

ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ МКТ

Идеальный газ — это модель, согласно которой пренебрегают взаимодействием молекул, их размерами и считают все соударения молекул абсолютно упругими.

Концентрация молекул (n) — это число молекул в единице объёма.	$n = \frac{N}{V}$
Основное уравнение молекулярно-кинетической теории (МКТ) описывает поведение идеального газа на молекулярном уровне и связывает макроскопические свойства газа с его микроскопическими характеристиками.	$p = \frac{1}{3} m_0 n \bar{v}^2$
Связь давления газа с плотностью	$p = \frac{1}{3} \rho \bar{v}^2$
Связь давления газа с кинетической энергией молекулы	$p = \frac{2}{3} n E_{\text{ср. кин}}$

АБСОЛЮТНАЯ ШКАЛА ТЕМПЕРАТУР

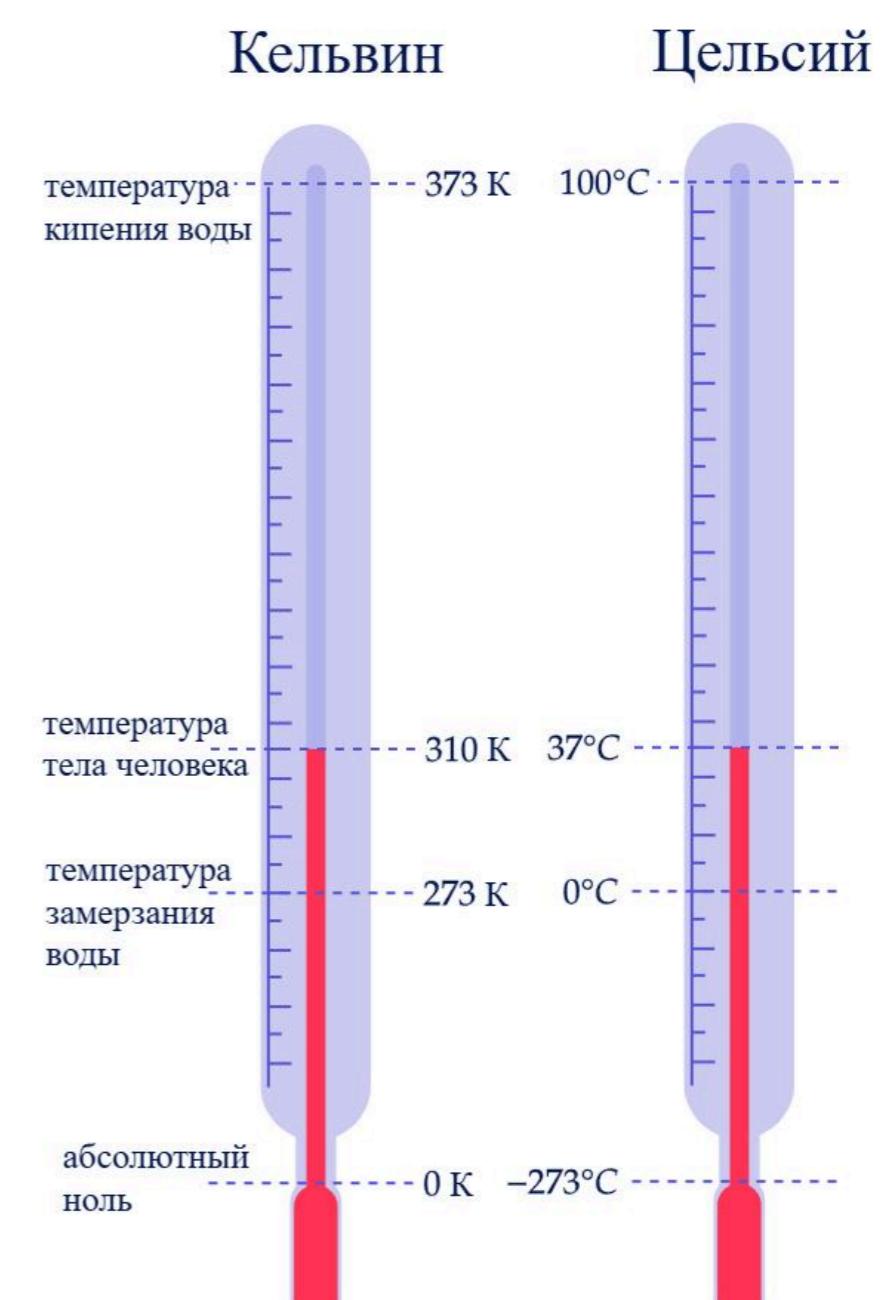
Температуру, измеренную по шкале Кельвина, называют **абсолютной температурой T** .

