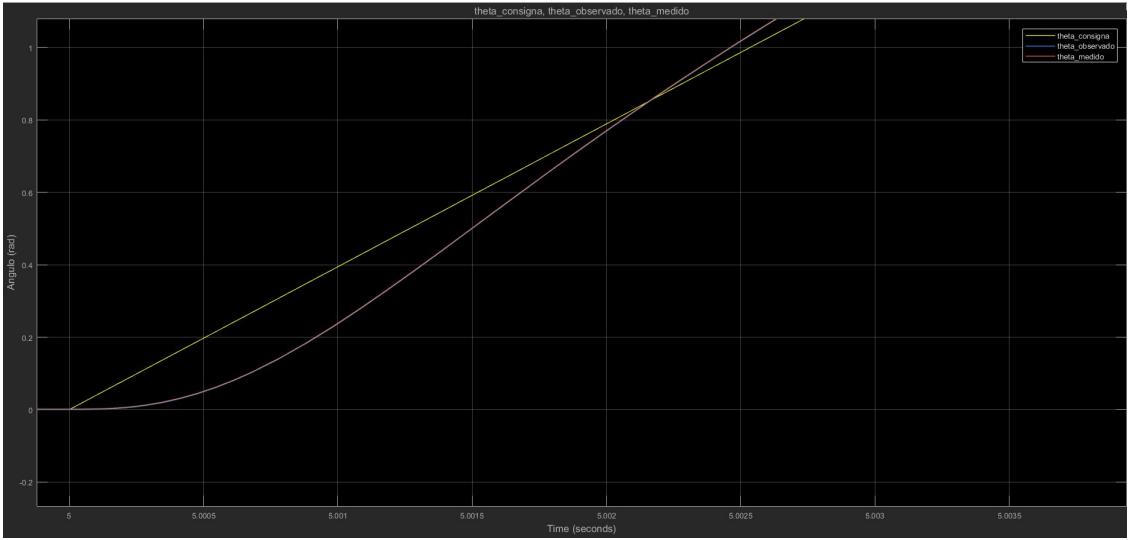


Figure 53: θ consigna, θ observador y θ medido, acercamiento a los 5s

Respuesta de la velocidad angular.

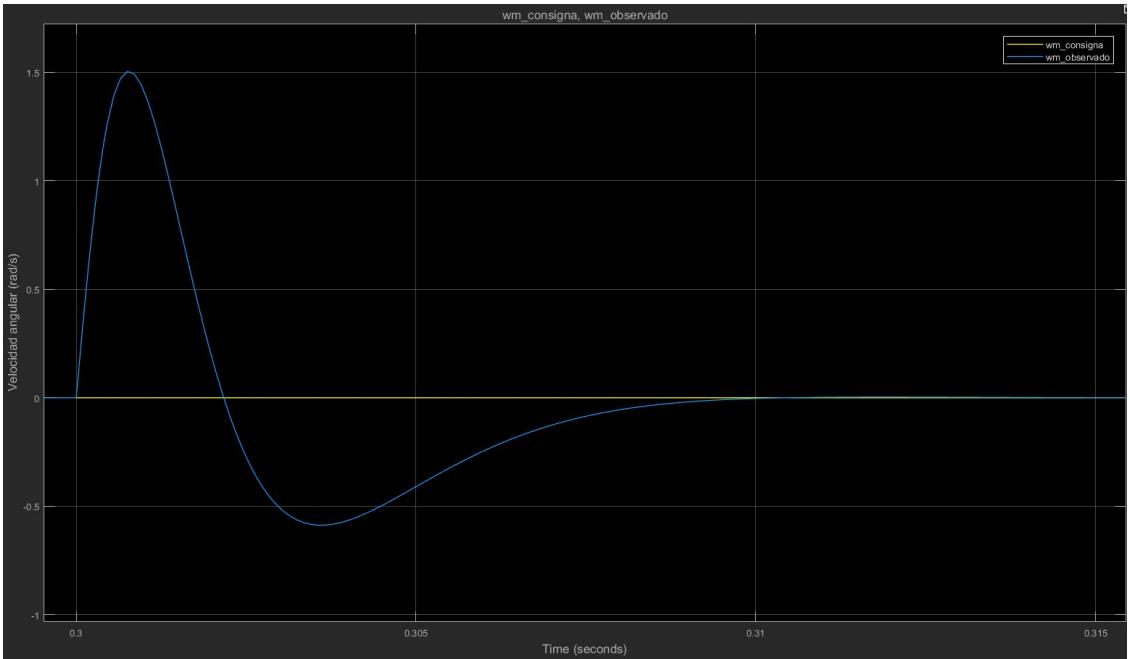


Figure 54: w_m consigna, w_m observado

En la siguiente sección, se buscará la forma de resolver algunos de los inconvenientes encontrados durante esta simulación.

Luego del desarrollo anterior, se presenta el modelo completo que contiene: Modelo físico de la máquina (en color celeste) y Controlador (en color verde) compuesto por: observador de estado parcial + control PID + modulador de torque, Además, en color naranja se encuentran los límites entre la planta y el controlador, que serían los sensores (corriente, posición y temperatura) y el modulador de tensión.

