



# **HOW TO TRANSISTOR**

**Cenni di teoria utili e raccolta di esercizi sui transistor**

**A cura di Marco Marino**

**Prof. Mauro Mosca**

**Università degli studi di Palermo**



# SOMMARIO

---

## 1. TIMER 555

1.1. TIMER 555 come astabile

1.2. TIMER 555 come monostabile

## 2. Pilotare un diodo (esempio)

## 3. Amplificatori

3.1. Amplificatore operazionale ideale

3.2. Amplificatore operazionale in configurazione ad anello aperto

3.3. Amplificatore operazionale in configurazione ad anello chiuso

3.4. BONUS: concetto di massa virtuale

3.5. Amplificatore invertente

3.6. Amplificatore non invertente

3.7. Buffer (separatore di impedenza)

3.8. Amplificatore differenziale

3.9. Sommatore invertente

3.10. Convertitore I-V (corrente-tensione)

3.11. Circuito integratore

3.12. Circuito derivatore

## 4. Funzionamento dei transistor

4.1. MOSFET

4.2. BJT

## 5. Analisi statica di un circuito amplificatore

5.1. Dinamica del punto di riposo

5.2. Conoscere il punto di riposo di un transistor

## 6. Analisi dinamica di un circuito amplificatore

## 7. Esercizi sui transistor



## 1. TIMER 555

### 1.1. TIMER 555 come astabile

L'espressione analitica di una funzione esponenziale decrescente  $y(t)$  che parte dal valore  $y_0$  per  $t = 0$  e tende a  $y_\infty$  per  $t \rightarrow \infty$ , è la seguente:

$$y(t) = y_\infty - (y_\infty - y_0)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Da cui si ricava la relazione inversa:

$$t = \tau \cdot \ln\left(\frac{y_\infty - y_0}{y_\infty - y(t)}\right)$$

Ricaviamo  $T_1$  e  $T_2$ :

$$T_1 = R_B C \cdot \ln\left(\frac{0 - \frac{2}{3}V_{CC}}{0 - \frac{1}{3}V_{CC}}\right) = 0,7R_B C$$

$$T_2 = (R_A + R_B) \cdot C \cdot \ln\left(\frac{V_{CC} - \frac{1}{3}V_{CC}}{V_{CC} - \frac{2}{3}V_{CC}}\right) = 0,7(R_A + R_B) \cdot C$$

Il periodo di oscillazione sarà dato da:

$$T = \frac{1}{f} = T_1 + T_2 = 0,7(R_A + 2R_B) \cdot C$$

### ESEMPIO:

La frequenza desiderata è di  $f = 10 \text{ kHz} = 10000 \text{ Hz}$ . Dimensioniamo la capacità  $C$  e le due resistenze  $R_A$  ed  $R_B$  in modo tale che sia verificata la seguente relazione:

$$f = \frac{1}{0,7(R_A + 2R_B) \cdot C} = \frac{1,44}{C \cdot (R_A + 2R_B)}$$

Scegliamo un valore tipico per la capacità. Ecco una guida generale:

1. **Per alte frequenze** (nell'ordine di diversi kHz o più) valori tipici di  $C$  sono tra 1 nF e 100 nF.
2. **Per frequenze medie** (decine o centinaia di Hz fino a pochi kHz) valori tipici di  $C$  sono tra 100 nF e 1  $\mu$ F.
3. **Per basse frequenze** (meno di 1 Hz fino a pochi Hz) valori tipici di  $C$  sono da 1  $\mu$ F fino a 100  $\mu$ F o più.

Scegliamo  $C = 100 \text{ nF}$ , la somma  $R_A + 2R_B$  dovrà risultare pari a:



$$R_A + 2R_B = \frac{1,44}{f \cdot C} = \frac{1,44}{10^4 \cdot 100 \cdot 10^{-9}} = 1,44 \cdot 10^3 = 1440 \, \Omega$$

Dunque:

$$R_A = 440 \, \Omega$$

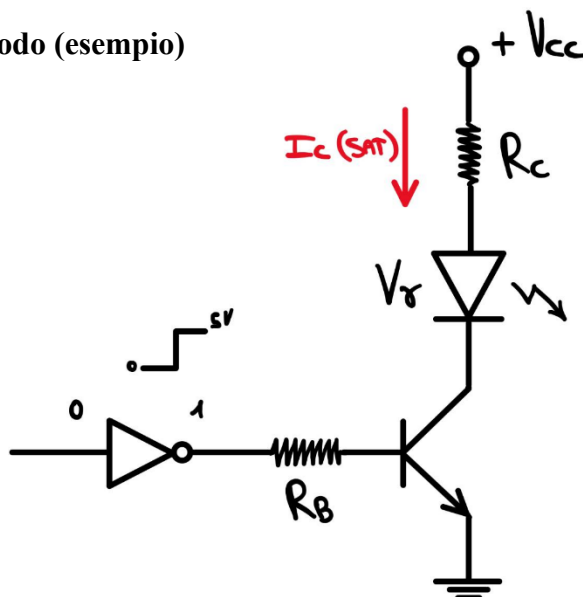
$$R_B = 500 \, \Omega$$

## 1.2. TIMER 555 come monostabile

$$T = R_A C \cdot \ln \left( \frac{V_{CC} - 0}{V_{CC} - \frac{2}{3} V_{CC}} \right) = 1,1 R_A C$$



## 2. Pilotare un diodo (esempio)



Se il circuito d'ingresso (in questo caso la porta AND) produce un valore alto, utilizzando un buffer driver (circuito proposto in figura) possiamo ottenere l'accensione del LED. Il valore di ingresso  $v_i$  del driver coincide con il valore di uscita dell'AND. Se  $v_i = 0$ , allora  $V_{BE} = 0$  (la giunzione BE non è polarizzata) e la giunzione CB risulta polarizzata direttamente, con conseguente interdizione del transistor. Per questo motivo  $I_C = 0$  e il diodo LED non si accenderà. Se  $v_i = 5V$  (valore alto per i TTL compatibili), bisogna dimensionare  $R_B$  ed  $R_C$  in modo tale da accendere il LED. Supponiamo che il transistor lavori in zona di saturazione e che  $V_{CC} = 9V$ ,  $V_\gamma = 2,3V$ ,  $\beta = 100$  e  $I_{LED} = 25mA$ . Scriviamo innanzitutto l'equazione alla maglia di uscita:

$$V_{CC} = R_C I_C(sat) + V_\gamma + V_{CE}(sat)$$

In zona di saturazione  $V_{CE}(sat) \approx 0,2V$ , inoltre  $I_{LED} = I_C(sat)$  perché il LED e il resistore sono posti in serie, dunque:

$$R_C = \frac{V_{CC} - V_\gamma - V_{CE}(sat)}{I_C(sat)} = \frac{9 - 2,3 - 0,2}{0,025} = 260 \Omega$$

Tutto ciò è valido se la corrente di base  $I_{BEOS}$  è tale da far andare il transistor in saturazione:

$$I_{BEOS} = \frac{I_C(sat)}{\beta} = \frac{0,025}{100} = 0,00025 A = 0,25 mA$$

Per far lavorare il transistor in zona di saturazione dobbiamo scegliere un fattore di overdrive adeguato:

$$I_B(sat) = 2 \div 5 \cdot I_{BEOS}$$

Scegliamo 4 come fattore di overdrive, dunque:

$$I_B(sat) = 4 \cdot I_{BEOS} = 4 \cdot 0,25 = 1 mA$$



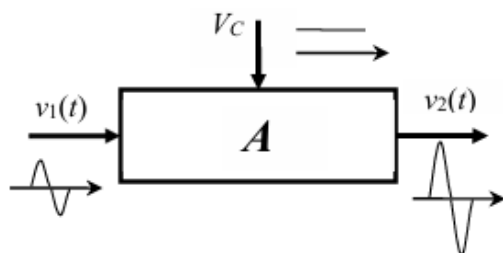
A questo punto, per dimensionare  $R_B$  consideriamo il circuito d'ingresso indicando con  $V_{OH}$  il valore di tensione in ingresso (supposto alto) e ricordando che  $V_{BE}(sat) \approx 0,8$ :

$$R_B = \frac{V_{OH} - V_{BE}(sat)}{I_B(sat)} = \frac{5 - 0,8}{0,001} = 4200 \, \Omega = 4,2 \, k\Omega$$



### 3. AMPLIFICATORI

Gli amplificatori operazionali sono circuiti integrati biporta in grado di innalzare il livello del segnale d'ingresso (tensione o corrente) conferendo ad esso una potenza maggiore rispetto a quella iniziale. Ovviamente un amplificatore non può incrementare, da solo, la potenza in uscita (andrebbe contro il principio di conservazione dell'energia) e, per farlo, dovrà essere opportunamente alimentato da un segnale costante (non varia nel tempo) di tensione o corrente.

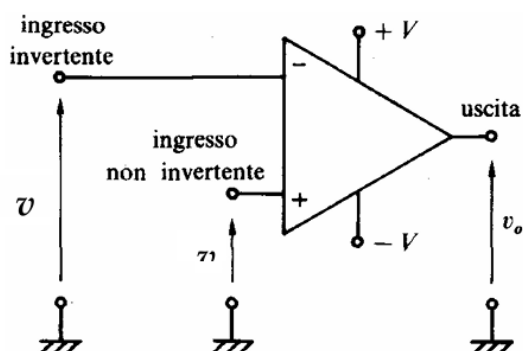


#### AMPLIFICATORE LINEARE

$$V_2(t) = A \cdot V_1(t)$$

$$A \neq f(t)$$

#### 3.1. Amplificatore operazionale ideale



$$V_o = A_{OL} \cdot (v_+ - v_-) = -A_{OL} \cdot (v_- - v_+) = -A_{OL} \cdot v_i$$

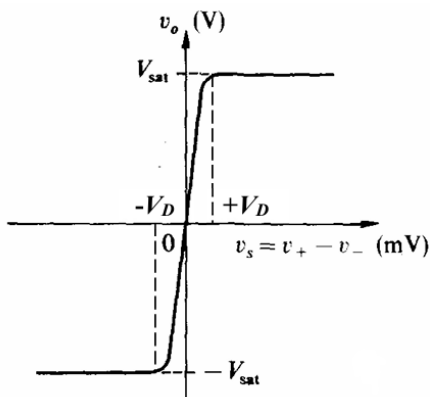
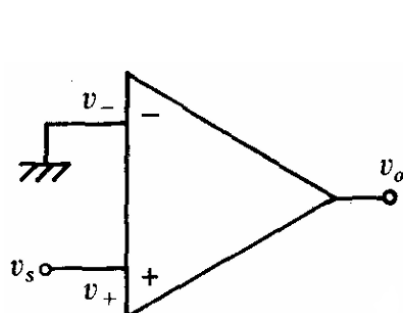
$v_i$  è la tensione differenziale d'ingresso

$$A_{OL} \rightarrow \infty$$

$$R_i \rightarrow \infty$$

$$R_o \rightarrow 0$$

#### 3.2. Amplificatore operazionale in configurazione ad anello aperto



$$V_o = A_{OL} \cdot (v_+ - v_-) = A_{OL} v_s$$

$$V_{sat} \approx +V_{alim}$$

$$-V_{sat} \approx -V_{alim}$$

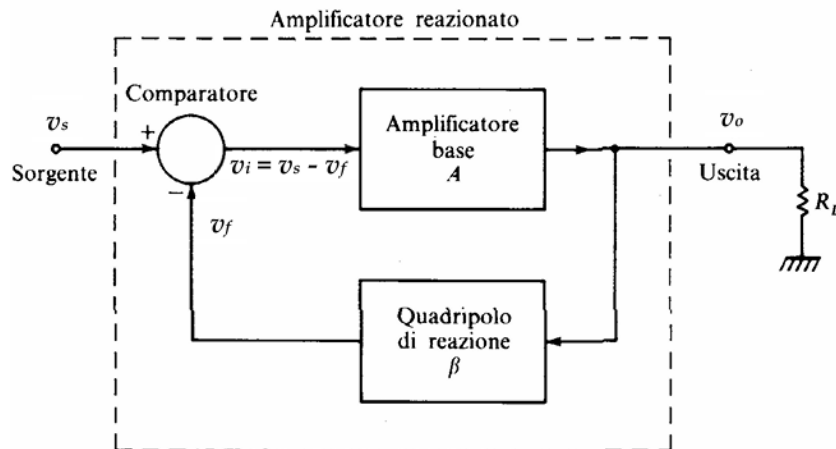
Tale amplificatore si comporta in modo lineare nella regione  $-V_D \leq v_s \leq V_D$ . Per trovare l'intervallo di linearità dobbiamo conoscere la pendenza (coincidente con  $A_{OL}$ ) e il valore della tensione di alimentazione  $V_{alim}$  e applicare la definizione di coefficiente angolare. Supponendo  $A_{OL} \approx 10^6$  e  $V_{alim} \approx 10\text{ V}$ , avremo:



$$\frac{10}{10^6} \approx 10 \mu V = |V_D|$$

Questo operazionale funge da comparatore, in quanto ci permette di valutare se il segnale  $v_s$  all'ingresso non invertente sia maggiore (otterremo  $+V_{sat}$ ) o minore (otterremo  $-V_{sat}$ ) di quello all'ingresso invertente.

### 3.3. Amplificatore operazionale in configurazione ad anello chiuso



Per decrementare il valore dell'amplificazione e rendere l'amplificatore più stabile in seguito a eventuali variazioni del segnale d'ingresso, si utilizza una cosiddetta controreazione (o reazione negativa), ovvero un percorso circuitale che collega l'uscita con l'ingresso in modo tale che l'uscita venga sottratta al circuito d'ingresso. Per questo circuito valgono le seguenti:

$$v_o = A \cdot v_i = A \cdot (v_s - v_f) = A \cdot (v_s - \beta v_o) = Av_s - \beta Av_o$$

$$\Rightarrow v_o \cdot (1 + \beta A) = Av_s \Rightarrow v_o = \frac{Av_s}{1 + \beta A}$$

Dove  $\beta$  è il valore di attenuazione del quadripolo di reazione. L'amplificazione risulta dunque:

$$A_f = \frac{v_o}{v_s} = \frac{\frac{Av_s}{1 + \beta A}}{v_s} = \frac{A}{1 + \beta A}$$

Se  $\beta A \gg 1 \Rightarrow A_f = \frac{1}{\beta}$ .

In questo modo l'amplificazione totale  $A_f$  del sistema risulta indipendente dall'amplificazione dell'operazionale e dipendente solamente dalla rete di reazione (solitamente costituita da resistenze).

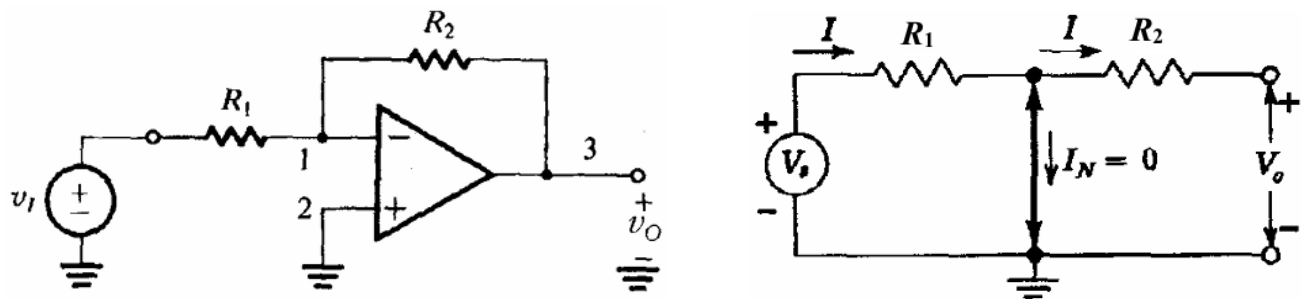




### 3.4. BONUS: concetto di massa virtuale

Come già detto, un operazionale presenta in ingresso una resistenza tendenzialmente infinita (molto alta) e ciò comporta il fatto che le correnti in ingresso sono praticamente nulle. Anche la differenza di tensione tra l'ingresso invertente e quello non invertente è praticamente nulla, dunque  $v_i \approx 0$  e possiamo affermare che tra i due ingressi vi sia un corto circuito. Ma in un cortocircuito la corrente tende ad infinito: abbiamo un corto circuito tra due punti a potenziale zero, com'è possibile? In questo caso possiamo intenderlo più propriamente come cortocircuito virtuale, dato che la corrente non vi scorre. Se, come spesso accade, uno dei due terminali (tipicamente quello invertente) è posto a massa, data la presenza del cortocircuito virtuale possiamo affermare che anche l'altro terminale sarà virtualmente collegato a massa. Supponendo che il terminale invertente sia posto a massa, allora in corrispondenza di quello non invertente si avrà una cosiddetta massa virtuale.

### 3.5. Amplificatore invertente



In tale configurazione, il ramo su cui è posta  $R_2$  è quello di reazione negativa. La resistenza d'ingresso dell'operazionale tende ad infinito, dunque la corrente scorre nel ramo in cui è posta  $R_2$ . Possiamo dunque scrivere che:

$$v_o = -R_2 i_2$$

$$v_s = R_1 i_1$$

Applicando la LKC otteniamo:

$$i_1 = I_N + i_2$$

Ma l'ingresso invertente è posto a massa virtuale, dunque  $I_N = 0$  e risulta  $i_1 = i_2$ . Di conseguenza avremo:

$$v_o = -R_2 i$$

$$v_s = R_1 i$$

L'amplificazione del circuito complessivo sarà:

$$A_f = \frac{v_o}{v_s} = \frac{-R_2 i}{R_1 i} = -\frac{R_2}{R_1}$$



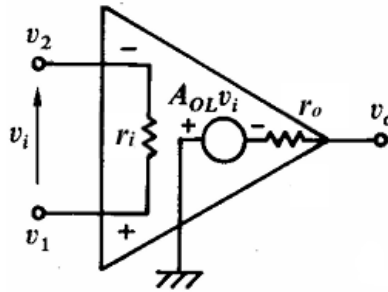
Il fatto che il rapporto sia negativo indica che il segnale viene sfasato di  $180^\circ$ .

La resistenza d'ingresso del circuito sarà:

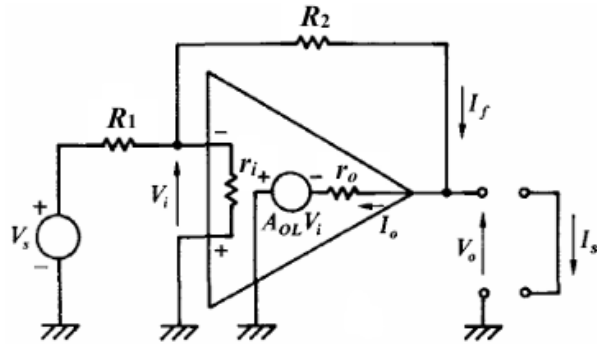
$$R_i = R_1$$

Ciò rappresenta una pecca per questa configurazione perché essa non avrà una resistenza d'ingresso elevata (tipicamente sarà dell'ordine del  $k\Omega$ ). Infatti, se vogliamo una maggiore amplificazione dobbiamo ridurre il valore di  $R_1$  in modo tale che il rapporto  $-\frac{R_2}{R_1}$  produca un valore più alto. Tuttavia, circuiti che manipolano tensioni dovrebbero auspicabilmente avere la più alta resistenza d'ingresso possibile.

La resistenza d'uscita del circuito si calcola ricorrendo al modello equivalente dinamico dell'operazionale:



Il circuito equivalente sarà dunque il seguente:



La resistenza d'ingresso  $r_i$  dell'operazionale è idealmente molto grande mentre quella di uscita  $r_o$  è idealmente molto piccola ed è in serie con un generatore dipendente di tensione, il quale eroga il valore della tensione di uscita quando l'operazionale è ad anello aperto ( $A_{OL}v_i$ ). Per calcolare  $R_o$  ci serviremo della corrente di corto circuito  $i_{sc}$ , data da:

$$i_{sc} = i_f - i_o = \frac{v_s}{R_1 + R_2} - \frac{A_{OL}v_i}{r_o}$$

Poiché  $A_{OL}$  ha un valore molto alto, risulta:

$$i_{sc} = \frac{v_s}{R_1 + R_2} - \frac{A_{OL}v_i}{r_o} \approx -\frac{A_{OL}v_i}{r_o}$$



$v_i$  altro non è che la differenza di potenziale tra  $v_-$  e massa, e si ricava utilizzando il partitore di tensione:

$$i_{sc} = -\frac{A_{OL}v_i}{r_o} = -\frac{A_{OL}}{r_o} \cdot v_s \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Possiamo dunque esprimere  $R_o$  come rapporto tra la tensione di uscita e la corrente di cortocircuito:

$$R_o = \frac{v_o}{i_{sc}} = \left( -\frac{R_2}{R_1} v_s \right) \cdot \left( -\frac{r_o}{A_{OL} v_s} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_2} \right) = \frac{r_o}{A_{OL}} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1} = \frac{r_o}{A_{OL}} \cdot \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

Dato che  $\frac{R_2}{R_1} \gg 1$ :

$$R_o \approx \frac{r_o}{A_{OL}} \cdot \frac{R_2}{R_1}$$

Ma  $\frac{R_2}{R_1}$  è l'amplificazione del sistema reazionato, dunque:

$$R_o = r_o \cdot \frac{A_f}{A_{OL}}$$

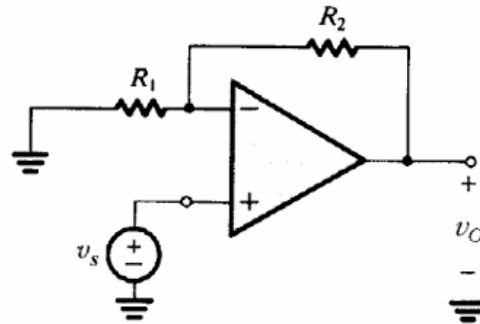
Dato che  $A_{OL} \gg A_f$  il rapporto  $\frac{A_f}{A_{OL}} < 1$ , dunque nell'amplificatore reazionato la resistenza d'uscita  $R_o$  è molte volte più piccola della resistenza di uscita  $r_o$  dell'operazionale stesso. Questo è sicuramente un punto a favore dell'amplificatore invertente.

