МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

«МОСКОВСКИЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ»

Кафедра робототехники, динамики и прочности машин

Лабораторная работа

По дисциплине «Управление роботами и мехатронными устройствами»
На тему : «Моделирование управляемого движения мобильного робота»

Студенты:

Уткин А.Е.

Волошанин Д.М

Группа: С-12Б-19

Преподаватель:

Гавриленко А.Б.

Москва 2022

Содержание

Задание для выполнения ЛР.

Лабораторная работа №1 «Движение тележки робота в прогнозе с управлением по скоростям геометрического центра тележки»

В лабораторной работе №1 рассматривается поступательное движение робота по заданной траектории. Для движения робота будут сформированы скорости во всех точках траектории.

Для подготовки к ЛР1 необходимо сформировать файл со скоростями Vx,Vy,Om разделенных пробелами. На каждой строке 3 числа.

Для проверки правильности нахождения скоростей для траектории выполнить обратную задачу построения траектории по скоростям. Для этого необходимо проинтегрировать скорости методом Эйлера с заданным шагом и получить массив точек на траектории, построить график x(y).

Координаты в неподвижной системе координат. Началом координат является начальная точка траектории

x(0)=0, y(0)=0, psi(0)=0

x(i)=x(i-1)+dt*(Vx(i-1)*cos(psi(i-1))-Vy(i-1)*sin(psi(i-1)));

y(i)=y(i-1)+dt*(Vy(i-1)*cos(psi(i-1))+Vx(i-1)*sin(psi(i-1)));

psi(i)=psi(i-1)+dt*OM(i-1);

Вывод кинематических формул, связывающих линейные и угловые скорости геометрического центра платформы и угловые скорости колес

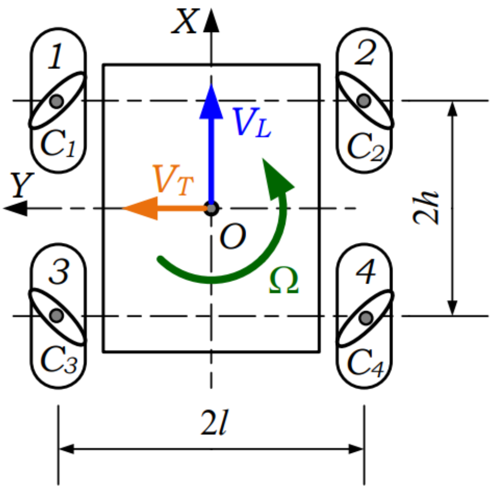


Рисунок 1.1 – Условная схема платформы.

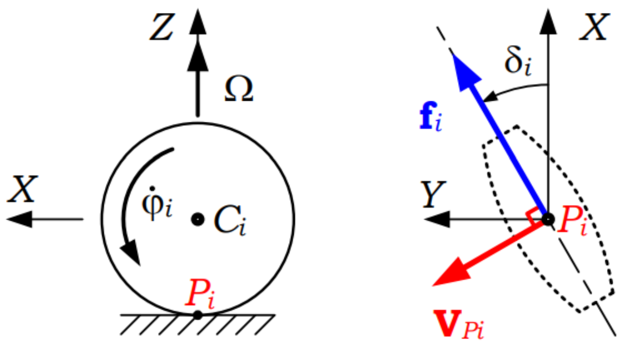


Рисунок 1.2 – Колесо и ролик платформы

Найдем скорость точки контакта Pi, используя формулы Эйлера:

$$\vec{v}_{P_i} = \vec{v}_{C_i} + \left[\vec{\omega}_{\text{кол}_i}, \vec{r}_{C_i P_i}\right],$$
$$\vec{v}_{C_i} = \vec{v}_O + \left[\vec{\omega}_{\text{пл}}, \vec{r}_{OC_i}\right].$$

Таким образом,

$$\vec{v}_{P_i} = \vec{v}_O + \left[\vec{\omega}_{\text{пл}}, \vec{r}_{OC_i}\right] + \left[\vec{\omega}_{\text{кол}_i}, \vec{r}_{C_i P_i}\right].$$

Последнее уравнение можно записать в проекциях на оси платформенной СК OXYZ:

$$\begin{bmatrix} V_{P_i X} \\ V_{P_i Y} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_L \\ V_T \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\Omega & 0 \\ \Omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_i \\ l_i \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\Omega & \dot{\varphi}_i \\ \Omega & 0 & 0 \\ -\dot{\varphi}_i & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -R \end{bmatrix}.$$

Получаем,

$$V_{P_iX} = V_L - \Omega\, l_i - R\dot{\varphi}_i,$$
$$V_{P_iY} = V_T + \Omega\, h_i$$

Условие в точке контакта:

$$(\vec{v}_{P_i},\ \vec{f}_i) = V_{P_iX}\cos\delta_i + V_{P_iY}\sin\delta_i =$$
$$(V_L - \Omega\, l_i - R\dot{\varphi}_i)\cos\delta_i + (V_T + \Omega\, h_i)\sin\delta_i = 0.$$

Выразим скорость вращения i-го колеса,

$$\dot{\varphi}_i = \frac{1}{R}\Big[V_L + V_T\,\mathrm{tg}\,\delta_i + (h_i\,\mathrm{tg}\,\delta_i - l_i)\,\Omega\Big].$$

Таким образом,

Колесо 1. $\delta_1 = -45^\circ,\ l_1 = l,\ h_1 = h$:

$$\dot{\varphi}_1 = \frac{1}{R}\Big[V_L - V_T - (h + l)\,\Omega\Big].$$

Колесо 2. $\delta_2 = 45^\circ,\ l_2 = -l,\ h_2 = h$:

$$\dot{\varphi}_2 = \frac{1}{R}\Big[V_L + V_T + (h + l)\,\Omega\Big].$$

Колесо 3. $\delta_3 = 45^\circ,\ l_3 = l,\ h_3 = -h$:

$$\dot{\varphi}_3 = \frac{1}{R}\Big[V_L + V_T - (h + l)\,\Omega\Big].$$

Колесо 4. $\delta_4 = -45^\circ,\ l_4 = -l,\ h_4 = -h$:

$$\dot{\varphi}_3 = \frac{1}{R}\Big[V_L - V_T + (h + l)\,\Omega\Big].$$

Получаем расчетные формулы для скоростей вращения колес:

$$\dot{\varphi}_1 = \frac{1}{R}[V_L - V_T - (l + h)\Omega],$$
$$\dot{\varphi}_2 = \frac{1}{R}[V_L + V_T + (l + h)\Omega],$$
$$\dot{\varphi}_3 = \frac{1}{R}[V_L + V_T - (l + h)\Omega],$$
$$\dot{\varphi}_4 = \frac{1}{R}[V_L - V_T + (l + h)\Omega].$$

Обработка данных
Определяем запаздывание данных о реальной траектории относительно идеальной. Есть 2 массива данных о координатах и скоростях - идеальный и реальный с привязкой по времени.

Находим рассогласование по координатам и скоростям dX,dY,delPsi, dVx,dVy,ddPsi.

$$dX[i] = X\_id[i] - X\_rf[i]$$

$$dY[i] = Y\_id[i] - Y\_rf[i]$$

$$delPsi[i] = Psi\_id[i] - psi\_rf[i]$$

$$dVx[i] = Vx\_id[i] - Vx\_rf[i]$$

$$dVy[i] = Vy\_id[i] - Vy\_rf[i]$$

$$ddPsi[i] = Om\_id[i] - dPsi\_rf[i]$$

Где $Vx\_id[i]$- идеальная скорость на i шаге;

$Vx\_rf[i]$ - реальная скорость из файла данных на i шаге;

$X\_id[i]$- идеальная координата на i шаге;

$X\_rf[i]$ - реальная координата из файла данных на i шаге; остальные параметры аналогично.

Каждая из описанных переменных это массив размерностью T/dt+1 где T – время моделирования; dt – шаг счета

Идеальные координаты предварительно получаем путем интегрирование полученных идеальных скоростей. Для этого воспользуемся следующими формулами:

x(0)=0, y(0)=0, psi(0)=0

x(i)=x(i-1)+dt*(Vx(i-1)*cos(psi(i-1))-Vy(i-1)*sin(psi(i-1)));

y(i)=y(i-1)+dt*(Vy(i-1)*cos(psi(i-1))+Vx(i-1)*sin(psi(i-1)));

psi(i)=psi(i-1)+dt*OM(i-1);

Зададим модель ошибок движения по траектории.