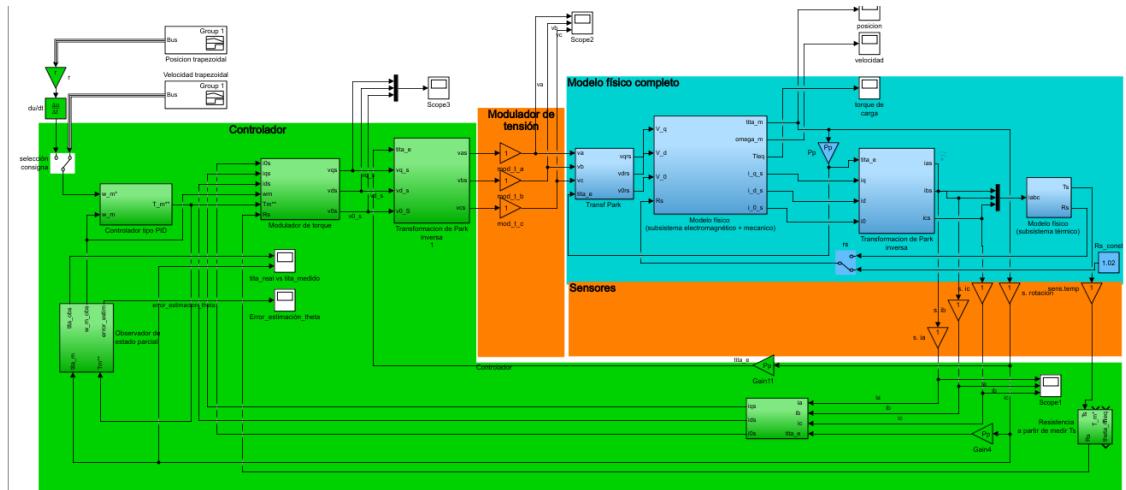


Figure 55: Modelo completo: modelo físico + controlador + sensores y modulador de tensión.

2.2.5 Verificación de desempeño y/o mejoras

- Verificar si se superan algunas de las especificaciones de operación (velocidad, torque, corriente, etc)

A continuación, se muestran los valores límites alcanzados y las especificaciones de operación:

Especificación	Tq[Nm]	Is[A]	$\omega_m[rad/s]$	Vsf[V]
máxima	29.42	2	-	19.59
nominal	7.26	-	691.15	13.85
medida	3.65	51.96	547.6	1860

Table 1: Tabla con especificaciones de operación

Se observa que las tensiones y corrientes superan ampliamente las especificaciones de operación. Como las gráficas de velocidad son pulsos, hay zonas de cambios bruscos que implican picos de aceleración imposibles de alcanzar. Es por eso que se debe optar por un perfil de velocidad trapezoidal. Para que esto sea posible, se debe optar por diseñar un perfil de posición con regiones de curvas cuadráticas.

Para el diseño del perfil se deben tener en cuenta los tiempos de elevación de la velocidad y la velocidad máxima a la cual se quiere llegar. Teniendo en cuenta que t_r es el tiempo de elevación y t_m es el tiempo en el cual se da la velocidad máxima, entonces el tiempo total del perfil está dado por:

$$tm + 2 * tr = t_{total} \quad (81)$$

La variación de la posición está dada por el área bajo la curva del perfil de velocidad. Debido a que la consigna de posición es de $2 * \pi * r$ (siendo r la relación de transmisión) y si se despeja t_m de (81) y se reemplaza en (82) se obtiene (83).:

$$(t_r + t_m) * \omega_{tm} = 2 * \pi * r \quad (82)$$

$$(t_r + t_{total} - 2 * t_r) * \omega_{tm} = 2 * \pi * r \quad (83)$$

$$t_r = t_{total} - \frac{2 * \pi * r}{\omega_{tm}} \quad (84)$$

Para el caso de aplicación, como la duración del perfil es de 5 segundos:

$$t_r = 5s - \frac{2 * \pi * r}{\omega_{max}} \quad (85)$$

Reemplazando el valor de r y considerando una velocidad máxima de un 55% de la velocidad nominal del motor, se obtiene los valores:

- $\omega_{ta} = 0.55 * 691.15 \frac{rad}{s} = 380.32 \frac{rad}{s}$
- $t_r = 0.497s$
- $t_a = 4.005s$

De esta manera, el perfil de la consigna de posición , adiconando además un escalón de torque a partir de $t = 0.3s$ queda de la forma:

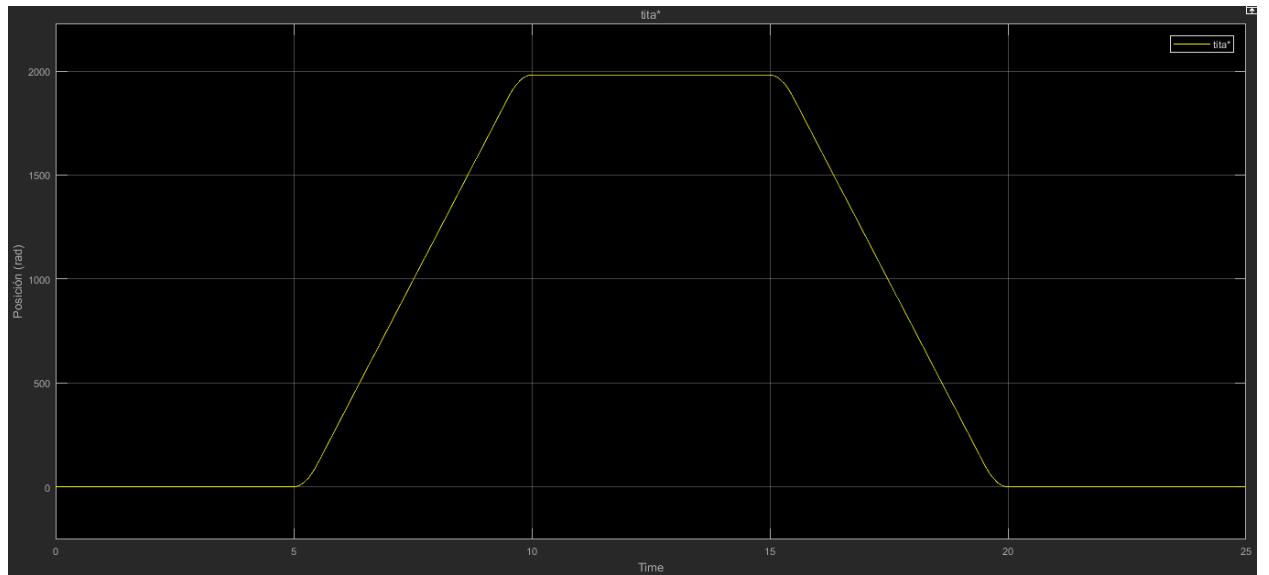


Figure 56: Consigna de posición con velocidad trapezoidal por tramos

y el perfil trapezoidal de velocidad:

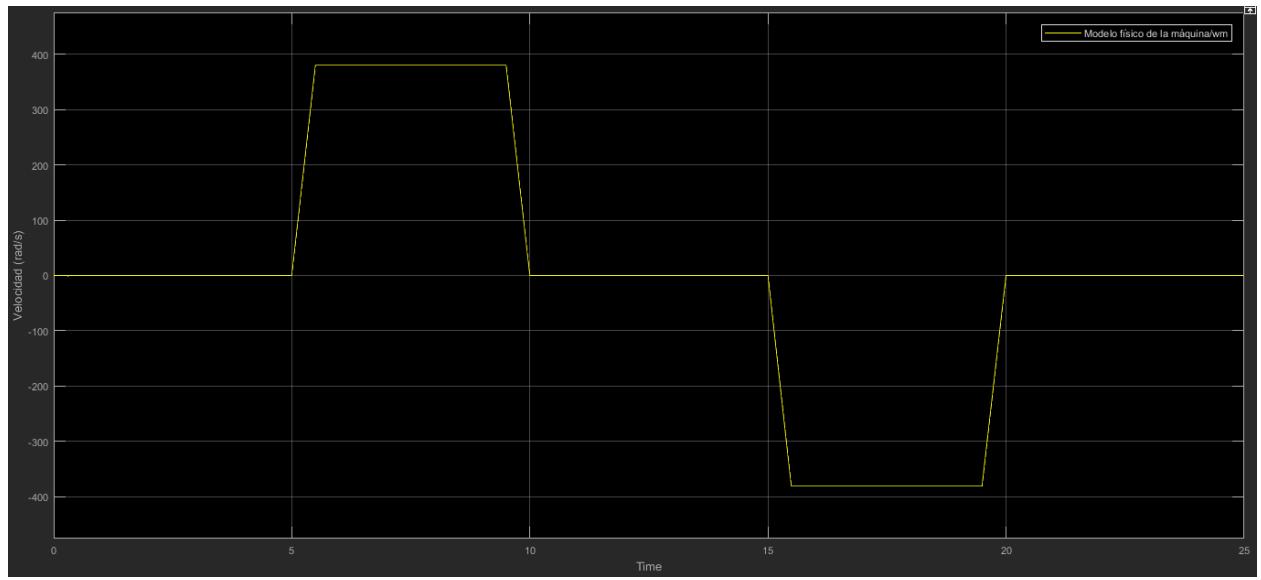


Figure 57: Consignas de velocidad trapezoidal

A continuación se puede apreciar la eliminación de los picos de tensiones y corrientes que se tenían anteriormente. Ahora, la tensión máxima obtenida es de $V = 18.5V$ y la corriente de $i = 0.45A$

