

به نام خدا

تاریخ ارسال 1400/7/10

تاریخ تحویل 1400/7/27

- 1- برای تمرین های عملی خود می توانید از هر زبانی که مسلط تر هستید استفاده نمایید.
- 2- تمرین های خود را حتما از طریق hws ارسال نمایید.
- 3- تمرین های خود را زیپ کرده و نام فایل زیپ خود را به فرمت زیر تغییر دهید.

DS-4001-firstname_lastname-name project

با ذکر استدلال به تمامی سوالات پاسخ دهید.

تمرین تئوری

مسئله ۱.

[5 نمره]

بررسی نمایید در جدول زیر کدام موارد $f(n) = O(g(n))$ است؟

$f(n)$	$g(n)$
$n \log n$	$10n \log(10n)$
$\log n^2$	$\log n$
$n^{1.01}$	$n \log n$
$n^2 / \log n$	$n(\log n)^2$
$(\log n)^{\log n}$	$n / \log n$
\sqrt{n}	$5^{\log n}$
$n 2^n$	3^n

مسئله‌ی ۲.

[15 نمره]

هریک از روابط بازگشتی زیر را با استفاده از مناسب‌ترین روش حل نمایید.

(الف)

$$T(n) = \begin{cases} 1, & n = 1 \\ 2T\left(\frac{n}{2}\right) + n, & n > 1 \end{cases}$$

(ب)

$$T(n) = \begin{cases} 1, & n = 1 \\ 4T(n-1) + 1, & n > 1 \end{cases}$$

(ج)

$$T(n) = 2\sqrt{n} T(\sqrt{n}) + n \log n$$

(د)

$$T(n) = T\left(\frac{2n}{3}\right) + 1$$

(ه)

$$T(n) = \begin{cases} 1, & n = 1 \\ T(n) = T\left(\frac{n}{5}\right) + T\left(\frac{7n}{10}\right) + n, & n > 1 \end{cases}$$

مسئله‌ی ۳.

[6 نمره]

هزینه دقیق زمانی سورس‌کد زیر را محاسبه نمایید.

```

for(i=1; i<=n; i++){
    for(j=1; j<=i; j++){
        for(k=1; k<=j; k++){
            print S;
        }
    }
}

```

مسئله‌ی ۴.

[10 نمره]

(الف)

شبه کد زیر را به ازای $n = 16$ ، trace نمایید. ترتیب فراخوانی ها، تعداد فراخوانی ها و خروجی را مشخص نمایید.

```

Fun(int n){
    if(n<1){
        return 0;
    }
    for( int i=1; i<n^2; i++){
        x = x + i;
    }
    print(n);
    Fun(n/2) + Fun(n/4);
}

```

}

(ب)

معادله بازگشتی سورس کد فوق را به دست آورده، آن با روش مناسب حل نمایید و پیچیدگی آن را محاسبه کنید.

مسئله ۵.

[6 نمره]

آرایه ای $2n$ عضوی از اعداد متمایز داریم و میدانیم که این آرایه یا صعودی است و یا قابل افراز به دو زیر دنباله n عضوی است که یکی صعودی و دیگری نزولی است. مثلاً دنباله $[1,7,6,5,8,4,3,9,10,2]$ در این شرایط صدق میکند چون قابل افراز به دو زیر دنباله $[7,6,4,3,2]$ و $[1,5,8,9,10]$ است.

الف) با $n+1$ بار مقایسه پیدا کنید که این آرایه مرتب شده است یا نه؟

ب) آیا با n بار مقایسه نیز میتوان این مساله را حل کرد؟

مسئله ۶.

[8 نمره]

فرض کنید $A[1...n]$ آرایه ای از n عدد متمایز باشد. زوج (i, j) را یک وارونگی می گوئیم اگر $i < j$ و $A[i] > A[j]$.

الف) تعداد وارونگی های آرایه $[2,3,6,8,1,5,7,9]$ چندتا است؟

ب) حداکثر تعداد وارونگی های یک آرایه n عنصره چندتا است؟

ج) اگر تعداد وارونگی های آرایه n عنصری A برابر m باشد، زمان اجرای الگوریتم مرتب ساز درجی روی این آرایه در بدترین حالت چقدر است؟

د) الگوریتمی ارائه و تحلیل نمایید که تعداد وارونگی های یک آرایه n عنصری A را در $O(n \log n)$ تعیین کند.