

به نام خدا

تاریخ ارسال 1400/9/19

تاریخ تحویل 1400/10/10

1- برای تمرین های عملی خود می توانید از هر زبانی که مسلط تر هستید استفاده نمایید.

2- تمرین های خود را حتما از طریق hws ارسال نمایید.

3- تمرین های خود را زیپ کرده و نام فایل زیپ خود را به فرمت زیر تغییر دهید.

DS-4001-firstname_lastname-name project

با ذکر استدلال به تمامی سوالات پاسخ دهید.

تمرین تئوری

مسئله ۱.

[9 نمره]

درج اعداد 10، 22، 31، 4، 15، 28، 17، 88 و 59 در یک جدول درهم سازی به اندازه $m=11$ و با استفاده از آدرس دهی باز با تابع درهم سازی اولیه $h'(k) = k \bmod m$ را در نظر بگیرید. نتیجه ی حاصل از درج این کلیدها را با استفاده از واریسی خطی، درجه ی دو با $c_1=1$ و $c_2=3$ و نیز درهم سازی دوگانه با $h_2(k) = 1+(k \bmod (m-1))$ نشان دهید.

مسئله‌ی ۲.

[2 نمره]

با استفاده از تابع درهم سازی $h(k) = k \bmod 9$ ، اعداد 5، 28، 19، 15، 20، 33، 12، 17 و 10 را به ترتیب در جدولی به اندازه ی 9 درج کنید. برای حل مشکل برخورد ها از روش زنجیره ای استفاده کنید.

مسئله‌ی ۳.

[6 نمره]

اگر درایه های استفاده نشده از جدول درهم سازی را درون یک لیست پیوندی به نام " لیست آزاد" نگه داریم، چگونه می توان از این لیست برای خانه های جدول درهم سازی حافظه تخصیص داد و آن ها را آزاد کرد؟ فرض کنید که هر درایه علاوه بر یک پرچم یک بیتی و دو یا یک اشاره گر، می تواند یک عنصر را در خود ذخیره کند. پیاده سازی شما باید طوری باشد تا میانگین زمان اجرای تمام اعمال فرهنگ داده ای و عملیات بر روی لیست آزاد $O(1)$ باشد. آیا لیست آزاد باید دو سویه باشد یا یک لیست پیوندی یک سویه کفایت می کند؟

مسئله‌ی ۴.

[5 نمره]

در جدول درهم سازی پویا با عمل درج و حذف یک عنصر، فرض کنید که عمل فشرده سازی را وقتی انجام می‌دهیم که عمل α ام حذف و ضریب بار $\alpha_{i-1} \leq 1/4$ باشد. نشان دهید که هزینه ی سرشکن شده ی عمل حذف (چه عادی باشد و یا موجب فشرده سازی شود) $O(1)$ است.

مسئله‌ی ۵.

[5 نمره]

پروفسور سمیعی یک عدد صحیح دارد. می خواهیم با تعدادی سوال به صورت " آیا این عدد بزرگ تر از X است؟" عدد وی را پیدا کنیم و از آنجا که آریایی هستیم آن را به اشتراک بگذاریم. الگوریتمی بیابید که با بتوانیم این عدد را در $O(\lg|t|)$ پرسش بیابیم که t همان عدد پروفسور سمیعی است.

مسئله ۶.

[7 نمره]

آرایه ای از n رکورد فقط با کلید های 0 و 1 داده شده است. الگوریتمی که چنین آرایه ای را مرتب میکند ممکن است زیر مجموعه ای از ویژگی های مطلوب زیر را دارا باشد:

1. زمان اجرای الگوریتم $O(n)$ باشد،
2. مرتب سازی پایدار باشد و
3. مرتب سازی درجا باشد و به حافظه ی اضافی بیش از مقداری ثابت احتیاج نداشته باشد.

الف) الگوریتمی بیابید که ویژگی های 1 و 2 را داشته باشد.

ب) الگوریتمی بیابید که ویژگی های 1 و 3 را داشته باشد.

پ) الگوریتمی بیابید که ویژگی های 2 و 3 را داشته باشد.

ت) آیا در میان الگوریتم هایی که در قسمت های (الف) تا (پ) ارائه کرده اید، الگوریتمی هست که n رکورد را با کلیدهای b بیتی را با استفاده از مرتب سازی مبنایی در زمان $O(bn)$ مرتب نماید؟ آن را توضیح دهید و اگر وجود ندارد دلیل آن را بیان کنید.

ث) فرض کنید این n رکورد، کلیدهایی در بازه ی 1 تا k داشته باشند. نشان دهید چگونه الگوریتم مرتب سازی شمارشی را می توان تغییب داد تا بتوانیم رکوردها را به طور درجا در زمان $O(n+k)$ مرتب کنیم. شما ممکن است به $O(k)$ حافظه علاوه بر آرایه ورودی نیاز داشته باشید. آیا این الگوریتم شما پایدار است؟ (راهنمایی: برای $k=3$ چگونه عمل می کنید؟)

مسئله‌ی ۷.

[8 نمره]

آرایه‌ی $A[1...3n]$ از اعداد داده شده است. می‌خواهیم با مقایسه‌ی اعداد آرایه، دو عدد x و y ($x < y$) را به دست آوریم به طوری که n عنصر A مقداری کم‌تر از x ، n عنصر A مقداری بین x و y و n عنصر بقیه مقداری بیشتر از y داشته باشند. یک الگوریتم کارا برای حل این مسئله به میزان $M(n)$ حافظه‌ی اضافی (علاوه بر A) مصرف میکند و به زمان $T(n)$ نیاز دارد. کمترین مقدار برای $M(n)$ و $T(n)$ چقدر است؟ (الگوریتم خود را پیاده‌سازی نمایید.)

مسئله‌ی ۸.

[8 نمره]

n دانشجو در یک سالن ورزشی بزرگ به صورت تصادفی روی زمین نشسته‌اند. دانشجوی i در مختصات (x_i, y_i) قرار دارد. مربی می‌خواهد در نقطه‌ای بایستد که مجموع فاصله‌هایش تا همه‌ی دانشجویان کمینه شود. الگوریتمی از $O(n)$ برای پیدا کردن مکان مربی پیدا کنید.