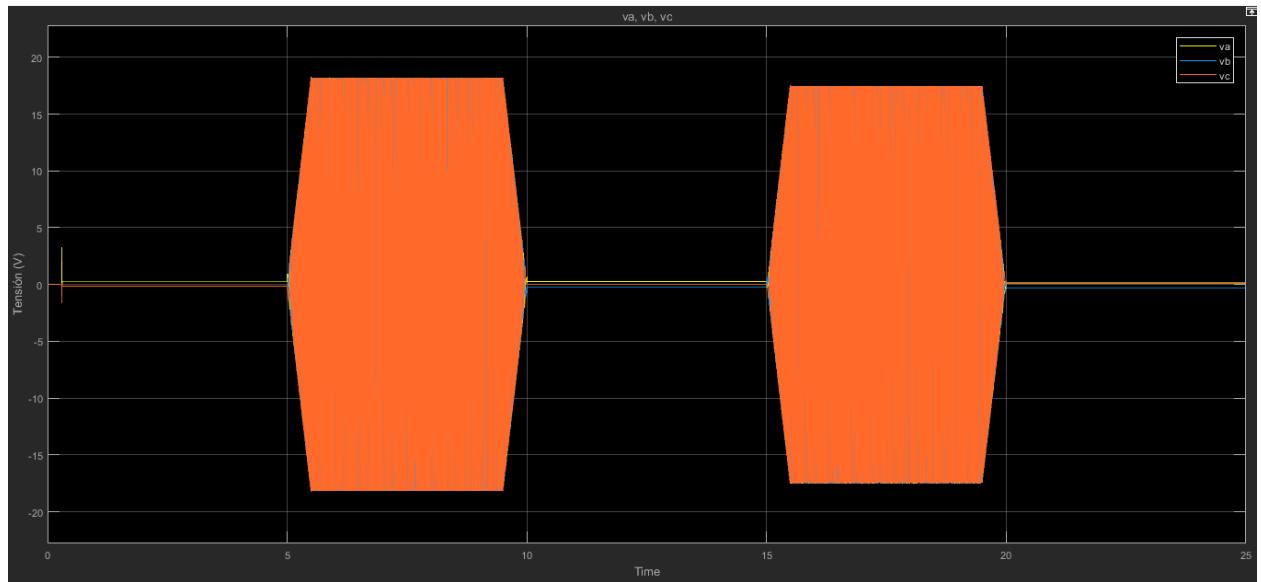


Figure 58: Tensiones en coordenadas abc para nueva consigna de posición

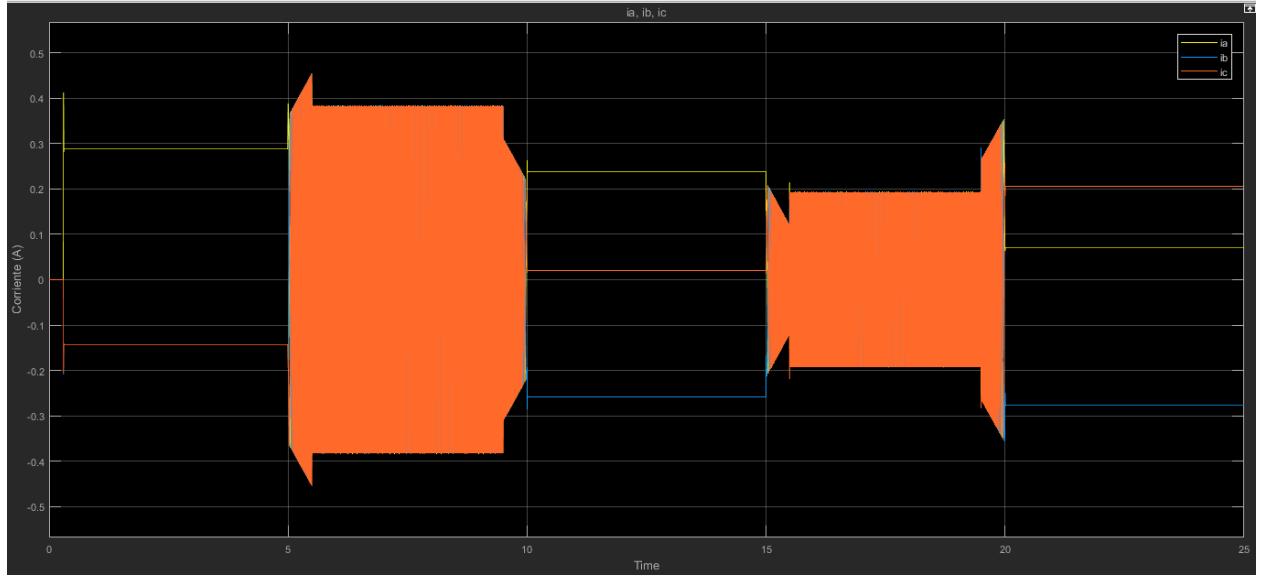


Figure 59: Corrientes en coordenadas abc para nueva consigna de posición (con escalón de torque de carga)

Se aprecia como un cambio en la curva de consigna de posición permitió una disminución de más de 100 veces la tensión y más de 115 veces la corriente respecto del caso anterior, haciendo que los valores ahora obtenidos estén dentro de las especificaciones operativas. También, cabe aclarar que para que los valores de tensión se mantengan dentro de los admisibles para el modulador de tensión, se debió reducir la velocidad a un 55% de la velocidad nominal. Esto es para cumplir el perfil de posición en el mismo tiempo que el anterior, pero otra opción podría haber sido cambiar el $\delta_t = 5s$ del perfil de velocidad por uno mayor.

- Verificar si existe error de estimación de régimen permanente distinto de cero ante perturbaciones de carga

Para proceder con éste análisis, se indicó una consigna de velocidad trapezoidal al sistema y, además, se le sumó una perturbación de torque en $t = 0.3s$. En la gráfica siguiente se observa el error de estimación en la posición.

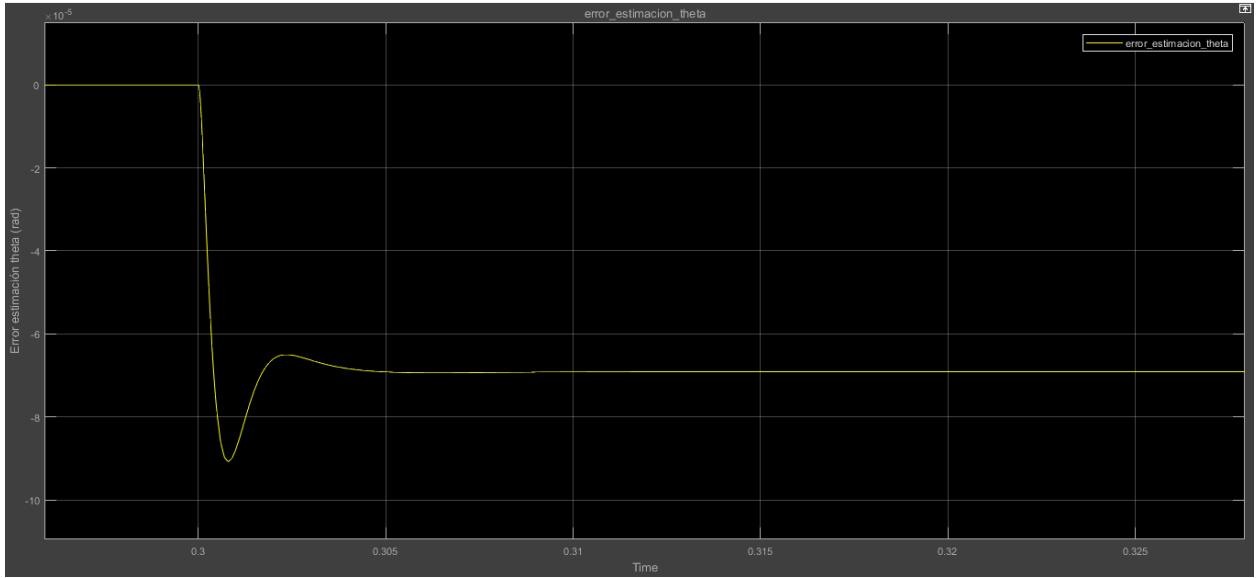


Figure 60: Error de estimación de posición con perturbación de torque en $t=0.3s$

Como se puede observar, ante la presencia de una perturbación en $t = 0.3s$ la estimación no es correcta ya que queda con un error de estado estacionario.

Para solucionar esto, se puede analizar el controlador PID desarrollado anteriormente y recordar que, ante situaciones en las cuales se tienen errores en régimen permanente, estos se pueden corregir haciendo uso de una acción integral.