$dX[i] = Vx\_id[i] * dtzap + \int dV\_xdt$ (*)

dtzap – неизвестное время запаздывания. Аналогичные формулы для остальных координат.

Интеграл погрешностей по скоростям находим следующим образом

$$\int_0^{t[1]} dVxdt = dV\_x[0] * dt$$

$$\int_0^{t[2]} dV\_xdt = dV\_x[0] * dt + dV\_x[1] * dt$$

$$\int_0^{t[n]} dV\_xdt = \sum_{i=1}^{n} dV\_x[i] * dt$$

$$dV\_x[i] = Vx\_id[i] - Vx\_rf[i]$$

$Vx\_id[i]$- идеальная скорость на i шаге;

$Vx\_rf[i]$ - реальная скорость из файла данных на i шаге;

Модель ошибок в виде уравнений (*) можно записать в матричной форме

$B[n,1] = A[n,1] * dtzap$

$B[n,1]$ - блочная матрица столбец свободных членов;

$A[n,1]$ - блочная матрица матрица коэффициентов;

$$B_{i,1} = \begin{bmatrix} dX[i] - \int_0^{t[i]} dV\_xdt \\ dY[i] - \int_0^{t[i]} dV\_ydt \\ \mathrm{delPsi}[i] - \int_0^{t[i]} ddpsidt \end{bmatrix} \quad A_{i,1} = \begin{bmatrix} Vx\_id[i] \\ Vy\_id[i] \\ dpsi\_id[i] \end{bmatrix}$$

Всего n блоков по 3 строчки где n количество точек при движении по траектории.

$$B[n,1] = A[n,1] * dtzap$$

Используем псевдообратные матрицы,

$$\left(A_{[n,1]}{}^{T} * A_{[n,1]}\right)^{-1} * A_{[n,1]}{}^{T} B_{[n,1]} = dtzap$$

Обратная задача. После определения времени запаздывания и интеграла погрешностей по скоростям необходимо выполнить обратную задачу получить координаты используя следующую формулу

$$X_{vost[i]} = X_{rf[i]} + Vx\_id[i] * dtzap + \int_{0}^{t[i]} dV\_xdt$$

Описание систем координат
Неподвижная система координат - система координат совпадающая со связанной в начальный момент времени. ось X вдоль платформы робота Y направлена влево от направления движения робота Z направлена вверх. Начало координат находится в начальном положении геометрического центра платформы.

Связанная система координат - в любом положении робота начало координат в геометрическом центре платформы ось x вдоль платформы робота y направлена влево от направления движения робота z направлена вверх.

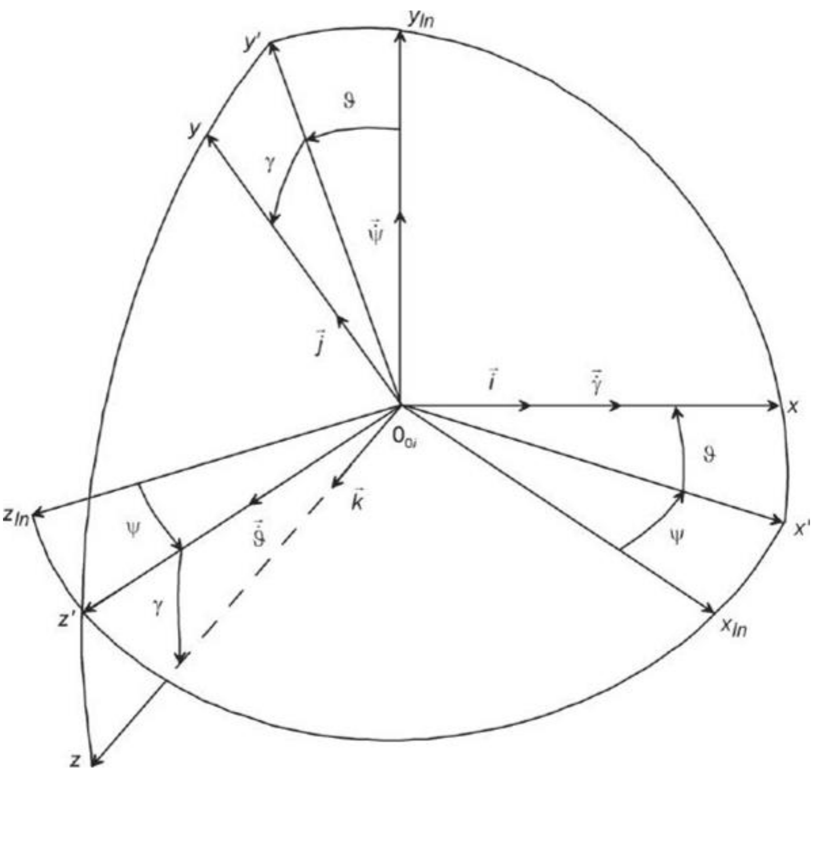
Реальные скорости в ССК связаны с реальными скоростями в НСК при помощи угла курса psi

VXp=Vxp*cos(psi)-Vyp*sin(psi)

VYp=Vxp*sin(psi)+Vyp*cos(psi)

Интегрируя сформированные реальные скорости в ССК

Получаем Xp,Yp – движения по заданной траектории.



Матрица направляющих косинусов:

$$R_{\varphi,\theta,\psi} = R_{z,\varphi} R_{v,\theta} R_{w,\psi} =$$

$$= \begin{bmatrix} C\varphi & -S\varphi & 0 \\ S\varphi & C\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta & 0 & S\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\theta & 0 & C\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\psi & -S\psi & 0 \\ S\psi & C\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} C\varphi C\theta C\psi - C\varphi S\psi & -C\varphi C\theta S\psi - S\varphi C\psi & C\varphi S\theta \\ S\varphi C\theta C\psi + C\varphi S\psi & -S\varphi C\theta S\psi + C\varphi C\psi & S\varphi S\theta \\ -S\theta C\psi & S\theta S\psi & C\theta \end{bmatrix}. \tag{П1.20}$$

Стандартные матрицы поворота.

Поворот вокруг оси x:

$$M_x(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}. \tag{1}$$

Поворот вокруг оси y:

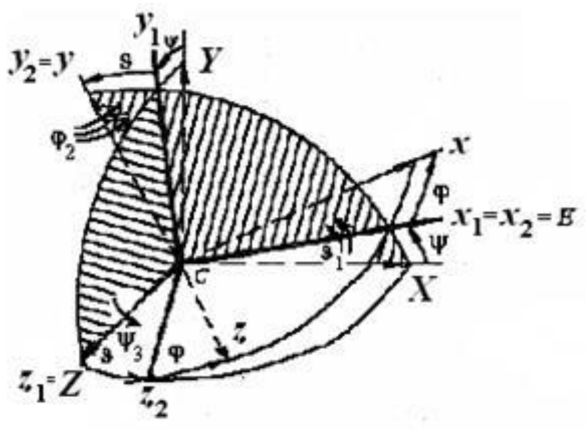
$$M_y(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix}. \tag{2}$$

Поворот вокруг оси z:

$$M_z(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{3}$$

Углы Эйлера-Крылова:

- Положение подвижной системы координат *Cxyz* , неизменно связанной с кораблем, относительно неподвижной *CXYZ* для каждого момента времени определяется тремя углами Крылова: ***углом дифферента*** , ***углом крена*** , ***углом рыскания***

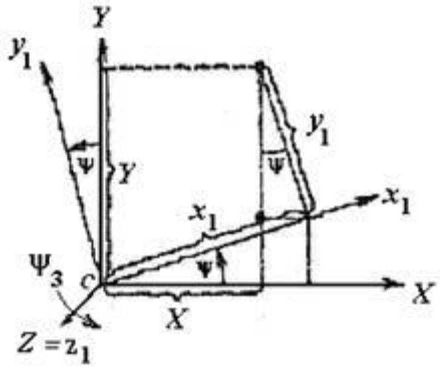


плоскость *CXY* пересекает плоскость *Cxy* по некоторой прямой , образующей угол с осью*CX* и угол с осью *Cx* .