È quindi lecito chiedersi quanto grandi o quanto piccole possano essere le due resistenze:

- Un valore di resistenza  $R_1$  troppo basso implicherebbe una resistenza d'ingresso troppo bassa e quindi un sovraccarico della sorgente  $V_s$ .
- Un valore di resistenza  $R_2$  troppo basso implica ovviamente un valore di  $R_1$  ancora più basso e in questo caso non è più vero che l'amplificazione ad anello chiuso vale come trovato.
- Un valore di resistenza di  $R_2$  troppo alto, confrontabile o maggiore di  $R_i$ , implica che il terminale invertente non si può più considerare a massa virtuale in quanto la corrente inizia a scorrere anche su  $R_i$  e, in questo modo, l'effetto di reazione tende a scomparire.



### 3.6. Amplificatore non invertente



La configurazione è abbastanza simile a quella invertente, il ramo su cui è posta  $R_2$  è quello di reazione negativa. La resistenza d'ingresso dell'operazionale tende ad infinito, dunque la corrente scorre nel ramo in cui è posta  $R_2$ . L'evidente differenza è che il terminale invertente è posto a massa mentre quello non invertente riceve un segnale  $v_s$  in ingresso. Anche in questo caso la tensione  $v_-$  si può ricavare tramite partitore di tensione:

$$v_- = v_o \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

La tensione  $v_+$  invece corrisponde a quella di ingresso:

$$v_+ = v_s$$

La presenza del cortocircuito virtuale tra i due ingressi ci permette di asserire che:

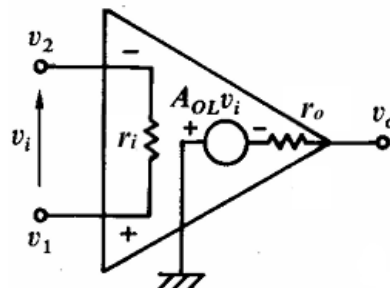
$$v_+ = v_-$$

L'amplificazione totale del circuito sarà data da:

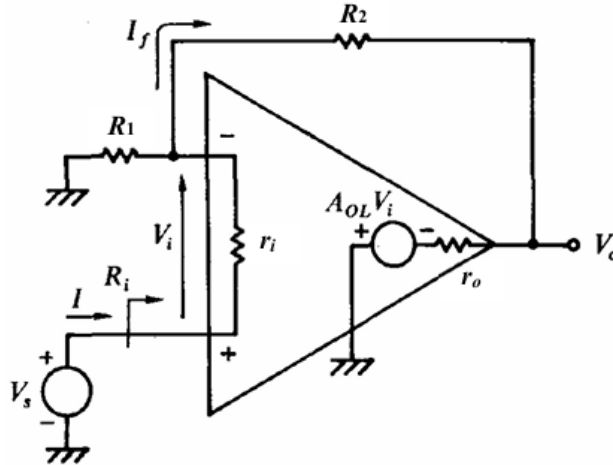
$$A_f = \frac{v_o}{v_s} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot v_- \cdot \frac{1}{v_+} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

Il segno positivo dell'amplificazione indica che non vi è sfasamento tra ingresso e uscita.

La resistenza d'ingresso del circuito si calcola ricorrendo al modello equivalente dinamico dell'operazionale:



Il circuito equivalente sarà dunque il seguente:



Si trascuri  $r_o$  (che è molto piccola) considerando al suo posto, in uscita dell'operazionale, un cortocircuito. Risulta chiaro il valore della tensione di uscita  $v_o$ :

$$v_o = -A_{OL}v_i = A_{OL} \cdot (v_+ - v_-) = A_{OL} \cdot (v_s - v_-)$$

Con  $v_- = v_o \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$ .

Dunque:

$$(v_s - v_-) = \frac{v_o}{A_{OL}} = \frac{1}{A_{OL}} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot v_-$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v_s = v_- \cdot \left(1 + \frac{1}{A_{OL}} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1}\right) \\ v_- = v_s \cdot \left[\frac{R_1 A_{OL}}{(1 + A_{OL}) \cdot R_1 + R_2}\right] \end{cases}$$

Calcoliamo finalmente la resistenza d'ingresso del circuito:

$$R_i = \frac{v_s}{i} = \frac{v_s}{\frac{v_s - v_-}{r_i}} = r_i \cdot \frac{v_s}{v_s - \frac{R_1 A_{OL}}{(1 + A_{OL}) \cdot R_1 + R_2}} = r_i \cdot \frac{(1 + A_{OL}) \cdot R_1 + R_2}{R_1 + R_2}$$

Ricordiamo che  $A_f = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$ :

$$R_i = r_i \cdot \frac{(1 + A_{OL}) \cdot R_1 + R_2}{R_1 + R_2} = r_i \cdot \left[\frac{R_1 + R_2 + R_1 A_{OL}}{R_1 + R_2}\right] =$$

$$= r_i \cdot \left[\frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_1 A_{OL}}{R_1 + R_2}\right] = r_i \cdot \left(1 + \frac{A_{OL}}{A_f}\right)$$

Dato che  $\frac{A_{OL}}{A_f} \gg 1$ :



$$R_i \approx r_i \cdot \frac{A_{OL}}{A_f}$$

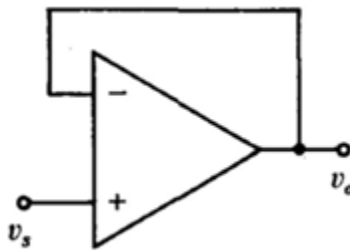
Essendo  $A_{OL} \gg A_f$ , la resistenza d'ingresso risulterà molto elevata.

La resistenza di uscita è uguale a quella dell'amplificatore invertente:

$$R_o = r_o \cdot \frac{A_f}{A_{OL}}$$

Dato che  $A_{OL} \gg A_f$  il rapporto  $\frac{A_f}{A_{OL}} < 1$ , dunque nell'amplificatore reazionato la resistenza d'uscita  $R_o$  è molte volte più piccola della resistenza di uscita  $r_o$  dell'operazionale stesso. La configurazione non invertente si rivela dunque migliore rispetto a quella invertente. Ciononostante, l'amplificatore invertente si rivela utile se vogliamo ottenere un segnale di uscita sfasato di  $180^\circ$ .

### 3.7. Buffer (separatore di impedenza)



Per adattare l'impedenza tra due circuiti, uno con elevata resistenza d'uscita e l'altro con ridotta resistenza d'ingresso, si suole introdurre un circuito buffer che funzioni come adattatore d'impedenza. Per questo dispositivo:

$$v_o = v_-$$

La presenza del cortocircuito virtuale tra i due ingressi ci permette inoltre di asserire che:

$$v_+ = v_-$$

Dunque:

$$v_o = v_s$$

L'amplificazione risulta unitaria:

$$A_f = \frac{v_o}{v_s} = 1$$

Tale amplificatore è un caso particolare di quello non invertente con  $R_1 = \infty$  e  $R_2 = 0$ , infatti:

$$A_f = 1 + \frac{R_2}{R_1} = 1$$



La resistenza d'uscita sarà quindi pari a:

$$R_o = r_o \cdot \frac{A_f}{A_{OL}} = \frac{r_o}{A_{OL}}$$

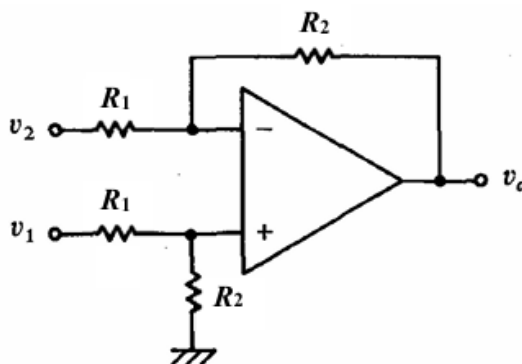
Che rappresenta il minimo valore di resistenza di uscita ottenibile con questo tipo di configurazione non invertente.

La resistenza d'ingresso sarà pari a:

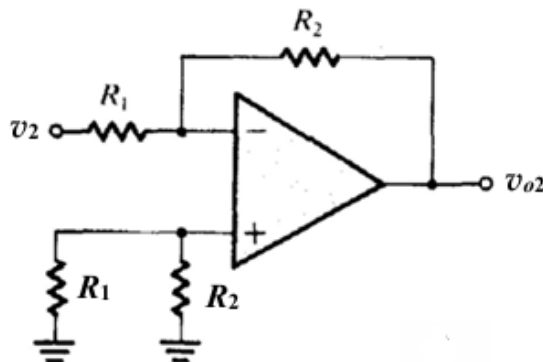
$$R_i = r_i \cdot \frac{A_{OL}}{A_f} = r_i \cdot A_{OL}$$

Che rappresenta il massimo valore di resistenza di ingresso ottenibile con questo tipo di configurazione non invertente.

### 3.8. Amplificatore differenziale



Tale configurazione può essere considerata come mista tra invertente e non invertente. La reazione è sempre negativa. Possiamo studiare il dispositivo applicando il cosiddetto principio di sovrapposizione degli effetti, il quale afferma che è possibile studiare separatamente l'effetto dei singoli generatori presenti nel circuito tenendo a mente che l'effetto complessivo sarà pari alla somma algebrica degli effetti dei singoli generatori. Consideriamo dunque il primo schema equivalente, ottenuto annullando  $v_1$  (posta a massa):

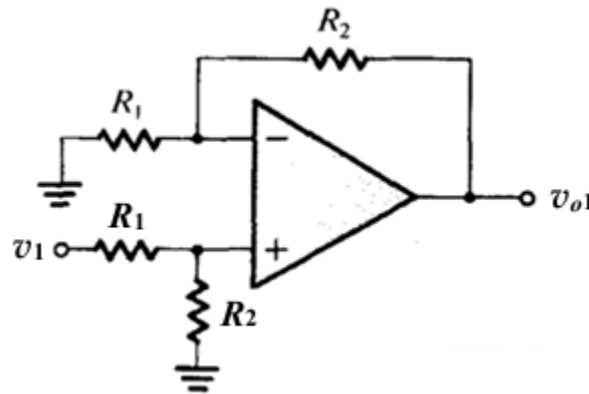




Questa configurazione altro non è che quella di un amplificatore invertente con un segnale  $v_2$  applicato, appunto, all'ingresso invertente e l'ingresso non invertente connesso a massa non direttamente ma attraverso due resistenze. Dunque, già sappiamo che:

$$v_{o2} = -\frac{R_2}{R_1} v_2$$

Consideriamo adesso il secondo schema equivalente, ottenuto annullando  $v_2$  (posta a massa):



Questa configurazione altro non è che quella di un amplificatore non invertente con un segnale  $v_1$  applicato, appunto, all'ingresso non invertente e l'ingresso invertente connesso a massa. L'unica differenza con la configurazione standard è che  $v_1$  non viene applicato direttamente all'ingresso non invertente, bensì attraverso una rete di due resistenze. Dunque, la tensione all'ingresso non invertente non è esattamente  $v_1$ , ma si ricava applicando il partitore di tensione:

$$v_+ = v_1 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Dunque, la tensione di uscita sarà data da:

$$v_{o1} = v_+ \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) = v_1 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1} = \frac{R_2}{R_1} \cdot v_1$$

Applichiamo dunque il principio di sovrapposizione degli effetti:

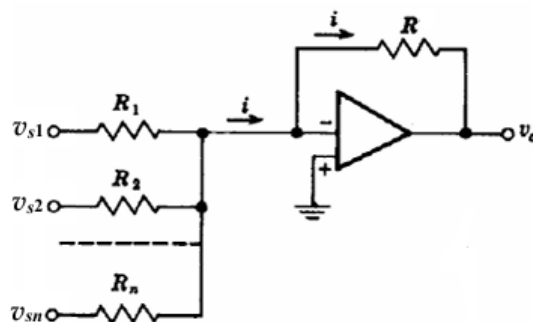
$$v_o = v_{o1} + v_{o2} = \frac{R_2}{R_1} \cdot (v_1 - v_2)$$

Se ponessimo  $R_2 = R_1$  otterremmo in uscita un segnale che è l'esatta differenza tra  $v_1$  e  $v_2$ .





### 3.9. Sommatore invertente



Questa configurazione prende il nome di sommatore invertente, un dispositivo capace di sommare segnali analogici (somma di sinusoidi) e ottenuto semplicemente aggiungendo uno o più ingressi, con la rispettiva resistenza, ad un amplificatore invertente. Essendo il sommatore in configurazione invertente, la somma dei segnali deve essere cambiata di segno. Tenendo bene a mente che il terminale invertente (-) si trova in condizione di massa virtuale e che, di conseguenza, possiamo considerare il circuito come chiuso, avremo:

$$v_o = -Ri$$

Considerando poi che il potenziale dei terminali alla destra delle resistenze è pari a zero (sempre per la massa virtuale), avremo che:

$$i = \frac{v_1 - 0}{R_1} + \frac{v_2 - 0}{R_2} + \dots + \frac{v_n - 0}{R_n} = \frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} + \dots + \frac{v_n}{R_n}$$

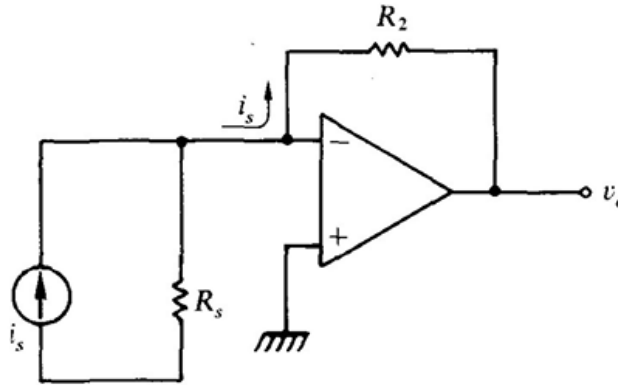
Quindi:

$$v_o = -R \cdot \left( \frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} + \dots + \frac{v_n}{R_n} \right)$$

Se ponessimo  $R = R_1 = R_2 = \dots = R_n$ :

$$v_o = - \sum_{i=1}^n v_i$$

### 3.10. Convertitore I-V (corrente-tensione)

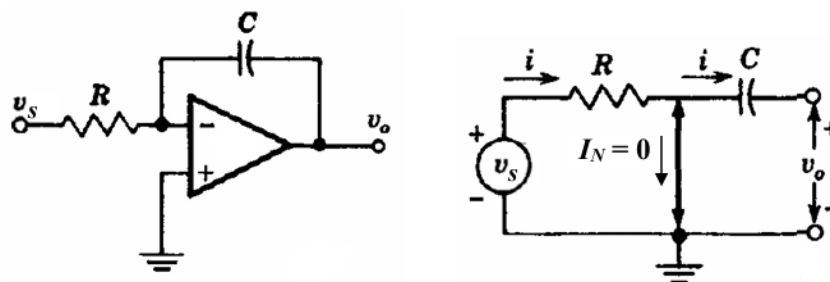


Un convertitore corrente-tensione è un dispositivo che si può facilmente realizzare mediante l'utilizzo di un amplificatore operazionale e, come si evince dal nome, è idealmente in grado di fornire una tensione  $v_o$  proporzionale alla corrente d'ingresso  $i_s$ , indipendentemente dalla resistenza interna  $R_s$  del generatore d'ingresso e dalla resistenza di carico  $R_L$ . Sostanzialmente tale convertitore presenta resistenze d'ingresso e uscita pari a zero. Da un lato, se la resistenza d'ingresso è nulla, la corrente non scorrerà su  $R_s$  ma percorrerà direttamente il ramo di reazione. D'altra parte, se la resistenza d'uscita è nulla, la corrente non passerà dal carico poiché entrerà dal terminale d'uscita dell'operazionale che è a resistenza zero e si chiude a massa. Per quanto detto fino ad ora, la tensione in uscita vale:

$$v_o = -R_2 i_s$$

La resistenza d'ingresso è praticamente nulla in quanto coincide con quella di un amplificatore invertente dove si pone  $R_1 = 0$ . Quanto detto vale analogamente per la resistenza d'uscita.

### 3.11. Circuito integratore



Un circuito integratore (integratore di Miller) permette di ottenere in uscita una forma d'onda che rappresenta l'integrale della tensione d'ingresso. Sfruttando il concetto di massa virtuale e ricordando che la corrente che scorre in un condensatore è pari alla sua capacità moltiplicata per la derivata della tensione ad esso applicata rispetto al tempo, possiamo ricavare la tensione di uscita nel seguente modo:

$$i_c = C \cdot \frac{dv_c}{dt}$$



$$v_c = v_o$$

$$\Rightarrow v_o = -\frac{1}{C} \cdot \int i \, dt$$

E poiché sappiamo che:

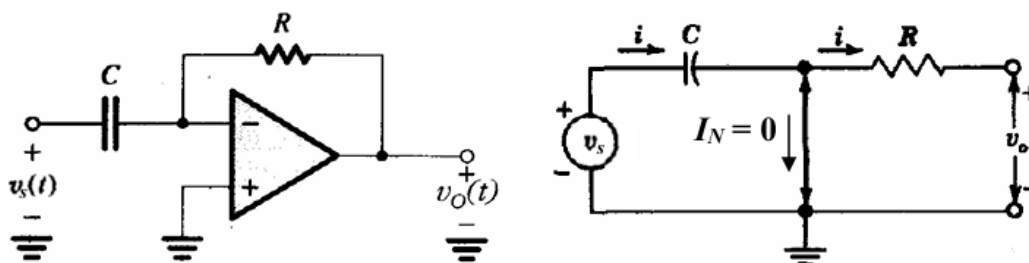
$$i = \frac{v_s}{R}$$

Sostituendo si ricava:

$$v_o = -\frac{1}{RC} \cdot \int v_s \, dt$$

Generalmente, al fine di mantenere una reazione negativa tra ingresso e uscita, in parallelo al condensatore si aggiunge una resistenza ottenendo così un integratore approssimato. Se, in aggiunta, si applicano più ingressi con il rispettivo resistore ad un integratore, si ottiene un cosiddetto sommatore integratore, dove l'uscita risulta proporzionale all'integrale della somma degli ingressi.

### 3.12. Circuito derivatore



Un circuito derivatore funziona in modo duale rispetto all'integratore (la resistenza e il condensatore sono scambiati di posto), ovvero permette di ottenere in uscita una forma d'onda che rappresenta la derivata della tensione d'ingresso. In questo caso, ricorrendo al concetto di massa virtuale, possiamo affermare che:

$$v_o = -Ri$$

Ricordando che la corrente che scorre in un condensatore è pari alla sua capacità moltiplicata per la derivata della tensione ad esso applicata rispetto al tempo:

$$i_c = C \cdot \frac{dv_c}{dt}$$

$$v_c = v_s$$

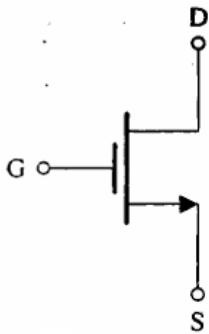
Sostituendo, otterremo:

$$v_o = -RC \cdot \frac{dv_s}{dt}$$

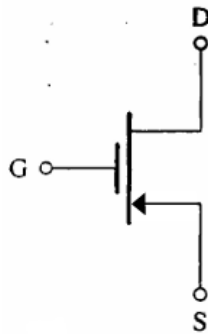


## 4. Funzionamento dei transistor

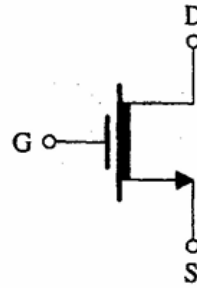
### 4.1. MOSFET



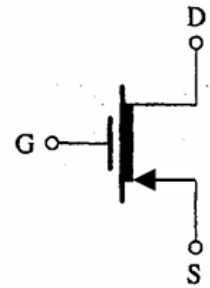
NMOS ad arricchimento



PMOS ad arricchimento



NMOS a svuotamento



PMOS a svuotamento

Per poter operare, un MOSFET ad arricchimento necessita di avere una tensione  $V_{GS} \geq V_t$ , con  $V_t$  che prende il nome di tensione di soglia (tipicamente di massimo 3 V). Se nei MOSFET a riempimento  $V_{GS}$  è necessariamente una quantità positiva, lo stesso non si può dire per i MOSFET a svuotamento, nei quali  $V_{GS}$  può assumere anche valori negativi.

A seconda della posizione del suo punto di riposo (dato dai valori di  $V_{GS}$  e  $I_D$ ), un MOSFET può operare in tre differenti regioni:

- **Regione di saturazione (di linearità):** si ha per valori di  $V_{DS} \geq V_{GS} - V_t$  posto che  $V_{GS} \geq V_t$ . La corrente di drain in tale regione è pari a:

$$I_D = K(V_{GS} - V_t)^2$$

Inoltre, nel caso di un MOSFET a svuotamento, qualora  $K$  non sia noto è possibile sfruttare la relazione:

$$I_D = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_t}\right)^2$$

dove  $I_{DSS}$  è la corrente di drain per  $V_{GS} = 0$  V. Infine, si aggiunge che:

$$I_{DSS} = KV_t^2$$

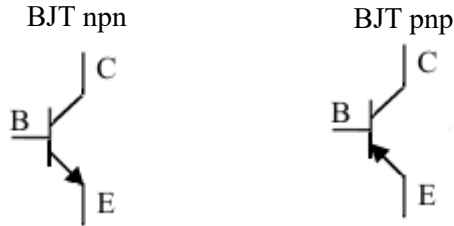
- **Regione di triodo:** si ha per valori di  $V_{DS} < V_{GS} - V_t$  posto che  $V_{GS} \geq V_t$ . La corrente di drain in tale regione è pari a:

$$I_D = K[2(V_{GS} - V_t)V_{DS} - V_{DS}^2]$$

- **Regione di interdizione:** si ha per valori di  $V_{GS} < V_t$ , con  $V_{DS} = V_{DD}$ . La corrente di drain in tale regione è nulla.