Абсолютный ноль температуры

$$T_0 = 0 \text{ K} = -273 \text{ }^\circ\text{C}$$

Связь шкалы Кельвина (T) и Цельсия (t) $T = t + 273$

Температура — это мера средней кинетической энергии частиц.



Давление газа	$p = nkT$
Средняя кинетическая энергия частиц газа	$E_{\text{ср. кин.}} = \frac{3}{2} kT$ $E_{\text{ср. кин.}} = \frac{m_0 v^2}{2}$
Среднеквадратичная скорость движения молекул	$v = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$

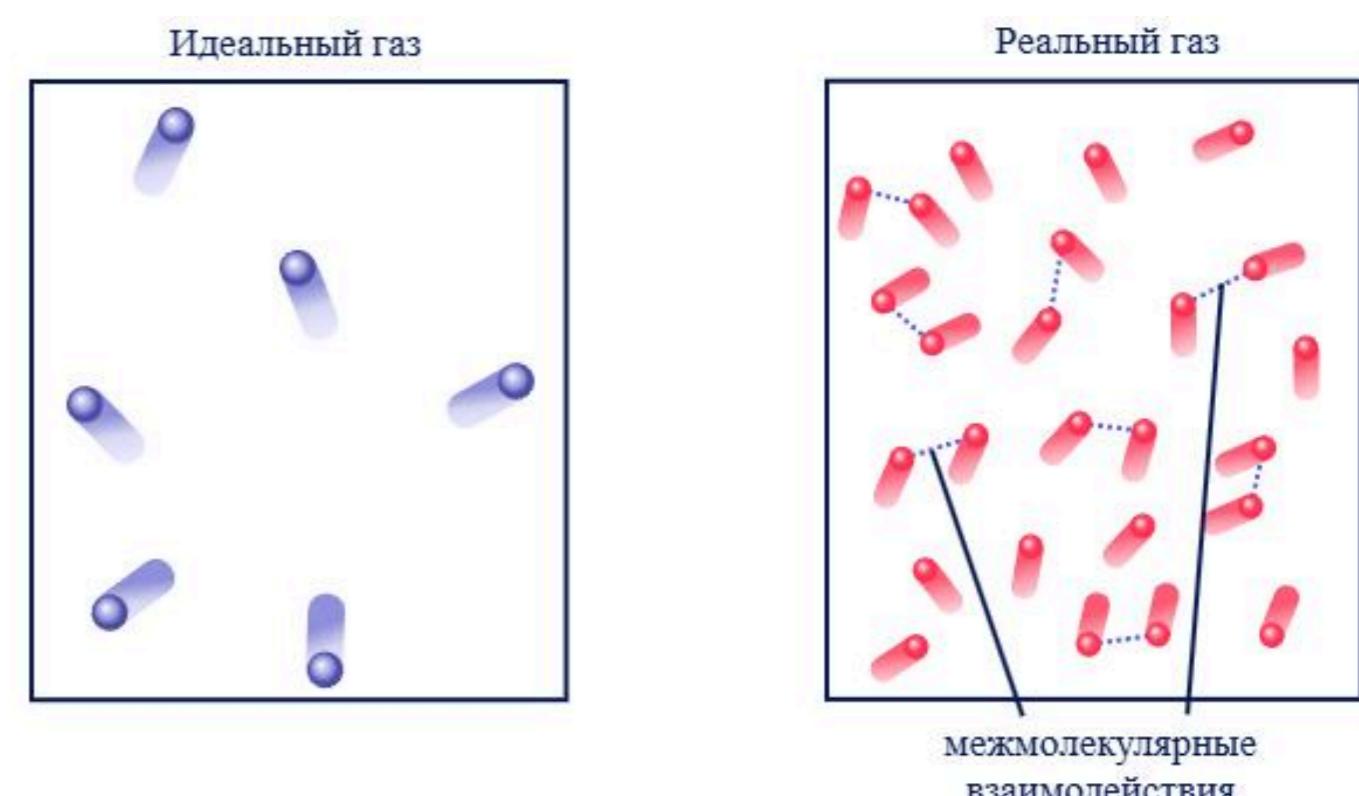
ТЕОРИЯ № 34. ИДЕАЛЬНЫЙ ГАЗ. ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ МКТ. ТЕМПЕРАТУРА. КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ МОЛЕКУЛ

ИДЕАЛЬНЫЙ ГАЗ

В физике принято создавать модели для того, чтобы проще было описать основные характеристики и свойства тел. Вы уже сталкивались с ними, например, материальная точка, абсолютно твёрдое тело и т.д.