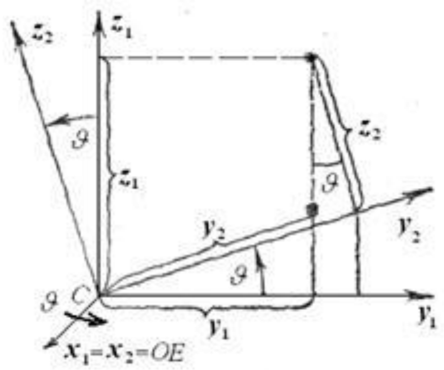
Плоскость CYZ пересекает плоскость Cxy полинии Cy_1 , образующей угол с осью Cy . Рассмотрим переход от системы $CXYZ$ к системе $Cxyz$, выполненный с помощью трех поворота

Для совмещения системы $CXYZ$ с системой $Cxyz$ достаточно:

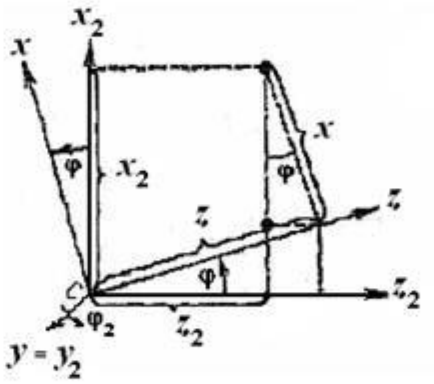
1) повернуть систему $CXYZ$ вокруг третьей из координатных осей CZ на угол дифферента , в результате чего получим систему $Cx_1y_1z_1$, причем $Cz_1 = CZ$ (рис. 3.3);



2) повернуть систему вокруг первой из координатных осей на угол крена , в результате чего получим систему , при этом (рис. 3.4);



3) повернуть систему вокруг второй из координатных осей на угол рыскания (рис. 3.5), в результате чего приходим к системе $Cxyz$.



Формулы преобразования координат связаны следующими соотношениями:

1) от *CXYZ* к (рис. 3.3)

X = *x* 1 cos y - *y* 1 sin y + 0 ,

Y =*x* 1 sin y + y 1 cos y + 0 , (3.1)

Z = 0 + 0 + z 1 ,

или в матричной форме:

[*X*] ={ a 3 y } т [*x* 1] , или $\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \{\alpha_{3\psi}\}^{T} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}$, (3.2)

где - матрица, транспонированная к матрице , описывающей поворот системы *CXYZ* вокруг третьей координатной оси *CZ* на угол дифферента y,

$\{\alpha_{3\psi}\}^{T} = \begin{Bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}$; (3.3)

2) от системы к системе (рис. 3.4)

x 1 = *x* 2 + 0 + 0 ,

y 1 = 0 + *y* 2 - *z* 2 , (3.4)

z 1 = 0 + *y* 2 + *z* 2 ,

или в матричной форме

[x 1] = [x 2] , или $\begin{Bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{Bmatrix} = \{\alpha_{1\vartheta}\}^{\text{т}} \begin{Bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{Bmatrix}$, (3.5)

где – матрица, транспонированная к матрице , задающей преобразование поворота от осей системы к осям системы вокруг первой из координатных осей на угол крена , при этом = ,

$$\{\alpha_{1\vartheta}\}^{\text{т}} = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\vartheta & -\sin\vartheta \\ 0 & \sin\vartheta & \cos\vartheta \end{Bmatrix}$$; (3.6)

3) от системы координат к системе *Cxyz* (рис. 3.5)

x 2 = *x* cos j + 0 + *z* sin j,

y 2 = 0 + *y* + 0 , (3.7)

z 2 = -*x* sin j + 0 + *z* cos j,

или в матричной форме [*x* 2]= [*x*], или

$$\begin{Bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{Bmatrix} = \{\alpha_{2\varphi}\}^{\text{т}} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$. (3.8)

Причем поворотная матрица {a 2 j } т – это матрица, транспонированная к матрице { a 2 j }, задающей преобразование поворота от осей системы к осям системы *Cxyz* на угол рысканияjвокруг второй из координатных осей = , имеет вид

$$\{\alpha_{2\varphi}\}^{\text{т}} = \begin{Bmatrix} \cos\varphi & 0 & \sin\varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\varphi & 0 & \cos\varphi \end{Bmatrix}$$. (3.9)

Для любой точки *M* тела с координатами *x* , *y* , *z* в подвижной системе координат, жестко связанной с ним, и с ее же координатами *X* , *Y* , *Z* – в неподвижной системе координат можно установить взаимосвязь проекций вектора точки на оси двух систем координат,

$$\bar{r} = \{\alpha_{3\psi,1\vartheta,2\varphi}\}^{T} \cdot \bar{\rho}$$, (3.10)

или в матричном виде

$$[X] = \{\alpha_{3\psi,1\vartheta,2\varphi}\}^{T}[x]$$ или $$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \{\alpha_{3\psi,1\vartheta,2\varphi}\}^{T} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$, (3.11)

где углы Крылова являются некоторыми функциями времени: угол дифферента ,угол крена ,угол рыскания .

Матрица транспонирована к матрице направляющих косинусов , задающей преобразование поворота от осей неподвижной системы *CXYZ* к осям подвижной системы *Cxyz* , неизменно связанной с кораблем. Очевидно, что при движении тела координаты *x* , *y* , *z* остаются постоянными в отличие от координат *X* , *Y* , *Z.*

Подставляя в (3.2) соотношения (3.5) и (3.8), получаем:

Сравнивая (3.11) и (3.12), находим, что искомая матрица является произведением трех поворотных матриц

$$= \{\alpha_{3\psi}\}^{T} \cdot \{\alpha_{1\vartheta}\}^{T} \cdot \{\alpha_{2\varphi}\}^{T} =$$

$$= \begin{Bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\vartheta & -\sin\vartheta \\ 0 & \sin\vartheta & \cos\vartheta \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \cos\varphi & 0 & \sin\varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\varphi & 0 & \cos\varphi \end{Bmatrix} =$$

$$= \begin{Bmatrix} \cos\psi\cos\varphi - \sin\psi\sin\vartheta\sin\varphi & -\sin\psi\cos\vartheta & \cos\psi\sin\varphi + \sin\psi\sin\vartheta\cos\varphi \\ \sin\psi\cos\varphi + \cos\psi\sin\vartheta\sin\varphi & \cos\psi\cos\vartheta & \sin\psi\sin\varphi - \cos\psi\sin\vartheta\cos\varphi \\ -\cos\vartheta\sin\varphi & \sin\vartheta & \cos\vartheta\cos\varphi \end{Bmatrix}$$.(3.13)

Подставляя в (3.2) соотношение (3.5), получаем промежуточное соотношение, которое может понадобиться в дальнейшем, [*X*] = [*x* 2]. Промежуточная поворотная матрица = находится как произведение двух матриц поворота:

$$= \begin{Bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\vartheta & -\sin\vartheta \\ 0 & \sin\vartheta & \cos\vartheta \end{Bmatrix} =$$

$$= \begin{Bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi\cos\vartheta & \sin\psi\sin\vartheta \\ \sin\psi & \cos\psi\cos\vartheta & -\cos\psi\sin\vartheta \\ 0 & \sin\vartheta & \cos\vartheta \end{Bmatrix}. \quad (3.13a)$$

Варианты управления роботом

- Управление движением базы за счёт управления колесами

```
omega_1 = (Vx -  Vy - (h + l)*OM )/R;
setVelo.angularVelocity = omega_1*radian_per_second;
myYouBotBase->getBaseJoint(1).setData(setVelo);
omega_2=( Vx + Vy + (h + l)* OM )/R;
setVelo.angularVelocity = -omega_2*radian_per_second;
myYouBotBase->getBaseJoint(2).setData(setVelo);
omega_3=( Vx + Vy - (h + l)* OM )/R;
setVelo.angularVelocity = omega_3*radian_per_second;
myYouBotBase->getBaseJoint(3).setData(setVelo);
omega_4=( Vx - Vy + (h + l)* OM )/R;
setVelo.angularVelocity = -omega_4*radian_per_second;
myYouBotBase->getBaseJoint(4).setData(setVelo);
```