## 4.2. BJT



A seconda dei valori delle tensioni  $V_{BE}$  e  $V_{CB}$  un BJT può operare in tre differenti regioni:

- **Zona attiva (di linearità):** si ha per  $V_{BE} \approx 0,7 \text{ V}$  e  $V_{CB} > -0,7 \text{ V}$ , ossia quando la giunzione  $BE$  è polarizzata direttamente e la giunzione  $CB$  è polarizzata inversamente. In tal caso si verifica anche che  $V_{CE} = V_{CB} + V_{EB} > 0 \text{ V}$ , con valori tipicamente superiori a  $0,2 \text{ V}$ . La corrente di collettore in tale regione è pari a:

$$I_C = \beta I_B$$

dove  $I_B$  è la corrente d'ingresso del BJT e  $\beta$  è un fattore di proporzionalità con valori compresi tra 100 e 200.

- **Zona di saturazione:** si ha per  $V_{BE} \approx 0,7 \text{ V}$  e  $V_{CB} \approx -0,7 \text{ V}$ , ossia quando sia la giunzione  $BE$  che la giunzione  $CB$  sono polarizzate direttamente. In tal caso si verifica anche che  $V_{CE} \approx 0 \text{ V}$ , con valori tipicamente compresi tra  $0,1 - 0,2 \text{ V}$ . La corrente d'ingresso in tale regione è:

$$I_B \geq I_{BEOS} = \frac{I_{C(sat)}}{\beta}$$

dove  $I_{BEOS}$  è il valore minimo della corrente d'ingresso in zona di saturazione e  $I_{C(sat)}$  è il valore della corrente in zona di saturazione.

- **Zona di interdizione:** si ha per  $V_{CE} \approx V_{CC}$ , ossia quando sia la giunzione  $BE$  che la giunzione  $CB$  sono polarizzate inversamente. In tal caso risulta che  $I_C = 0 \text{ A}$  e  $I_B = 0 \text{ A}$ .

Infine, poiché  $I_C \gg I_B$ , allora  $I_E = I_C + I_B \approx I_C$ .



## 5. Analisi statica di un circuito amplificatore

### 5.1. Dinamica del punto di riposo

Per ottenere la maggiore escursione del punto di riposo, questo deve trovarsi (in assenza di segnale) al centro della regione di linearità. Pertanto, nel caso dei MOSFET  $V_{DS}$  deve trovarsi esattamente a metà tra  $V_{DS(sat)} = V_{GS} - V_t$  e  $V_{DD}$ , mentre nel caso dei BJT  $V_{CE}$  deve trovarsi a metà tra  $V_{CE(sat)} \approx 0\text{ V}$  e  $V_{CC}$ .

### 5.2. Conoscere il punto di riposo di un transistor

Per conoscere il punto di riposo  $Q$  di un transistor bisogna prima ipotizzare in che regione operi quest'ultimo, dopodiché si calcolano i valori delle grandezze d'ingresso e di uscita ( $V_{GS}$  e  $I_D$  nel caso di un MOSFET e  $I_B$  e  $I_C$  nel caso di un BJT), infine si verifica che l'ipotesi iniziale sia corretta (si osserva il valore di  $V_{DS}$  nei MOSFET e di  $V_{CE}$  nel BJT). Per effettuare quanto detto bisogna semplificare il circuito di partenza, sostituendo i condensatori con dei circuiti aperti e spegnendo tutti i generatori variabili indipendenti. Successivamente, per semplificare il circuito d'ingresso qualora questo non si trovi già in forma di Thevenin, bisogna applicare il teorema di Thevenin. Nello specifico, date le resistenze d'ingresso  $R_1$  ed  $R_2$  e il generatore  $V_{DD}$  ( $V_{CC}$  nel caso di un BJT), risulta che:

$$R_{TH} = R_1 // R_2$$
$$V_{TH} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{DD}$$

Detto in altri termini,  $R_{TH}$  è la resistenza equivalente ottenuta spegnendo tutti i generatori indipendenti del circuito e  $V_{TH}$  è la caduta di tensione del generatore  $V_{DD}$  su  $R_2$ . Tipicamente le resistenze d'ingresso sono molto elevate (nell'ordine dei  $M\Omega$ , anche se talvolta possono aggirarsi sui  $k\Omega$ ). A questo punto, partendo dal circuito d'ingresso è possibile procedere con il calcolo delle grandezze d'ingresso e di uscita.

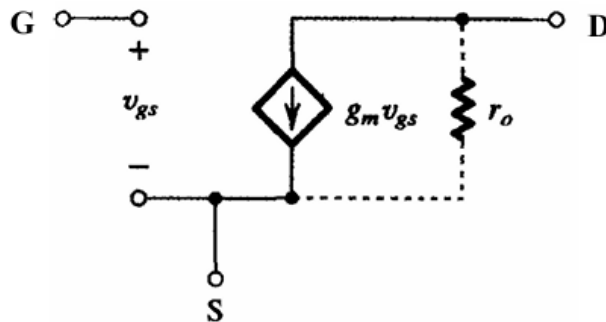
Qualora si abbia a che fare con amplificatori multistadio bisogna innanzitutto tener conto dei collegamenti tra i transistor. Se i collegamenti avvengono tramite dei condensatori allora è possibile studiare individualmente il punto di riposo di ogni transistor, viceversa bisognerà studiare ogni transistor tenendo conto dei valori di tensione e corrente dati in ingresso dai transistor che li precedono.



## 6. Analisi dinamica di un circuito amplificatore

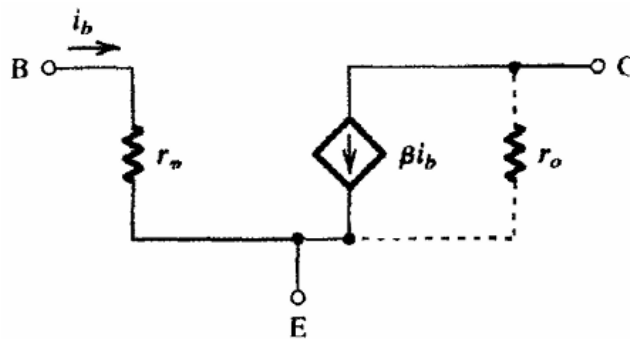
Una volta terminato lo studio statico del circuito amplificatore e trovato il suo punto di riposo, si passa alla sua analisi dinamica, attraverso cui si vogliono ottenere i valori di amplificazione  $A_v$  (o amplificazione totale  $A_T$ ), di resistenza d'ingresso  $R_i$  e d'uscita  $R_o$ . Per effettuare tale studio, bisogna in primis ricavare il circuito equivalente dinamico, il quale si costruisce a partire dal circuito iniziale cortocircuitando i condensatori, eliminando tutti i generatori statici e facendo uso dei modelli per piccoli segnali dei MOSFET e BJT (a seconda del circuito studiato). Tali modelli sono di seguito rappresentati:

### *Modello per piccoli segnali del FET*



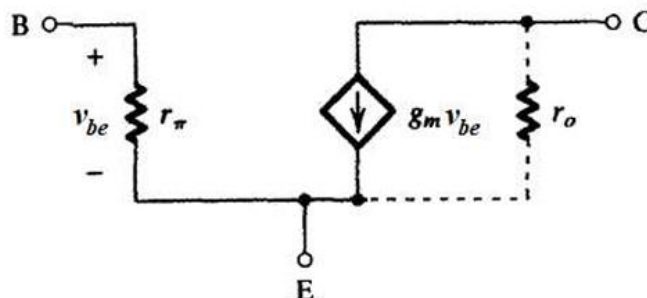
### *Modello per piccoli segnali del BJT*

*(con generatore di corrente pilotato in corrente)*



### *Modello per piccoli segnali del BJT*

*(con generatore di corrente pilotato in tensione)*





# **7. ESERCIZI TRANSISTOR**

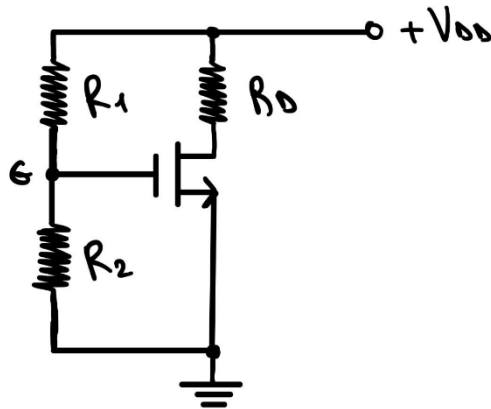
Raccolta di esercizi d'esame e non





### ESERCIZIO 1 (Mosfet ad arricchimento)

Calcolare il punto di riposo del mosfet.



$$R_1 = 30 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 20 \text{ k}\Omega$$

$$R_D = 20 \text{ k}\Omega$$

$$V_{DD} = 5 \text{ V}$$

$$V_t = 1 \text{ V}$$

$$k = 0,1 \text{ mA/V}^2$$

Ricaviamo il circuito equivalente di Thevenin:

$$R_{eq} = R_{TH} = R_1 // R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{30 \cdot 20}{30 + 20} = 12 \text{ k}\Omega$$

$$V_{TH} = V_{GG} = V_{DD} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 5 \cdot \frac{20}{30 + 20} = 2 \text{ V}$$

Calcoliamo  $V_{GS}$ :

$$V_{GS} = V_G - V_S = V_{GG} - 0 = V_{GG} = 2 \text{ V}$$

Poiché  $V_{GS} > V_t$  possiamo affermare che il mosfet è acceso, ma non sappiamo ancora in che regione stia lavorando. Supponiamo che stia operando in zona attiva (zona di pinch-off) e calcoliamo la corrente di drain:

$$I_D = k \cdot (V_{GS} - V_t)^2 = 0,1 \cdot (2 - 1)^2 = 0,1 \text{ mA}$$

Calcoliamo quindi  $v_{DS}$  dalla maglia di uscita applicando la LKT:

$$V_{DD} = R_D I_D + V_{DS}$$

$$\Rightarrow V_{DS} = V_{DD} - R_D I_D = 5 - 20 \cdot 0,1 = 3 \text{ V}$$

Verifichiamo che la supposizione sulla regione di funzionamento sia corretta:

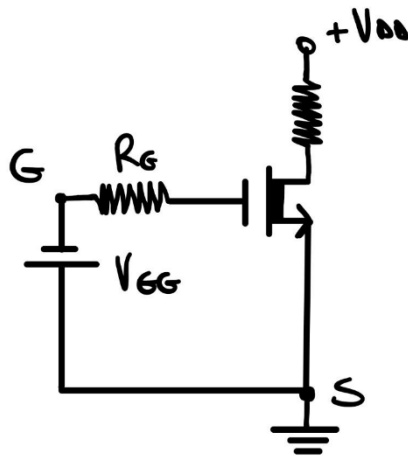
$$V_{DS} \geq V_{GS} - V_t ?$$

$$3 \text{ V} > 2 - 1 \text{ V}$$

Abbiamo verificato che il mosfet sta operando in zona di pinch-off.

**ESERCIZIO 2 (Mosfet a svuotamento)**

Calcolare il punto di riposo del mosfet utilizzando i valori minimi, medi e massimi di  $I_{DSS}$  e  $V_t$  forniti.



$$R_G = 1 \text{ M}\Omega$$

$$R_D = 20 \text{ k}\Omega$$

$$V_{GG} = 0,55 \text{ V}$$

$$V_{DD} = 15 \text{ V}$$

$$V_t = -1,8 \div -0,6 \text{ V}$$

$$I_{DSS} = 0,5 \div 1,5 \text{ mA}$$

Supponiamo che il mosfet operi in zona di pinch-off. Per un mosfet a svuotamento vale la seguente relazione:

$$I_D = I_{DSS} \cdot \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_t}\right)^2$$

Dato che la corrente di gate è pari a zero, sulla resistenza  $R_G$  non vi sarà caduta di tensione e, considerando il verso del generatore, possiamo affermare che  $V_{GS} = -V_{GG} = -0,55 \text{ V}$ .

Considerando i valori minimi proposti, avremo:

$$I_{D_{min}} = I_{DSS_{min}} \cdot \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_{t_{min}}}\right)^2 = 0,5 \cdot \left(1 - \frac{-0,55}{-0,6}\right)^2 \cong 0,00347 \text{ mA} = 3,47 \mu\text{A}$$

Calcoliamo la  $V_{DS_{min}}$  applicando la LKT alla maglia di uscita:

$$V_{DD} = R_D I_{D_{min}} + V_{DS_{min}}$$

$$\Rightarrow V_{DS_{min}} = V_{DD} - R_D I_{D_{min}} = 15 - 20 \cdot 0,00347 \cong 14,93 \text{ V}$$

Verifichiamo la regione di funzionamento con i valori minimi:

$$V_{DS_{min}} \geq V_{GS} - V_{t_{min}}$$

$$14,93 \text{ V} > -0,55 + 0,6 \text{ V}$$

Con i valori minimi il mosfet opera in zona di pinch-off.

Considerando i valori medi (tipici) proposti, avremo:

$$I_{D_{type}} = I_{DSS_{type}} \cdot \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_{t_{type}}}\right)^2 = 1 \cdot \left(1 - \frac{-0,55}{-1,2}\right)^2 \cong 0,29 \text{ mA}$$



$$V_{DS_{type}} = V_{DD} - R_D I_{D_{type}} = 15 - 20 \cdot 0,29 = 9,2 \text{ V}$$

Verifichiamo la regione di funzionamento con i valori tipici:

$$V_{DS_{type}} \geq V_{GS} - V_{t_{type}}$$

$$9,2 \text{ V} > -0,55 + 1,2 \text{ V}$$

Con i valori tipici il mosfet opera in zona di pinch-off.

Considerando i valori massimi proposti, avremo:

$$I_{D_{max}} = I_{DSS_{max}} \cdot \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_{t_{max}}}\right)^2 = 1,5 \cdot \left(1 - \frac{-0,55}{-1,8}\right)^2 \cong 0,72 \text{ mA}$$

$$V_{DS_{max}} = V_{DD} - R_D I_{D_{max}} = 15 - 20 \cdot 0,72 = 0,6 \text{ V}$$

Verifichiamo la regione di funzionamento con i valori massimi:

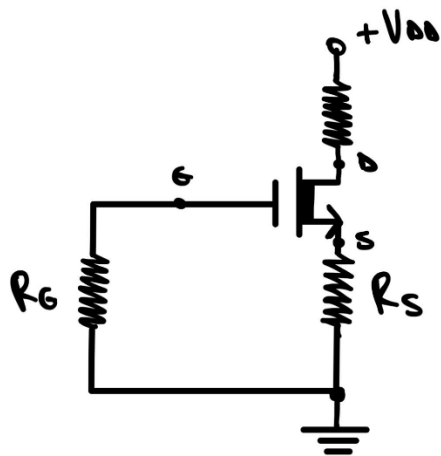
$$V_{DS_{max}} \geq V_{GS} - V_{t_{max}}$$

$$0,6 \text{ V} < -0,55 + 1,8 \text{ V}$$

Con i valori massimi il mosfet opera in zona di triodo.

**ESERCIZIO 3 (Mosfet a svuotamento a doppio carico)**

Calcolare il punto di riposo del mosfet.



$$R_G = 1 \text{ M}\Omega$$

$$R_D = 20 \text{ k}\Omega$$

$$R_S = 1,8 \text{ k}\Omega$$

$$V_{DD} = 15 \text{ V}$$

$$V_t = -1,2 \text{ V}$$

$$I_{DSS} = 1 \text{ mA}$$

Supponiamo che il mosfet operi in zona attiva e calcoliamo la tensione tra gate e source:

$$V_{GS} = V_G - V_S$$

Poiché la corrente di gate è pari a zero,  $V_{GG} = V_G = 0$ , dunque:

$$V_{GS} = V_G - V_S = 0 - R_S \cdot I_D = -R_S I_D$$

Per calcolare  $V_{GS}$  necessitiamo del valore della corrente di drain  $I_D$ , che per un mosfet a svuotamento si calcola tramite la seguente relazione:

$$I_D = I_{DSS} \cdot \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_t}\right)^2$$

Essendo  $V_{GS}$  sconosciuta, apparentemente questa equazione sembrerebbe avere due incognite. In realtà però possiamo esprimere (e lo abbiamo già fatto)  $V_{GS}$  in funzione di  $I_D$ , dunque:

$$\begin{aligned} I_D &= I_{DSS} \cdot \left(1 - \frac{-R_S I_D}{V_t}\right)^2 = 1 \cdot \left(1 - \frac{-1,8 I_D}{-1,2}\right)^2 = 1 \cdot \left[1 - 2 \cdot \frac{1,8 I_D}{1,2} + \left(\frac{1,8 I_D}{1,2}\right)^2\right] = \\ &= 1 \cdot (1 - 3 I_D + 2,25 I_D^2) = 1 - 3 I_D + 2,25 I_D^2 \end{aligned}$$

Riordinando i termini:

$$\Rightarrow 2,25 I_D^2 - 4 I_D + 1 = 0$$

Risolviamola come semplice equazione di secondo grado:

$$\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 4 \cdot 2,25 \cdot 1 = 7$$

$$I_{D1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 \pm \sqrt{7}}{5}$$



$$I_{D1} \cong 0,27 \text{ mA}$$

$$I_{D2} \cong 1,33 \text{ mA}$$

Quale dei due valori è corretto scegliere? Per definizione,  $I_D$  non può essere maggiore di  $I_{DSS}$ , dunque il valore corretto è  $I_D = 0,27 \text{ mA}$ . A questo punto ricaviamo  $V_{GS}$ :

$$V_{GS} = -R_S I_D = -1,8 \cdot 0,27 \cong 0,49 \text{ V}$$

Calcoliamo la  $V_{DS}$  applicando la LKT alla maglia di uscita:

$$V_{DD} = R_D I_D + V_{DS} + R_S I_D$$

$$\Rightarrow V_{DS} = V_{DD} - (R_D + R_S) \cdot I_D = 15 - 21,8 \cdot 0,27 = 9,33 \text{ V}$$

Verifichiamo la regione di funzionamento del mosfet:

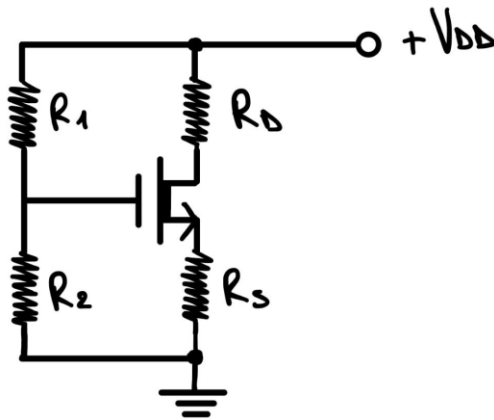
$$V_{DS} \geq V_{GS} - V_t ?$$

$$9,33 \text{ V} > 0,49 + 1,2 \text{ V}$$

Abbiamo verificato che il mosfet sta operando in zona di pinch-off.

**ESERCIZIO 4 (Mosfet a svuotamento a doppio carico)**

Calcolare il punto di riposo del mosfet considerando i valori medi di  $I_{DSS}$  e  $V_t$  forniti.



$$R_1 = 6,8 \text{ M}\Omega$$

$$R_2 = 1 \text{ M}\Omega$$

$$R_D = 18 \text{ k}\Omega$$

$$R_S = 9,1 \text{ k}\Omega$$

$$V_{DD} = 15 \text{ V}$$

$$I_{DSS} = 0,5 \div 1,5 \text{ mA}$$

$$V_t = -1,8 \div -0,6 \text{ V}$$

Ricaviamo il circuito equivalente di Thevenin:

$$R_{eq} = R_{TH} = R_1 // R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{6,8 \cdot 1}{6,8 + 1} \cong 0,87 \text{ M}\Omega$$

$$V_{TH} = V_{GG} = V_{DD} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 15 \cdot \frac{1}{6,8 + 1} \cong 1,92 \text{ V}$$

Calcoliamo  $V_{GS}$ :

$$V_{GS} = V_G - V_S = V_{GG} - R_S I_D = 1,92 - 9,1 I_D$$

Per calcolare  $V_{GS}$  necessitiamo del valore della corrente di drain  $I_D$ , che per un mosfet a svuotamento si calcola tramite la seguente relazione:

$$\begin{aligned} I_D &= I_{DSS} \cdot \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_t}\right)^2 = 1 \cdot \left(1 - \frac{1,92 - 9,1 I_D}{-1,2}\right)^2 = (1 + 1,6 - 7,6 I_D)^2 = (2,6 - 7,6 I_D)^2 = \\ &= 6,76 - 39,52 I_D + 57,76 I_D^2 \end{aligned}$$

Riordinando i termini:

$$57,76 I_D^2 - 40,52 I_D + 6,76 = 0$$

$$\Delta = 1641,87 - 1561,83 = 80,04$$

$$I_{D1,2} = \frac{40,52 \pm \sqrt{80,04}}{115,52}$$

$$I_{D1} \cong 0,27 \text{ mA}$$

$$I_{D2} \cong 0,43 \text{ mA}$$

In questo caso entrambi i valori della corrente di drain potrebbero essere validi perché nessuno dei due supera il valore di  $I_{DSS}$ , dunque calcoleremo due valori di  $V_{GS}$ :



$$V_{GS1} = 1,92 - 9,1I_{D1} = 1,92 - 9,1 \cdot (0,27) \cong -0,54 \text{ V}$$

$$V_{GS2} = 1,92 - 9,1I_{D2} = 1,92 - 9,1 \cdot (0,43) \cong -1,99 \text{ V}$$

Il valore valido di  $V_{GS}$  è il primo; infatti, ricordiamo che un mosfet è acceso solo se  $V_{GS} \geq V_t$ , dunque  $I_D = 0,27 \text{ mA}$ . Calcoliamo  $V_{DS}$  dalla maglia di uscita applicando la LKT:

$$V_{DD} = R_D I_D + V_{DS} + R_S I_D$$

$$\Rightarrow V_{DS} = V_{DD} - (R_D + R_S) \cdot I_D = 15 - 27,1 \cdot (0,27) \cong 7,68 \text{ V}$$

Verifichiamo la regione di funzionamento del mosfet:

$$V_{DS} \geq V_{GS} - V_t ?$$

$$7,68 \text{ V} > -0,54 + 1,2 \text{ V}$$

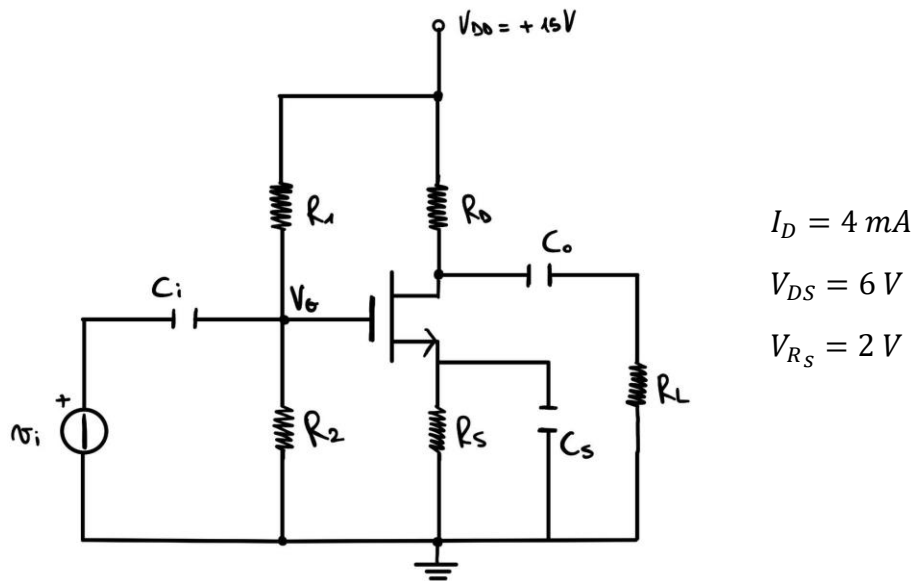
Abbiamo verificato che il mosfet sta operando in zona di pinch-off.

