

سوال ۱

برای برگزاری مسابقه ای، تعداد n شرکت کننده در کنار یکدیگر ایستاده اند. نیمی از این شرکت کنندگان از گروه A و نیمی دیگر از گروه B هستند. به هر نفر شماره ای اختصاص داده شده که برای تمایز بین گروه ها، شماره افراد گروه B به صورت منفی نمایش داده می شود. پیش از شروع مسابقه، شرکت کنندگان باید طبق قوانین و دستورات داوران مرتب شوند.

• قانون ۱: افراد گروه A و B باید به صورت یک در میان کنار هم قرار گیرند.

• قانون ۲: اولین نفر باید از گروه A باشد.

• قانون ۳: ترتیب فعلی افراد در هر گروه نباید تغییر کند.

الگوریتمی برای حل این مساله ارایه دهید و آن را به صورت شبه کد بنویسید و از نظر هزینه زمانی بررسی کنید.

مثال:

ورودی : $[-3, -9, 2, 1, 4, -1]$

خروجی : $[2, -3, 1, -9, 4, -1]$

سوال ۲

روابط بازگشتی زیر را حل کنید.

$$T(n) = T\left(\frac{n}{4}\right) + T\left(\frac{3n}{5}\right) + n^2 \quad (۱)$$

$$T(n) = \sqrt{n}T(\sqrt{n}) + 2n \quad (۲)$$

$$T(n) = 4T\left(\frac{n}{2}\right) + \frac{n^2}{\log n} \quad (۳)$$

$$T(n) = T(\sqrt{n}) + \mathcal{O}(\log(\log n)) \quad (۴)$$

سوال ۳

مرتبه زمانی شبه کد زیر را مشخص کنید.

```

۱   for (i=n/2 ; i<=n ; i++);
۲       for (j=i ; j<=n ; j++);
۳           for (k=1 ; k<=n ; k=k*2);
۴               count++ ;

```

سوال ۴

شبه کد زیر را به ازای $n=4$ پیمایش (trace) کنید.

```

۱ def func(n):
۲     if n == 0 or n == 1:
۳         return 1
۴     x = 0
۵     for i in range(n):
۶         x += func(i) * func(n-1-i)
۷     return x

```

سوال ۵

تعداد تکرار جمله $write(1*1)$ را در شبه کد زیر بیابید.

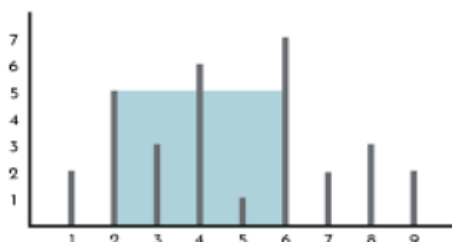
```

۱ i = n
۲ while i>1 do
۳     j = 1
۴     while j<n do
۵         j = j*3
۶         i = i/2
۷         write(1*1)

```

سوال ۶

نموداری مانند شکل زیر در اختیار داریم و ارتفاع هر کدام از نمودار ها مشخص است. الگوریتمی ارایه کنید تا بتوان با استفاده از دو نمودار و محور x یک محفظه تشکیل بدهیم که بتواند بیشترین مقدار آب ممکن را ذخیره کند. شبه کد آن را بنویسید و آن را از نظر هزینه زمانی بررسی کنید.



مثال

ورودی : $[2, 5, 3, 6, 1, 7, 2, 3, 2]$

خروجی : $[2, 6]$

سوال ۷

در جنگلی بزرگ، غاری وجود داشت که توسط خرس های جنگل کشف شد. اما خرس ها نمی توانستند تصمیم بگیرند که چه کسانی باید در غار زندگی کند. بنابر این، به این نتیجه رسیدند که هر خرس به نوبت وارد غار شود. هر خرسی که وارد شود، خرس هایی را که قدرتش کمتر یا برابر او هستند را از بین می برد و کنار خرس های قویتر از خود می ماند. او در غار منتظر خرس های بعدی می ماند تا با آن ها روبرو شود و قدرتش را به چالش بکشد. الگوریتمی ارایه دهید که مشخص کند در انتها کدام یک از خرس ها در غار زنده می مانند. همچنین شبه کد آن را بنویسید و زمان اجرای آن را تحلیل کنید.

مثال

ورودی : $[1, 4, 5, 3, 1, 2]$

خروجی : $[5, 3, 2]$