- Управление платформой за счет задания скоростей в ССК

```
longitudinalVelocity = Vx * meter_per_second;
transversalVelocity = Vy * meter_per_second;
angularVelocity = OM * radian_per_second;
myYouBotBase->setBaseVelocity(longitudinalVelocity, transversalVelocity,
angularVelocity);
```

В ЛР 1-6 используется второй способ управления – за счет задания скоростей в ССК

Описание математической модели с учетом запаздывания, определение запаздывания

Модель ошибок движения по траектории:

$$dX(i) = Vx_{ideal}(i)dtzap + \int_0^{t(i)} dVx(i)\ dt$$

$Vx_{ideal}(i)$ - идеальная скорость на i-м шаге

$dX(i) = X_{ideal}(i) - X_{real}(i)$ - рассогласование по координате x на i-м шаге

$dVx(i) = Vx_{ideal}(i) - Vx_{real}(i)$ - рассогласование по скорости Vx на i-м шаге

$dtzap$ - неизвестное время запаздывания

Аналогично для других координат

Эту модель ошибок можно записать в матричной форме:

$$B_{(n,1)} = A_{(n,1)}dtzap$$

Запаздывание - явление, заключающееся в том, что с началом изменения сигнала на входе системы (устройства) сигнал на выходе системы начинает изменяться только спустя некоторое время (время запаздывания).

Всего n блоков по 3 строчки где n количество точек при движении по траектории.

Используем псевдообратные матрицы

$$\left(A_{[n,1]}{}^{T} * A_{[n,1]}\right)^{-1} * A_{[n,1]}{}^{T} B_{[n,1]} = dtzap$$

После определения времени запаздывания и интеграла погрешностей по скоростям необходимо выполнить обратную задачу получить координаты, используя следующую формулу

$$X_{vost[i]} = X_{rf[i]} + Vx\_id[i] * dtzap + \int_0^{t[i]} dV\_xdt$$

Знак слагаемого для dtzap зависит от увеличения или уменьшения СКО.

Сравниваем восстановленные координаты и идеальные точность должна повысится.

Модель кулоновского трения, определение параметров модели
Модель кулоновского движения применяется для поступательного движения

$$\begin{cases} \xi_L V_L + \frac{F_1}{R}\Sigma sign\dot{\varphi}_\iota = F_L - m_a \dot{V}_L \\ \xi_T V_T + \frac{F_1}{R}(sign\dot{\varphi}_\iota) + F_2 \frac{4\sqrt{2}}{r} sign V_T = F_T - m_a \dot{V}_T \end{cases} \quad (1)$$

Уравнения 1 можно представить в матричной форме

$$H * p = b$$

p- столбец неизвестных в уравнениях (1)

$$p = \begin{bmatrix} \xi_L \\ \xi_T \\ F_1 \\ F_2 \end{bmatrix}$$

H- матрица коэффициентов для формирования уравнений (1)

$$H = \begin{pmatrix} V_L & 0 & \frac{\Sigma sign\dot{\varphi}_k}{R} & 0 \\ 0 & V_T & \frac{(sign\dot{\varphi}_k)}{R} & \frac{4\sqrt{2}}{r} sign V_T \end{pmatrix}$$

K=1..4
b –столбец известных

$$b = \begin{pmatrix} F_L & -m_a \dot{V}_L \\ F_T & -m_a \dot{V}_T \end{pmatrix}$$

Необходимо сформировать на каждом шаге F_L, F_T на основании моментов $M_1 - M_4$:

$$F_L = \frac{1}{R}(M_1 + M_2 + M_3 + M_4)$$
$$F_T = \frac{1}{R}(-M_1 + M_2 + M_3 - M_4)$$

На основании угловых скоростей колёс $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ находим на каждом шаге скорости V_L, V_T:

$$V_L = \frac{1}{4R}(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4)$$
$$V_T = \frac{1}{4R}(-\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 - \omega_4)$$

Получив скорости, на каждом шаге находим ускорение $\dot{V}_L, \dot{V}_T$:

$$\dot{V}_{Li} = \frac{V_{Li} - V_{Li-1}}{t_i - t_{i-1}}$$
$$\dot{V}_{Ti} = \frac{V_{Ti} - V_{Ti-1}}{t_i - t_{i-1}}$$

Требуется идентифицировать параметры трения F_1, F_2, ξ_L, ξ_T:

$$p = \begin{bmatrix} \xi_L \\ \xi_T \\ F_1 \\ F_2 \end{bmatrix}$$

На каждом j-том шаге система (1) принимает вид$H_j p = b_j$, где:

$$b_j = \begin{pmatrix} F_{L_j} - m_a \dot{V}_{L_j} \\ F_{T_j} - m_a \dot{V}_{T_j} \end{pmatrix}$$
$$H_j = \begin{pmatrix} V_{Lj} & 0 & \frac{\Sigma sign\dot{\varphi}_{kj}}{R} & 0 \\ 0 & V_{Tj} & \frac{\left(sign\dot{\varphi}_{kj}\right)}{R} & \frac{4\sqrt{2}}{r} signV_{Tj} \end{pmatrix}$$

Здесь m_a – масса робота, r – радиус ролика, $sign\dot{\varphi}_{kj} = (-sign\dot{\varphi}_{1j} + sign\dot{\varphi}_{2j} + sign\dot{\varphi}_{3j} - sign\dot{\varphi}_{4j})$ j=1..n где n это число снятых строчек данных n=t/dt

Используя измерения из файла, формируем блочные матрицы:

$$H = \begin{pmatrix} H_1 \\ H_2 \\ \vdots \\ H_n \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

Формируем переопределённую систему $H \cdot p = b$. Для нахождения p формируем псевдообратную матрицу:

$$H^T H p = H^T b$$
$$p = (H^T H)^{-1} H^T b$$

Формула определения матожидания и СКО

Формула нахождения матожидания:

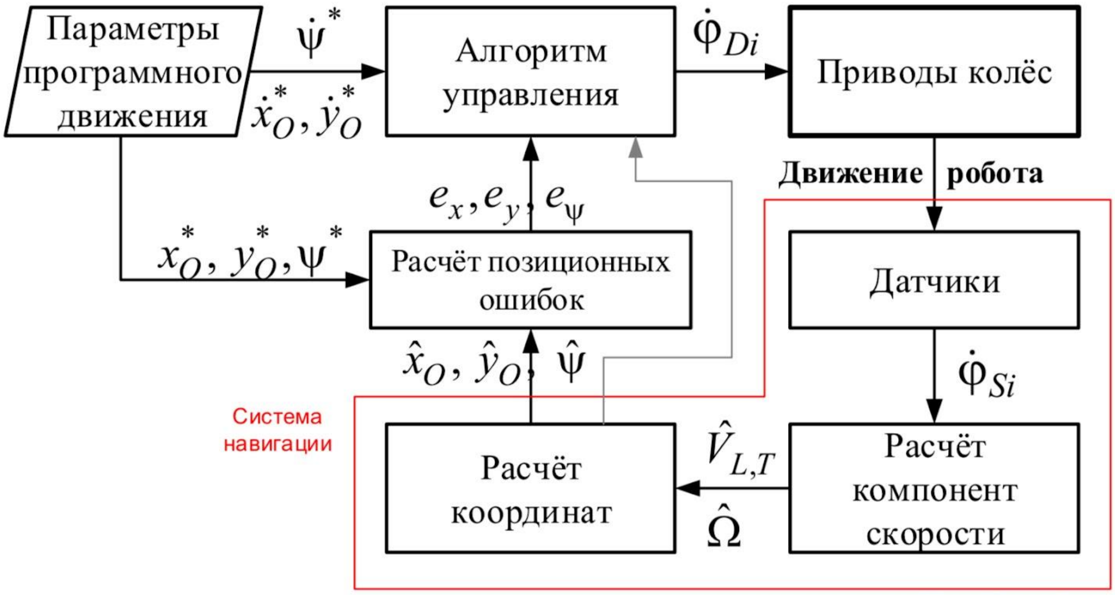
$$M = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{i=n} Vi$$

.

