

به نام خدا

تاریخ ارسال 1400/12/11

تاریخ تحویل 1400/12/22

- 1- برای تمرین های عملی میتوانید از هر زبانی که مسلط تر هستید استفاده نمایید.
- 2- تمرین های خود را حتما از طریق hws ارسال نمایید.
- 3- تمرین های خود را زیپ کرده و نام فایل زیپ را به فرمت زیر تغییر دهید.

DS-4002-firstname_lastname-name project

با ذکر استدلال به تمامی سوالات پاسخ دهید.

تمرین تنوری

مسئله 1. (1 نمره)

با فرض $T_1(n) = \Omega(f(n))$ و $T_2(n) = \Omega(g(n))$ ، کدام یک از روابط زیر درست است؟

الف) $T_1(n) + T_2(n) = \Omega(\max\{f(n), g(n)\})$

ب) $T_1(n)T_2(n) = \Omega(f(n)g(n))$

مسئله 2. (3 نمره)

از عبارات زیر درستی و نادرستی هرکدام را اثبات کنید؟

الف) $f(n) \in \theta(g(n)), g(n) \in O(h(n)) \Rightarrow h(n) \in O(f(n))$

ب) $f(n) \in \Omega(g(n)), g(n) \in \theta(h(n)) \Rightarrow f(n) \in \Omega(h(n))$

ج) $\log \log n < \log n < n^{1/\log n}$

مسئله 3. (20 نمره)

هر یک از روابط بازگشتی زیر را با استفاده از مناسب ترین روش حل نمایید؟

الف) $T(n) = T\left(\frac{n}{9}\right) + T\left(\frac{n}{16}\right) + T\left(\frac{n}{25}\right) + \sqrt{n}$

ب) $T(n) = 3T(\sqrt{n}) + O(\sqrt{n})$

ج) $T(n) = 9T\left(\frac{n}{3}\right) + n \log n$

د) $T(n) = 2T(n-1) + O(n^3)$

ه) $T(n) = 6T\left(\frac{n}{3}\right) + O(n^2 \log n)$

مسئله 4. (5 نمره)

هزینه دقیق زمانی سورس کد زیر را بصورت $\theta()$ محاسبه نمایید؟

```
for i ← 1 to n
  for j ← n down to i
    for k ← 1 to  $n^2$ 
      sum ← sum + 1
```

مسئله 5. (10 نمره)

الف) شبه کد زیر را به ازای $x = 6$ ، $trace$ نمایید. ترتیب فراخوانی ها، تعداد فراخوانی ها و خروجی را مشخص نمایید.

```

Func (int x) {
    If (x==1) { return 1;}
    Else {
        Sum = 0;
        For (i ← 1 ; i = x ; i++){
            Sum = sum + x;
            Print(sum);
        }
        Return sum + Func(x-1);
    }
}

```

ب) رابطه بازگشتی نشان دهنده پیچیدگی زمانی سورس کد فوق را بدست آورده و آن را با روش مناسب حل نمایید.

مسئله 6. (8 نمره)

پروفسور دیوجنز n تراشه بسیار مجتمع دارد که شبیه هم فرض میشوند و میتوانند یکدیگر را تحت آزمون قرار دهند. در هر بار آزمون دو تراشه مورد آزمایش قرار میگیرند و هر یک از آنها میگویند که دیگری سالم یا معیوب است. یک تراشه درست همیشه درست تشخیص میدهد اما به نتیجه آزمایش با یم تراشه معیوب نمیتوان اعتماد کرد. بنابراین چهار حالت زیر ممکن است پیش آید:

نتیجه ای که میتوان گرفت	B چه میگوید؟		A چه میگوید؟
هر دو سالم یا هر دو معیوب اند	A سالم است		B سالم است
حداقل یکی معیوب است	A معیوب است		B سالم است
حداقل یکی معیوب است	A سالم است		B معیوب است
حداقل یکی معیوب است	A معیوب است		B معیوب است

الف) نشان دهید که اگر بیش از $\frac{n}{2}$ تراشه ها معیوب باشند با استفاده از این روش آزمون ، نمیتوان دقیق مشخص کرد که کدام تراشه ها سالم و کدام معیوب هستند. فرض کنید که ممکن است برای گمراه کردن پروفیسور ، تراشه ها بدترین حالت ممکن را داشته باشند.

ب) مسئله پیدا کردن یک تراشه سالم از میان n تراشه را در حالتی که بیش از $\frac{n}{2}$ تراشه ها سالم هستند در نظر بگیرید. نشان دهید که در این حالت $\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$ آزمون دو به دو برای کاهش مسئله به مسئله ای با اندازه تقریباً نصف آن کافی است.

پ) نشان دهید با فرض اینکه بیش از $\frac{n}{2}$ تراشه سالم هستند ، تراشه های سالم را میتوان با $\theta(n)$ آزمون دو به دو شناسایی کرد. رابطه بازگشتی که تعداد آزمایش ها را مشخص میکند پیدا و آن را حل کنید.

مسئله 7. (3 نمره)

قطعه کد زیر کدام الگوریتم مرتب سازی است ، نام آن را بنویسید و آن را از نظر هزینه زمانی و مکانی در بهترین حالت ، حالت متوسط و بدترین حالت بررسی کنید؟

```
Sort (A, n):  
  for i ← 1 to n do  
    j = i;  
    for k ← j+1 to n do  
      if A[k] < A[j]:  
        j = k;  
    t = A[i];  
    A[i] = A[j];  
    A[j] = t;
```