Молекулярная физика и термодинамика изучает газы. Если рассматривать реальные газы, то при описании состояния газа мы должны учитывать: размер молекул, расстояние между ними, их взаимодействие друг с другом и пр. Поэтому физики создали более упрощённую модель — **модель идеального газа**.

- | **Идеальный газ** — это модель, согласно которой:
- | 1. Размеры молекул газа пренебрежимо малы по сравнению с расстояниями между ними.
- | 2. Между молекулами газа отсутствуют силы взаимодействия.
- | 3. Столкновения молекул со стенками сосуда и между собой являются абсолютно упругими.



КОНЦЕНТРАЦИЯ МОЛЕКУЛ

Вам уже известны такие физические величины как плотность и количество вещества.

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \nu = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{M}$$

Ещё один параметр — концентрация молекул. Концентрация молекул влияет на частоту столкновений между ними, что, в свою очередь, определяет давление газа.

Концентрация молекул (n) — это число молекул в единице объёма.

!

$$n = \frac{N}{V}$$

где

n — концентрация молекул газа, м^{-3}

N — количество молекул

V — объём, м^3

ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ МКТ

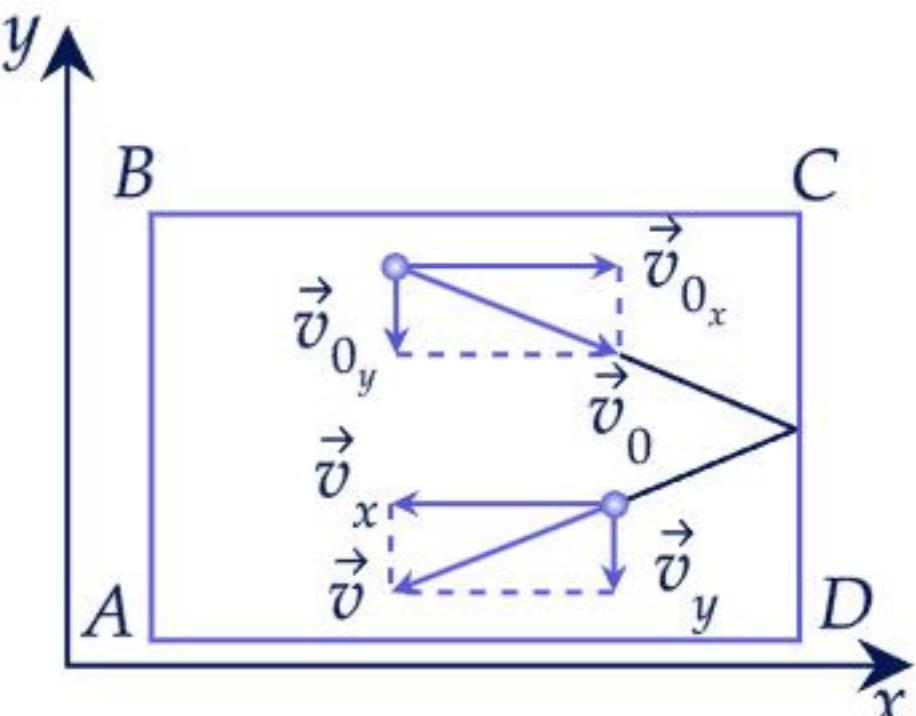
Основное уравнение молекулярно-кинетической теории (МКТ) было выведено в XIX веке, и его основоположниками считаются такие учёные, как Джеймс Клерк Максвелл и Людвиг Больцман. Это уравнение описывает поведение идеального газа на молекулярном уровне и связывает макроскопические свойства газа с его микроскопическими характеристиками.