Формула нахождения СКО:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2}{n}}$$

Алгоритм стабилизации программного движения по данным одометрии



В общем случае можно использовать ПИД-регулирование:

$$\dot{x}_O = \dot{x}_O^* - K_{Px} e_x - K_{Ix} \int_0^t e_x dt - K_{Dx} \dot{e}_x$$

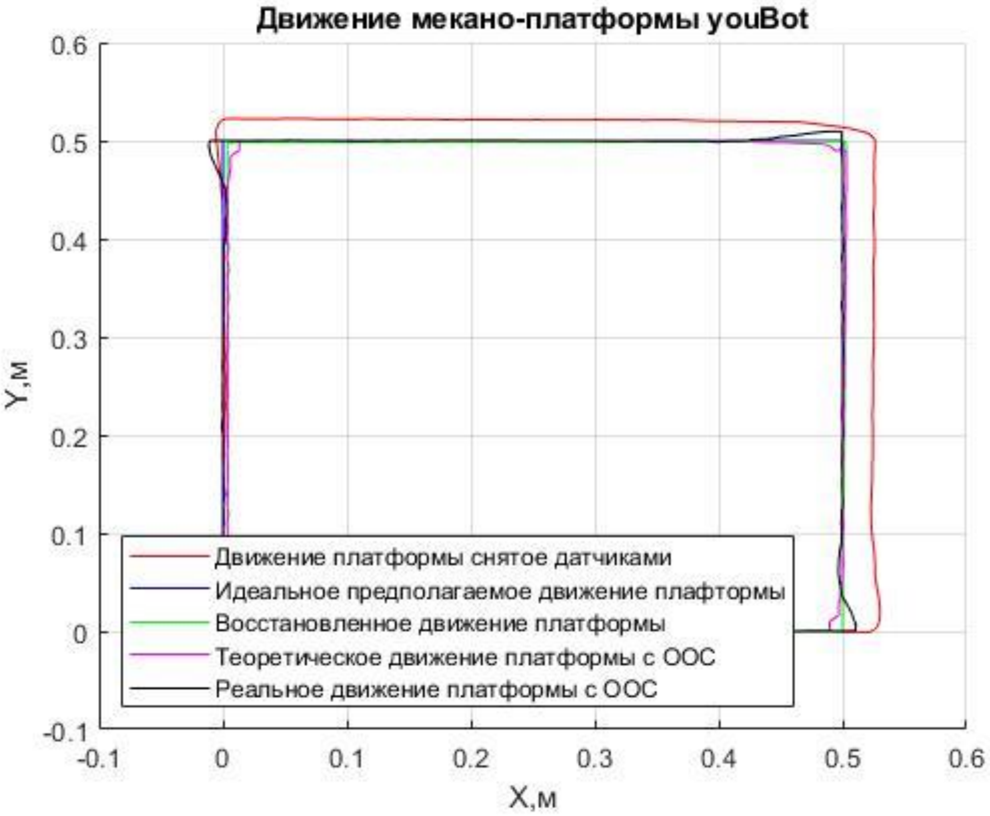
или, если $\dot{x}^* = \mathrm{const}$,

$$\dot{x}_O = -K_{Px} e_x - K_{Ix} \int_0^t e_x dt - K_{Dx} \dot{e}_x.$$

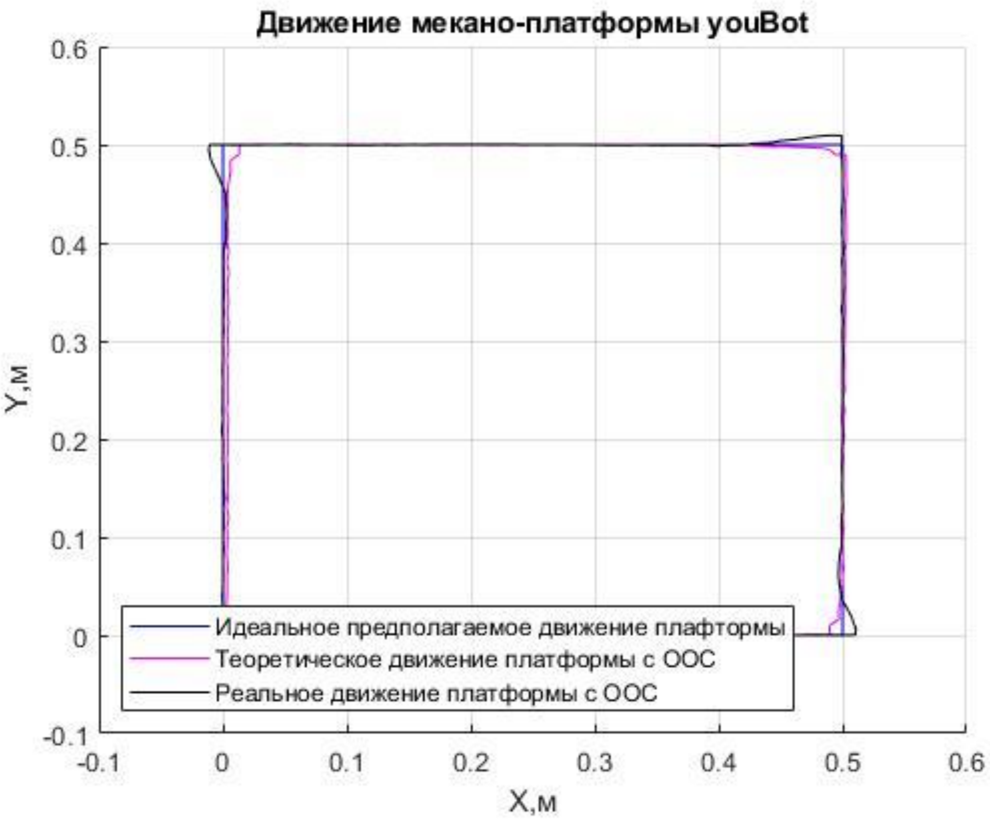
При движении вдоль полосы отклонение от программной траектории (полосы) можно определить по информации с камеры (сразу в подвижных осях).

Где $\dot{x}_0^*$ – программная невязка, $\dot{x}_0$ – ожидаемая координата.

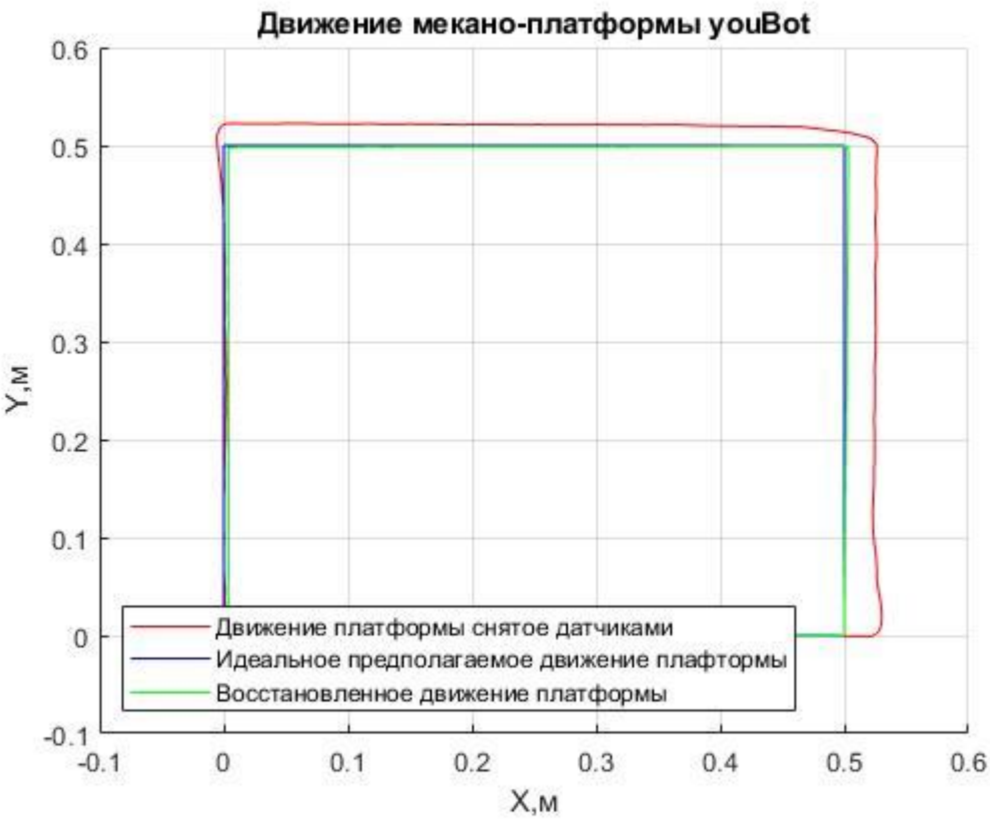
- Лабораторная работа №1 и 4
- Суммарные графики траекторий.



