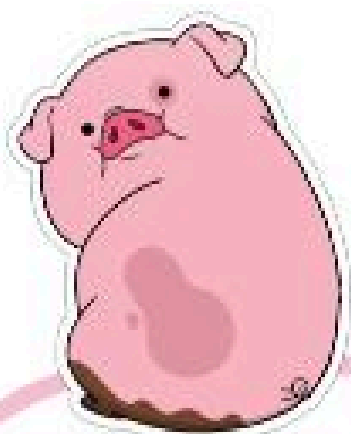


Задача 12. Ограничения на решение

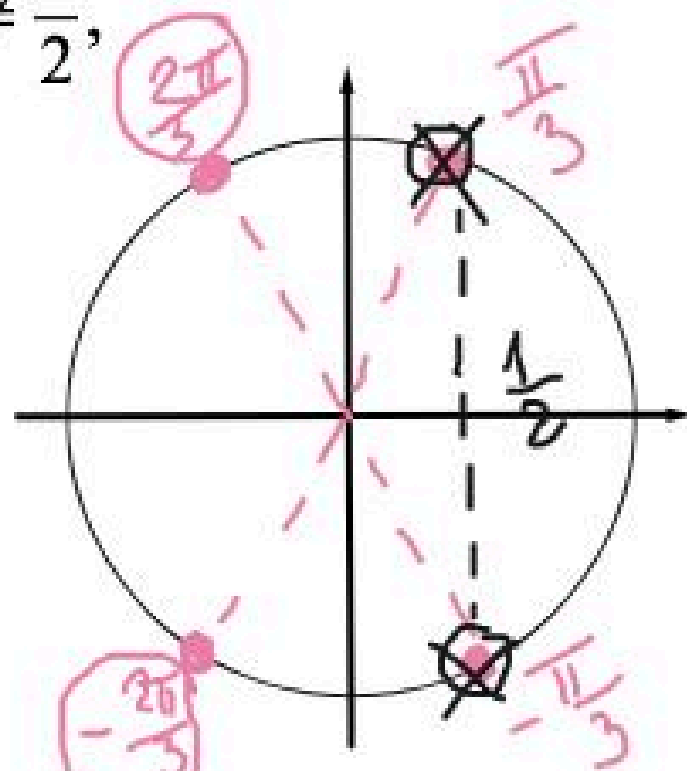


1. Дробь

$$\frac{f(x)}{g(x)} = 0 \rightarrow g(x) \neq 0$$

Пример: $\frac{3 - \operatorname{tg}^2 x}{1 - 2 \cos x} = 0$

$$\begin{cases} \operatorname{tg}^2 x = 3, \\ \cos x \neq \frac{1}{2}, \end{cases} \Rightarrow \operatorname{tg} x = \sqrt{3} \quad \operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$$



$$x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, \text{ где } k \in \mathbb{Z}.$$