Вывод основного уравнения МКТ

1) Рассмотрим движение молекулы идеального газа в некотором сосуде. Давление газа на стенку сосуда не зависит от формы сосуда. Выделим мысленно некоторую элементарную площадку величиной S , перпендикулярную оси Ox (см. рисунок).

При ударе молекулы о стенку её импульс изменяется:

$$\Delta p_x = m_0(v_x - v_{0x})$$



При абсолютно упругом взаимодействии модули скорости молекулы до и после удара равны, и тогда изменение импульса

$$\Delta p_x = 2m_0v_x$$

2) Второй закон Ньютона в импульсной форме:

$$\Delta p_x = F_x t$$

По третьему закону Ньютона сила, с которой молекула ударяется об стенку равна силе, с которой стенка действует на молекулу.

3) Суммарный импульс молекул, передаётся стенке площадью S за время t составит:

$$\sum \Delta p_x = 2m_0 |v_x| N \quad (1)$$

Где N — число молекул, ударяющихся о стенку сосуда площадью S .

4) N прямо пропорционально концентрации молекул n , средней скорости молекул $|v_x|$ и площади стенки.

$$N \sim n |v_x| St$$

Важно учитывать, что в среднем только половина всех молекул движется к стенке. Благодаря хаотичному движению направления движения молекул по и против оси Ox равновероятны, поэтому вторая половина молекул движется в обратную сторону. Значит, число ударов молекул о стенку N за время t :

$$N = \frac{1}{2} n |v_x| St \quad (2)$$

5) Объединим (1) и (2)

$$F_x t = n m_0 v_x^2 S t$$

Сократим время и получим формулу, для силы давления молекул газа на стенку сосуда:

$$F_x = n m_0 v_x^2 S$$

Так как у всех молекул движущихся вдоль оси на самом деле проекция скорости будет разной, то в таких случаях значение скорости заменяют её средним значением.

Где v_x^2 — средний квадрат проекции скорости молекул на ось Ox. В дальнейшем будем обозначать его как \bar{v}^2

6) Учтём трёхмерность пространства. Молекулы газа движутся хаотично по трём направлениям x, y, z.

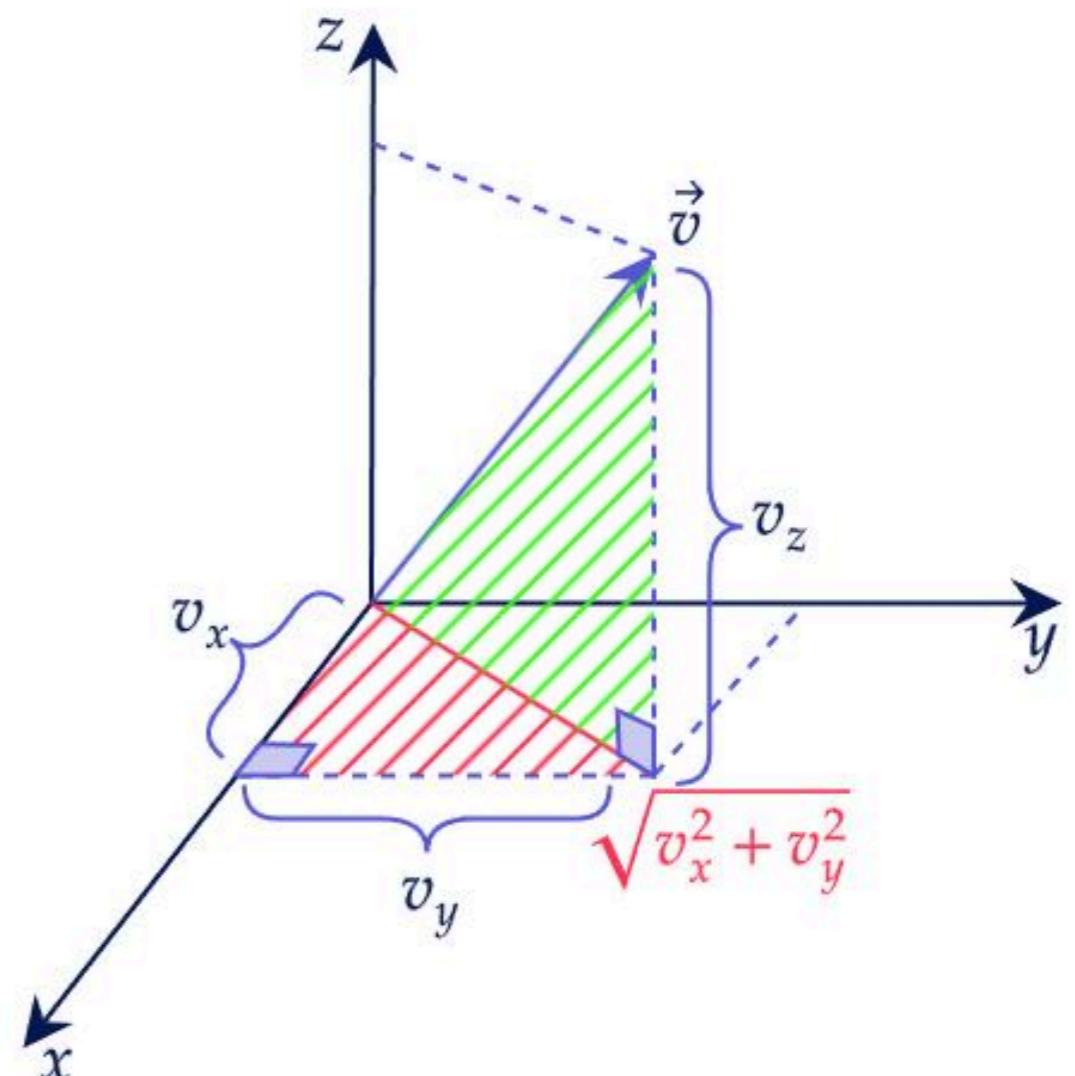
Пусть скорость молекулы направлена так, как показано на рисунке. Сделаем проекции скорости на оси.