Движение мекано-платформы youBot
Y,м
X,м
Движение платформы снятое датчиками
Идеальное предполагаемое движение плафтормы
Восстановленное движение платформы
Теоретическое движение платформы с ООС
Реальное движение платформы с ООС



Движение мекано-платформы youBot
Y,м
X,м
Идеальное предполагаемое движение плафтормы
Теоретическое движение платформы с ООС
Реальное движение платформы с ООС



- Графики погрешностей

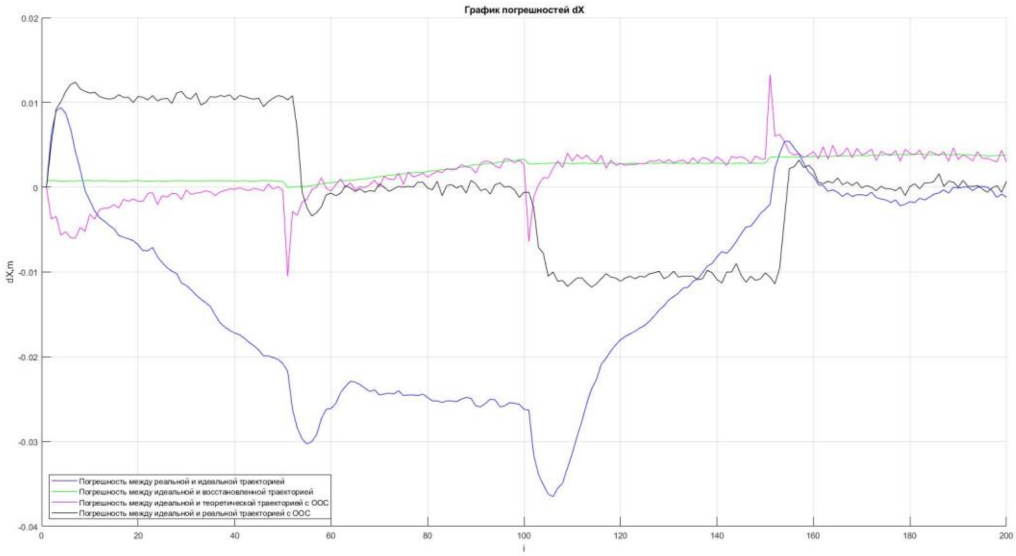


График погрешностей dX
dX,m
i
Погрешность между реальной и идеальной траекторией
Погрешность между идеальной и восстановленной траекторией
Погрешность между идеальной и теоретической траекторией с ООС
Погрешность между идеальной и реальной траекторией с ООС

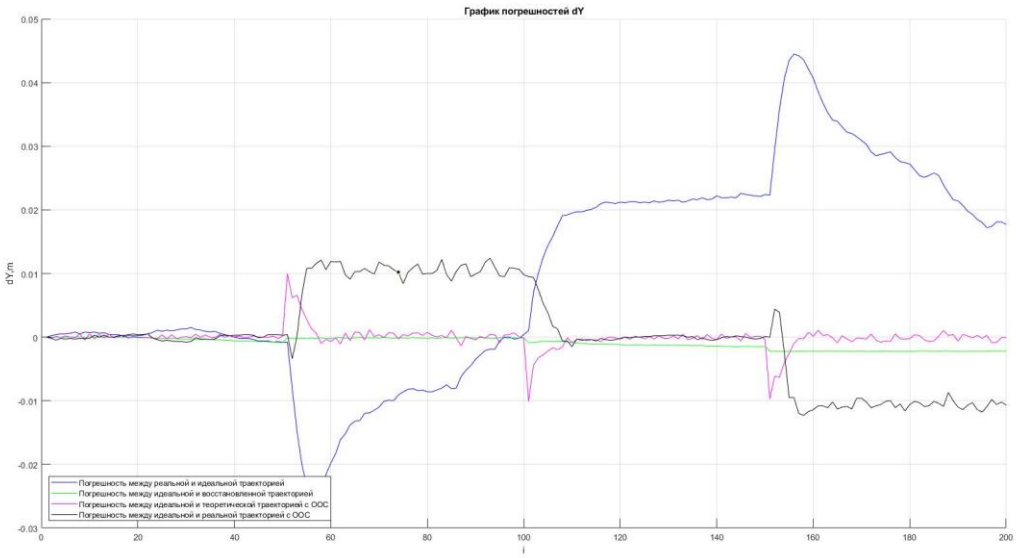


График погрешностей dY
dY,m
i
Погрешность между реальной и идеальной траекторией
Погрешность между идеальной и восстановленной траекторией
Погрешность между идеальной и теоретической траекторией с ООС
Погрешность между идеальной и реальной траекторией с ООС

