

## ГРАФИКИ РАВНОУСКОРЕННОГО ДВИЖЕНИЯ

Зависимость	График	
<p>График зависимости скорости от времени</p> <p>Тангенс угла наклона графика численно равен ускорению</p> <p>Путь численно равен площади фигуры под графиком</p>		<p>График – наклонная прямая</p> <p>№1: <math>a_x &gt; 0</math>, <math>v_{0x} = 0</math>, <math>a_{1x} = \tan \alpha</math></p> <p>№2: до нуля <math>v_{0x} &gt; 0</math>, <math>a_x &lt; 0</math>.</p> <p>После нуля: <math>v_x &lt; 0</math>, <math>a_x &lt; 0</math>, <math>a_{2x} = \tan \beta</math></p>
График зависимости пути от времени		<p>График – парабола</p> <p>Ветви всегда вверх, идёт всегда из начала координат</p>
График зависимости проекции перемещения от времени		<p>График – парабола</p> <p>Ветви параболы направлены вверх, если <math>a_x &gt; 0</math>, направлены вниз, если <math>a_x &lt; 0</math>. График всегда начинается из нуля.</p>
<p>График зависимости координаты от времени</p> <p>Тангенс угла наклона касательной к графику в данной точке численно равен мгновенной скорости</p>		<p>График – парабола</p> <p>№1: <math>a_x &lt; 0</math></p> <p>№2: <math>a_x &gt; 0</math></p> <p>В вершине параболы <math>v_x = 0</math></p>

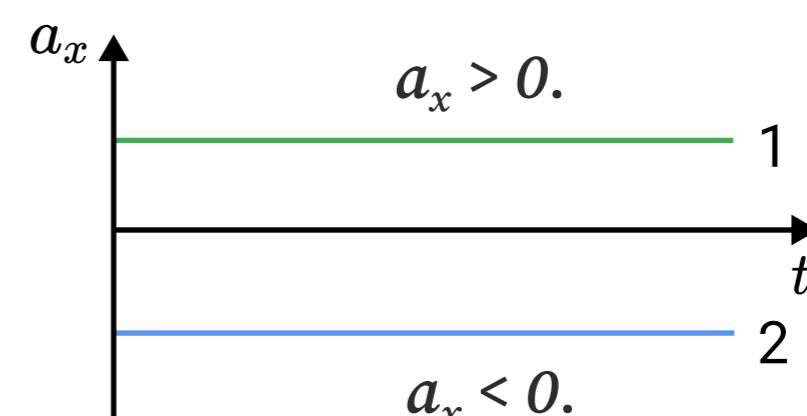
# ТЕОРИЯ № 3. ГРАФИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ

## ГРАФИК ЗАВИСИМОСТИ ПРОЕКЦИИ УСКОРЕНИЯ ОТ ВРЕМЕНИ

Так как при прямолинейном равноускоренном движении ускорение постоянно ( $\vec{a} = \text{const}$ ), то графиком ускорения является прямая, параллельная оси времени.

График 1 лежит над осью  $t$ , тело разгоняется.

График 2 лежит под осью  $t$ , тело тормозит.



## ГРАФИК ЗАВИСИМОСТИ ПРОЕКЦИИ СКОРОСТИ ОТ ВРЕМЕНИ

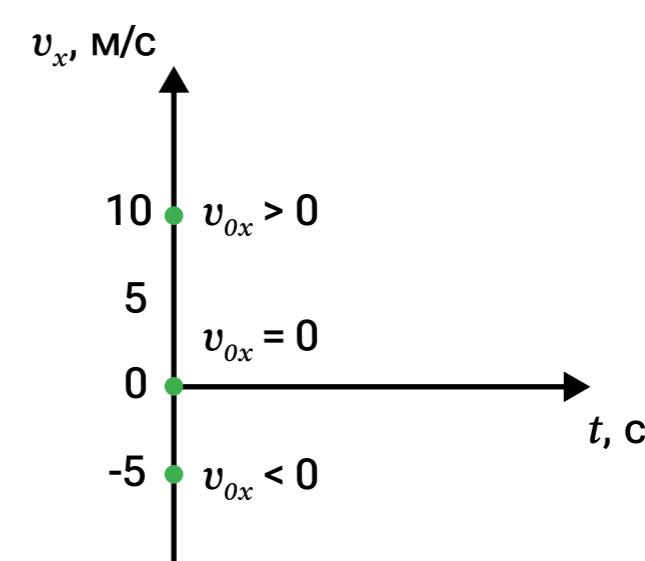
Зависимость проекции скорости от времени  $v_x = v_{0x} + a_x t$