Теорема Пифагора позволяет вычислить модуль вектора не только на плоскости, но и в трехмерном пространстве.

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$$

Тогда средний квадрат скорости:

$$\bar{v}^2 = \bar{v}_x^2 + \bar{v}_y^2 + \bar{v}_z^2$$



В силу того, что оси x, y, z равноправны, то $v_x = v_y = v_z$ получаем

$$\bar{v}_x^2 = \frac{1}{3} \bar{v}^2$$

$$F = n m_0 \frac{1}{3} \bar{v}^2 S \quad (3)$$

7) Вспомним формулу для давления: $p = \frac{F}{S}$, подставим в нее силу (3)

$$p = \frac{n m_0 \frac{1}{3} \bar{v}^2 S}{S}$$

Основное уравнение МКТ:

$$p = \frac{1}{3} m_0 n \bar{v}^2$$
!
(4)

где,

p — давление идеального газа, Па

m_0 — масса одной молекулы газа,

n — концентрация молекул газа, м⁻³

\bar{v}^2 — среднее значение квадрата скорости молекул, (м/с)²

СВЯЗЬ ДАВЛЕНИЯ С ПЛОТНОСТЬЮ ГАЗА

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Масса газа может быть выражена: $m=Nm_0$

Число частиц выразим через концентрацию: $N=nV$

$$\rho = \frac{Nm_0}{V} = \frac{nVm_0}{V}$$

То есть плотность газа: $\rho=m_0n$, тогда

m_0n — множитель в формуле (4)

$$p = \frac{1}{3} \rho \bar{v}^2$$
!

Плотность газа прямо пропорциональна его давлению.

СВЯЗЬ ДАВЛЕНИЯ С КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИЕЙ МОЛЕКУЛ

Давление газа вызвано движением молекул и их ударами о стенки сосуда. Движущаяся молекула обладает кинетической энергией:

$$E_{\text{ср. кин}} = \frac{m_0 \bar{v}^2}{2}$$

ВАЖНО!

| Формула составлена для 1 молекулы.

$m_0 v^2$ — множитель в формуле (4)

Сделаем замену:

$$p = \frac{2}{3} n E_{\text{ср. кин}}$$



ШКАЛА ТЕМПЕРАТУР ЦЕЛЬСИЙ

Из курса физики средней школы мы знаем, что температура — это физическая величина, характеризующая степень нагретости тела. Но у этого определения есть существенный недостаток — мы не можем точно определить, как сильно нагрето тело на ощупь.

