

## سوال ۱

به کمک تحلیل مجانبی روابط هر یک از توابع ردیف A نسبت به B را مشخص و اثبات کنید.

$\Omega$	$\theta$	$\mathcal{O}$	B	A	
			$n^{0.7}$	$(\log n)^7$	۱
			$2^n$	$2n^{1.5}$	۲
			$3^{4n}$	$3^{3n}$	۳
			$\log n^n$	$\log n!$	۴
			$(\frac{12}{13})^n$	$(\frac{13}{12})^n$	۵
			$4^{\log n}$	$n^2$	۶
			$0.1^n$	$n^{0.1}$	۷
			$\sqrt{\log n}$	$\log \log n$	۸
			1	$n^{\frac{1}{\log n}}$	۹
			$\sqrt{\log n}$	$\log \sqrt{n}$	۱۰

## سوال ۲

آرایه ای به طول  $n+1$  داریم که عناصر آن شامل اعداد صحیح 1 تا  $n$  هستند. هر خانه از این آرایه به یک خانه دیگر از طریق اندیس های آن اشاره می کند. اما بدلیل وجود یک عنصر تکراری در این آرایه، روند کار با این آرایه دچار اختلال شده است. الگوریتمی آرایه دهید که عدد تکراری موجود در این آرایه را پیدا کند. علاوه بر این، شبه کد مربوط به الگوریتم را بنویسید و پیچیدگی زمانی آن را تحلیل کنید.

## مثال

ورودی : [3,1,3,4,2]

خروجی : 3

## سوال ۳

آرایه ای به طول  $n$  داریم که تا اندیس  $k$  ام، عناصر به صورت صعودی مرتب شده اند. میخواهیم کل آرایه را مرتب کنیم. از چه الگوریتم مرتب سازی استفاده می کنید؟ آیا مقدار  $k$  در انتخاب شما موثر است؟ دلیل خود را بنویسید و زمان اجرای دقیق الگوریتم انتخابی خود را با توجه به  $n$  و  $k$  بدست آورید و با دیگر الگوریتم های مرتب سازی مقایسه کنید. (حداقل با سه الگوریتم مرتب سازی مقایسه کنید).

## سوال ۴

در شهری، یک تعمیرکار ماهر زندگی می کند که به دلیل مهارت و توانایی بالای او در تعمیر خودرو، مشتریان زیادی به او مراجعه می کنند. این تعمیرکار مجموعه بزرگی از پیچ و مهره ها در اختیار دارد که بر اساس اندازه مرتب شده اند. او برای بهره وری بیشتر و سرعت بخشیدن به روند کار به دنبال روشی است که در سریع ترین زمان ممکن بازه پیچ ها با شماره مدنظرش را پیدا کند. الگوریتمی کارا برای کمک به این تعمیرکار آرایه دهید تا بتواند پیچ هایی را که اندازه آن ها بزرگتر از  $m$  و کوچکتر از  $k$  هستند را به سرعت بیابد. علاوه بر آن، شبه کد مربوط به الگوریتم خود را بنویسید و پیچیدگی زمانی آن را تحلیل کنید.

## سوال ۵

یک لیست پیوندی شامل  $n$  گره داریم که هر گره آن دارای دو اشاره گر می باشد:

- next: به گره بعدی اشاره می کند.
- child: به لیست پیوندی دیگری اشاره می کند که گره فعلی راس شروع<sup>۱</sup> آن است.

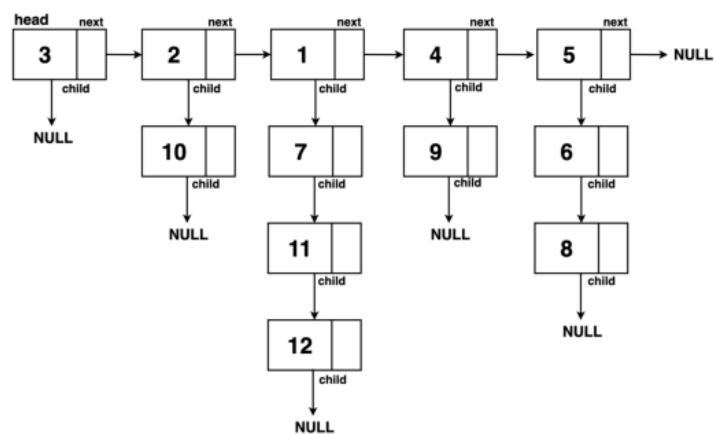
هر لیست فرزند به صورت صعودی مرتب شده اند. از شما خواسته شده الگوریتمی طراحی کنید که تمام گره ها به صورت مرتب شده در یک سطح قرار بگیرند. علاوه بر آن شبه کد مربوط به الگوریتم خود را بنویسید و پیچیدگی زمانی آن را تحلیل کنید.

## مثال

---

<sup>1</sup>head

ورودی :



خروجی : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12