Она представляет линейную функцию, графиком которой является прямая наклонная линия.

- Начальная скорость тела  $v_{0x}$  – начальная точка графика на вертикальной оси.

при движении без начальной скорости уравнение имеет вид:

$v_x = a_x t$ , график будет выходить из т.0

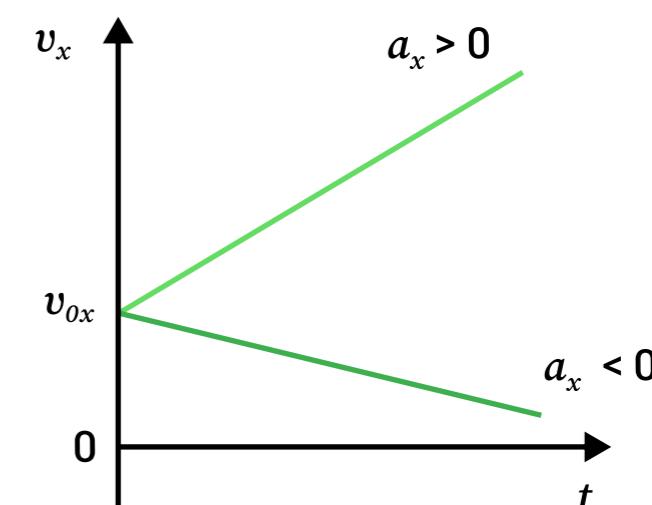


- Ускорение тела  $a_x$  – отвечает за угол наклона графика к оси времени.

если  $a_x > 0$ , то угол наклона графика положительный

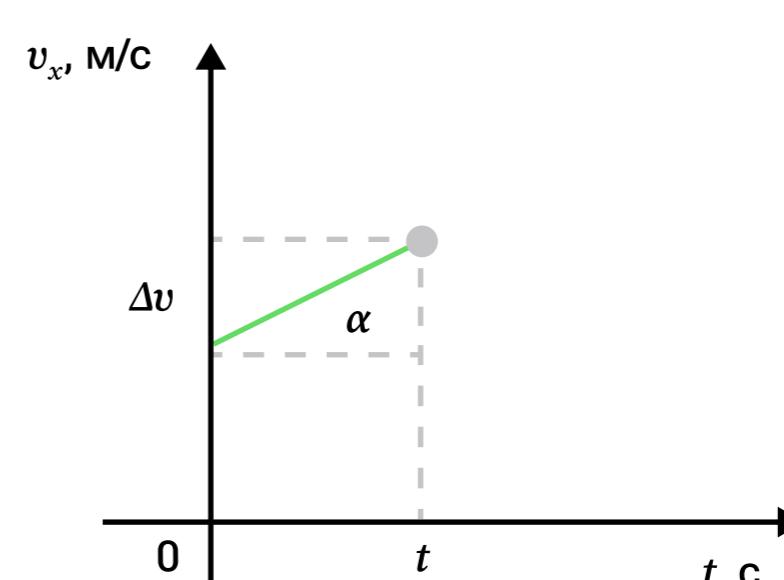
если  $a_x < 0$ , то угол наклона графика отрицательный

- Расположение графика в плоскости выше оси времени означает, что тело движется вдоль ось  $Ox$ , а расположение графика ниже оси времени означает движение против оси  $Ox$ .