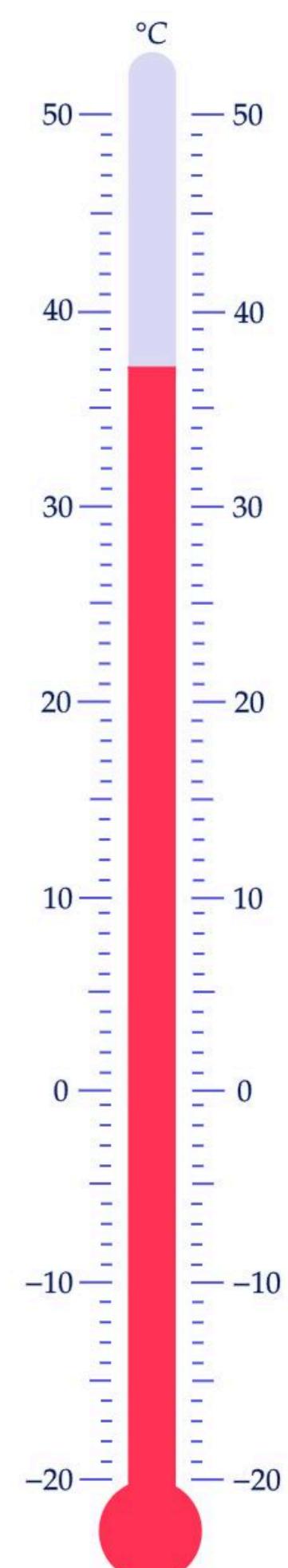
Например, в комнате металлические предметы кажутся холоднее деревянных. Из-за того, что у всех тел разная теплопроводность.

Для того чтобы сформулировать определение температуры, вспомним, что она тесно связана со скоростью движения молекул. Однако, нам известно, что движение молекул является хаотичным и непрерывным. Значит, если остановка молекул невозможна, то и температура не должна достигать значения 0.

ВАЖНО!

- | Шкала температуры, разработанная Цельсием, удобна для использования
- | оценки температуры в повседневной жизни. Но для науки такая шкала оказывается несостоятельной.

Шкала строится по двум опорным (реперным) точкам: за ноль принимается температура тающего льда, а за 100 градусов — температура кипения воды при нормальном атмосферном давлении.



ШКАЛА ТЕМПЕРАТУР КЕЛЬВИН

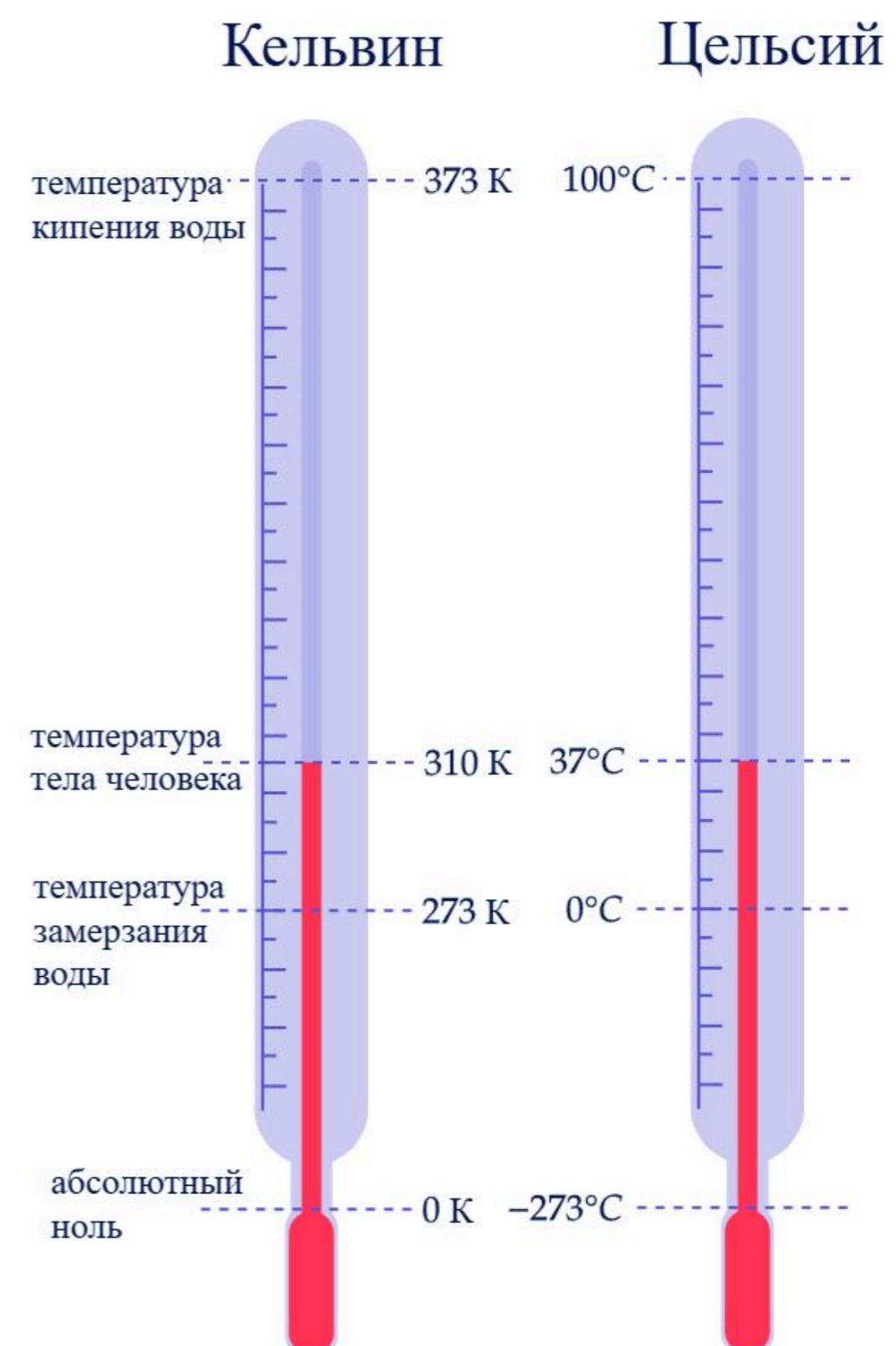
От этого недостатка свободна **абсолютная шкала температур**.

