

به نام خدا

تاریخ ارسال 1400/9/5

تاریخ تحویل 1400/9/19

1- برای تمرین های عملی خود می توانید از هر زبانی که مسلط تر هستید استفاده نمایید.

2- تمرین های خود را حتما از طریق hws ارسال نمایید.

3- تمرین های خود را زیپ کرده و نام فایل زیپ خود را به فرمت زیر تغییر دهید.

DS-4001-firstname_lastname-name project

با ذکر استدلال به تمامی سوالات پاسخ دهید.

تمرین تئوری

مسئله ۱.

[4 نمره]

عبارت $a-b*c+d-e/g/h$ را، با فرض اعمال اولویت عمل گرها، به چند طریق می توان به درستی پرانتزگذاری کرد به طوری که مقدار عبارت حاصل به ازای همه ی مقادیر a تا h با مقدار عبارت اصلی برابر شود؟

دقت کنید که دور یک متغیر تنها در عبارت، پرانتز گذاشته نمی شود و یک عبارت پرانتز گذاری شده باید صفر یا تعداد زوجی پرانتز داشته باشد. مثلا $((a+b)+c)$ ، $a+(b+c)$ و $a+b+c$ سه عبارت پرانتزگذاری شده ی درست برای $a+b+c$ است و برای $(a)+b+c$ نیست.

مسئله‌ی ۲.

[4 نمره]

فرض کنید که یک هرم بیشینه حاوی همه ی اعداد 1 تا 1023 است. چه تعداد از اعداد بیش تر از 1000 می توانند برگ باشند؟ حداکثر چه تعداد از این اعداد می توانند همزمان برگ باشند؟

مسئله‌ی ۳.

[8 نمره]

فرض کنید H_1 و H_2 دو هرم بیشینه هستند که به صورت درختی (و نه با آرایه) پیاده سازی شده اند؛ بنابراین شما به ریشه ی هر هرم و به دو فرزند و پدر هر عنصر دسترسی دارید. الگوریتم Merge-Heap(H_1, H_2) را به طور کامل بنویسید تا در زمان $O(\log n)$ این دو هرم را در هم ادغام کنید و آن ها را به یک هرم جدید تبدیل نمایید. در صورت نیاز، در الگوریتم خود می توانید از اعمال تعریف شده بر روی هرم ها استفاده کنید.

مسئله‌ی ۴.

[12 نمره]

یک هرم (کمینه ی) ادغام شدنی، از این اعمال پشتیبانی می کند: Make-Heap (که یک هرم ادغام شدنی خالی ایجاد می کند)، Insert، Minimum، Extract-Min و Union. نشان دهید چگونه می توان یک هرم ادغام شدنی را با استفاده از یک لیست پیوندی در هر یک از حالات زیر پیاده سازی کرد. سعی کنید هر یک از اعمال را تا حد ممکن کارا کنید. زمان اجرای هر عمل را بر حسب اندازه ی مجموعه ی داده ای پویایی که عمل روی آن انجام می شود تحلیل کنید.

الف) لیست ها مرتب هستند.

ب) لیست ها نامرتب هستند.

ج) لیست ها نامرتب هستند و مجموعه داده ای پویا که عملیات روی آن ها انجام می شود مجزا می باشند.

مسئله ۵.

[8 نمره]

در یک درخت قرمز-سیاه که در ابتدا تهی است، اعمال درج و حذف زیر را انجام می دهیم. درخت حاصل را پس از هر عمل رسم کنید.

الف) درج این عناصر (به ترتیب از چپ به راست): A, F, E, D, C, B, G, H, I

ب) حذف این عناصر از درخت قسمت (الف): A, F, I, H, B, C, G

ج) قسمت الف و ب را برای درخت AVL نیز حل نمایید.

مسئله ۶.

[6 نمره]

فرض کنید یک جست و جو برای پیدا کردن یک عنصر خاص در یک درخت قرمز- سیاه پس از 20 شاخه از ریشه ی درخت به صورت ناموفق خاتمه می یابد. بیشینه و کمینه ی تعداد شاخه هایی که در هر جست و جوی ناموفق در این درخت ملاقات می شوند چقدر است؟

مسئله ۷.

[10 نمره]

الگوریتمی طراحی کنید که با داشتن لیست پیمایش پیش ترتیب و میان ترتیب یک درخت در حالت کلی، تعیین کند هر راس حداقل و حداکثر چند فرزند می تواند داشته باشد. یعنی بیشترین و کمترین تعداد

فرزندهای یک راس، بین درخت های جواب (درخت هایی که پیمایش پیش ترتیب و میان ترتیبشان برابر پیمایش های داده شده است) را بیابد.

مسئله ی ۸.

[8 نمره]

درخت مبنا درختی دودویی است که مانند ترای، مجموعه ای از رشته های ساخته شده از 0 و 1 را نشان می دهد. در این درخت، هر گره متناظر با یک رشته است؛ برای ریشه این رشته تهی است. رشته ی هر گره برابر رشته ی پدر این گره به اضافه ی یک حرف است؛ این حرف برابر 1 است اگر فرزند راست باشد و 0 است اگر فرزند چپ باشد. هر گره علاوه بر اشاره گر به فرزندان راست و چپ حاوی یک متغیر منطقی است. اگر رشته ی متناظر با این گره در مجموعه ی کلمات درخت مبنا وجود داشته باشد، این متغیر 1 است.

الف) رشته های 1101، 0100، 0011، 0010، 0001، 1000، 1001 را به ترتیب در یک درخت مبنای تهی درج می کنیم. درخت حاصل را رسم نمایید.

ب) الگوریتمی طراحی کنید که با گرفتن مجموعه ای از n رشته از 0 و 1، درخت مبنا را بسازد.