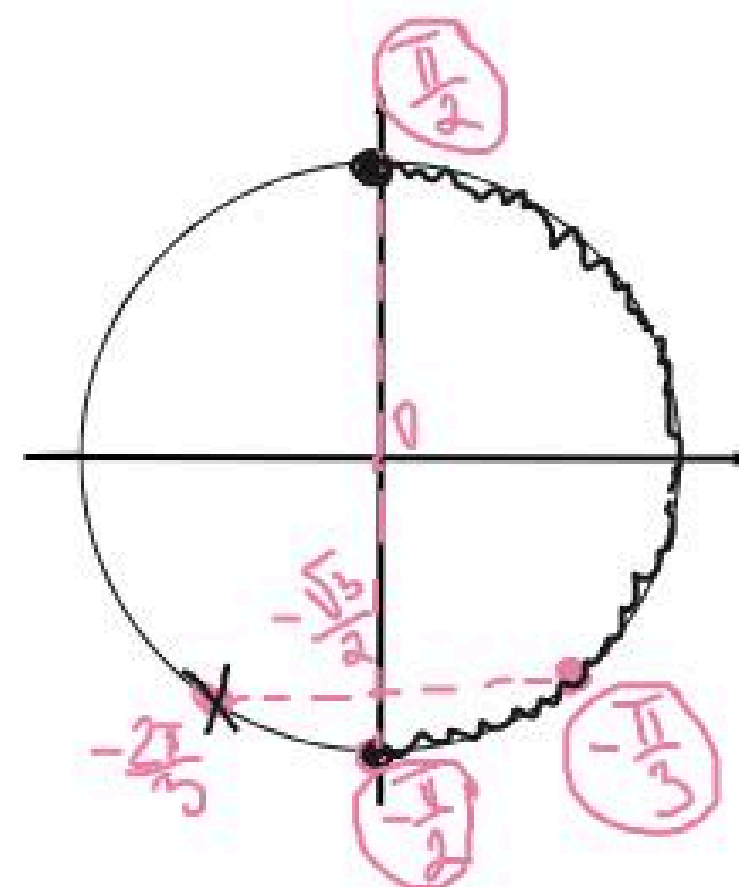


2. Квадратный корень

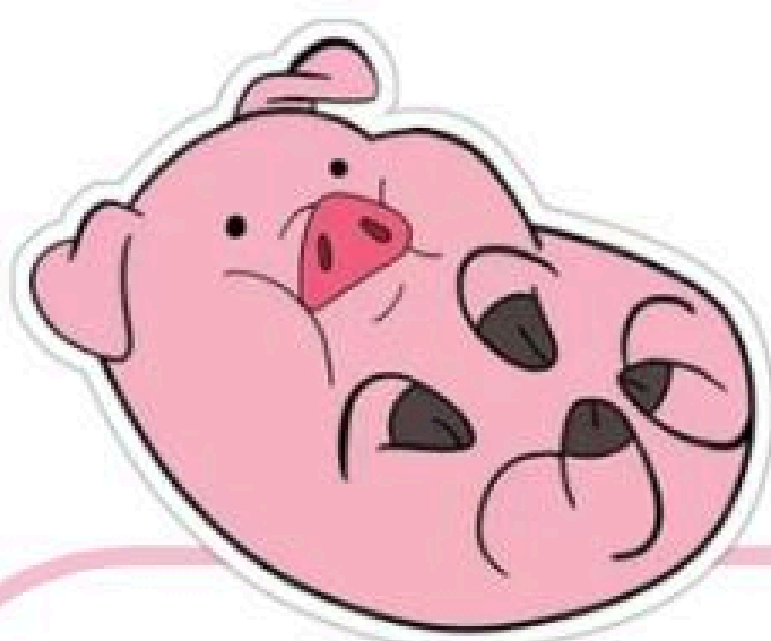
$$\sqrt{f(x)} \rightarrow f(x) \geq 0$$

Пример: $(2 \sin x + \sqrt{3}) \cdot \sqrt{\cos x} = 0$

$$\begin{cases} \cos x = 0, \\ \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \\ \cos x \geq 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + \pi k, \\ x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k, \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$