Принцип создания этой шкалы заключается в следующем: скорость и кинетическая энергия молекул может быть больше или приближена к нулю. Температура, при которой практически прекращается хаотическое поступательное движение молекул (в реальности недостижимо), называется **абсолютным нулем**. Этому значению соответствует температура **-273 °C**.

Шкала температур, на которой температура отсчитывается от абсолютного нуля, а деления равны градусам шкалы Цельсия, называется **абсолютной температурной шкалой, или шкалой Кельвина**. На такой шкале не существует отрицательных температур

- | Температуру, измеренную по шкале Кельвина, называют **абсолютной температурой T** .
- | Абсолютный ноль температуры
- | $T_0 = 0\text{K} = -273\text{ }^{\circ}\text{C}$
- | Связь шкалы Кельвина (T) и Цельсия (t) $T = t + 273$

Жидкостные термометры показывают изменение длины столба спирта или ртути в зависимости от окружающей температуры (т.е. работают на принципе теплового расширения). Если же необходимо измерить очень низкие температуры, жидкость уже не подойдёт для измерения (замёрзнет).



Что же тогда использовать как эталон?

Эталоном нагретости тела будет служить средняя кинетическая энергия поступательного теплового движения частиц газа. $E_{\text{ср. кин.}}$

Температура – это мера средней кинетической энергии частиц.

Опытным путём установлено, что при одинаковой температуре отношение давления к концентрации $\frac{p}{n}$ будет одинаковым для всех газов и зависит только от температуры, причём линейно:

$$\frac{p}{n} = kT \quad (*)$$

где

T – абсолютная температура, К

$k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана (коэффициент пропорциональности, полученный опытным путём)

p – давление идеального газа, Па

n – концентрация, м^{-3}



ДАВЛЕНИЕ ГАЗА

Таким образом получаем ещё одну формулу, по которой можно рассчитать давление газа:

$$p = nkT$$

СРЕДНЯЯ КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ МОЛЕКУЛ

Подставим (*) основное уравнение МКТ $p = \frac{2}{3} nE_{\text{ср. кин.}}$, получим:

$$E_{\text{ср. кин.}} = \frac{3}{2} kT$$

С одной стороны кинетическая энергия молекул рассчитывается по формуле:

$E_{\text{ср. кин.}} = \frac{3}{2} kT$, с другой стороны её можно посчитать и по формуле $E_{\text{ср. кин.}} = \frac{m_0 v^2}{2}$.

Приравняем правые части уравнений и выразим среднюю квадратичную скорость молекул v :

$$v = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$$