Universidad de San Carlos de Guatemala
Laboratorio de Reducción de Datos
Catedrático: Jorge Alejandro Rodríguez
Febrero 2023

Tarea 1

Parte teórica

Instrucciones: Realice los siguientes ejercicios a mano alzada, con letra clara y legible. Estos deberán ser entregados en hojas engrapadas e identificadas con un nombre y un apellido. Puede utilizar calculadora o computadora para realizar cálculos estadísticos, en caso de utilizar computadora envíe el código como archivo adjunto a esta tarea, de lo contrario solamente marque como entregado.

Para una variable $y = f(u_1, u_2, \cdots, u_n)$ donde x_i corresponden a variables medidas, se obtiene la ecuación 1 para incertezas Δu_i pequeñas:

$$\Delta x = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial u_i} \Delta u_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial x}{\partial u_i} \Delta u_i \tag{1}$$

La varianza de la distribución padre se define como:

$$\sigma_x^2 = \lim_{N\to\infty} \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})^2 \right] \tag{2}$$

Problema 1. Utilizando la ecuación 1, sean u y v cantidades medidas, y A y B constantes, demuestre:

- Sea $x = Au$ entonces $\Delta x = B\Delta u$
- Sea $x = Au + Bv$ entonces $\Delta x = A\Delta u + B\Delta v$
- Sea $x = uv$ entonces $\frac{\Delta x}{x} = \frac{\Delta u}{u} + \frac{\Delta v}{v}$
- Sea $x = \frac{u}{v}$ entonces $\frac{\Delta x}{x} = \frac{\Delta u}{u} - \frac{\Delta v}{v}$

Problema 2. Utilice las ecuaciones 1 y 2 para demostrar que para $x = f(u, v)$ la varianza está dada por:

$$\sigma_x^2 = \sigma_u^2 \left(\frac{\partial x}{\partial u}\right)^2 + \sigma_v^2 \left(\frac{\partial x}{\partial v}\right)^2 + 2\sigma_{uv}^2 \left(\frac{\partial x}{\partial u}\right)\left(\frac{\partial x}{\partial v}\right)$$

Donde:

$$\sigma_{uv}^2 := \lim_{N\to\infty} \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (u_i - \bar{u})(v_i - \bar{v}) \right]$$

Problema 3. Se realiza un experimento de laboratorio para calcular la velocidad media $v = \frac{d}{t}$ de un carrito a control remoto desplazándose en línea recta. Los estudiantes realizaron las mediciones de tiempo y distancia correspondientes:

t	6.29	6.37	6.35	6.62	6.23	6.39	6.4	6.29
d	10.06	10.02	10.09	10.05	9.78	9.99	9.69	9.85

Calcule los valores de $\bar{t} \pm s_t$, $\bar{d} \pm s_d$ y $\bar{v} \pm s_v$.
Donde:

$$s_x = \sqrt{\left[\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})^2 \right]} \tag{3}$$

y:

$$s_{x(u,v)} = \sqrt{s_u^2 \left(\frac{\partial x}{\partial u}\right)^2 + s_v^2 \left(\frac{\partial x}{\partial v}\right)^2 + 2s_{uv}^2 \left(\frac{\partial x}{\partial u}\right)\left(\frac{\partial x}{\partial v}\right)} \tag{4}$$

Con:

$$s_{uv}^2 := \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} \left[\left(u_i - \bar{u}\right) \left(v_i - \bar{v}\right) \right]$$

Indique que papel juega el valor s_{td} en el cálculo de s_v. ¿Qué cree que ocurre cuando $N \to \infty$?