Para encontrar el modelo equivalente del observador pero con control integral, se parte de las ecuaciones originales que definen a un estimador, dadas por (77) y (78). Luego, para agregar la acción de control integral, se considera que se "agrega" un estado más al que se denomina $z(t)$:

$$\dot{z}(t) = K_i * (\theta - \tilde{\theta}) \quad (86)$$

$$\frac{dz}{dt} = K_i * (\theta - \tilde{\theta}) \quad (87)$$

Agregando este nuevo estado, las matriz $A' = (A - K_e * C)$ queda de la forma:

$$A' = \begin{bmatrix} -K_\theta & 1 & 0 \\ -K_\omega & 0 & 1 \\ -K_i & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (88)$$

Si el nuevo polo del observador es 2 veces más rápido que los polos anteriores, se obtiene: $p_{1,2} = -3200 \frac{rad}{s}$ y $p_3 = -6400 \frac{rad}{s}$. De aquí, el polinomio deseado para el observador:

$$p(s) = (s + 3200)^2 * (s + 6400) = s^3 + 12800 * s^2 + (512 * 10^5) * s + 65536 * 10^6 \quad (89)$$

Igualando el polinomio deseado con el nuevo polinomio del observador, dado por:

$$\det(s * I - A') = s^3 + K_\theta * s^2 + K_\omega * s + K_i \quad (90)$$

Se obtienen los nuevos valores de las constantes:

- $K_\theta = 1.28 * 10^4$
- $K_\omega = 5.12 * 10^7$
- $K_i = 6.5536 * 10^{10}$

Agregando dicha acción integral al modelo del observador, el error de estimación de la posición queda como sigue:

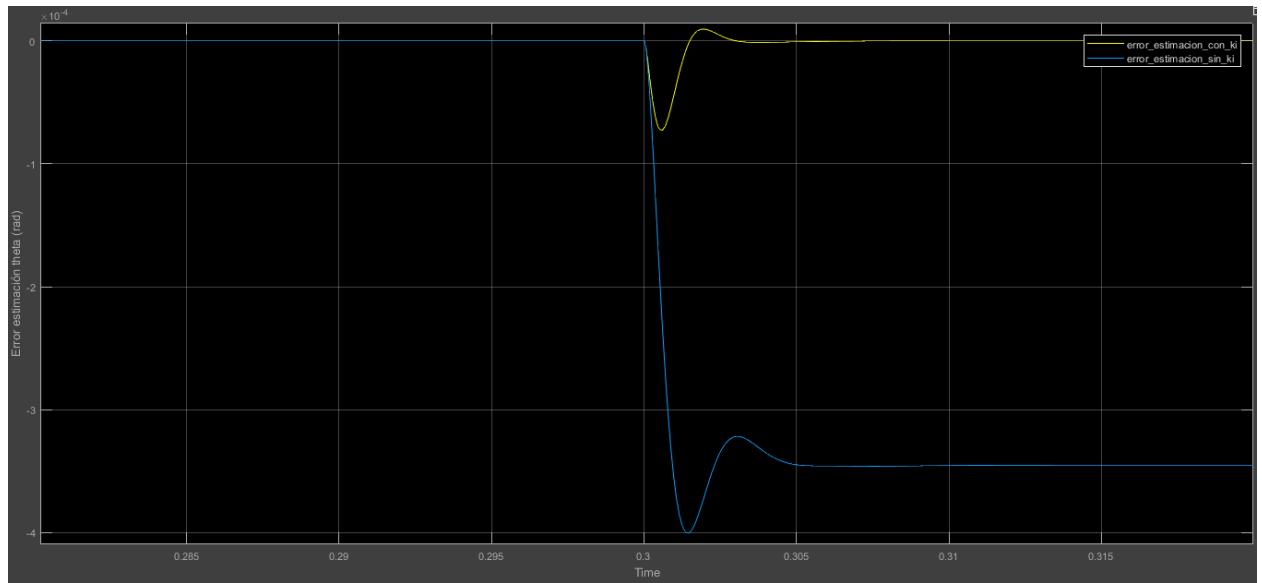


Figure 61: Error de estimación de posición con acción integral en el observador vs error sin estimación

Se observa claramente que se elimina el error de estado estacionario.

- **Comportamiento térmico del motor**

Se simula el comportamiento térmico del motor para 16 ciclos continuos de operación, utilizando el perfil de velocidad trapezoidal desarrollado anteriormente. Además, se considera el caso más desfavorable de temperatura ambiente, que son 40°C. Por otro lado, se simula el comportamiento teniendo en cuenta la presencia y ausencia de torque de carga.