- Рассмотрим изменение скорости  $\Delta v_x$  за время  $t$ . Ускорение тела есть отношение изменения скорости к промежутку времени, за которое оно произошло  $a_x = \Delta v_x / t$

На графике видно, что прямоугольном треугольнике противолежащий катет – изменение скорости  $\Delta v_x$ , изменение скорости – промежуток времени –  $t$ . Отношение противолежащего катета к прилежащему – тангенс угла. Таким образом, можем сделать вывод, что ускорение равно тангенсу угла наклона графика скорости к оси времени.



$a_x = t \operatorname{tg} \alpha$

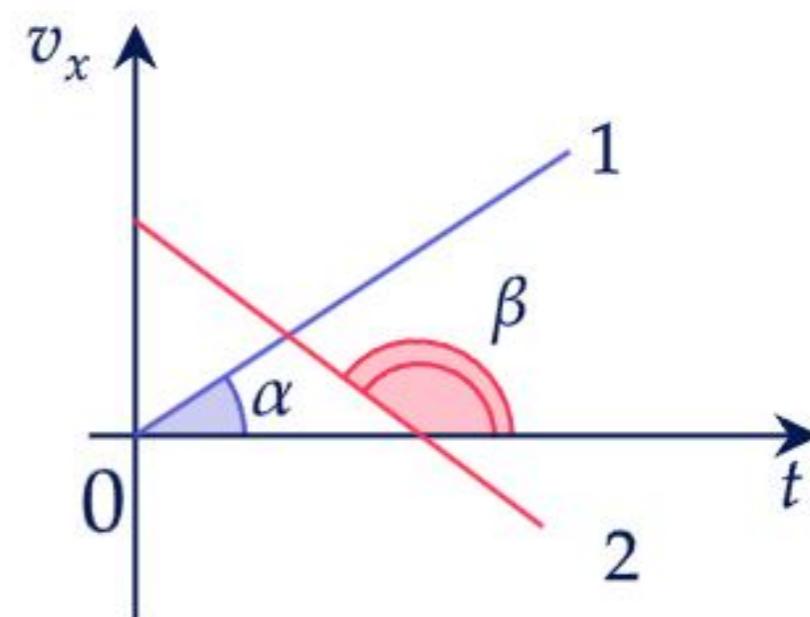
**Пример**

**График 1** устремлён вверх, тело движется равноускоренно в положительном направлении оси ОХ,  $a_x > 0$ ,  $v_{0x} = 0$ .

$$a_{1x} = \tan \alpha$$

**График 2** устремлён вниз, тело движется сначала равнозамедленно в положительном направлении оси ОХ,  $v_{0x} > 0$ ,  $a_x < 0$ . Затем, когда скорость тела становится равной нулю, меняется направление движения,  $v_x < 0$ ,  $a_x < 0$ , значит тело движется равноускоренно против оси ОХ.