**ESERCIZIO 5 (Amplificatore a source comune)**

Il circuito rappresentato in figura presenta un'alimentazione di  $V_{DD} = 15\text{ V}$  ed è stato calcolato che per  $V_t = 3\text{ V} \Rightarrow I_D = 18\text{ mA}$ ,  $V_{GS} = 10\text{ V}$ .

Parte statica: dimensionare le resistenze e trovare il punto di riposo del mosfet ad arricchimento.

Parte dinamica: calcolare i valori di amplificazione  $A_v$  e resistenze d'ingresso e uscita  $R_i$  ed  $R_o$ .



Il parametro di conducibilità  $k$  è fisso per il dispositivo; dunque, supponendo che il mosfet lavori in zona attiva e servendoci dei valori di  $I_D$  e  $V_{GS}$  iniziali possiamo ricavare  $k$  tramite la relazione:

$$I_D = k \cdot (V_{GS} - V_t)^2$$

$$\Rightarrow k = \frac{I_D}{(V_{GS} - V_t)^2} = \frac{18}{(10 - 3)^2} = \frac{18}{49} = 0,37\text{ mA/V}^2$$

Tornando ai valori per cui dobbiamo trovare il punto di riposo, dimensioniamo dapprima  $R_S$ :

$$V_{R_S} = R_S \cdot I_D$$

$$\Rightarrow R_S = \frac{V_{R_S}}{I_D} = \frac{2}{4} = 0,5\text{ k}\Omega = 500\text{ }\Omega$$

Dalla maglia di uscita, essendo conosciuto il valore di  $V_{DS}$  applicando la LKT possiamo dimensionare  $R_D$ :

$$V_{DD} = R_D I_D + V_{DS} + \underbrace{R_S I_D}_{V_{R_S}}$$

$$\Rightarrow R_D = \frac{V_{DD} - V_{DS} - V_{R_S}}{I_D} = \frac{15 - 6 - 2}{4} = 1,75\text{ k}\Omega$$





Calcoliamo adesso  $V_{GS}$ , che in zona di pinch-off può essere ricavata tramite la seguente relazione:

$$I_D = k \cdot (V_{GS} - V_t)^2$$

$$4 = 0,37 \cdot (V_{GS} - 3)^2 = 0,37 \cdot (V_{GS}^2 - 6V_{GS} + 9) = 0,37V_{GS}^2 - 2,22V_{GS} + 3,33$$

Riordinando i termini:

$$0,37V_{GS}^2 - 2,22V_{GS} - 0,67 = 0$$

$$\Delta = 4,93 + 0,99 = 5,92$$

$$V_{GS1,2} = \frac{2,22 \pm \sqrt{5,92}}{0,74}$$

$$V_{GS1} \cong -0,29 \text{ V}$$

$$V_{GS2} \cong 6,29 \text{ V}$$

Il valore valido di  $V_{GS}$  è il secondo; infatti, ricordiamo che un mosfet è acceso solo se  $V_{GS} \geq V_t$ .

Verifichiamo la regione di funzionamento del mosfet:

$$V_{DS} \geq V_{GS} - V_t ?$$

$$6 \text{ V} > 6,29 - 3 \text{ V}$$

Abbiamo verificato che il mosfet sta operando in zona di pinch-off.

Noi sappiamo che:

$$V_{GS} = V_G - V_S$$

Ma  $V_S = V_{R_S}$  perché un capo del resistore è posto a massa, dunque:

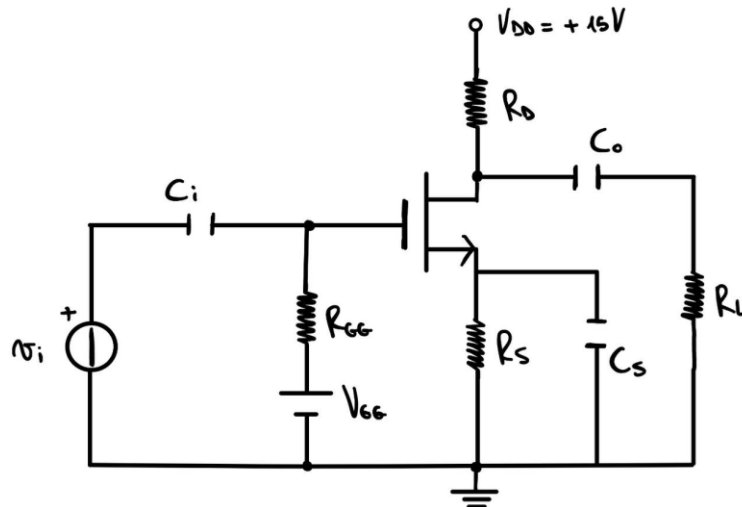
$$V_{GS} = V_G - V_{R_S}$$

$$\Rightarrow V_G = V_{GS} + V_{R_S} = 6,29 + 2 = 8,29 \text{ V}$$

Ma  $V_G$  non è altro che la  $V_{GG}$  dello schema equivalente di Thevenin:

$$V_G = V_{GG} = V_{DD} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$8,29 = 15 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$



L'equazione appena trovata presenta un grado di libertà (1 equazione in 2 incognite), quindi dovremo fissare il valore di una delle due resistenze (tipicamente  $R_2$ ) in modo tale da determinare univocamente l'altra. Lo scopo di queste due resistenze è quello di "fissare" il valore della tensione  $V_{GG}$ , dunque il loro valore dovrà essere elevato in modo tale da evitare che su di esse scorra una corrente elevata. Fissiamo quindi un valore elevato di  $R_2$ :

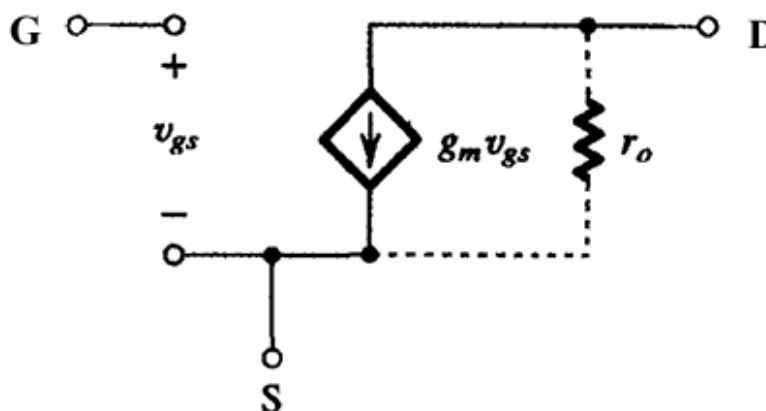
$$R_2 = 1 \text{ M}\Omega$$

$$\Rightarrow 8,29 = 15 \cdot \frac{1}{R_1 + 1}$$

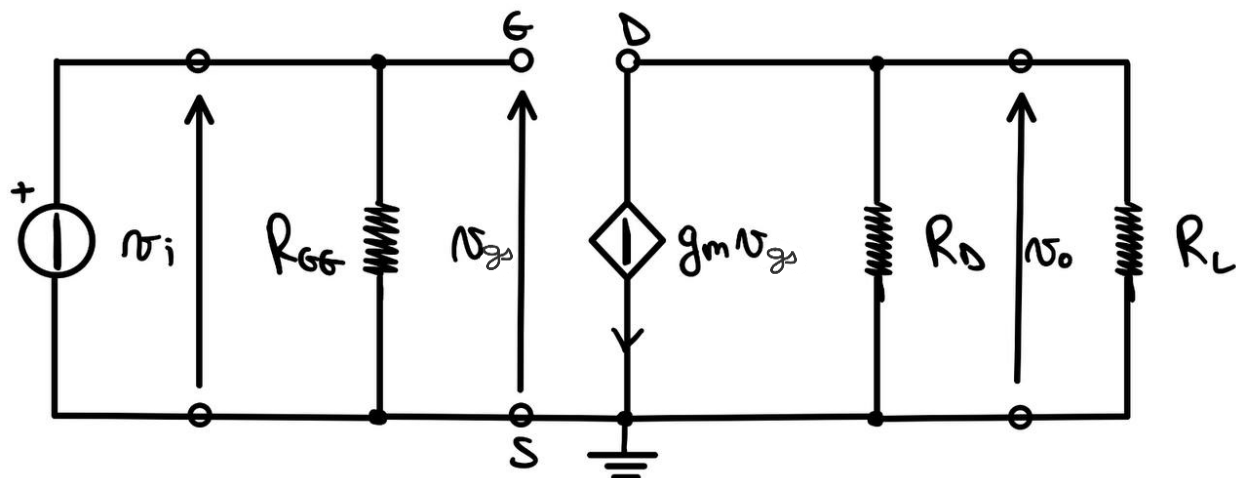
$$\Rightarrow 8,29R_1 + 8,29 = 15$$

$$\Rightarrow R_1 = \frac{15 - 8,29}{8,29} = 0,81 \text{ M}\Omega$$

Per ottenere il circuito equivalente dinamico, spegniamo i generatori indipendenti statici e cortocircuitiamo i condensatori. Dovremo inoltre ricorrere al modello per piccoli segnali del FET:



Trascurando  $r_o$ , sostituiamo il modello al nostro circuito, che diverrà il seguente:



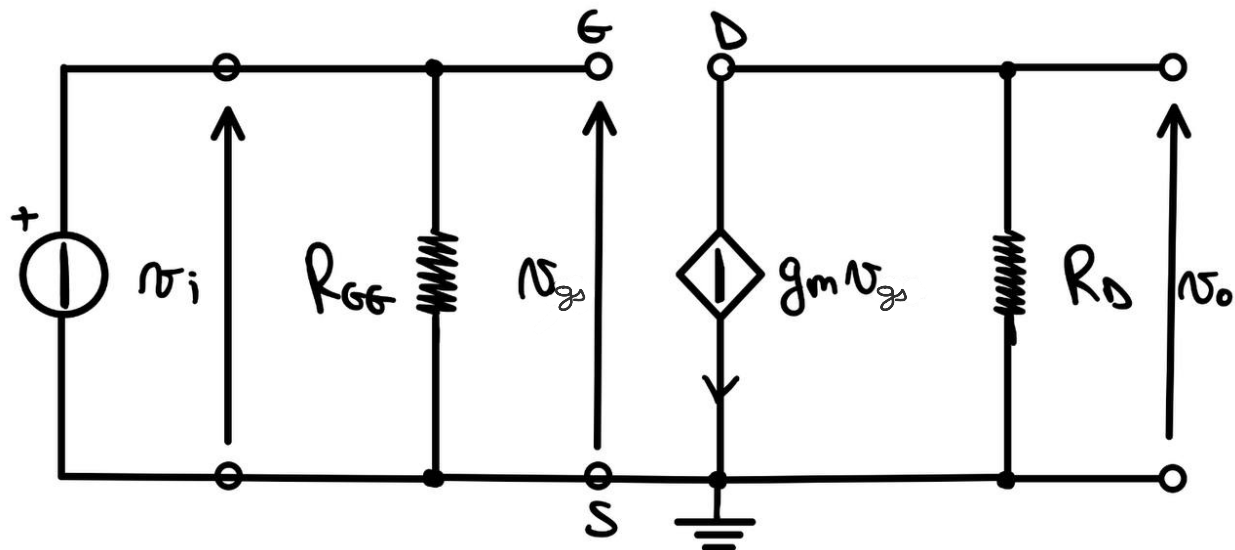
Come si può notare  $R_S$  non è inclusa nel circuito dinamico poiché, essendo il circuito a source comune, essa sarà dinamicamente cortocircuitata.

Calcoliamo il parallelo tra  $R_D$  e  $R_L$ :

$$R'_L = \frac{R_D \cdot R_L}{R_D + R_L}$$

Non conosciamo  $R_L$ , tuttavia tipicamente  $R_D \ll R_L$ , dunque:

$$R'_L \approx R_D$$



L'amplificazione si calcola tramite la seguente formula:



$$A_v = \frac{v_o}{v_i}$$

Dunque, dobbiamo trovare la tensione di uscita e quella di ingresso.

La tensione di uscita  $v_o$  sarà pari a:

$$v_o = -g_m v_{gs} \cdot R'_L$$

Osserviamo che in questo caso  $v_{gs} = v_i$ , dunque:

$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = \frac{-g_m v_{gs} \cdot R'_L}{v_{gs}} = -g_m R'_L$$

La transconduttanza  $g_m$  di un mosfet si calcola tramite la seguente formula:

$$g_m = 2k \cdot (V_{GS} - V_t) = 2 \cdot (0,37) \cdot (6,29 - 3) \cong 2,43 \text{ mA/V} = 2,43 \text{ mS}$$

$$\Rightarrow A_v = -g_m R'_L = -g_m R_D = -2,43 \cdot 1,75 \cong -4,25$$

Calcoliamo infine resistenza d'ingresso e di uscita:

$$R_i = R_{GG} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{0,81 \cdot 1}{0,81 + 1} \cong 0,45 \text{ M}\Omega$$

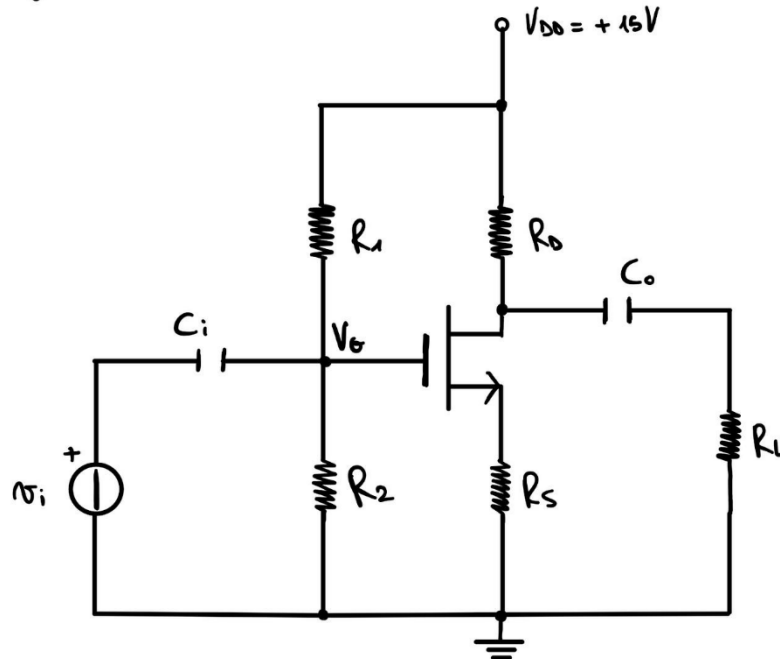
$$R_o = R_D = 1,75 \text{ k}\Omega$$



### ESERCIZIO 6 (Amplificatore a doppio carico)

Parte statica: uguale all'esercizio 5 (dati uguali).

Parte dinamica: calcolare i valori di amplificazione  $A_v$  e resistenze d'ingresso e uscita  $R_i$  ed  $R_o$ .



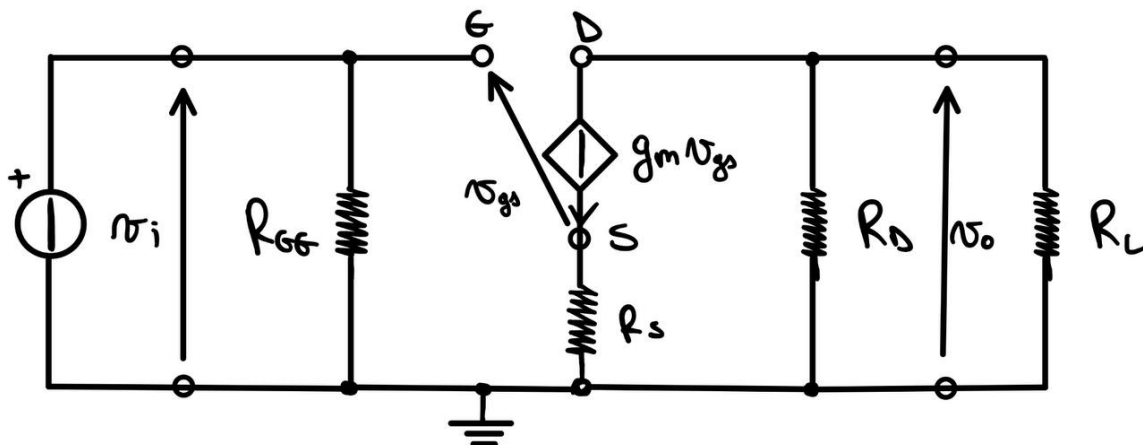
I dati utili per la parte dinamica calcolati nell'esercizio precedente sono:

$$R_D = 1,75 \text{ k}\Omega$$

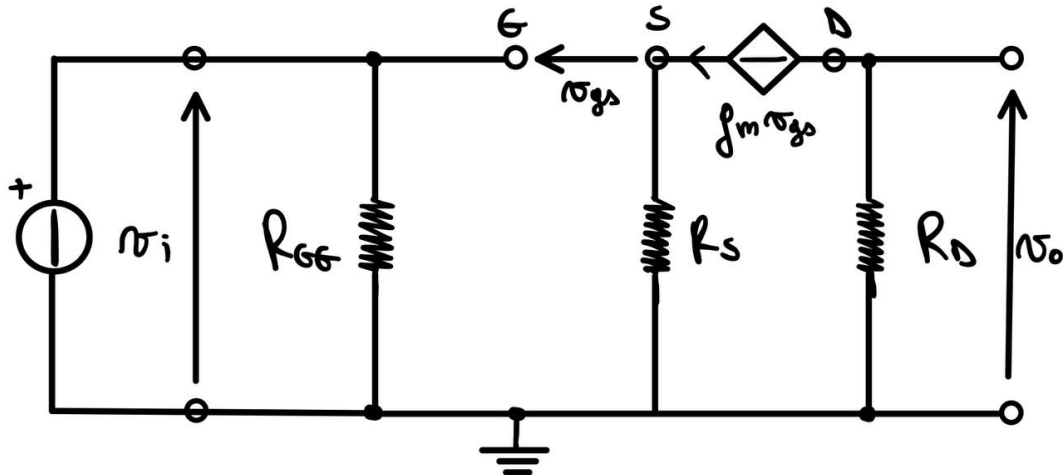
$$g_m = 2,43 \text{ mS}$$

$$R_S = 0,5 \text{ k}\Omega$$

La parte dinamica di questo esercizio differisce dal precedente perché manca il condensatore sulla source. Il circuito equivalente sarà dunque il seguente:



Possiamo ridisegnare lo schema equivalente dinamico in modo più "pulito" come segue:



Calcoliamo il parallelo tra  $R_D$  e  $R_L$ :

$$R'_L = \frac{R_D \cdot R_L}{R_D + R_L}$$

Non conosciamo  $R_L$ , tuttavia tipicamente  $R_D \ll R_L$ , dunque:

$$R'_L \approx R_D$$

L'amplificazione si calcola tramite la seguente formula:

$$A_v = \frac{v_o}{v_i}$$

Dunque, dobbiamo trovare la tensione di uscita e quella di ingresso.

La tensione di uscita  $v_o$  sarà pari a:

$$v_o = -g_m v_{gs} \cdot R'_L = -g_m v_{gs} \cdot R_D$$

Calcoliamo  $v_{gs}$ :

$$v_{gs} = v_g - v_s = v_i - g_m v_{gs} \cdot R_S$$

$$\Rightarrow v_{gs} \cdot (1 + R_S g_m) = v_i$$

Dunque:

$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = \frac{-g_m v_{gs} \cdot R_D}{v_{gs} \cdot (1 + R_S g_m)} = \frac{-g_m R_D}{1 + R_S g_m} = \frac{-2,43 \cdot 1,75}{1 + 0,5 \cdot 2,43} \cong -1,92$$

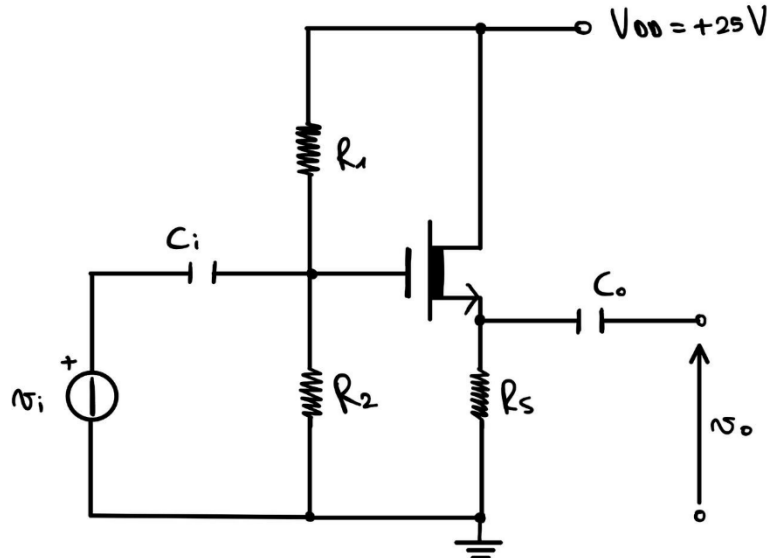
Le resistenze d'ingresso e di uscita sono analoghe a quelle dell'esercizio precedente.