Дробь + квадратный корень

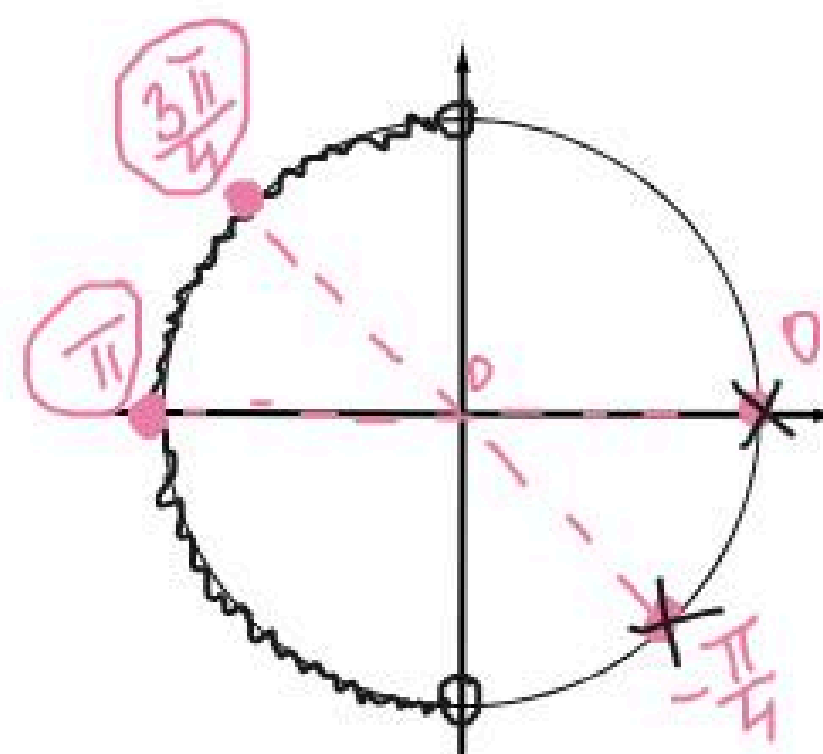
$$\frac{f(x)}{\sqrt{g(x)}} = 0$$

$$\begin{cases} g(x) \geq 0 \\ g(x) \neq 0 \end{cases} \Rightarrow g(x) > 0$$

Пример:

$$\frac{\sin 2x + 2 \sin^2 x}{\sqrt{-\cos x}} = 0$$

$$\begin{cases} \sin x = 0, \\ \operatorname{tg} x = -1 \\ \cos x < 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} x = \pi + 2\pi k, \\ x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$