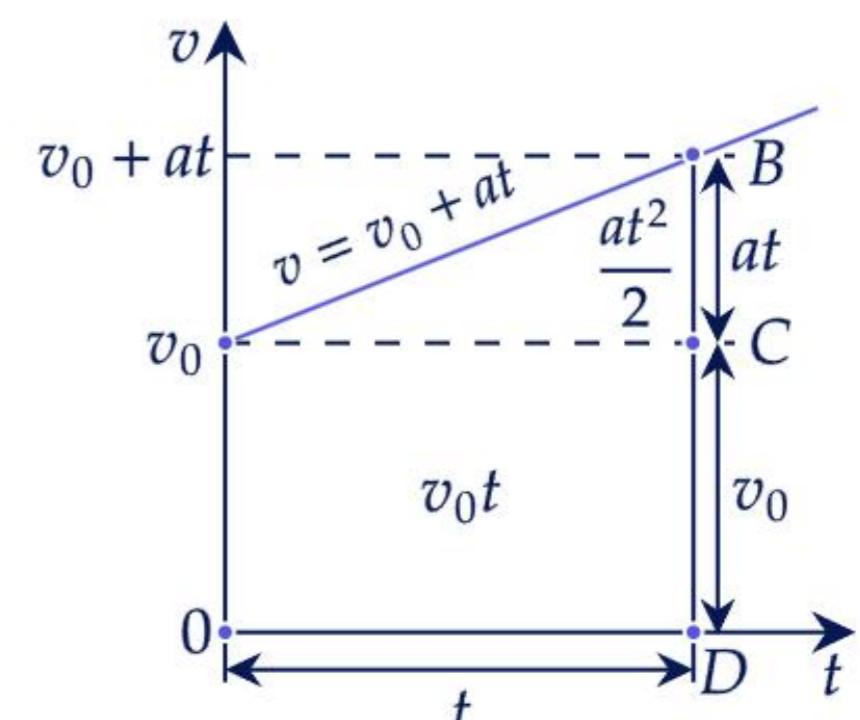
$$a_{2x} = \tan \beta$$

**ВЫВОД ФОРМУЛ ПУТИ И ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ТЕЛА**

По графику зависимости скорости от времени можно определить путь, пройденный телом за промежуток времени  $t$ . Для этого необходимо определить площадь фигуры под графиком зависимости скорости от времени.

Площадь трапеции OABD равна сумме площадей прямоугольника OACD и треугольника ABC.

$$S_{OABD} = |OA| \cdot |OD| + \frac{1}{2} \cdot |BC| \cdot |AC|$$



По графику видно, что OA — начальная скорость тела  $v_0$ , OD — промежуток времени  $t$ , BC — приращение скорости, которое можно найти как  $\Delta v = v - v_0 = at$ , AC = OD — промежуток времени  $t$ .

Путь  $s$ , пройденный за время  $t$ , определяется уравнением:

$$S = v_0 t + \frac{1}{2} a t \cdot t = v_0 t + \frac{a t^2}{2}$$

или

Выразим иначем площадь трапеции OABD. Где OA (основание трапеции) — начальная скорость тела  $v_0$ , BD (основание трапеции) — конечная скорость тела  $v$ , OD (высота трапеции) — промежуток времени  $t$  и высота трапеции

Площадь трапеции находят следующим образом: полусумму оснований умножают на высоту.

$$S = \frac{v_0 + v}{2} t$$

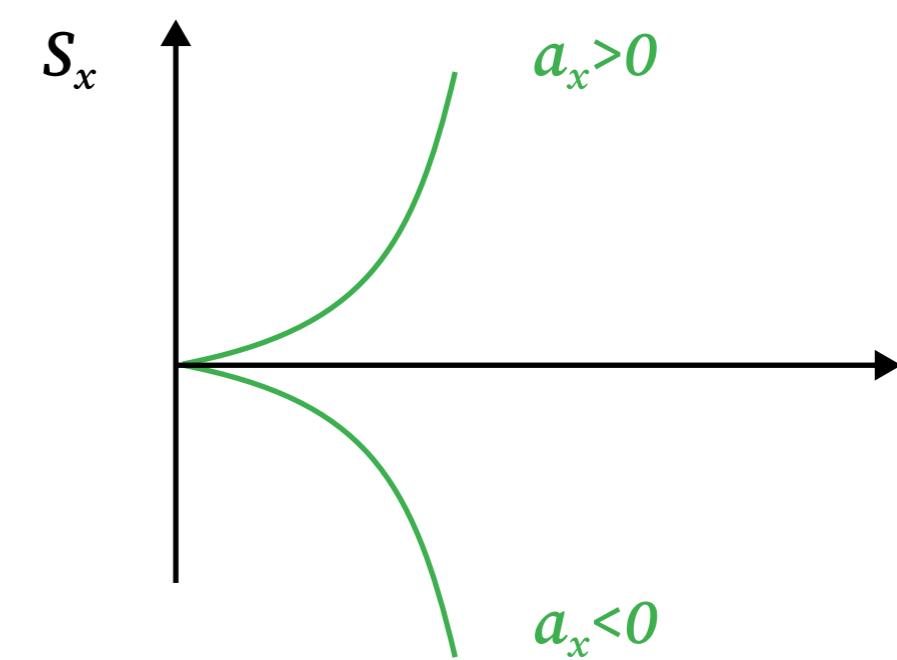
**ГРАФИКИ ЗАВИСИМОСТИ ПУТИ И ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ОТ ВРЕМЕНИ****1) Зависимость проекции перемещения от времени  $S_x(t)$** 