### ESERCIZIO 7 (Amplificatore a drain comune BFR29)

Parte statica: dimensionare  $R_1$ ,  $R_2$  ed  $R_S$  e calcolare il punto di riposo del mosfet.

Parte dinamica: calcolare i valori di amplificazione  $A_v$  e resistenze d'ingresso e uscita  $R_i$  ed  $R_o$ .



$$V_{DD} = 25 \text{ V}$$

$$V_{DS} = 15 \text{ V}$$

$$g_m = 8 \text{ mS}$$

$$g_o = \frac{1}{r_o} = 100 \mu\text{S}$$

$$V_t = -2,5 \text{ V}$$

$$I_D = 5 \text{ mA}$$

$$I_{DSS} = 20 \text{ mA}$$

Applicando la LKT alla maglia di uscita possiamo dimensionare  $R_S$ :

$$\begin{aligned} V_{DD} &= V_{DS} + R_S I_D \\ \Rightarrow R_S &= \frac{V_{DD} - V_{DS}}{I_D} = \frac{25 - 15}{5} = 2 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

Ricaviamo il parametro di conducibilità  $k$  tramite la relazione del mosfet a svuotamento:

$$\begin{aligned} I_{DSS} &= k V_t^2 \\ \Rightarrow k &= \frac{I_{DSS}}{V_t^2} = \frac{20}{6,25} = 3,2 \text{ mA/V}^2 \end{aligned}$$

Supponiamo che il mosfet operi in zona attiva e ricaviamo  $V_{GS}$  tramite la seguente relazione:

$$\begin{aligned} I_D &= k \cdot (V_{GS} - V_t)^2 \\ 5 &= 3,2 \cdot (V_{GS} + 2,5)^2 \\ 5 &= 3,2 \cdot (V_{GS}^2 + 5V_{GS} + 6,25) \\ 5 &= 3,2V_{GS}^2 + 16V_{GS} + 20 \end{aligned}$$

Riordinando i termini:

$$\begin{aligned} 3,2V_{GS}^2 + 16V_{GS} + 15 &= 0 \\ \Delta &= 256 - 192 = 64 \end{aligned}$$



$$V_{GS1,2} = \frac{-16 \pm \sqrt{64}}{6,4}$$

$$V_{GS1} = -3,75 \text{ V}$$

$$V_{GS2} = -1,25 \text{ V}$$

Il valore valido di  $V_{GS}$  è il secondo; infatti, ricordiamo che un mosfet è acceso solo se  $V_{GS} \geq V_t$ .

Dimensioniamo adesso  $R_1$  ed  $R_2$  calcolando in primis  $V_{GG}$  tramite LKT alla maglia d'ingresso:

$$V_{GG} = R_S I_D + V_{GS} = 2 \cdot 5 - 1,25 = 8,75 \text{ V}$$

Ma noi sappiamo anche che:

$$V_{GG} = V_{DD} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

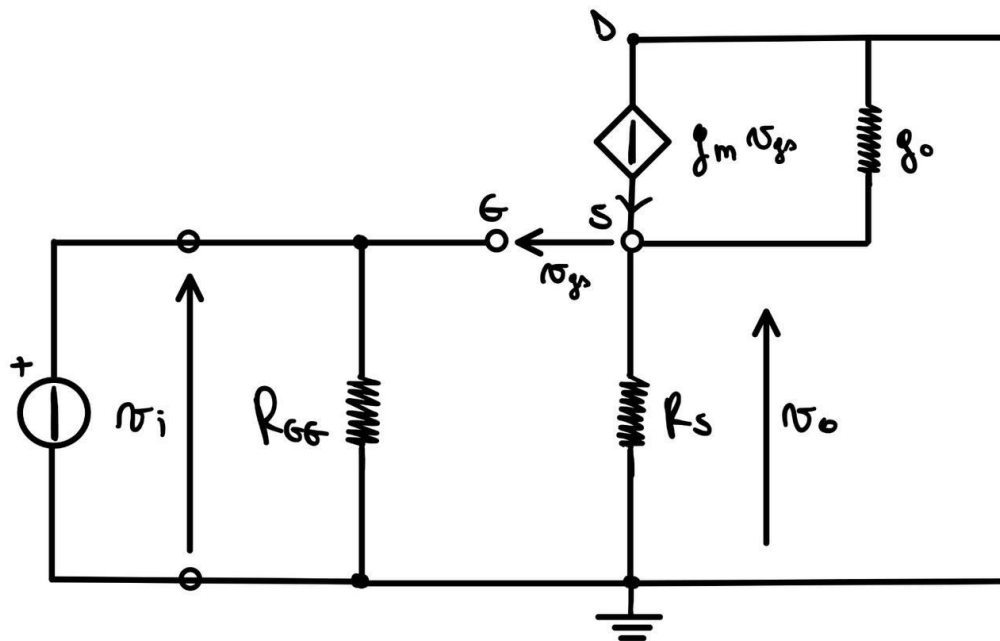
Fissiamo un valore elevato di  $R_2$ , ad esempio  $R_2 = 1 \text{ M}\Omega$ , e ricaviamo  $R_1$ :

$$8,75 = 25 \cdot \frac{1}{R_1 + 1}$$

$$\Rightarrow 8,75 R_1 + 8,75 = 25$$

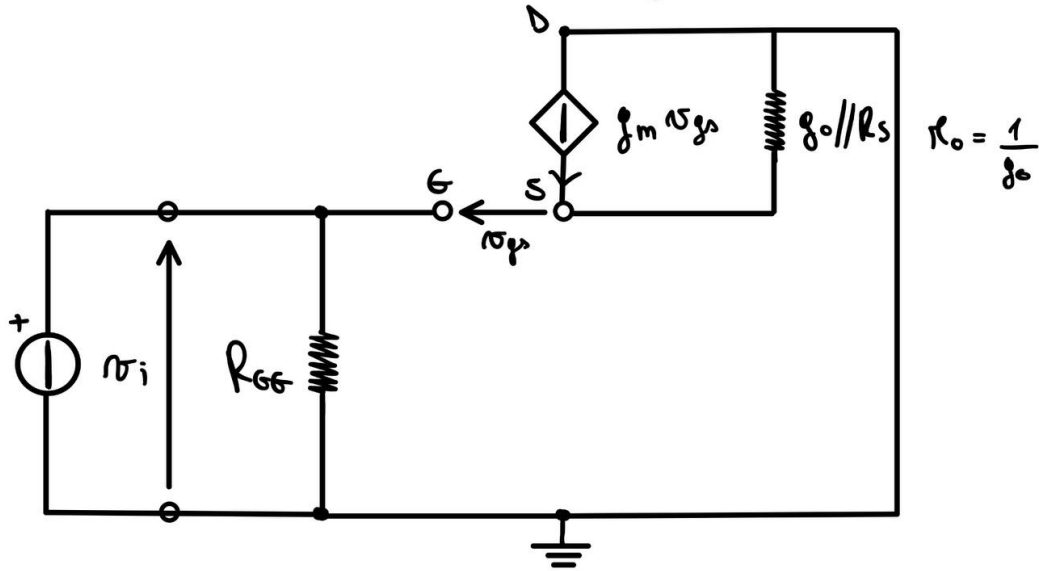
$$\Rightarrow R_1 = \frac{25 - 8,75}{8,75} \cong 1,86 \text{ M}\Omega$$

Ricorriamo adesso al modello per piccoli segnali del FET, considerando in questo caso anche la conduttanza  $g_o$ . Lo schema equivalente dinamico del circuito sarà:



Che è del tutto equivalente al seguente:





$$r_o = \frac{1}{g_o} = \frac{1}{100 \cdot 10^{-6}} = 10^4 \Omega = 10 \text{ k}\Omega$$

In questo caso la tensione di uscita sarà pari a:

$$v_o = g_m v_{gs} \cdot (R_S // r_o)$$

Inoltre:

$$\begin{aligned} v_{gs} &= v_g - v_s = v_i - g_m v_{gs} \cdot (R_S // r_o) \\ \Rightarrow v_i &= v_{gs} \cdot [1 + g_m \cdot (R_S // r_o)] \end{aligned}$$

Dunque, l'amplificazione varrà:

$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = \frac{g_m v_{gs} \cdot (R_S // r_o)}{v_{gs} \cdot [1 + g_m \cdot (R_S // r_o)]} = \frac{g_m \cdot (R_S // r_o)}{g_m \cdot \left[ \frac{1}{g_m} + (R_S // r_o) \right]} = \frac{(R_S // r_o)}{\frac{1}{g_m} + (R_S // r_o)}$$

Calcoliamo  $R_S // R_o$ :

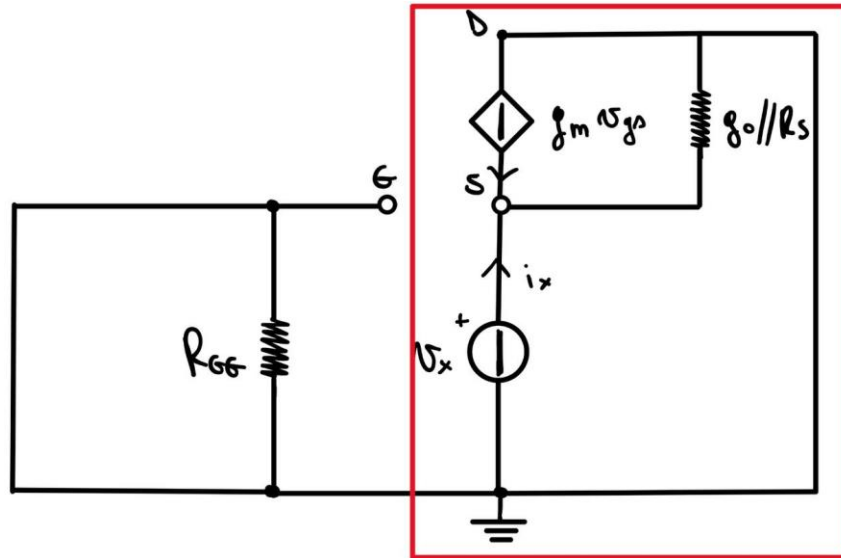
$$R_S // r_o = \frac{R_S \cdot r_o}{R_S + r_o} = \frac{2 \cdot 10}{2 + 10} \cong 1,67 \text{ k}\Omega$$

Considerando che, tipicamente,  $R_S // r_o \gg \frac{1}{g_m}$ :

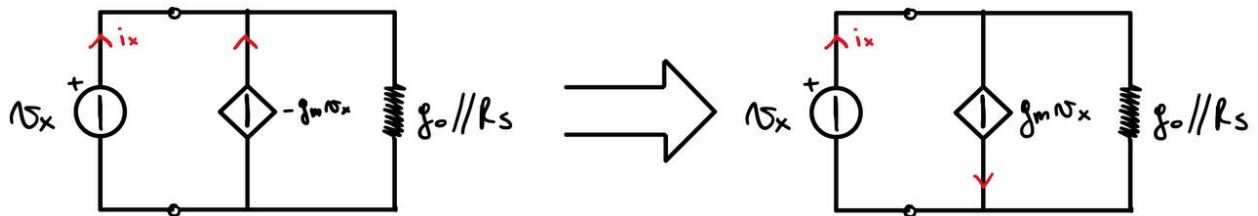
$$A_v = \frac{(R_S // r_o)}{\frac{1}{g_m} + (R_S // r_o)} \approx 1$$

La resistenza d'ingresso sarà pari a  $R_{GG}$ .

Calcoliamo adesso la resistenza di uscita:



$$v_{gs} = v_g - v_s = 0 - v_x = -v_x$$



$$v_x = (g_o // R_s) \cdot (i_x - g_m v_x)$$

$$[1 + (g_o // R_s) \cdot g_m] \cdot v_x = (g_o // R_s) \cdot i_x$$

$$\Rightarrow R_o = \frac{v_x}{i_x} = \frac{(g_o // R_s)}{1 + (g_o // R_s) \cdot g_m} \approx \frac{1}{g_m} = 125 \Omega$$

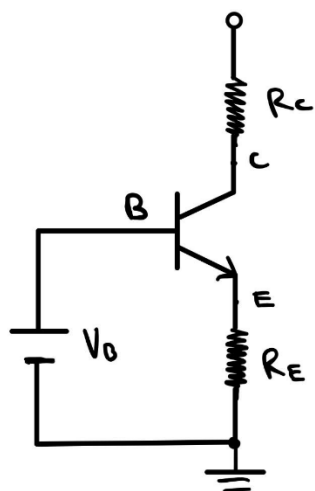
$$g_m = 2k \cdot (V_{GS} - V_t) = 2 \cdot (3,2) \cdot (-1,25 + 2,5) \cong 8 \text{ mA/V} = 8 \text{ mS}$$

$$\Rightarrow R_o \approx \frac{1}{g_m} = \frac{1}{8} = 125 \Omega$$



### ESERCIZIO 8 (BJT)

Calcolare il punto di riposo del BJT.



(1)

$$V_B = 5 \text{ V}$$

$$V_{CC} = 12 \text{ V}$$

$$R_C = 5,3 \text{ k}\Omega$$

$$R_E = 4,3 \text{ k}\Omega$$

$$\beta = 100$$

(2)

$$V_B = 7 \text{ V}$$

$$V_{CC} = 12 \text{ V}$$

$$R_C = 5,3 \text{ k}\Omega$$

$$R_E = 4,3 \text{ k}\Omega$$

$$\beta = 100$$

Procediamo al calcolo del punto di riposo con i primi dati. Supponiamo che il BJT operi in zona attiva, dunque  $V_{BE} = 0,7 \text{ V}$ . Noi sappiamo che:

$$V_{BE} = V_B - V_E$$

$$\Rightarrow V_E = V_B - V_{BE} = 5 - 0,7 = 4,3 \text{ V}$$

Possiamo calcolare la corrente  $I_E$ :

$$I_E = \frac{V_E}{R_E} = \frac{4,3}{4,3} = 1 \text{ mA}$$

In zona attiva vale la relazione:

$$I_B = \frac{I_C}{\beta}$$

Inoltre, poiché  $I_C \gg I_B$ , allora  $I_E = I_C + I_B \approx I_C$ , dunque:

$$I_B = \frac{I_C}{\beta} = \frac{I_E}{\beta} = \frac{1}{100} = 0,01 \text{ mA} = 10 \mu\text{A}$$

Applicando la LKT alla maglia di uscita ricaviamo  $V_{CE}$ :

$$V_{CC} = R_C I_C + V_{CE} + R_E I_C$$

$$\Rightarrow V_{CE} = V_{CC} - I_C \cdot (R_C + R_E) = 12 - 1 \cdot (5,3 + 4,3) = 2,4 \text{ V}$$

Verifichiamo la regione di funzionamento del BJT:

$$V_{CE} > 0,2 \text{ V}$$



$$2,4 \text{ V} > 0,2 \text{ V}$$

Abbiamo verificato che il BJT opera in zona attiva.

Riconsideriamo i calcoli con  $V_B = 7 \text{ V}$ :

$$V_{BE} = V_B - V_E$$

$$\Rightarrow V_E = V_B - V_{BE} = 7 - 0,7 = 6,3 \text{ V}$$

$$I_E = \frac{V_E}{R_E} = \frac{6,3}{4,3} \cong 1,47 \text{ mA} \approx I_C$$

$$I_B = \frac{I_C}{\beta} = \frac{1,47}{100} = 0,0147 \text{ mA} = 14,7 \mu\text{A}$$

$$V_{CC} = R_C I_C + V_{CE} + R_E I_C$$

$$\Rightarrow V_{CE} = V_{CC} - I_C \cdot (R_C + R_E) = 12 - 1,47 \cdot (5,3 + 4,3) \cong -2,1 \text{ V}$$

Verifichiamo la regione di funzionamento del BJT:

$$V_{CE} > 0,2 \text{ V}$$

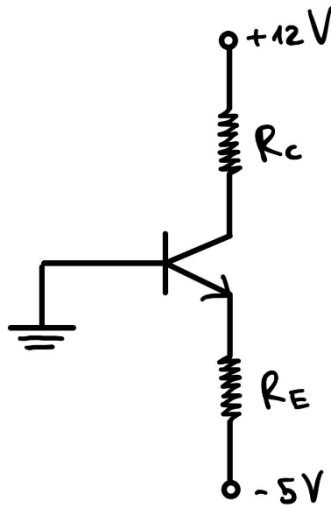
$$-2,1 \text{ V} > 0,2 \text{ V}$$

Il BJT non opera in zona attiva.  $V_{CE}$  non potrà mai essere negativa, abbiamo trovato un valore incorretto; dunque, dovremo supporre che il BJT operi in un'altra regione e rifare tutti i calcoli.



### ESERCIZIO 9 (BJT)

Calcolare il punto di riposo del BJT e dimensionare  $R_C$  affinché  $T$  esca dalla zona attiva.



$$V_{CC} = 12 \text{ V}$$

$$V_{EE} = -5 \text{ V}$$

$$R_C = 5,3 \text{ k}\Omega$$

$$R_E = 4,3 \text{ k}\Omega$$

$$\beta = 100$$

Supponiamo che il BJT operi in zona attiva, dunque  $V_{BE} = 0,7 \text{ V}$ . Noi sappiamo che:

$$V_{BE} = V_B - V_E$$

$$\Rightarrow V_E = V_B - V_{BE} = 0 - 0,7 = -0,7 \text{ V} = V_{EB}$$

Possiamo calcolare la corrente  $I_E$ :

$$I_E = \frac{V_E - V_{EE}}{R_E} = \frac{-0,7 - (-5)}{4,3} = 1 \text{ mA} \approx I_C$$

In zona attiva vale la relazione:

$$I_B = \frac{I_C}{\beta} = \frac{1}{100} = 0,01 \text{ mA} = 10 \mu\text{A}$$

Applicando la LKT alla maglia di uscita ricaviamo  $V_{CE}$ :

$$V_{CC} = R_C I_C + V_{CE} + R_E I_C + V_{EE}$$

$$\Rightarrow V_{CE} = V_{CC} - V_{EE} - I_C \cdot (R_C + R_E) = 12 - (-5) - 1 \cdot (5,3 + 4,3) = 7,4 \text{ V}$$

Verifichiamo la regione di funzionamento del BJT:

$$V_{CE} > 0,2 \text{ V}$$

$$7,4 \text{ V} > 0,2 \text{ V}$$

Abbiamo verificato che il BJT opera in zona attiva.

Adesso si vuole trovare quel valore di  $R_C$  per il quale il BJT non opera più in zona attiva, ovvero per il quale  $V_{CB} < 0,7 \text{ V}$ .

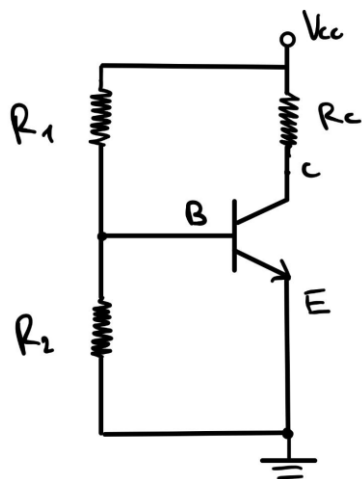


$$\begin{aligned}V_{CB} &= V_C - V_B = (V_{CC} - R_C I_C) - 0 = V_{CC} - R_C I_C = 12 - R_C \cdot 1 \\&\Rightarrow 12 - R_C < 0,7 \Leftrightarrow R_C > 11,3 \text{ k}\Omega\end{aligned}$$



### ESERCIZIO 10 (BJT)

Calcolare il punto di riposo del BJT.



$$V_{CC} = 10 \text{ V}$$

$$R_C = 2 \text{ k}\Omega$$

$$R_1 = 200 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 200 \text{ k}\Omega$$

$$\beta = 100$$

Applichiamo il teorema di Thevenin:

$$R_{eq} = R_{TH} = R_1 // R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 100 \text{ k}\Omega$$

$$V_{TH} = V_{CC} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 10 \cdot \frac{200}{400} = 5 \text{ V}$$

Supponiamo che il BJT operi in zona attiva, dunque  $V_{BE} = 0,7 \text{ V}$ . Possiamo calcolare la corrente  $I_B$ :

$$I_B = \frac{V_{TH} - V_{BE}}{R_{TH}} = \frac{5 - 0,7}{100} = 0,043 \text{ mA} = 43 \mu\text{A}$$

In zona attiva vale la relazione:

$$I_B = \frac{I_C}{\beta}$$

$$\Rightarrow I_C = \beta I_B = 100 \cdot 0,043 = 4,3 \text{ mA}$$

Applicando la LKT alla maglia di uscita ricaviamo  $V_{CE}$ :

$$V_{CC} = R_C I_C + V_{CE}$$

$$\Rightarrow V_{CE} = V_{CC} - R_C I_C = 10 - 2 \cdot 4,3 = 1,4 \text{ V}$$

Verifichiamo la regione di funzionamento del BJT:

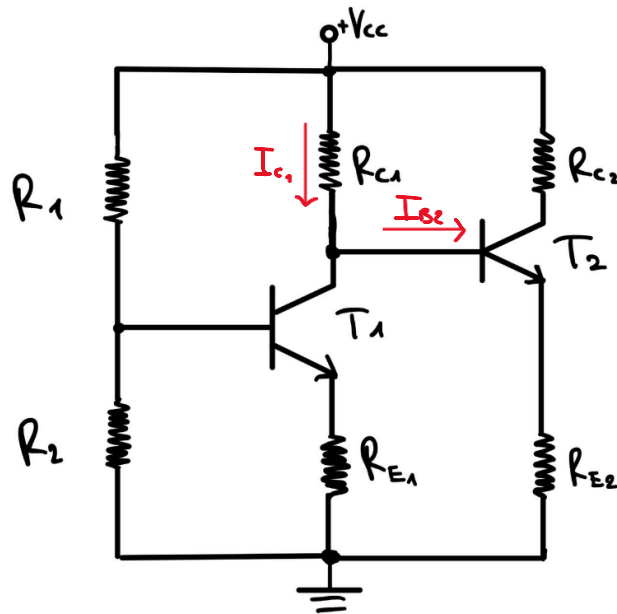
$$V_{CE} > 0,2 \text{ V}$$

$$1,4 \text{ V} > 0,2 \text{ V}$$

Abbiamo verificato che il BJT opera in zona attiva.