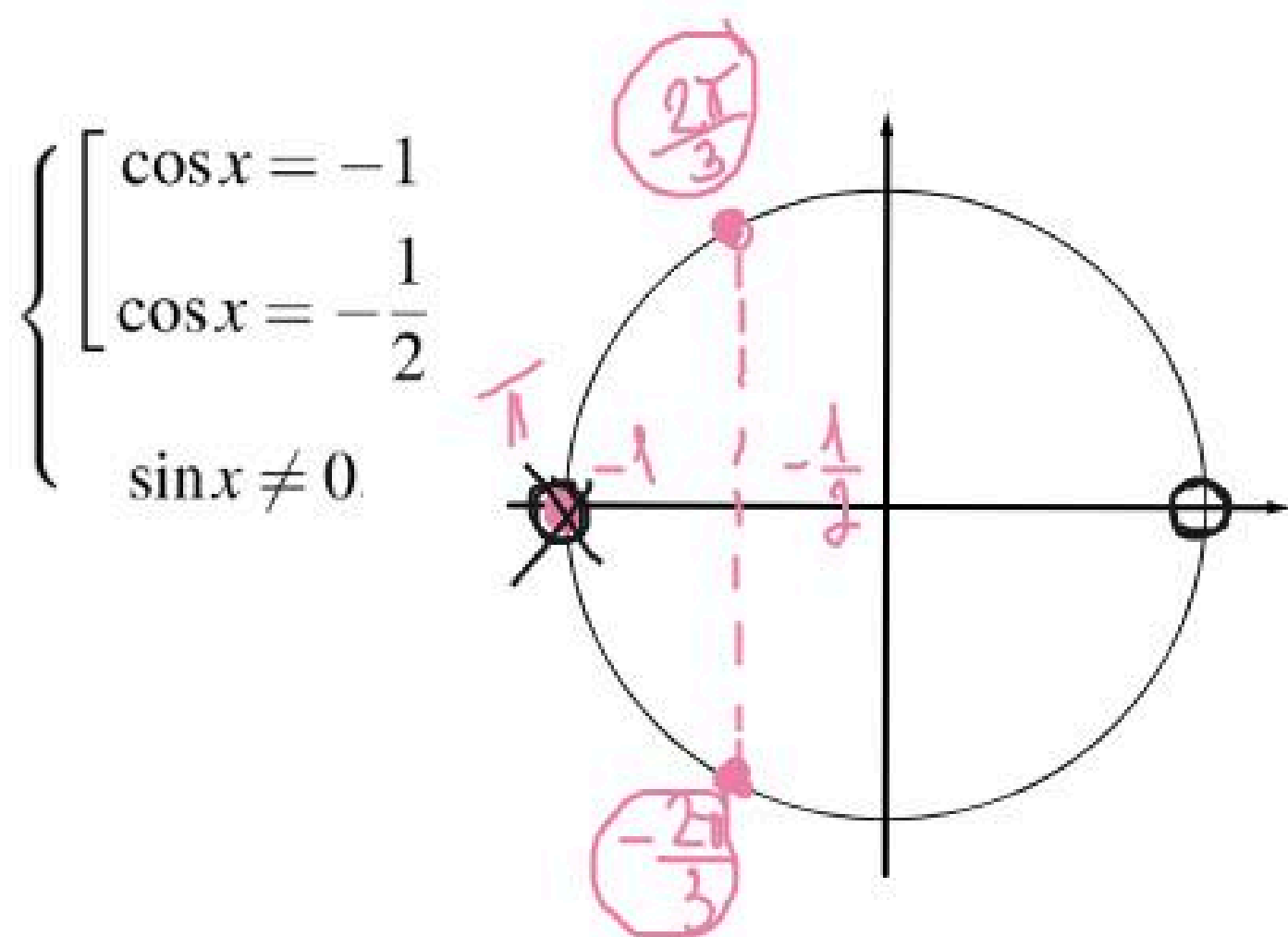
Задача 12. Ограничения на решение



3. Тангенс или котангенс

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} x &\rightarrow \cos x \neq 0 \\ \operatorname{ctg} x &\rightarrow \sin x \neq 0 \end{aligned}$$

Пример: $\sin x(2 \sin x - 3 \operatorname{ctg} x) = 3$



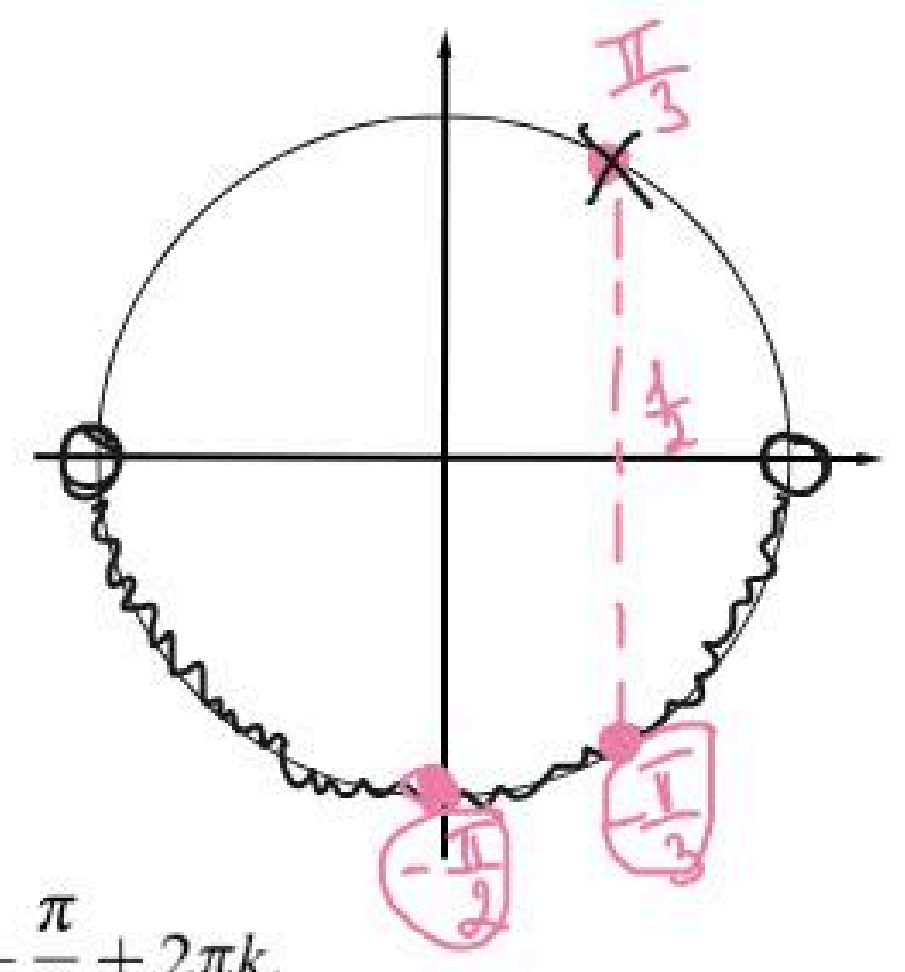
$$x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, \text{ где } k \in \mathbb{Z}.$$