Перемещение — векторная величина, имеет направление, значит проекция перемещения может быть как положительной, так и отрицательной.

Формула зависимости проекции перемещения от времени:  $S_x = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$ , является квадратичной функцией — график парабола.

- Проекция начальной скорости тела  $v_{0x}$  определяет сдвиг графика относительно начала координат.

- $v_{0x} = 0$ , график начинается из начала координат.
- $v_{0x} > 0$ , то начало графика перемещения выше оси времени.
- $v_{0x} < 0$ , то начало графика перемещения ниже оси времени.



- Проекция ускорения тела  $a_x$  влияет на направление ветвей параболы.

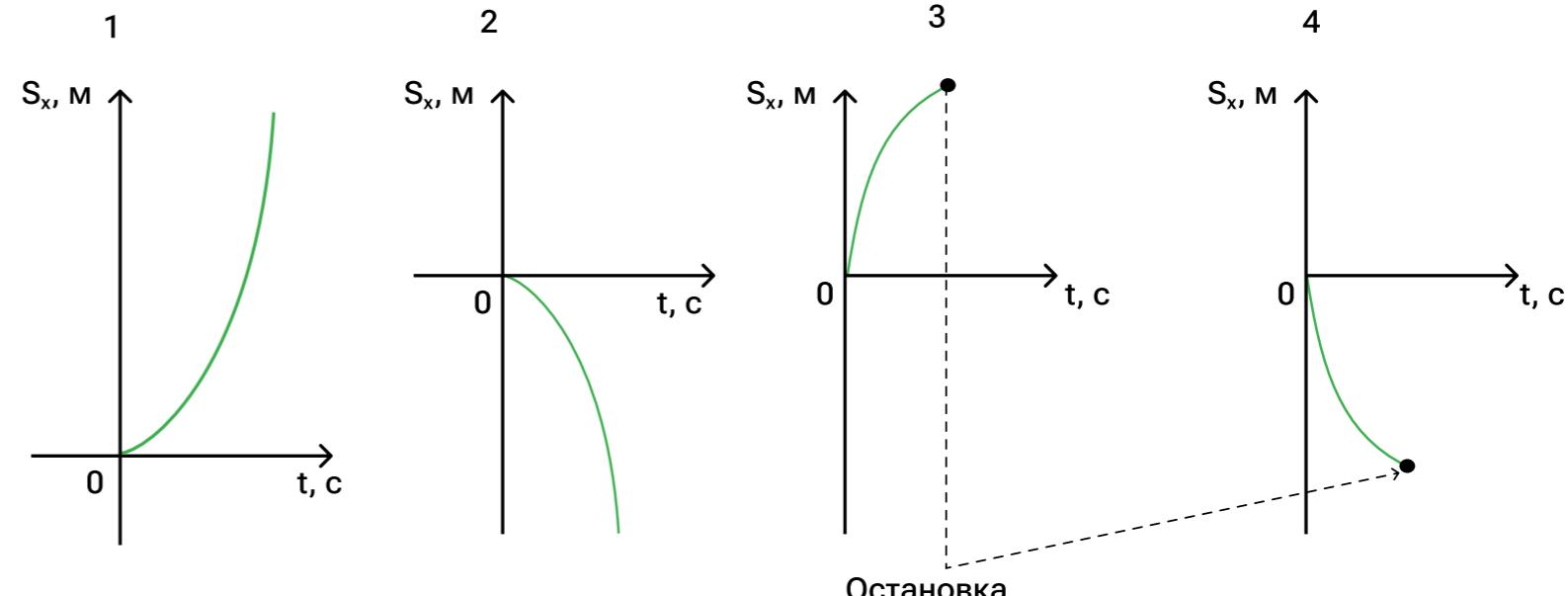
- $a_x > 0$ , ветви параболы вверх
- $a_x < 0$ , ветви параболы вниз