**ESERCIZIO 11 (BJT)**

Calcolare i punti di riposo del BJT.



$$V_{CC} = 12 \text{ V}$$

$$R_1 = 140 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 100 \text{ k}\Omega$$

$$R_{C1} = 5,3 \text{ k}\Omega$$

$$R_{E1} = 3,7 \text{ k}\Omega$$

$$R_{C2} = 1 \text{ k}\Omega$$

$$R_{E2} = 3 \text{ k}\Omega$$

$$\beta = 100$$

Il caso in esame tratta di un accoppiamento diretto tra due transistor, non vi sono infatti capacità tra i due BJT, dunque la tensione di uscita del primo stadio, che coincide con la tensione di ingresso del secondo, tende ad influenzare la tensione di uscita del secondo stadio. In questo caso dovremo quindi calcolare due punti di riposo per il primo e per il secondo BJT.

Iniziamo dal BJT T1. Applichiamo il teorema di Thevenin:

$$R_{eq} = R_{TH} = R_1 // R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{140 \cdot 100}{140 + 100} \cong 58,3 \text{ k}\Omega$$

$$V_{TH} = V_{BB} = V_{CC} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 12 \cdot \frac{140}{240} = 7 \text{ V}$$

Supponiamo che il BJT T1 operi in zona attiva, dunque  $V_{BE1} = 0,7 \text{ V}$ . Applichiamo la LKT alla maglia di ingresso:

$$V_{BB} = I_{B1} R_{TH} + V_{BE1} + I_{E1} R_{E1}$$

In zona attiva vale la relazione:

$$I_{B1} = \frac{I_{C1}}{\beta} \approx \frac{I_{E1}}{\beta}$$

Sostituendo nella relazione trovata mediante LKT:

$$V_{BB} = I_{B1} R_{TH} + V_{BE1} + I_{E1} R_{E1} = \frac{I_{E1}}{\beta} R_{TH} + V_{BE1} + I_{E1} R_{E1}$$





$$\Rightarrow I_{E1} = \frac{V_{BB} - V_{BE1}}{R_{E1} + \frac{R_{TH}}{\beta}} = \frac{5 - 0,7}{3,7 + \frac{58,3}{100}} = \frac{4,3}{\frac{370 + 58,3}{100}} = \frac{430}{428,3} \approx 1 \text{ mA} \approx I_{C1}$$

$$\Rightarrow I_{B1} = \frac{I_{E1}}{\beta} = \frac{1}{100} = 0,01 \text{ mA} = 10 \mu\text{A}$$

Applicando la LKT alla maglia di uscita ricaviamo  $V_{CE1}$ :

$$V_{CC} = R_{C1}(I_{C1} + I_{B2}) + V_{CE1} + R_{E1}I_{C1}$$

Ma dato che i due BJT sono simili e hanno lo stesso  $\beta$ , possiamo affermare che  $I_{C1} \gg I_{B2}$ , dunque:

$$\Rightarrow V_{CE1} = V_{CC} - R_{C1}I_{C1} - R_{E1}I_{C1} = 12 - 5,3 \cdot 1 - 3,7 \cdot 1 = 3 \text{ V}$$

Verifichiamo la regione di funzionamento del BJT T1:

$$V_{CE1} > 0,2 \text{ V}$$

$$3 \text{ V} > 0,2 \text{ V}$$

Abbiamo verificato che il BJT T1 opera in zona attiva. Passiamo adesso al BJT T2. Supponiamo che il BJT T2 operi in zona attiva, dunque  $V_{BE2} = 0,7 \text{ V}$ . Osserviamo che:

$$V_{B2} = V_{C1} = V_{CC} - R_{C1}I_{C1} = 12 - 5,3 \cdot 1 = 6,7 \text{ V}$$

Applichiamo la LKT alla maglia di ingresso, ricordando che  $I_{B2}$  è trascurabile:

$$V_{C1} = V_{BE2} + I_{E2}R_{E2}$$

$$\Rightarrow I_{E2} = \frac{V_{C1} - V_{BE2}}{R_{E2}} = \frac{6,7 - 0,7}{3} = 2 \text{ mA} \approx I_{C2}$$

$$\Rightarrow I_{B2} = \frac{I_{E2}}{\beta} = \frac{2}{100} = 0,02 \text{ mA} = 20 \mu\text{A}$$

Applicando la LKT alla maglia di uscita ricaviamo  $V_{CE2}$ :

$$V_{CC} = R_{C2}I_{C2} + V_{CE2} + R_{E2}I_{C2}$$

$$\Rightarrow V_{CE2} = V_{CC} - R_{C2}I_{C2} - R_{E2}I_{C2} = 12 - 1 \cdot 2 - 3 \cdot 2 = 4 \text{ V}$$

Verifichiamo la regione di funzionamento del BJT T2:

$$V_{CE2} > 0,2 \text{ V}$$

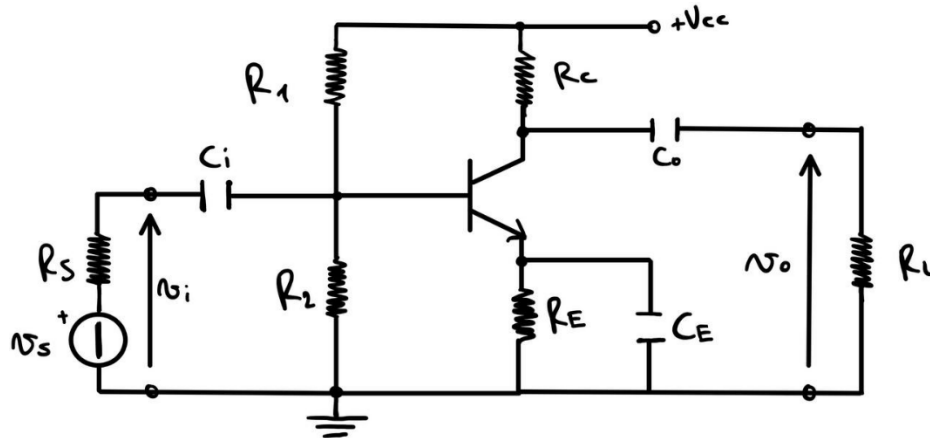
$$4 \text{ V} > 0,2 \text{ V}$$

Abbiamo verificato che il BJT T2 opera in zona attiva.

**ESERCIZIO 12 (Amplificatore BJT a emettitore comune)**

Parte statica: calcolare il punto di riposo del BJT.

Parte dinamica: calcolare i valori di amplificazione totale  $A_f$  e resistenze d'ingresso e uscita  $R_i$  ed  $R_o$ .



$$\begin{aligned} V_{CC} &= 12 \text{ V} \\ R_C &= 1,8 \text{ k}\Omega \\ R_L &= 3 \text{ k}\Omega \\ R_E &= 390 \Omega \\ R_S &= 600 \Omega \\ R_1 &= 24 \text{ k}\Omega \\ R_2 &= 4,7 \text{ k}\Omega \\ \beta &= 140 \end{aligned}$$

Applichiamo il teorema di Thevenin:

$$R_{eq} = R_{TH} = R_1 // R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{24 \cdot 4,7}{24 + 4,7} \cong 3,9 \text{ k}\Omega$$

$$V_{TH} = V_{BB} = V_{CC} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 12 \cdot \frac{4,7}{28,7} = 2 \text{ V}$$

Supponiamo che il BJT operi in zona attiva, dunque  $V_{BE} = 0,7 \text{ V}$ . Applichiamo la LKT alla maglia di ingresso:

$$V_{BB} = I_B R_{TH} + V_{BE} + I_E R_E$$

In zona attiva vale la relazione:

$$I_B = \frac{I_C}{\beta} \approx \frac{I_E}{\beta}$$

Sostituendo nella relazione trovata mediante LKT:

$$\begin{aligned} V_{BB} &= I_B R_{TH} + V_{BE} + I_E R_E = \frac{I_E}{\beta} R_{TH} + V_{BE} + I_E R_E \\ \Rightarrow I_E &= \frac{V_{BB} - V_{BE}}{R_E + \frac{R_{TH}}{\beta}} = \frac{2 - 0,7}{0,39 + \frac{3,9}{140}} = \frac{1,3}{\frac{54,6 + 3,9}{140}} = \frac{182}{58,5} \approx 3,1 \text{ mA} \approx I_C \\ \Rightarrow I_B &= \frac{I_E}{\beta} = \frac{3,1}{140} = 0,022 \text{ mA} = 22 \mu\text{A} \end{aligned}$$



Applicando la LKT alla maglia di uscita ricaviamo  $V_{CE}$ :

$$V_{CC} = R_C I_C + V_{CE} + R_E I_C$$

$$\Rightarrow V_{CE} = V_{CC} - R_C I_C - R_E I_C = 12 - 1,8 \cdot 3,1 - 0,39 \cdot 3,1 \cong 5,2 \text{ V}$$

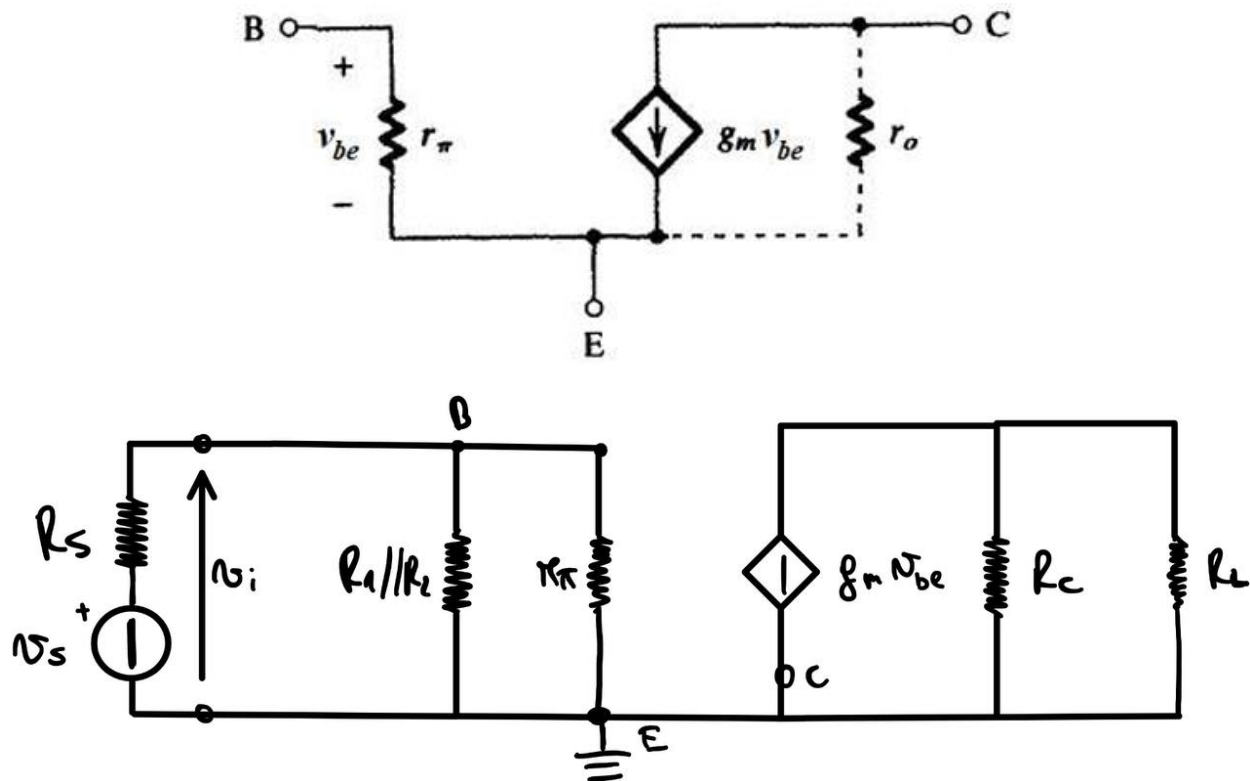
Verifichiamo la regione di funzionamento del BJT:

$$V_{CE} > 0,2 \text{ V}$$

$$5,2 \text{ V} > 0,2 \text{ V}$$

Abbiamo verificato che il BJT opera in zona attiva.

Passiamo allo schema equivalente dinamico ricorrendo al modello per piccoli segnali del BJT:



La transconduttanza  $g_m$  di un BJT si calcola tramite la seguente formula:

$$g_m = \frac{I_C}{V_T} = \frac{0,0031}{0,026} \cong 0,12 \text{ S}$$

Inoltre, per il BJT vale la relazione:

$$r_\pi \cdot g_m = \beta$$

$$\Rightarrow r_\pi = \frac{\beta}{g_m} = \frac{140}{0,12} = 1,2 \text{ k}\Omega$$



Calcoliamo  $R'_L$ :

$$R'_L = R_C // R_L = \frac{R_C R_L}{R_C + R_L} = \frac{1,8 \cdot 3}{1,8 + 3} \cong 1,1 \text{ k}\Omega$$

Noi dobbiamo calcolare l'amplificazione:

$$A_v = \frac{v_o}{v_i}$$

Calcoliamo  $v_o$ :

$$v_o = -g_m v_{be} R'_L$$

Calcoliamo  $v_i$ :

$$v_i = R_i \cdot i_b = v_{be}$$

$$R_i = R_{TH} // r_\pi = \frac{R_{TH} r_\pi}{R_{TH} + r_\pi} = \frac{3,9 \cdot 1,2}{3,9 + 1,2} \cong 0,9 \text{ k}\Omega$$

Dunque:

$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = \frac{-g_m v_{be} R'_L}{v_{be}} = -g_m R'_L = -0,12 \cdot 1100 = -132$$

Calcoliamo infine l'amplificazione totale:

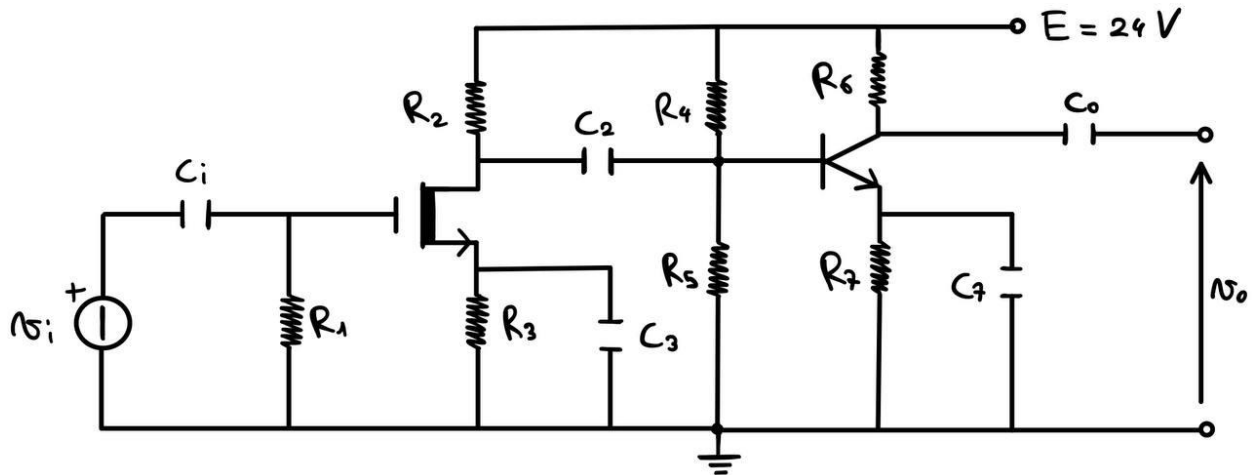
$$A_{v_T} = \frac{v_o}{v_s} = \frac{v_o}{v_i} \cdot \frac{v_i}{v_s} = A_v \cdot \frac{R_i}{R_i + R_s} = -132 \cdot \frac{0,9}{0,9 + 0,6} = -79,2$$



### ESERCIZIO 13 (Amplificatore MOSFET+BJT doppio stadio disaccoppiato)

Parte statica: calcolare il punto di riposo del mosfet e del BJT.

Parte dinamica: calcolare i valori di amplificazione totale  $A_f$  e resistenze d'ingresso e uscita  $R_i$  ed  $R_o$ .



$$R_1 = 1 \text{ M}\Omega \quad R_2 = 3 \text{ k}\Omega \quad R_3 = 500 \text{ }\Omega \quad R_4 = 220 \text{ k}\Omega \quad R_5 = 22 \text{ k}\Omega \quad R_6 = 10 \text{ k}\Omega \quad R_7 = 1 \text{ k}\Omega$$

$$V_t = -3 \text{ V} \quad I_{DSS} = 10 \text{ mA} \quad \beta = 150$$

Poiché la capacità  $C_2$  è posta fra il primo ed il secondo stadio, possiamo considerare ciascuno stadio come indipendente e studiarli singolarmente. Consideriamo dapprima il mosfet a svuotamento, per cui vale la relazione:

$$I_D = I_{DSS} \cdot \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_t}\right)^2 = I_{DSS} \cdot \left(1 - \frac{-R_3 I_D}{V_t}\right)^2$$

$$I_D = 10 \cdot \left(1 - \frac{1}{6} I_D\right)^2 = 10 \cdot \left(1 - \frac{1}{3} I_D + \frac{1}{36} I_D^2\right) = 10 - 3,33 I_D + 0,28 I_D^2$$

Riordinando i termini:

$$0,28 I_D^2 - 4,33 I_D + 10 = 0$$

$$\Delta = (-4,33)^2 - 4 \cdot 0,28 \cdot 10 \cong 7,55$$

$$I_{D1,2} = \frac{4,33 \pm \sqrt{7,55}}{0,56}$$

$$I_{D1} \cong 12,64 \text{ mA}$$

$$I_{D2} \cong 2,82 \text{ mA}$$



Il valore corretto è il secondo in quanto deve essere verificato che  $I_D < I_{DSS}$ . Dunque:

$$V_{GS} = -R_3 I_D = -0,5 \cdot (2,82) = -1,41 \text{ V}$$

Applicando la LKT alla maglia di uscita possiamo ricavare la  $V_{DS}$ :

$$\begin{aligned} E &= R_2 I_D + V_{DS} + R_3 I_D \\ \Rightarrow V_{DS} &= E - I_D \cdot (R_2 + R_3) = 24 - 2,82 \cdot (3 + 0,5) = 14,13 \text{ V} \end{aligned}$$

Verifichiamo la regione di funzionamento del mosfet:

$$\begin{aligned} V_{DS} &\geq V_{GS} - V_t \\ 14,14 &\geq -1,41 + 3 \text{ OK} \end{aligned}$$

Il mosfet opera in zona attiva. Passiamo dunque all'analisi del BJT.

Applichiamo il teorema di Thevenin:

$$\begin{aligned} R_{eq} = R_{TH} &= R_4 // R_5 = \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5} = \frac{220 \cdot 22}{220 + 22} = 20 \text{ k}\Omega \\ V_{TH} = V_{BB} &= E \cdot \frac{R_5}{R_4 + R_5} = 24 \cdot \frac{22}{242} \cong 2,18 \text{ V} \end{aligned}$$

Supponiamo che il BJT operi in zona attiva, dunque  $V_{BE} = 0,7 \text{ V}$ . Applichiamo la LKT alla maglia di ingresso:

$$V_{BB} = I_B R_{TH} + V_{BE} + I_E R_E$$

In zona attiva vale la relazione:

$$I_B = \frac{I_C}{\beta} \approx \frac{I_E}{\beta}$$

Sostituendo nella relazione trovata mediante LKT:

$$\begin{aligned} V_{BB} &= I_B R_{TH} + V_{BE} + I_E R_7 = \frac{I_E}{\beta} R_{TH} + V_{BE} + I_E R_7 \\ \Rightarrow I_E &= \frac{V_{BB} - V_{BE}}{R_7 + \frac{R_{TH}}{\beta}} = \frac{2,18 - 0,7}{20 + \frac{20}{150}} \approx 1,31 \text{ mA} \approx I_C \\ \Rightarrow I_B &= \frac{I_E}{\beta} = \frac{1,31}{140} \cong 0,0094 \text{ mA} = 9,4 \mu\text{A} \end{aligned}$$

Applicando la LKT alla maglia di uscita ricaviamo  $V_{CE}$ :

$$\begin{aligned} E &= R_6 I_C + V_{CE} + R_7 I_C \\ \Rightarrow V_{CE} &= E - R_6 I_C - R_7 I_C = 24 - 10 \cdot 1,31 - 1 \cdot 1,31 \cong 9,59 \text{ V} \end{aligned}$$



Verifichiamo la regione di funzionamento del BJT:

$$V_{CE} > 0,2 \text{ V}$$

$$9,59 \text{ V} > 0,2 \text{ V}$$

Abbiamo verificato che il BJT opera in zona attiva.