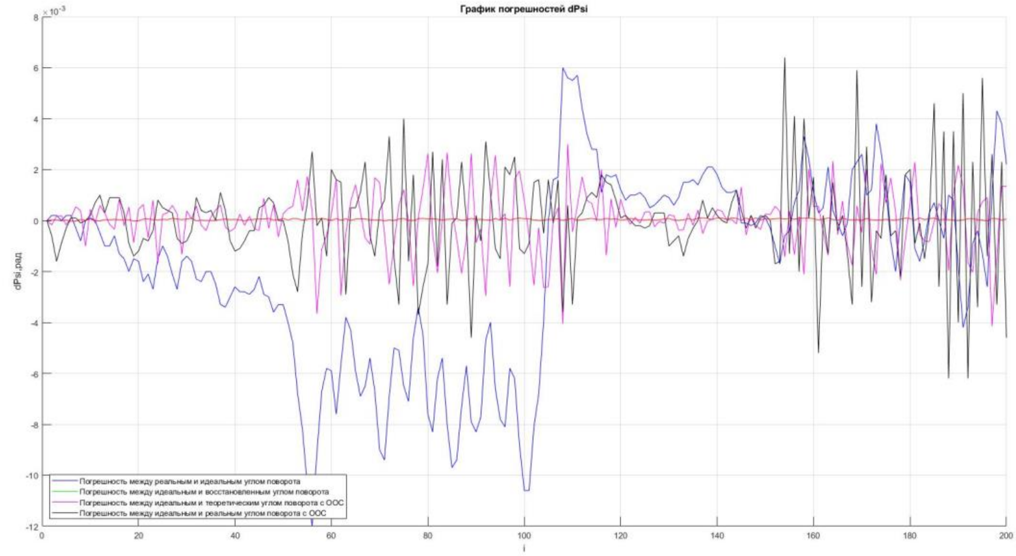


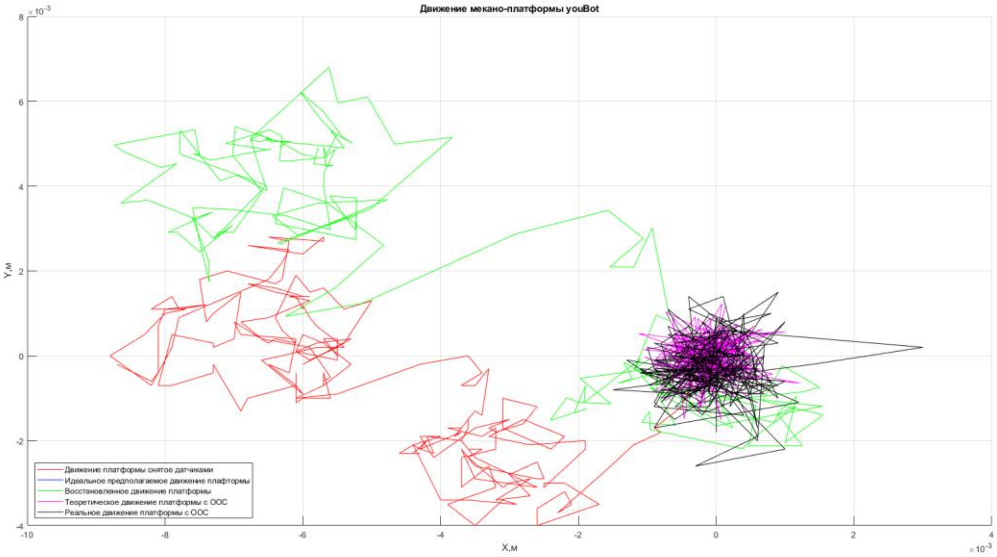
График погрешностей dPsi
dPsi,рад
i
Погрешность между реальным и идеальным углом поворота
Погрешность между идеальным и восстановленным углом поворота
Погрешность между идеальным и теоретическим углом поворота с ООС
Погрешность между идеальным и реальным углом поворота с ООС

- СКО и матожидания

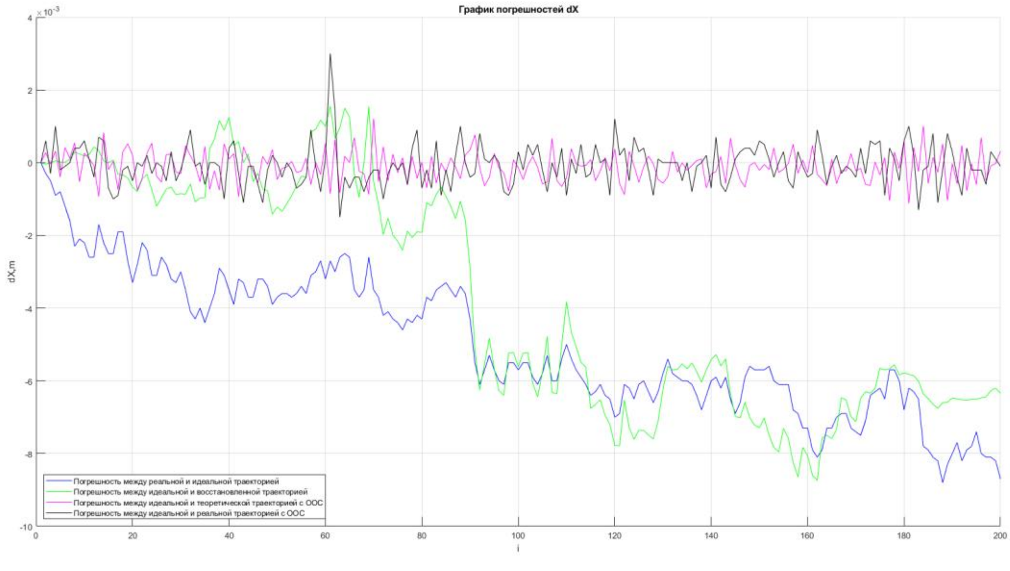
Тип движения	МатОжидание для X	МатОжидание для Y	МатОжидание для Psi
Реальная	-0.0129	-0.0098	0.0018
Восстановленное	-0.0022	9.5515e-04	-4.3600e-05
Теоретическая ООС	-0.0015	1.4308e-04	6.3540e-07
Реальная ООС	-3.7000e-05	-1.8850e-04	-1.1500e-05

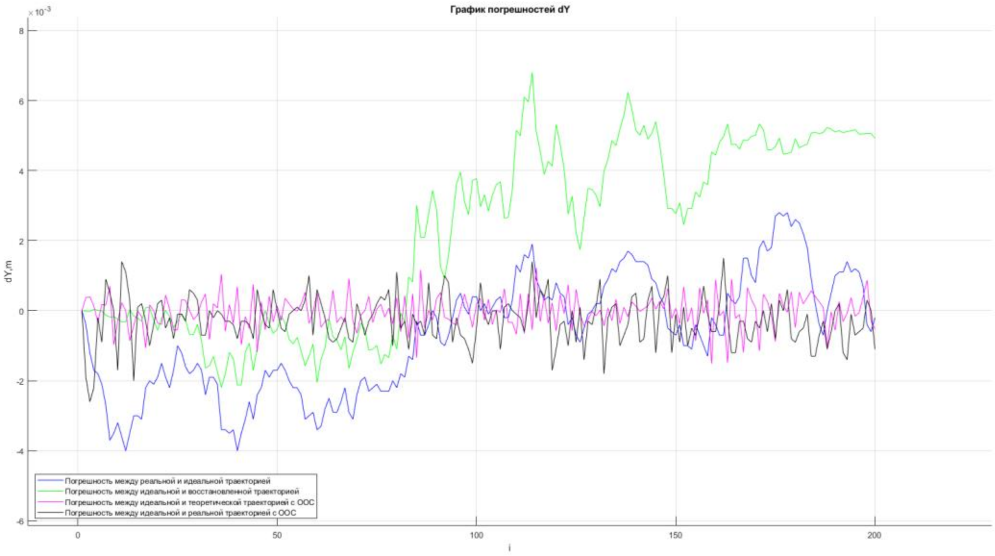
Тип движения	СКО для X	СКО для Y	СКО для Psi
Реальная	0.0116	0.0163	0.0037
Восстановленное	0.0013	8.5501e-04	3.0704e-05
Теоретическая ООС	0.0028	0.0017	0.0012
Реальная ООС	0.0076	0.0074	0.0020

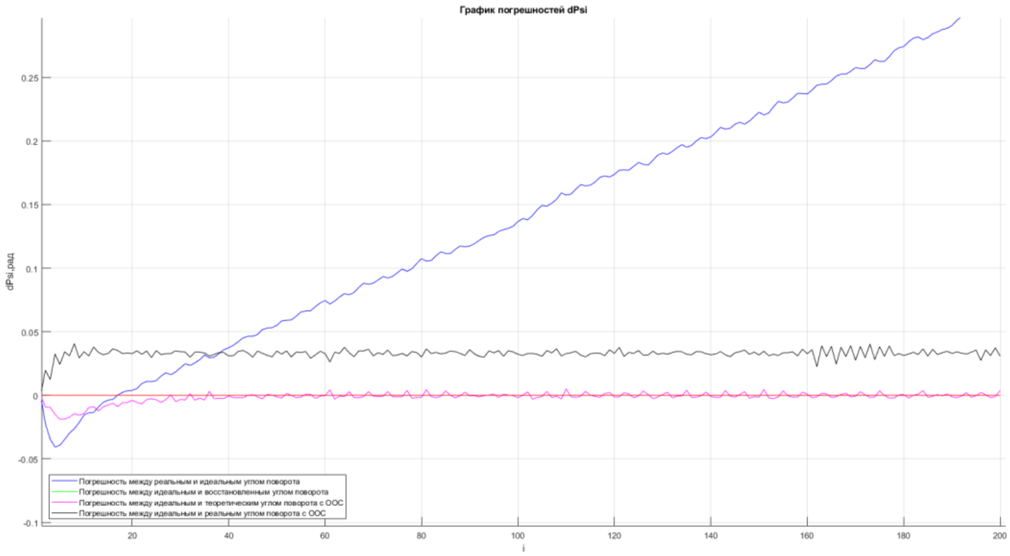
- Лабораторная работа №2 и 5
- Суммарные графики траекторий.