- Мгновенная скорость тела — касательная к графику перемещения тела. Скорость во время движения меняется, поэтому и наклон касательной вдоль параболы разный.

- Угол касательной острый — проекция скорости положительна  $v_x > 0$ .
- Угол касательной тупой — проекция скорости отрицательна  $v_x < 0$ .

### Пример

**График 1:** движение без начальной скорости  $v_{0x} = 0$ , скорость тела растет  $v \uparrow$ , ветви направлены вверх — проекция ускорения положительная  $a_x > 0$ , движение вдоль оси  $OX$ .



**График 2:** движение без начальной скорости  $v_{0x} = 0$ , скорость тела растет  $v \uparrow$ , ветви направлены вниз — проекция ускорения отрицательная  $a_x < 0$ , движение вдоль оси  $OX$ .

**График 3:** движение без начальной скорости  $v_{0x} = 0$ , скорость тела уменьшается  $v \downarrow$ , ветви направлены вниз — проекция ускорения отрицательная  $a_x < 0$ , движение вдоль оси  $OX$ . В вершине параболы тело останавливается.

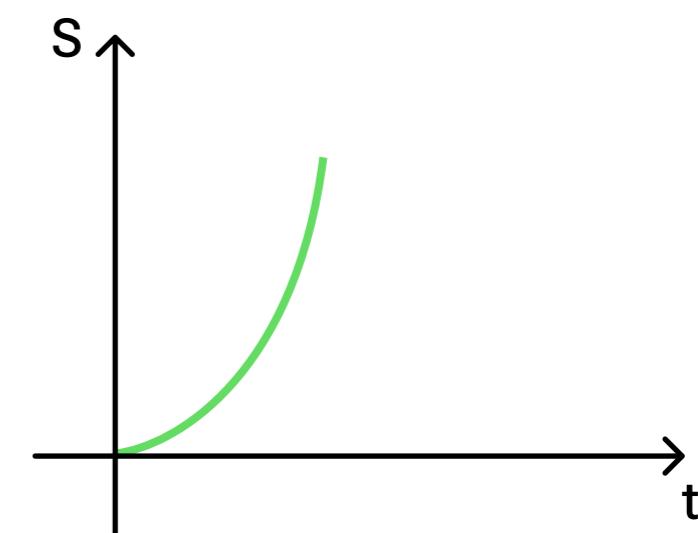
**График 4:** движение без начальной скорости  $v_{0x} = 0$ , скорость тела уменьшается  $v \downarrow$ , ветви направлены вверх — проекция ускорения положительна  $a_x > 0$ , тело движется против оси  $OX$ . В вершине параболы тело останавливается.

## 2) Зависимость пути от времени $S(t)$

Формула зависимости пути от времени:  $S = v_0 t + \frac{a t^2}{2}$ , является квадратичной функцией — график парабола.

**Путь** — это скалярная величина, которая всегда положительна, даже если тело движется в обратном направлении или тормозит.

График пути не имеет нисходящих участков — ветви параболы всегда направлены вверх, всегда начинается из точки  $(0;0)$ .



## ГРАФИК ЗАВИСИМОСТИ КООРДИНАТЫ ОТ ВРЕМЕНИ

Формула, выражающая зависимость координаты тела от времени:

$$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$$

Внешний вид графика  $x(t)$  будет также парабола, однако поскольку координата — позиция объекта в данный момент времени, то в зависимости от начального положения и дальнейшего направления движения он может начинаться не из нуля, а координата может как расти, так и уменьшаться.

