

به نام خدا

تاریخ ارسال 1400/7/28

تاریخ تحویل 1400/8/14

- 1- برای تمرین های عملی خود می توانید از هر زبانی که مسلط تر هستید استفاده نمایید.
- 2- تمرین های خود را حتما از طریق hws ارسال نمایید.
- 3- تمرین های خود را زیپ کرده و نام فایل زیپ خود را به فرمت زیر تغییر دهید.

DS-4001-firstname\_lastname-name project

با ذکر استدلال به تمامی سوالات پاسخ دهید.

تمرین تئوری

مسئله ۱.

[10 نمره]

داده ساختاری طراحی کنید که بتواند اعمال `push`، `pop`، `findmin` (یافتن و برگرداندن کوچک ترین عنصر بین عناصر موجود) و `findmax` را در  $O(1)$  انجام دهد.

ثابت کنید اگر عمل `deletemin` هم اضافه شود، دست کم یکی از این اعمال باید در  $\Omega(\log n)$  انجام شود.

## مسئله‌ی ۲.

[15 نمره]

تعدادی مایکروفیش در اختیار داریم که هر کدام با یک کد دودویی  $k$  رقمی مشخص شده است. می‌خواهیم این مایکروفیش‌ها را به وسیله‌ی ماشینی با دو پشته‌ی 0 و 1 مرتب کنیم. این ماشین فقط می‌تواند اعمال زیر را انجام دهد:

- $Pop(a)$ : از بالای پشته‌ی  $a$  یک کارت بردار،
- $Push(a,m)$ : کارت  $m$  را در بالای پشته‌ی  $a$  قرار بده،
- $Combine(a)$ : کل کارت‌های پشته‌ی  $a-1$  را با همان ترتیب به بالای پشته‌ی  $a$  منتقل کن.
- $Pull(a,c)$ : همه‌ی کارت‌های پشته‌ی  $a$  را که بیت  $c$  آن‌ها صفر است با همان ترتیب به پشته‌ی  $a-1$  که باید خالی باشد منتقل کن. ترتیب کارت‌هایی که در  $a$  باقی می‌ماند با قبل از این عمل تفاوتی نمی‌کند.

یک الگوریتم خطی برای مرتب‌سازی کارت‌ها ارائه و آن را اثبات و تحلیل کنید.

## مسئله‌ی ۳.

[8 نمره]

$K$  لیست پیوندی داریم که هر کدام از آن‌ها جداگانه مرتب هستند. با کمک صف اولویت الگوریتمی ارائه دهید تا یک لیست پیوندی مرتب شده با این  $K$  لیست بسازد و هزینه زمانی آن را محاسبه نمایید.

## مسئله ۴.

[10 نمره]

یک لیست یک طرفه داریم که هر عنصر فقط به عنصر بعدی خود اشاره گر دارد. می‌خواهیم با انجام پیش‌پردازشی از زمان  $O(n)$  و حافظه اضافه  $O(\sqrt{n})$ ، لیست را تغییر دهیم تا بعد از پیش‌پردازش، هر عنصر به عنصر قبلی خود در  $O(\sqrt{n})$  دسترسی داشته باشد. راهی برای اینکار پیشنهاد دهید.

## مسئله ۵.

[7 نمره]

فرض کنید یک لیست پیوندی از اعداد داریم، الگوریتمی ارائه دهید که بتواند در زمان معقول و  $O(1)$  حافظه، بدون تغییر ساختار لیست تشخیص دهد که آیا در این لیست دور وجود دارد یا خیر.