- Графики погрешностей





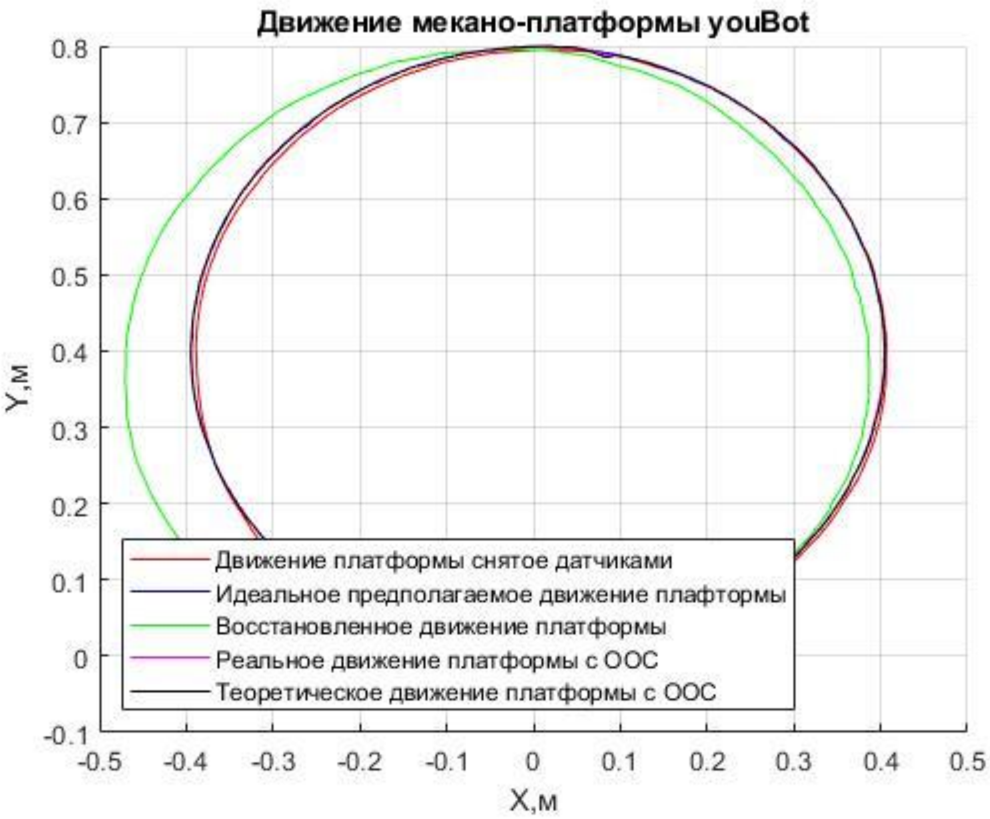


- СКО и матожидания

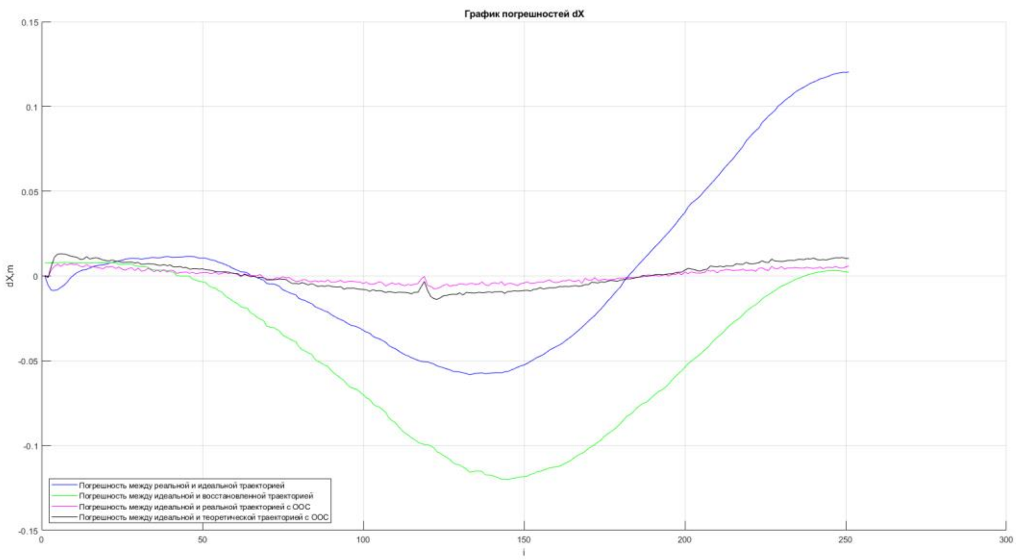
Тип движения	МатОжидание для X	МатОжидание для Y	МатОжидание для Psi
Реальная	0.0050	6.9350e-04	-0.1393
Восстановленное	0.0037	-0.0021	-1.0738e-16
Теоретическая ООС	1.1001e-04	2.9530e-05	0.0014
Реальная ООС	6.8000e-05	2.8050e-04	-0.0328

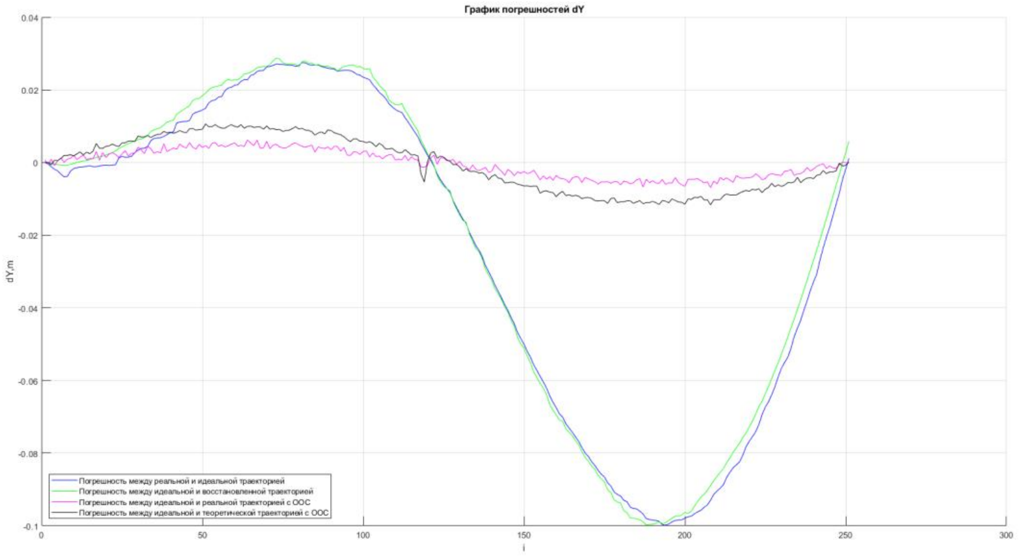
Тип движения	СКО для X	СКО для Y	СКО для Psi
Реальная	0.0019	0.0017	0.0981
Восстановленное	0.0031	0.0026	2.9814e-05
Теоретическая ООС	4.2714e-04	4.8925e-04	0.0040
Реальная ООС	5.6228e-04	6.8286e-04	0.0039

- Лабораторная работа №3 и 6
- Суммарные графики траекторий.



Графики погрешностей





- СКО и матожидания

Тип движения	МатОжидание для X	МатОжидание для Y	МатОжидание для Psi
Реальная	-0.0048	0.0251	-0.1453
Восстановленное	0.0481	0.0236	-0.0192
Теоретическая ООС	-9.9559e-06	3.2256e-04	-0.0130
Реальная ООС	-4.9000e-05	5.3927e-04	-0.0260

Тип движения	СКО для X	СКО для Y	СКО для Psi
Реальная	0.0303	0.0391	0.0739
Восстановленное	0.0452	0.0447	3.5437e-05
Теоретическая ООС	0.0038	0.0038	0.0018
Реальная ООС	0.0074	0.0075	0.0034

Параметры Кулоновского трения для ЛР №1. (Поступательное движение)

$$p = \begin{bmatrix} \xi_L \\ \xi_T \\ F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8.561829441156613 \\ -4.0899258374539125 \\ 3.7739298878415344 \\ -0.33746027005218937 \end{bmatrix}$$

Параметры Кулоновского трения для ЛР №4. (Поступательное движение)

$$p = \begin{bmatrix} \xi_L \\ \xi_T \\ F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -127.69505116791291 \\ -120.60124038512538 \\ 62.93811611823146 \\ -0.37673248131783427 \end{bmatrix}$$