4. Логарифм

$$\log_a f(x) \rightarrow \begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \\ f(x) > 0 \end{cases}$$

Пример: $(2 \cos^2 x - 5 \cos x + 2) \cdot \log_{11}(-\sin x) = 0$

$$\begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} \\ \sin x = -1 \\ \sin x < 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \\ x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k, \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$



Задача 13. Методы решения тригонометрических уравнений



Замена переменной

$$2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 = 0.$$

Решение:

Пусть $t = \sin x$, $|t| \leq 1$, тогда:

$2t^2 - 3t + 1 = 0$ — квадратное.

Однородное первой степени

$$\sin x + 2 \cos x = 0.$$

Решение:

Разделим обе части на $\cos x \neq 0$:

$\operatorname{tg} x + 2 = 0$ — простейшее.

Однородное второй степени

$$2 \sin^2 x - 3 \sin x \cos x + \cos^2 x = 0.$$

Решение:

Разделим обе части на $\cos^2 x \neq 0$:

$$2 \cdot \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - 3 \cdot \frac{\sin x \cos x}{\cos^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} = 0,$$

$$2 \operatorname{tg}^2 x - 3 \operatorname{tg} x + 1 = 0,$$

Замена: $y = \operatorname{tg} x$, тогда:

$$2y^2 - 3y + 1 = 0 \text{ — квадратное.}$$



Задание №13 ЕГЭ профиль. Тригонометрические уравнения.
Ограничения.

1. а) Решите уравнение $\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{3}{\cos x} + 2 = 0$.
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

Задание №13 ЕГЭ профиль. Тригонометрические уравнения.
Ограничения.

2. а) Решите уравнение $\frac{2 \sin^2 x + \sin x}{2 \cos x - \sqrt{3}} = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\frac{3\pi}{2}; 0]$.

Задание №13 ЕГЭ профиль. Тригонометрические уравнения.
Ограничения.

3. а) Решите уравнение $(2 \sin x + \sqrt{3})\sqrt{\cos x} = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}\right]$.

Задание №13 ЕГЭ профиль. Тригонометрические уравнения.
Ограничения.

4. а) Решите уравнение $\frac{\cos 2x + \sqrt{3} \sin x - 1}{\operatorname{tg} x - \sqrt{3}} = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2} \right]$.

Задание №13 ЕГЭ профиль. Тригонометрические уравнения.
Ограничения.

5. а) Решите уравнение $\frac{2}{\operatorname{tg}^2 x} + \frac{7}{\operatorname{tg} x} + 5 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[3\pi; 4\pi]$.

Задание №13 ЕГЭ профиль. Тригонометрические уравнения.
Ограничения.

6. а) Решите уравнение $\frac{\cos x - 1}{\operatorname{ctg} x} + 2 \operatorname{ctg} x \cdot \sin x = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right]$.