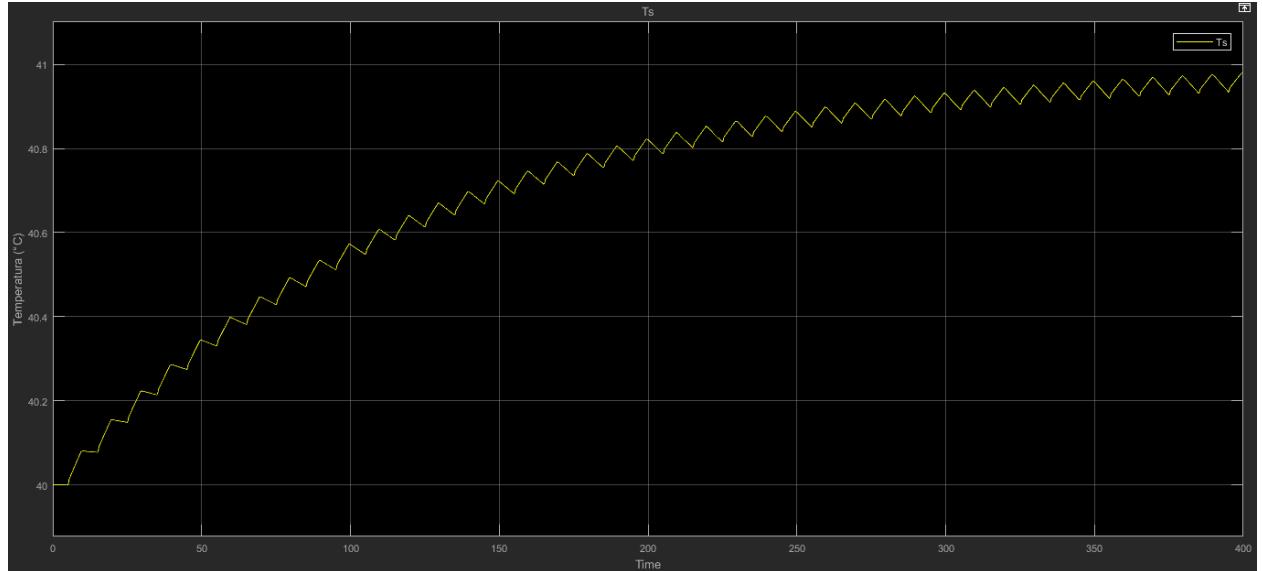


Figure 62: Aumento de la temperatura (°C) para 16 ciclos de operación sin torque de carga.

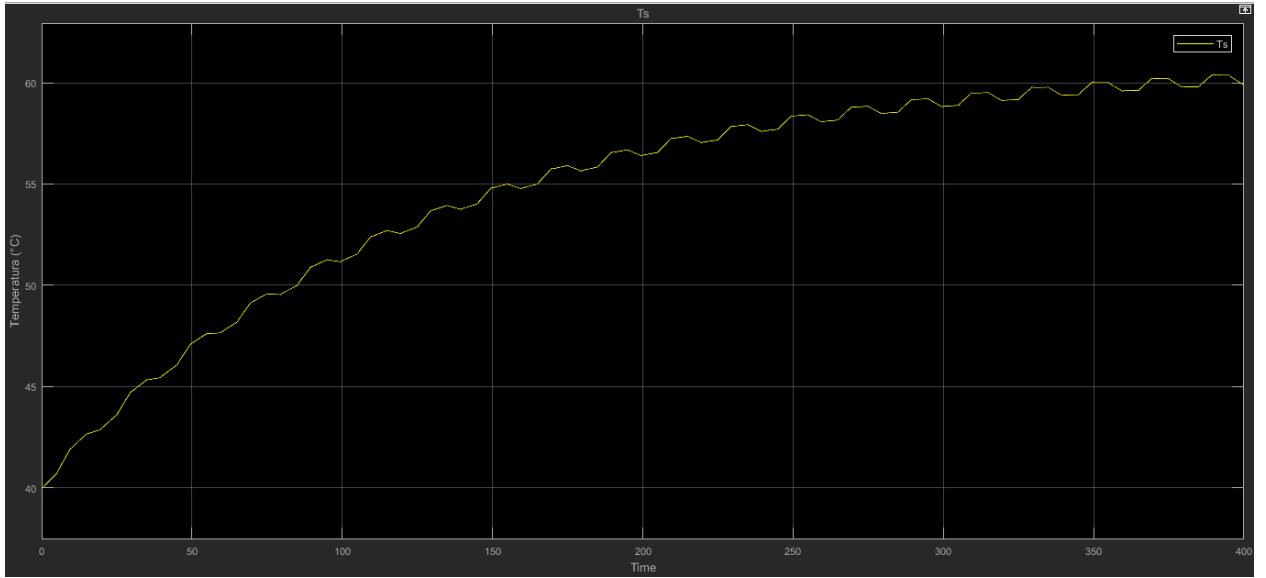


Figure 63: Aumento de la temperatura ($^{\circ}\text{C}$) para 16 ciclos de operación con variaciones del torque de carga.

En el primer caso, donde el torque de carga es nulo, la temperatura aumenta apenas 1°C en 16 ciclos de operación (cada ciclo dura 25s). Con este valor, la resistencia aumenta un 0.45%. Este porcentaje indica que el error al considerar la resistencia constante no sería notable.

En el segundo caso, donde se está en presencia de un torque de carga constante a lo largo de los 400s, la temperatura aumenta hasta 60°C . Si bien este valor de temperatura se encuentra dentro de los admisibles por el estator (temperatura máxima admisible 115°C), la resistencia de los devanados aumenta un 11% al fin de los 16 ciclos de trabajo. Este valor es considerablemente mayor al anterior y, por ende, en casos así se debería tener en cuenta esta variación de la resistencia.

- **Evaluación de desempeño considerando sensores con ancho de banda limitado**

Teniendo en cuenta que en una aplicación real los sensores poseen ancho de banda limitado, se evaluará el desempeño del sistema ante esta situación. Para ello se consideran:

- Sensores de corriente con $\omega_n = 8000$ y $\xi = 1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$. Filtro pasa bajo de segundo orden
- Sensor de posición o encoder con $\omega_n = 6000$ y $\xi = 1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$. Filtro pasa bajo de segundo orden
- Sensor de temperatura con $\tau = 20\text{s}$. Filtro pasa bajo de primer orden.

En la siguiente figura, se muestra el resultado de la velocidad del motor ante esta consideración de los sensores.

