

ЛЕКЦИЯ № 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

ПЛАН

1. Общая характеристика задач математического и линейного программирования (ЗЛП).
2. Основные этапы построения математических моделей для применения ЗЛП.
3. Решение ЗЛП графическим методом.

Математическое программирование – дисциплина, которая занимается изучением экстремальных задач и поисками методов их решения.

Формулировка: требуется найти минимум или максимум функции $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ при заданных ограничениях $g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) * b_i, i = 1, \bar{n}$, * – ограничение \geq, \leq или $=$.

В зависимости от вида функций f и g_i задача математического программирования бывает следующих видов.

1. Задача линейного программирования (ЗЛП), если f и g_i линейны.
2. Задача нелинейного программирования (ЗНП или НП-задача), если хотя бы одна из функций нелинейная.

Задачи делятся на классы.

1. Задача целочисленного программирования (ЦП), когда вектор переменных $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ целочисленен.
2. Задача параметрического программирования, если f и g_i зависят от параметров.
3. Если f – дробно-линейная функция, а ограничения g_i – линейны, то имеем задачу дробно-линейного программирования.
4. Стохастическое программирование, если среди компонентов функций f или g_i присутствуют случайные величины.
5. Динамическое программирование – многоэтапный процесс нахождения решения, при этом функции f и g_i зависят от времени или состояния (номера шага или этапа).

Линейное программирование – решение экстремальных задач математического программирования с линейной зависимостью между переменными
Методы решения задач линейного программирования (ЗЛП).

1. Графический метод.
2. Прямой симплекс-метод (метод симплекс-таблиц).
3. Метод искусственного базиса.
4. Модифицированный симплекс-метод.
5. Двойственный симплекс-метод.

ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Необходимо:

1. Определить переменные, для которых будет составлена целевая функция и ограничения на нее.
2. Сформулировать цель решения и составить целевую функцию.
3. Составить ограничения задачи.

Свойства моделей:

- 1) пропорциональность;
- 2) аддитивность.

АЛГОРИТМ ГРАФИЧЕСКОГО МЕТОДА

1. Построить допустимое множество решений.
2. Построить нормаль к целевой функции и изобразить её проекцию на плоскости решений. Направление нормали указывают направление возрастания целевой функции.
3. Перемещать перпендикуляр к нормали до тех пор, пока он не достигнет крайней точки множества допустимых стратегий.
4. Определить значения координат крайней точки допустимого множества либо непосредственно по графику, либо по уравнениям ограничивающих прямых, пересекающихся в крайней точке.
5. Вычислить значение целевой функции, соответствующее оптимуму.

Направление движение определяется видом оптимизации:

- при решении задачи минимизации – от точки с координатами (c_1, c_2) к началу координат;
- при решении задачи максимизации – от начала координат к точке с координатами (c_1, c_2) .

ОСОБЫЕ СЛУЧАИ

1. Линия, ограничивающая область в направлении оптимизации, перпендикулярна нормали.
2. Область незамкнута в направлении оптимизации.
3. Несовместная система условий.
4. Невыпуклая области.