Si osserva che, per la parte dinamica:

$$A_2 = -g_{m_2} \cdot R_6$$

$$\begin{aligned} A_1 &= -g_{m_1} \cdot (R_2 // R_L) = -g_{m_1} \cdot (R_2 // R_4 // R_5 // r_\pi) = \\ &= -g_{m_1} \cdot (R_2 // R_{TH} // r_\pi) \end{aligned}$$

$$A = A_1 \cdot A_2 = g_{m_1} \cdot g_{m_2} \cdot (R_2 // R_{TH} // r_\pi // R_6)$$

Calcoliamo le transconduttanze  $g_{m_1}$  e  $g_{m_2}$ :

$$g_{m_1} = 2k \cdot (V_{GS} - V_t)$$

$$I_{DSS} = kV_t^2 \Rightarrow k = \frac{I_{DSS}}{V_t^2} = \frac{10}{9} \cong 1,11 \text{ mA/V}^2$$

$$\Rightarrow g_{m_1} = 2 \cdot 1,11 \cdot (-1,41 + 3) \cong 3,53 \text{ mS}$$

$$g_{m_2} = \frac{I_C}{V_T} = \frac{0,00131}{0,026} \cong 0,05 \text{ S}$$

$$r_\pi \cdot g_{m_2} = \beta$$

$$\Rightarrow r_\pi = \frac{\beta}{g_{m_2}} = \frac{150}{0,05} = 3 \text{ k}\Omega$$

Di conseguenza:

$$A = A_1 \cdot A_2 = g_{m_1} \cdot g_{m_2} \cdot (R_2 // R_{TH} // r_\pi // R_6) = \dots$$

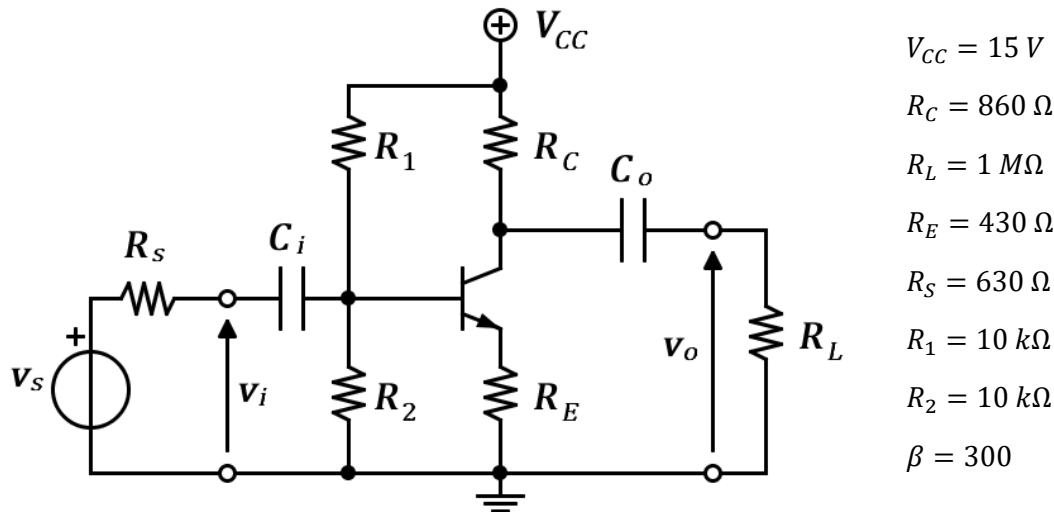
**ESERCIZIO ESAME 14/01/2022**

Per il circuito riportato in figura si ha  $V_{CC} = +15\text{ V}$ ,  $R_C = 860\ \Omega$ ,  $R_E = 430\ \Omega$ ,  $R_1 = 10\text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 10\text{ k}\Omega$ ; la resistenza di carico sia  $R_L = 1\text{ M}\Omega$ , mentre la resistenza interna del generatore di piccoli segnali  $v_s$  sia  $R_s = 630\ \Omega$ . Per il BJT si assuma un guadagno  $\beta = 300$ .

Determinare:

- 1) il punto di riposo del transistor;
- 2) lo schema equivalente dinamico;
- 3) l'amplificazione di tensione totale (ossia riferita alla sorgente)  $A_{v_T} = v_o/v_s$ .

Si trascurino le reattanze dei condensatori alla frequenza del segnale d'ingresso.



Calcoliamo la resistenza di Thevenin  $R_{TH} = R_{BB}$ :

$$R_{BB} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{10 \cdot 10}{10 + 10} = \frac{100}{20} = 5\text{ k}\Omega$$

Calcoliamo la tensione di Thevenin  $V_{TH} = V_{BB}$ :

$$V_{BB} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_{CC} = \frac{10}{10 + 10} \cdot 15 = 7.5\text{ V}$$

Supponiamo che  $V_{BE} = 0.7\text{ V}$  (BJT in conduzione) e calcoliamo la corrente  $I_B$  che scorre sulla base:

$$I_B = \frac{I_C}{\beta} \Rightarrow I_C = \beta I_B$$

Applicando la LKT ricaviamo:

$$V_E = V_{TH} - R_{TH}I_B - V_{BE}$$

Ma  $V_E = R_E I_C$ , dunque:

$$R_E I_C = V_{TH} - R_{TH}I_B - V_{BE}$$





$$R_E \beta I_B = V_{TH} - R_{TH} I_B - V_{BE}$$

Ricaviamo dunque  $I_B$  dalla precedente equazione:

$$R_E \beta I_B + R_{TH} I_B = V_{TH} - V_{BE}$$

$$(R_E \beta + R_{TH}) I_B = V_{TH} - V_{BE}$$

$$I_B = \frac{V_{TH} - V_{BE}}{R_E \beta + R_{TH}} = \frac{5 - 0,7}{430 \cdot 300 + 3300} = \frac{4,3}{132300} = 3,25 \cdot 10^{-5} A = 32,5 \mu A$$

$$I_C = \beta I_B = 300 \cdot 32,5 = 9750 \mu A = 9,75 mA$$

Applicando nuovamente la LKT calcoliamo la  $V_{CE}$ :

$$V_{CC} = R_C I_C + V_{CE} + R_E I_C$$

$$15 = 860 \cdot 0,00975 + V_{CE} + 430 \cdot 0,00975$$

$$V_{CE} = 15 - 860 \cdot 0,00975 - 430 \cdot 0,00975$$

$$V_{CE} = 15 - 8,4 - 4,2 = 2,4 V$$

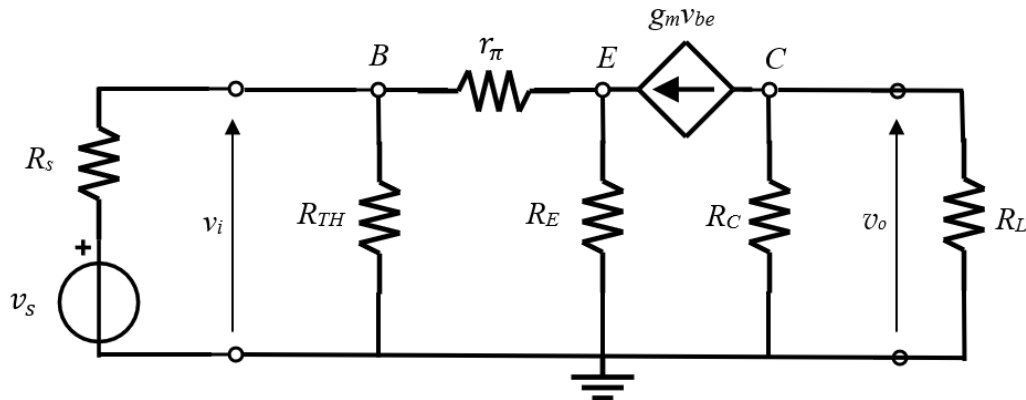
Verifichiamo che la nostra supposizione iniziale (BJT in conduzione) sia corretta:

$$V_{CE} > 0,2 V ?$$

$$2,4 > 0,2 V \text{ OK}$$

Il BJT sta operando nella zona attiva.

Ricaviamo il circuito dinamico spegnendo i generatori statici e cortocircuitando le capacità:



Poiché le resistenze  $R_C$  ed  $R_L$  sono in parallelo, allora si possono riscrivere come un'unica resistenza. Considerando che  $R_L \gg R_C$ :

$$R'_L = R_C // R_L \cong 860 \Omega$$

Calcoliamo la transconduttanza del BJT:

$$g_m = \frac{I_C}{V_T} = \frac{0,00975}{0,026} = 0,375 S$$



$$g_m = \frac{\beta}{r_\pi} \Rightarrow r_\pi = \frac{\beta}{g_m} = \frac{300}{0,375} = 800 \, \Omega$$

Per calcolare l'amplificazione totale del circuito è necessario conoscere prima l'amplificazione:

$$A = \frac{v_o}{v_i}$$

Si procede con il calcolo di  $v_o$ :

$$v_o = -R'_L g_m v_{be}$$

A questo punto, poiché per la LKC il resistore  $R_E$  è  $(\beta + 1)i_b$ , è del tutto equivalente dire che il ramo di tale resistore è attraversato da una corrente  $i_b$  e possiede una resistenza  $(\beta + 1)R_E$ . Quindi, per la LKC il ramo EC deve essere attraversato da una corrente nulla, pertanto si possono eliminare sia il generatore dipendente che il resistore  $R'_L$ . La resistenza d'ingresso  $R_i$  può essere quindi ricavata nel seguente modo:

$$\begin{aligned} R_i &= R_{TH} // [r_\pi + (1 + \beta)R_E] = \\ &= R_{TH} // [800 + 301 \cdot 430] = \\ &= \frac{3300 \cdot 130230}{3300 + 130230} \cong 3,22 \, k\Omega \end{aligned}$$

Sfruttando le semplificazioni del circuito appena fatte, tenendo conto che  $i_b = \frac{g_m v_{be}}{\beta}$  e che la corrente che scorre in  $R_E$  è  $(i_b + \beta i_b)$ , possiamo ricavare  $v_i$  in funzione di  $v_{be}$ :

$$\begin{aligned} v_{be} &= v_b - v_e = v_i - v_e \\ \Rightarrow v_i &= v_{be} + v_e = v_{be} + R_E g_m v_{be} \left(1 + \frac{1}{\beta}\right) = v_{be} \left(1 + R_E g_m \left(1 + \frac{1}{\beta}\right)\right) \end{aligned}$$

Pertanto, l'amplificazione  $A$  è pari a:

$$A = \frac{v_o}{v_i} = -\frac{R'_L g_m}{\left(1 + R_E g_m \left(1 + \frac{1}{\beta}\right)\right)} \approx -1,98$$

Per calcolare l'amplificazione totale  $A_T$  è necessario poter scrivere  $v_i$  in funzione di  $v_s$ . Sfruttando nuovamente le semplificazioni effettuate in precedenza si può calcolare  $v_i$  applicando il partitore di tensione su  $R_i$ :

$$v_i = \frac{R_i}{R_s + R_i} v_s$$

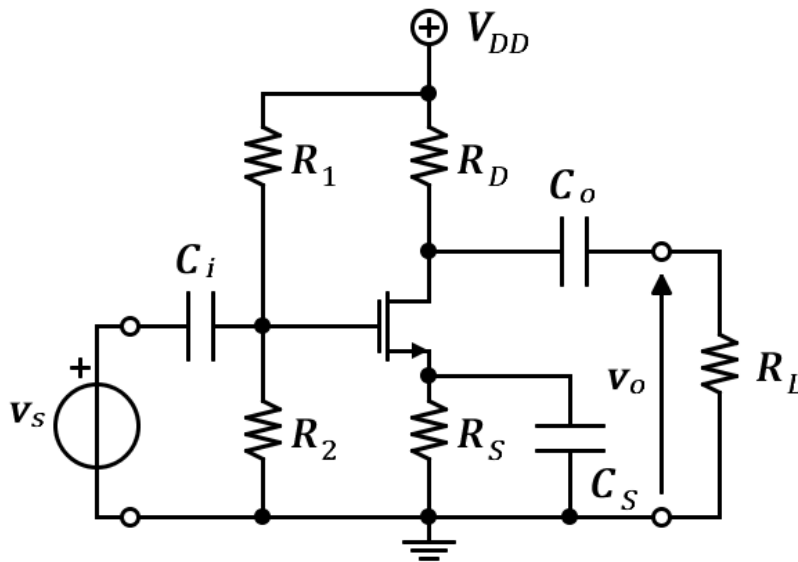
Si calcola infine l'amplificazione totale:

$$A_T = \frac{v_o}{v_s} = \frac{v_o}{v_i} \cdot \frac{v_i}{v_s} = A \cdot \frac{R_i}{R_s + R_i} \approx -1,65$$


**ESERCIZIO ESAME 08/02/2022**

Il circuito riportato in figura funziona con un'alimentazione pari a  $V_{DD} = 9\text{ V}$ ; la corrente di drain a riposo è  $I_D = 9\text{ mA}$ , la tensione drain-source vale  $V_{DS} = 3,5\text{ V}$ , mentre la tensione sul gate è  $V_G = 4,5\text{ V}$ . La sua resistenza d'ingresso è pari a  $R_i = 500\text{ k}\Omega$ . Sapendo che l'NMOS ha un parametro di conducibilità  $k = 1\text{ mA/V}^2$  e una tensione di soglia  $V_t = 0,5\text{ V}$ :

1. Si dimensionino le resistenze del circuito  $R_D$ ,  $R_S$ ,  $R_1$ ,  $R_2$  imponendo per la resistenza di carico il valore  $R_L = 1\text{ M}\Omega$ ;
2. Si calcoli l'amplificazione  $A_v = v_o/v_i$ , dopo avere disegnato lo schema equivalente; Si trascurino le reattanze dei condensatori alla frequenza del segnale d'ingresso.



$$V_{DD} = 9\text{ V}$$

$$I_D = 9\text{ mA}$$

$$V_{DS} = 3,5\text{ V}$$

$$V_G = 4,5\text{ V}$$

$$R_i = 500\text{ k}\Omega$$

$$k = 1\text{ mA/V}^2$$

$$V_t = 0,5\text{ V}$$

$$R_L = 1\text{ M}\Omega$$

Poiché  $R_1$  ed  $R_2$  sono in parallelo, la resistenza d'ingresso si calcola tramite la formula:

$$R_i = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Poiché  $R_i = 500\text{ k}\Omega$ , possiamo affermare che  $R_1 = R_2 = 1\text{ M}\Omega$ .

Calcoliamo la tensione tra gate e source:

$$I_D = K \cdot (V_{GS} - V_t)^2$$

$$9 = 1 \cdot (V_{GS} - 0,5)^2$$

$$9 = 1 \cdot (V_{GS}^2 + 0,25 - V_{GS})$$

$$V_{GS}^2 - V_{GS} - 8,75 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8,75) = 36$$

$$V_{GS_{1,2}} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{36}}{2}$$



$$V_{GS1} = -\frac{5}{2} = -2,5 \text{ V}$$

$$V_{GS2} = \frac{7}{2} = 3,5 \text{ V}$$

Il valore corretto è il secondo perché il MOSFET è acceso se  $V_{GS} \geq V_t$ :

$$3,5 \text{ V} > 0,5 \text{ V}$$

Calcoliamo  $V_S$ :

$$V_{GS} = V_G - V_S = 4,5 - V_S$$

$$V_S = 4,5 - V_{GS} = 4,5 - 3,5 = 1 \text{ V}$$

Calcoliamo la tensione ai capi di  $R_S$ :

$$V_{R_S} = V_S - 0 = V_S = 1 \text{ V}$$

Su  $R_S$  scorre una corrente pari a  $I_D$ , dunque:

$$R_S = \frac{V_S}{I_D} = \frac{1}{9 \cdot 10^{-3}} \cong 111 \Omega$$

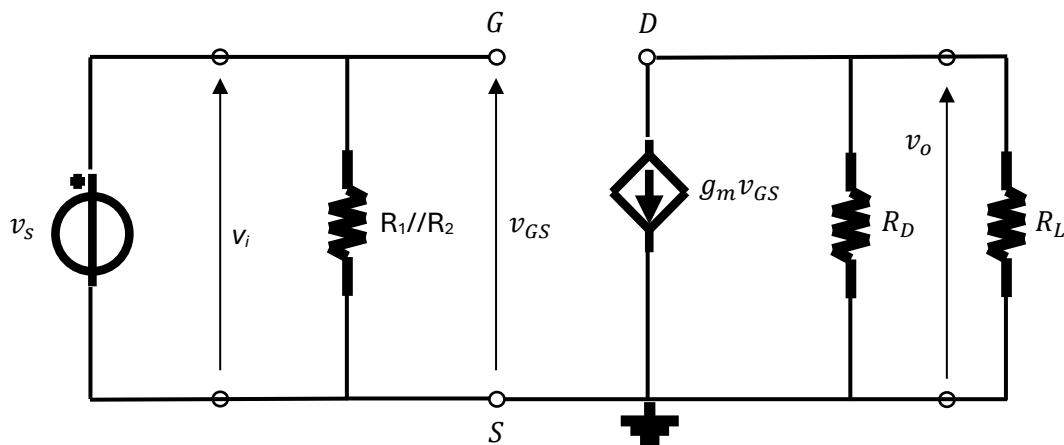
Scriviamo la LKT per la maglia di uscita:

$$V_{DD} = R_D I_D + V_{DS} + R_S I_D$$

$$9 = 9 \cdot 10^{-3} R_D + 3,5 + 111 \cdot 9 \cdot 10^{-3}$$

$$R_D = \frac{5,5 - 1}{0,009} = 500 \Omega$$

Ricaviamo il circuito equivalente dinamico cortocircuitando  $V_{DD}$  e i condensatori:



Poniamo  $R_D // R_L = R_L' \approx R_D$  perché  $R_L \gg R_D$ . La tensione di uscita sarà data da:

$$v_o = -g_m v_{gs} R_L'$$



Dove:

$$g_m = 2K \cdot (V_{GS} - V_t) = 2 \cdot 10^{-3} \cdot (3,5 - 0,5) = 0,002 \cdot 3 = 0,006 \text{ S}$$

La tensione di ingresso sarà:

$$v_i = v_{gs}$$

Dunque:

$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = \frac{-g_m v_{gs} R'_L}{v_{gs}} = -g_m R_D = -0,006 \cdot 500 = -3$$

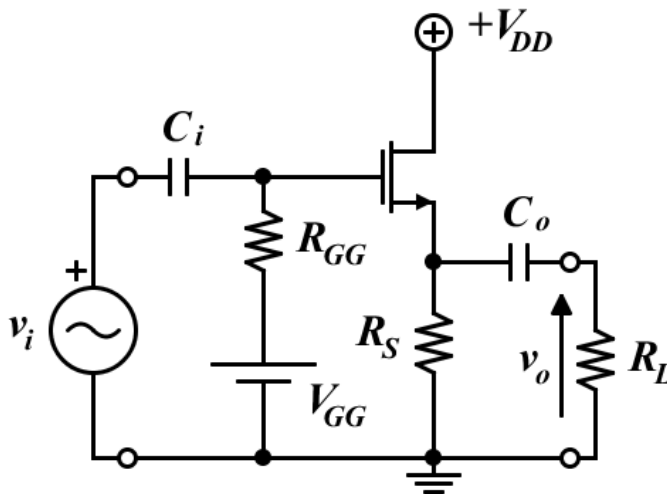
**ESERCIZIO ESAME 22/02/2022**

Per il circuito riportato in figura si ha  $V_{DD} = +12\text{ V}$ ,  $V_{GG} = +9\text{ V}$ ,  $R_S = 5\text{ k}\Omega$ ,  $R_{GG} = 1\text{ M}\Omega$ ,  $R_L = 1\text{ M}\Omega$ . Per il MOSFET si assuma una tensione di soglia  $V_t = 2\text{ V}$  e un parametro di conducibilità pari a  $K = 0,25\text{ mA/V}^2$ .

Determinare:

- 1) il punto di riposo del transistor;
- 2) lo schema equivalente dinamico;
- 3) l'amplificazione di tensione  $A_v = v_o/v_i$ .

Si trascurino le reattanze dei condensatori alla frequenza del segnale d'ingresso.



$$V_{DD} = 12\text{ V}$$

$$V_{GG} = 9\text{ V}$$

$$R_S = 5\text{ k}\Omega$$

$$R_{GG} = 1\text{ M}\Omega$$

$$R_L = 1\text{ M}\Omega$$

$$V_t = 2\text{ V}$$

$$k = 0,25\text{ mA/V}^2$$

Per individuare il punto di riposo del MOSFET è necessario individuare i valori delle grandezze  $V_{GS}$ ,  $I_D$  e  $V_{DS}$ . Si suppone inizialmente che il transistor operi in regione di saturazione, pertanto vale la relazione:

$$I_D = K(V_{GS} - V_t)^2$$

Per effettuare l'analisi statica bisogna innanzitutto considerare i condensatori  $C_i$  e  $C_o$  come dei circuiti aperti, quindi si procede con lo studio della maglia sinistra del circuito applicando la LKT, tenendo conto che  $I_S = I_D$ :

$$V_{GG} - V_{GS} - R_S I_D = 0$$

A questo punto si vuole ricavare la tensione  $V_{GS}$ , e per farlo si sfrutta la relazione (vista precedentemente) tra  $I_D$  e  $V_{GS}$ :

$$V_{GG} - V_{GS} - R_S K(V_{GS} - V_t)^2 = 0$$

$$\Rightarrow -R_S K V_{GS}^2 - V_{GS} + 2R_S K V_t V_{GS} - R_S K V_t^2 + V_{GG} = 0$$



Ossia:

$$R_S K V_{GS}^2 + (1 - 2R_S K V_t) V_{GS} + R_S K V_t^2 - V_{GG} = 0 \rightarrow 1,25 V_{GS}^2 - 4 V_{GS} - 4 = 0$$

Si procede con la risoluzione dell'equazione di secondo grado per trovare  $V_{GS}$ :

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1,25 \cdot (-4) = 36$$

$$V_{GS} = \frac{4 \pm \sqrt{\Delta}}{2,5} = 4 \text{ V oppure } -0,8 \text{ V}$$

Poiché il transistor opera in regione di saturazione deve risultare  $V_{GS} \geq V_t$ , pertanto  $V_{GS} = 4 \text{ V}$ . A questo punto è dunque possibile calcolare la corrente di drain:

$$I_D = \frac{V_{GG} - V_{GS}}{R_S} = 1 \text{ mA}$$

Infine bisogna verificare che l'ipotesi iniziale, ovvero che il MOSFET operi in regione di saturazione, sia corretta, e ciò è vero se:

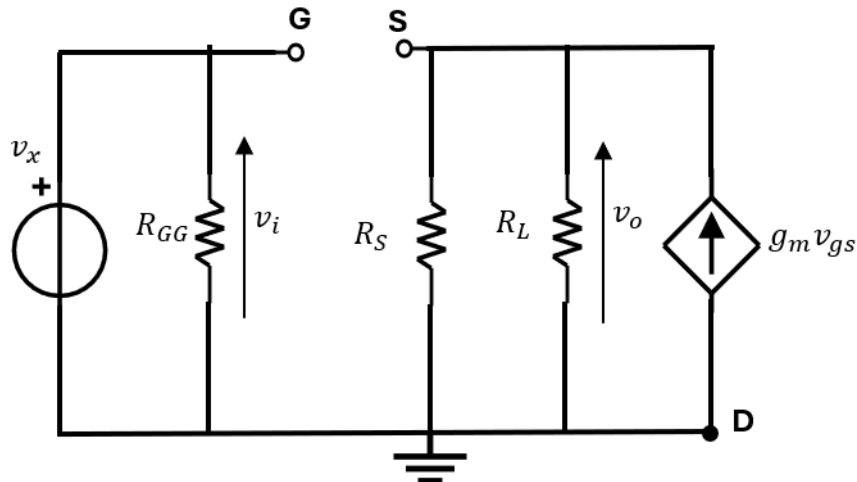
$$V_{DS} \geq V_{GS} - V_t$$

Pertanto, si procede con il calcolo di  $V_{DS}$ :

$$V_{DS} = V_D - V_S = V_{DD} - R_S I_D = 7 \text{ V}$$

Dunque l'ipotesi risulta corretta.