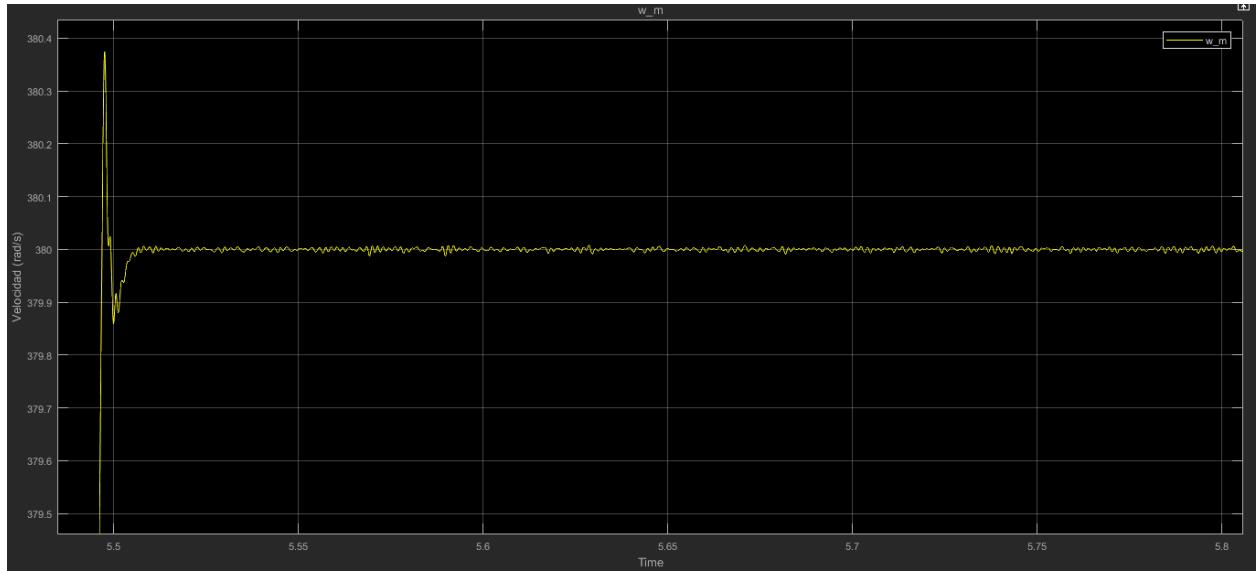


Figure 64: Zoom a velocidad del motor considerando ancho de banda limitado en los sensores.

Se observan oscilaciones de elevada frecuencia.

A continuación, se muestra también el error de estimación de la posición con estas consideraciones.

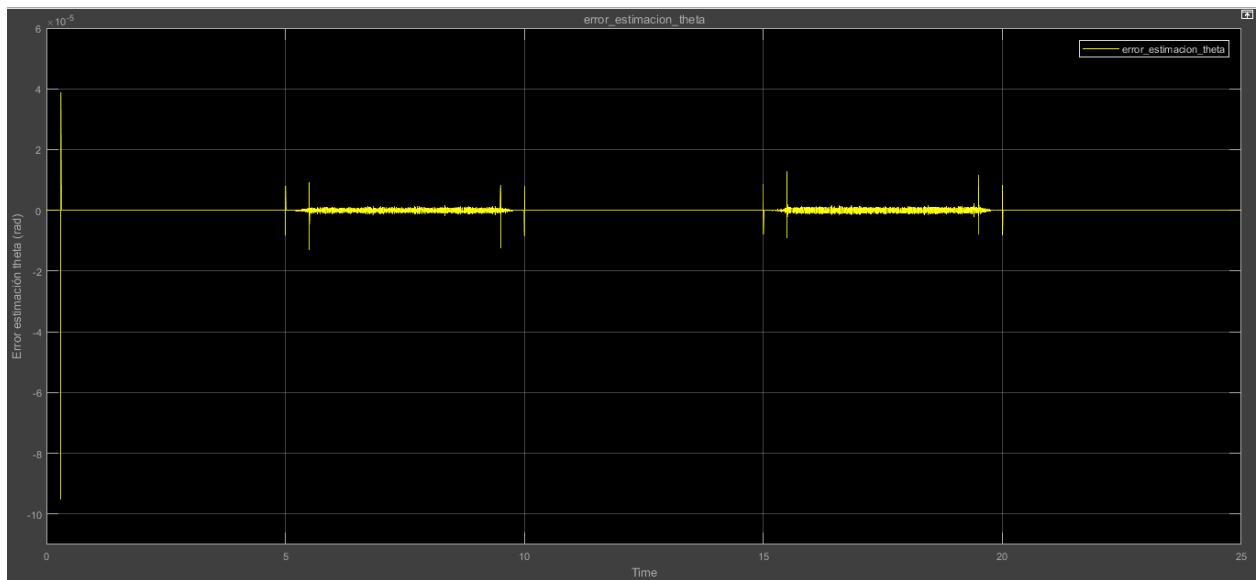


Figure 65: Error de estimación de posición considerando ancho de banda limitado en los sensores.

Se observa que durante los cambios continuos de posición (entre los 5 y 10 segundos y los 15 y 20 segundos) el error de la estimación aumenta, no así entre los 10 y 15 segundos donde la posición se mantiene constante debido al perfil elegido (perfil cuasi-trapezoidal de posición). Esto deja en evidencia las claras limitaciones de los sensores reales.

Por último, se muestran las gráficas de las tensiones trifásicas v_{abc} aplicadas sobre el motor para el caso ideal y no ideal.

