

ТЕОРИЯ.

ЗАДАЧА С ЭКОНОМИЧЕСКИМ СОДЕРЖАНИЕМ



Критерии	
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Основные виды задач:

1. Кредиты с равными (аннуитетными) платежами
2. Кредиты с дифференцированными платежами
3. Вклады, сложные проценты
4. Оптимальный выбор

Основные формулы для решения задач:

1. 1% - это 0,01
2. Основные соотношения и выражениями, встречающиеся при решении задач на проценты:

Число a составляет $p\%$ от числа b :

$$a = \frac{b}{100} \cdot p = 0,01bp$$

Число a увеличили на $p\%$:

$$a \cdot (1 + 0,01p)$$

Число a увеличили сначала на $p\%$, а потом еще на $q\%$:

$$a \cdot (1 + 0,01p) \cdot (1 + 0,01q)$$

Число a уменьшили на $p\%$:

$$a \cdot (1 - 0,01p)$$

3. Задачи, связанные с изменением цены

Пусть S_0 — первоначальная цена, S — новая (окончательная) цена.

Повышение цены на $a\%$

$$S = S_0 \cdot (1 + 0,01a)$$

n раз на $a\%$

$$S = S_0 \cdot (1 + 0,01a)^n$$

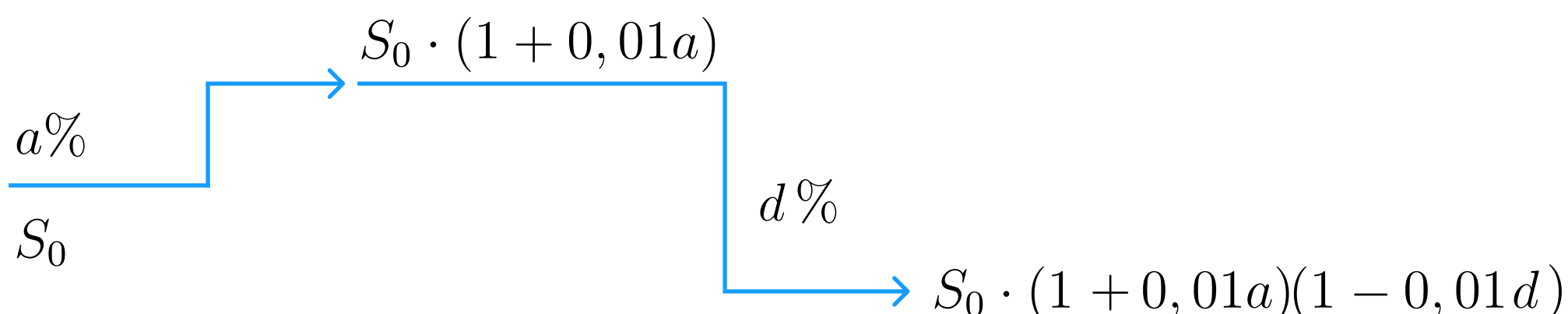
Понижение цены на $a\%$

$$S = S_0 \cdot (1 - 0,01a)$$

n раз на $a\%$

$$S = S_0 \cdot (1 - 0,01a)^n$$

Удобно пользоваться схематичной записью:



Задачи на вклады

Цель: Рассчитать итоговую сумму на счете (S) через n периодов начисления процентов.

1. Ключевые понятия и обозначения

- S_0 — начальная сумма вклада (основной долг).
- n — количество периодов начисления (лет, месяцев, кварталов).
- p (или r) — процентная ставка за период в $\%$ (или в долях $\frac{p}{100}$).
- S — итоговая сумма (S_0 + начисленные проценты).
- Период начисления: важно, с какой частотой начисляют проценты — ежегодно (n лет), ежеквартально ($n = \text{годы} \cdot 4$), ежемесячно ($n = \text{годы} \cdot 12$).
- Снятие/пополнение: условия о том, можно ли снимать и добавлять деньги.

2. Типы начисления процентов**а) Простые проценты**

Суть: Проценты начисляются только на первоначальную сумму S_0 каждый раз.

Формула:

$$S = S_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100} \cdot n\right)$$

Логика: Каждый период начисляется одна и та же сумма процентов:

$$I = S_0 \cdot \frac{p}{100}$$

График роста: Линейный (прямая линия).

В ЕГЭ: Встречается редко, обычно в задачах с социальными выплатами или короткими сроками.

б) Сложные проценты (капитализация)

Суть: Проценты начисляются только на наращенную сумму (на сумму с уже начисленными ранее процентами). Проценты “прибывают” к вкладу и в следующий раз проценты начисляются уже на большую сумму.

Формула (основная):

$$S = S_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

График роста: Экспоненциальный (кривая, растущая все быстрее).

В ЕГЭ: Самый частый и важный случай. Нужно уметь работать с формулой.

3. Алгоритм решения типовой задачи ЕГЭ

1. Внимательно читаем условие. Выписываем:

- $S_0 = \dots$
- Годовую ставку $p_{\text{год}}$
- Срок в годах (t)
- Период капитализации (раз в год, квартал, месяц)

2. Определяем параметры для формулы сложных процентов:

- p (ставка за период) $= \frac{p_{\text{год}}}{k}$ — количество периодов в году:

- $k = 1$ (ежегодно) $\rightarrow p = p_{\text{год}}$

- $k = 4$ (ежеквартально) $\rightarrow p = \frac{p_{\text{год}}}{4}$

- $k = 12$ (ежемесячно) $\rightarrow p = \frac{p_{\text{год}}}{12}$

- n (количество периодов) $= t \cdot k$

3. Применяем формулу сложных процентов:

$$S = S_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

4. Вычисляем. Часто ответ нужно округлить до целых (рублей) по правилам округления.