Si procede adesso con la rappresentazione dello schema equivalente dinamico del circuito, ottenuto spegnendo i generatori indipendenti  $V_{GG}$  e  $V_{DD}$  (che vengono quindi sostituiti con dei cortocircuiti) e sostituendo ai condensatori  $C_i$  e  $C_o$  dei cortocircuiti:



Si procede quindi con il calcolo dell'amplificazione  $A$ . Poiché il carico e la resistenza  $R_S$  sono in parallelo è possibile schematizzarli con la seguente resistenza equivalente:

$$R'_L = R_S // R_L \approx R_S$$



L'approssimazione è accettabile dato che  $R_S \ll R_L$ . Dunque, dato che la corrente che scorre su  $R'_L$  è pari a  $g_m v_{gs}$ , la tensione d'uscita  $v_o$  è:

$$v_o = R'_L g_m v_{gs}$$

La transconduttanza  $g_m$  si ricava dalla relazione:

$$g_m = 2K(V_{GS} - V_t) = 1 \text{ mS}$$

Infine, si osserva che  $v_i = v_g = v_x$ , pertanto vale la seguente relazione:

$$v_{gs} = v_g - v_s = v_i - R'_L g_m v_{gs} \rightarrow v_{gs} = \frac{v_i}{1 + R'_L g_m}$$

L'amplificazione del circuito è quindi:

$$A = \frac{v_o}{v_i} = \frac{R'_L g_m v_{gs}}{v_i} = \frac{R'_L g_m}{1 + R'_L g_m} \cdot \frac{v_i}{v_i} = \frac{R'_L g_m}{1 + R'_L g_m} = 0,83$$



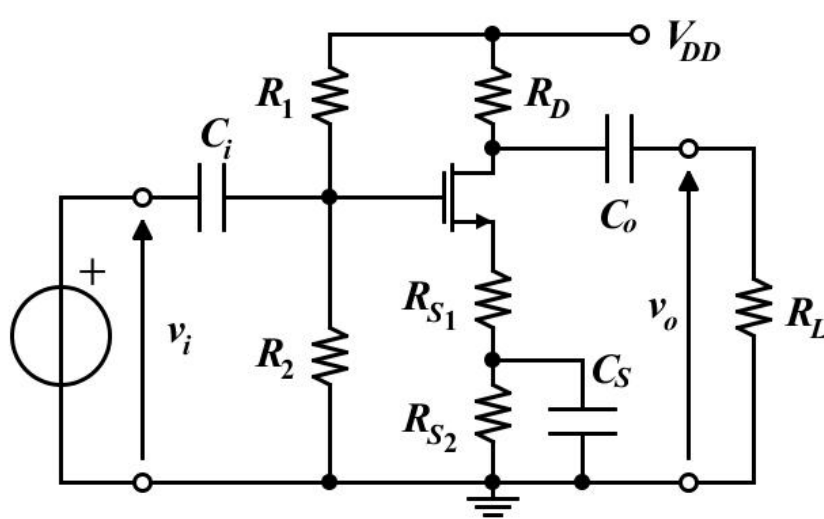


### ESERCIZIO ESAME 16/01/2023

Per il circuito riportato in figura si ha  $V_{DD} = +9\text{ V}$ ,  $R_D = 500\ \Omega$ ,  $R_{S1} = 50\ \Omega$ ,  $R_{S2} = 60\ \Omega$ ,  $R_1 = R_2 = 1\text{ M}\Omega$ ; la resistenza di carico sia  $R_L = 1\text{ M}\Omega$ . Per il MOSFET si assuma un parametro di conducibilità  $K = 1\text{ mA/V}^2$  e una tensione di soglia  $V_t = 0,5\text{ V}$ .

- 1) Determinare il punto di riposo del transistor;
- 2) disegnare lo schema equivalente dinamico;
- 3) calcolare l'amplificazione di tensione  $A_v = v_o/v_i$  sulla base dello schema equivalente dinamico.

Si trascurino le reattanze dei condensatori alla frequenza del segnale d'ingresso.



$$\begin{aligned} V_{DD} &= 9\text{ V} \\ R_D &= 500\ \Omega \\ R_{S1} &= 50\ \Omega \\ R_{S2} &= 60\ \Omega \\ R_1 = R_2 &= 1\text{ M}\Omega \\ R_L &= 1\text{ M}\Omega \\ k &= 1\text{ mA/V}^2 \\ V_t &= 0,5\text{ V} \end{aligned}$$

Applichiamo Thevenin per ricavare resistenza equivalente e tensione equivalente:

$$R_{eq} = R_{TH} = R_1 // R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 0,5\text{ M}\Omega$$

$$V_{TH} = V_{GG} = V_{DD} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 9 \cdot \frac{1}{1 + 1} = 4,5\text{ V}$$

Quello in esame è un amplificatore a doppio carico FET con resistenza sulla source parzialmente cortocircuitata dinamicamente, quindi noi sappiamo che:

$$R_S = R_{S1} + R_{S2} = 50 + 60 = 110\ \Omega$$

Ricaviamo  $V_{GS}$ :

$$V_{GS} = V_G - V_S = V_{GG} - R_S I_D$$

Supponendo che il mosfet operi in zona attiva, sarà valida la relazione:

$$I_D = k \cdot (V_{GS} - V_t)^2$$

Sostituendo nella precedente equazione:



$$V_{GS} = V_{GG} - R_S I_D = V_{GG} - R_S \cdot [k \cdot (V_{GS} - V_t)^2] = 4,5 - 110 \cdot [0,001 \cdot (V_{GS} - 0,5)^2]$$

Otterremo un'equazione di secondo grado con incognita  $V_{GS}$ :

$$\begin{aligned} V_{GS} &= 4,5 - 110 \cdot [0,001 \cdot (V_{GS}^2 - V_{GS} + 0,25)] = \\ &= 4,5 - 110 \cdot (0,001V_{GS}^2 - 0,001V_{GS} + 0,00025) = \\ &= 4,5 - 0,11V_{GS}^2 + 0,11V_{GS} - 0,0275 \end{aligned}$$

Riordinando i termini:

$$\begin{aligned} 0,11V_{GS}^2 + 0,89V_{GS} - 4,47 &= 0 \\ \Delta &= (0,89)^2 - 4 \cdot (0,11) \cdot (-4,47) \cong 2,76 \end{aligned}$$

$$V_{GS1,2} = \frac{-0,89 \pm \sqrt{2,76}}{0,22}$$

$$V_{GS1} \cong -11,6 \text{ V}$$

$$V_{GS2} \cong 3,5 \text{ V}$$

Il valore valido di  $V_{GS}$  è il secondo in quanto il mosfet è acceso se e solo se  $V_{GS} \geq V_t$ .

$$\Rightarrow I_D = k \cdot (V_{GS} - V_t)^2 = 0,001 \cdot (3,5 - 0,5)^2 = 0,001 \cdot 9 = 0,009 \text{ A} = 9 \text{ mA}$$

Applichiamo la LKT alla maglia di uscita per ricavare  $V_{DS}$ :

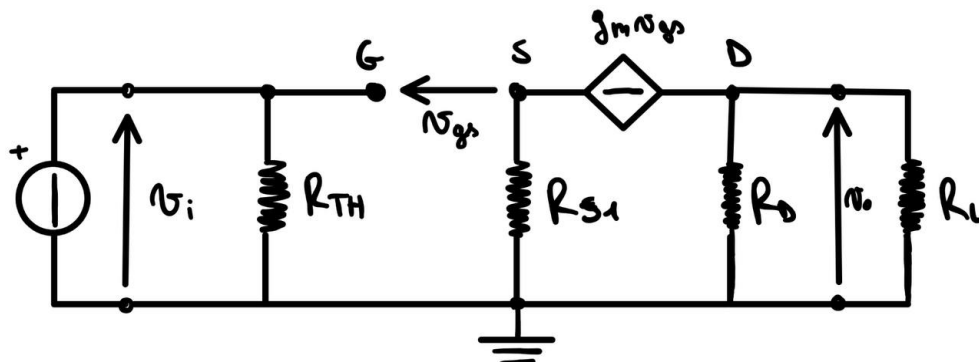
$$\begin{aligned} V_{DD} &= R_D I_D + V_{DS} + R_S I_D \\ \Rightarrow V_{DS} &= V_{DD} - I_D \cdot (R_D + R_S) = 9 - 0,009 \cdot (500 + 110) = 3,51 \text{ V} \end{aligned}$$

Verifichiamo la regione di funzionamento del mosfet:

$$\begin{aligned} V_{DS} &\geq V_{GS} - V_t \\ 3,51 &> 3,5 - 0,5 \text{ OK} \end{aligned}$$

Abbiamo verificato che il mosfet opera in zona attiva.

Disegniamo lo schema equivalente dinamico ricorrendo al modello per piccoli segnali del FET:





Poiché  $R_L \gg R_D$ :

$$R'_L = R_L // R_D \approx R_D = 500 \, \Omega$$

Calcoliamo la tensione di uscita  $v_o$ :

$$v_o = -g_m v_{gs} R'_L$$

Per un mosfet la transconduttanza  $g_m$  si calcola tramite la seguente relazione:

$$g_m = 2k \cdot (V_{GS} - V_t) = 2 \cdot 0,001 \cdot (3,5 - 0,5) = 0,006 \, S$$

Calcoliamo la tensione di ingresso  $v_i$ :

$$\begin{aligned} v_{gs} &= v_g - v_s = v_i - R_{S1} g_m v_{gs} \\ \Rightarrow v_i &= v_{gs} \cdot (1 + R_{S1} g_m) \end{aligned}$$

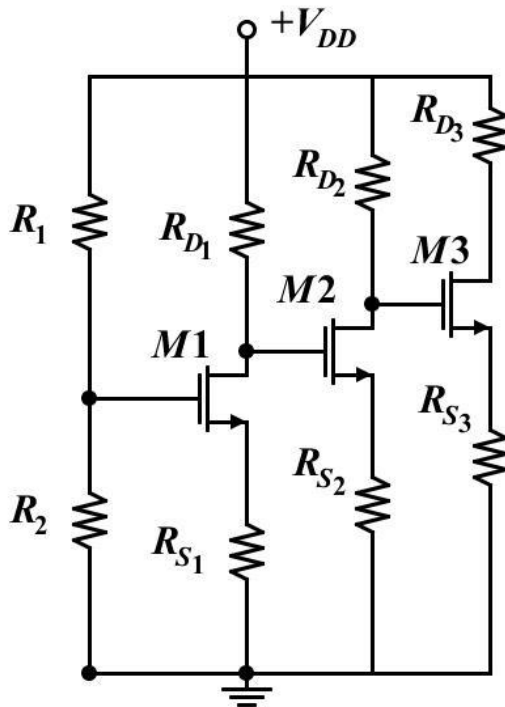
L'amplificazione si calcola tramite la seguente relazione:

$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = \frac{-g_m v_{gs} R'_L}{v_{gs} \cdot (1 + R_{S1} g_m)} = \frac{-g_m R'_L}{1 + R_{S1} g_m} = \frac{-0,006 \cdot 500}{1 + 50 \cdot 0,006} \cong -2,3$$

**ESERCIZIO ESAME 30/01/2023**

Per il circuito riportato in figura si ha:  $V_{DD} = +12\text{ V}$ ,  $R_1 = R_2 = 2\text{ M}\Omega$ ;  $R_{D1} = 1,45\text{ k}\Omega$ ,  $R_{D2} = 225\text{ }\Omega$ ,  $R_{S1} = R_{S2} = 1\text{ k}\Omega$ . Per i tre MOSFET  $M1$ ,  $M2$ ,  $M3$ , si assumano (con evidente significato dei pedici) i seguenti parametri di conducibilità  $K_1 = K_2 = K_3 = 1\text{ mA/V}^2$  e le seguenti tensioni di soglia  $V_{t1} = V_{t3} = 2\text{ V}$ ,  $V_{t2} = 4,45\text{ V}$ .

- 4) Si determinino i punti di riposo di  $M1$  e  $M2$ ;
- 5) Si determinino i valori delle due resistenze  $R_{D3}$  e  $R_{S3}$  affinché la corrente che scorre sul drain di  $M3$  sia pari a  $I_{D3} = 2,45\text{ mA}$  e che la tensione drain-source di  $M3$  sia pari a  $V_{DS3} = 3\text{ V}$



$$V_{DD} = 12\text{ V}$$

$$R_{D1} = 1,45\text{ k}\Omega$$

$$R_{D2} = 225\text{ }\Omega$$

$$R_{S1} = R_{S2} = 1\text{ k}\Omega$$

$$R_1 = R_2 = 2\text{ M}\Omega$$

$$k_1 = k_2 = k_3 = 1\text{ mA/V}^2$$

$$V_{t1} = V_{t3} = 2\text{ V}$$

$$V_{t2} = 4,45\text{ V}$$

$$I_{D3} = 2,45\text{ mA}$$

$$V_{DS3} = 3\text{ V}$$

Applichiamo Thevenin per ricavare resistenza equivalente e tensione equivalente:

$$R_{eq} = R_{TH} = R_1 // R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 1\text{ M}\Omega$$

$$V_{TH} = V_{GG} = V_{DD} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 12 \cdot \frac{2}{2 + 2} = 6\text{ V}$$

Ricaviamo  $V_{GS}$ :

$$V_{GS1} = V_{G1} - V_{S1} = V_{GG} - R_{S1} I_{D1}$$

Supponendo che  $M1$  operi in zona attiva, sarà valida la relazione:

$$I_{D1} = k_1 \cdot (V_{GS1} - V_{t1})^2$$

Sostituendo nella precedente equazione:



$$V_{GS1} = V_{GG} - R_{S1} I_{D1} = V_{GG} - R_{S1} \cdot \left[ k_1 \cdot (V_{GS1} - V_{t1})^2 \right] = 6 - 1 \cdot \left[ 1 \cdot (V_{GS1} - 2)^2 \right]$$

Otterremo un'equazione di secondo grado con incognita  $V_{GS1}$ :

$$\begin{aligned} V_{GS1} &= 6 - 1 \cdot [V_{GS1}^2 - 4V_{GS1} + 4] = \\ &= 6 - V_{GS1}^2 + 4V_{GS1} - 4 = \end{aligned}$$

Riordinando i termini:

$$\begin{aligned} V_{GS1}^2 - 3V_{GS1} - 2 &= 0 \\ \Delta &= (3)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (-2) = 17 \end{aligned}$$

$$V_{GS1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$V_{GS1_1} \cong -0,56 \text{ V}$$

$$V_{GS1_2} \cong 3,56 \text{ V}$$

Il valore valido di  $V_{GS1}$  è il secondo in quanto il mosfet è acceso se e solo se  $V_{GS1} \geq V_{t1}$ .

$$\Rightarrow I_{D1} = k_1 \cdot (V_{GS1} - V_{t1})^2 = 1 \cdot (3,56 - 2)^2 \cong 2,43 \text{ mA}$$

Applichiamo la LKT alla maglia di uscita per ricavare  $V_{DS1}$ :

$$\begin{aligned} V_{DD} &= R_{D1} I_{D1} + V_{DS1} + R_{S1} I_{D1} \\ \Rightarrow V_{DS1} &= V_{DD} - I_{D1} \cdot (R_{D1} + R_{S1}) = 12 - 2,43 \cdot (2,45) \cong 6,05 \text{ V} \end{aligned}$$

Verifichiamo la regione di funzionamento del mosfet M1:

$$\begin{aligned} V_{DS1} &\geq V_{GS1} - V_{t1} \\ 6,05 &> 3,56 - 2 \quad OK \end{aligned}$$

Abbiamo verificato che il mosfet M1 opera in zona attiva.

Calcoliamo adesso  $V_{D1}$ :

$$V_{D1} = V_{DD} - R_{D1} I_{D1} = 12 - 1,45 \cdot 2,43 \cong 8,48 \text{ V}$$

Ma  $V_{D1} = V_{G2}$ , dunque:

$$V_{GS2} = V_{G2} - V_{S2} = 8,48 - R_{S2} I_{D2}$$

Supponendo che M2 operi in zona attiva, varrà la seguente relazione:

$$I_{D2} = k_2 \cdot (V_{GS2} - V_{t2})^2$$



Sostituendo nella precedente equazione:

$$\begin{aligned} V_{GS_2} &= 8,48 - R_{S_2} I_{D_2} = 8,48 - 1 \cdot [k_2 \cdot (V_{GS_2} - V_{t_2})^2] = \\ &= 8,48 - 1 \cdot [1 \cdot (V_{GS_2} - 4,45)^2] = 8,48 - V_{GS_2}^2 + 8,9V_{GS_2} - 19,8 \end{aligned}$$

Riordinando i termini:

$$\begin{aligned} V_{GS_2}^2 - 7,9V_{GS_2} + 11,32 &= 0 \\ \Delta &= (-7,9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 11,32 = 17,13 \\ V_{GS_{21,2}} &= \frac{7,9 \pm \sqrt{17,13}}{2} \\ V_{GS_{21}} &\cong 1,88 \text{ V} \\ V_{GS_{22}} &\cong 6,02 \text{ V} \end{aligned}$$

Il valore valido di  $V_{GS_2}$  è il secondo in quanto il mosfet è acceso se e solo se  $V_{GS_2} \geq V_{t_2}$ .

$$\Rightarrow I_{D_2} = k_2 \cdot (V_{GS_2} - V_{t_2})^2 = 1 \cdot (6,02 - 4,45)^2 \cong 2,46 \text{ mA}$$

Applichiamo la LKT alla maglia di uscita per ricavare  $V_{DS_2}$ :

$$\begin{aligned} V_{DD} &= R_{D_2} I_{D_2} + V_{DS_2} + R_{S_2} I_{D_2} \\ \Rightarrow V_{DS_2} &= V_{DD} - I_{D_2} \cdot (R_{D_2} + R_{S_2}) = 12 - 2,46 \cdot (0,225 + 1) \cong 8,99 \text{ V} \end{aligned}$$

Verifichiamo la regione di funzionamento del mosfet M2:

$$\begin{aligned} V_{DS_2} &\geq V_{GS_2} - V_{t_2} \\ 8,99 &> 6,02 - 4,45 \quad OK \end{aligned}$$

Abbiamo verificato che il mosfet M2 opera in zona attiva.

Calcoliamo adesso  $V_{D_2}$ :

$$V_{D_2} = V_{DD} - R_{D_2} I_{D_2} = 12 - 0,225 \cdot 2,46 \cong 11,45 \text{ V}$$

Ma  $V_{D_2} = V_{G_3}$ , dunque:

$$V_{GS_3} = V_{G_3} - V_{S_3} = 11,45 - R_{S_3} I_{D_3}$$

Noi dobbiamo trovare  $V_{S_3}$ .

Supponendo che M3 operi in zona attiva, varrà la seguente relazione:

$$I_{D_3} = k_3 \cdot (V_{GS_3} - V_{t_3})^2$$



$$2,45 = 1 \cdot (V_{GS_3} - 2)^2$$

$$2,45 = V_{GS_3}^2 - 4V_{GS_3} + 4$$

Riordinando i termini:

$$V_{GS_3}^2 - 4V_{GS_3} + 1,55 = 0$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1,55 = 9,8$$

$$V_{GS_{3,2}} = \frac{4 \pm \sqrt{9,8}}{2}$$

$$V_{GS_{3_1}} \cong -2,9 \text{ V}$$

$$V_{GS_{3_2}} \cong 3,57 \text{ V}$$

Il valore valido di  $V_{GS_3}$  è il secondo in quanto il mosfet è acceso se e solo se  $V_{GS_3} \geq V_{t_3}$ .

Verifichiamo la regione di funzionamento del mosfet M3:

$$V_{DS_3} \geq V_{GS_3} - V_{t_3}$$

$$3 > 3,57 - 2 \text{ OK}$$

Abbiamo verificato che il mosfet M3 opera in zona attiva.

Poiché  $V_{GS_3} = V_{G_3} - V_{S_3}$ :

$$3,57 = 11,45 - V_{S_3}$$

$$\Rightarrow V_{S_3} = 7,88 \text{ V}$$

Ne consegue che:

$$V_{S_3} = R_{S_3} I_{D_3}$$

$$\Rightarrow R_{S_3} = \frac{V_{S_3}}{I_{D_3}} = \frac{7,88}{2,45} \cong 3,22 \text{ k}\Omega$$

Applichiamo la LKT alla maglia di uscita per ricavare il valore di  $R_{D_3}$ :

$$V_{DD} = R_{D_3} I_{D_3} + V_{DS_3} + R_{S_3} I_{D_3}$$

$$12 = R_{D_3} \cdot 2,45 + 3 + 3,22 \cdot 2,45$$

$$\Rightarrow R_{D_3} = \frac{12 - 3 - 3,22 \cdot 2,45}{2,45} \cong 0,45 \text{ k}\Omega = 450 \Omega$$