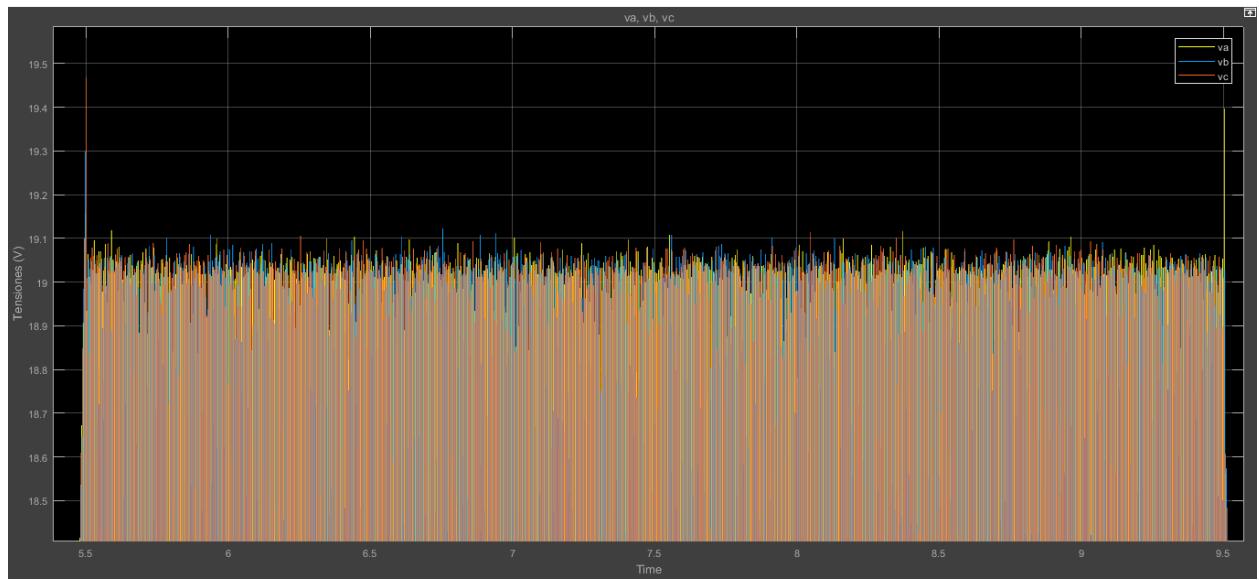


Figure 66: Tensiones en coordenadas abc aplicadas sobre el motor con ancho de banda limitado en sensores

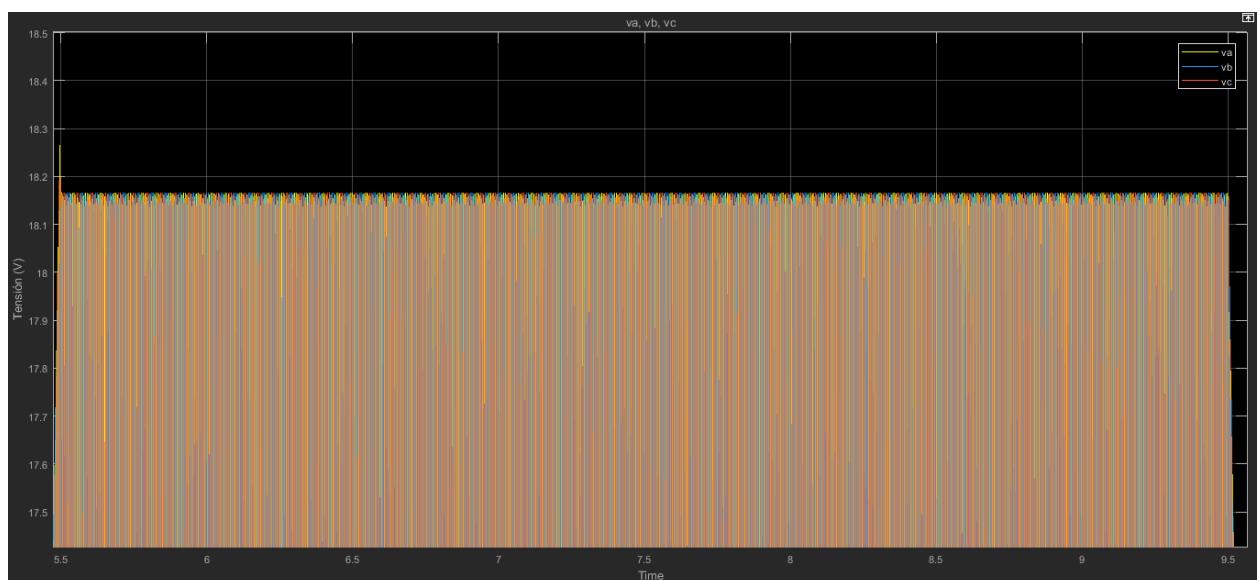


Figure 67: Tensiones en coordenadas abc aplicadas sobre el motor con sensores ideales.

Se pude observar como la señal con los sensores no ideales toma valores picos diferentes en cada instante de tiempo y, además son valores que están en el límite de los valores admisibles de tensión.

Conclusiones

En el presente trabajo se logró cumplir con el objetivo de diseño y análisis del control sobre un motor de CA de imanes permanentes, comprendiendo el funcionamiento y algunas estrategias de control que pueden aplicarse. Además, a través de las simulaciones, se logró comprender de una forma mas visual y práctica, lo que cada ecuación expresaba.

Se aplicaron estrategias de reforzamiento/debilitamiento de campo, asimilando mas el modelo a una posible aplicación real, observando los efectos tanto en el torque como en la velocidad. Además, se analizaron los efectos de la temperatura en el bobinado estator, concluyendo que hay casos donde puede despreciarse.

Por otro lado, a la hora de simular no se hizo un análisis "pasivo" sino que se intentó buscar fallas y errores, para luego encontrar posibles mejoras para el sistema. Siendo, de esta forma, fundamental en análisis de mejoras y verificación de desempeño ya que se pudieron observar los inconvenientes posibles que se pueden tener en un caso real (tensiones y corrientes elevadas, aceleraciones "infinitas",etc). Por último, el análisis del ancho de banda limitado de sensores fue muy importante para comprender los errores que esto puede traer en un caso de aplicación real, donde los sensores no son ideales. Aunque también, solo se realizó el análisis pero quedan pendientes las mejoras pueden agregarse para eliminar el deterioramiento de desempeño que esto conlleva.

Finalmente, luego de haberse pulido el sistema para obtener la mejor respuesta se obtuvieron muy buenos resultados: buen rechazo a cargas externas (perturbaciones), buen seguimiento de consignas y señales de control dentro de los valores especificados.

Referencias

- [1] Apuntes de cátedra Automática y Máquinas eléctricas año 2020- Facultad de Ingeniería - UNCuyo.Ing. Garbiel Julián.
- [2] Apuntes de cátedra Electrotecnia y máquinas eléctricas - Facultad de Ingeniería - UNCuyo.
- [3] Guía de proyecto final - Automática y máquinas electricas - Facultad de Ingeniería - UNCuyo. Ing. Garbiel Julián.
- [4] Apuntes cátedra Robótica I.Planificación de trayectorias - Facultad de Ingeniería - UNCuyo.