- если  $x_0 = 0$ , то график начинается из начала координат
- если  $x_0 > 0$ , то график начинается из точки, расположенной выше оси времени
- если  $x_0 < 0$ , то график начинается из точки, расположенной ниже оси времени

На дальнейшее поведение графика влияют значения проекций начальной скорости и ускорения тела, которые мы рассмотрели выше при анализа графика проекции перемещения.

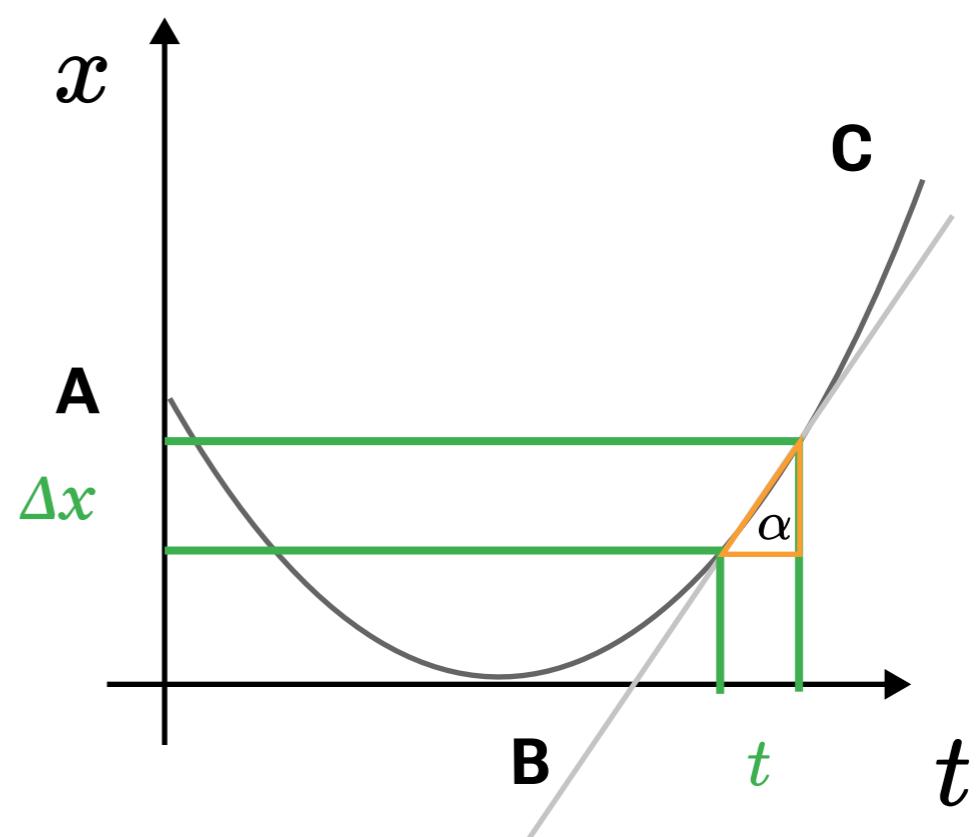
## МГНОВЕННАЯ СКОРОСТЬ ТЕЛА ПО ГРАФИКУ КООРДИНАТЫ

Анализируя график движения  $x(t)$ , можно сделать выводы о мгновенной скорости тела.

Рассмотрим малый промежуток времени на графике. На данном участке изменение координаты тела за промежуток времени — мгновенная скорость.

$$v_x = \frac{\Delta x}{t}$$

Из прямоугольного треугольника видим, что прилежащий катет к углу  $\alpha$  — промежуток времени  $t$ , а противолежащий катет — изменение координаты тела  $\Delta x$ .



Отношение противолежащего катета к прилежащему — тангенс угла наклона. Таким образом, можем сделать вывод, что **мгновенная скорость — тангенс угла наклона касательной**.

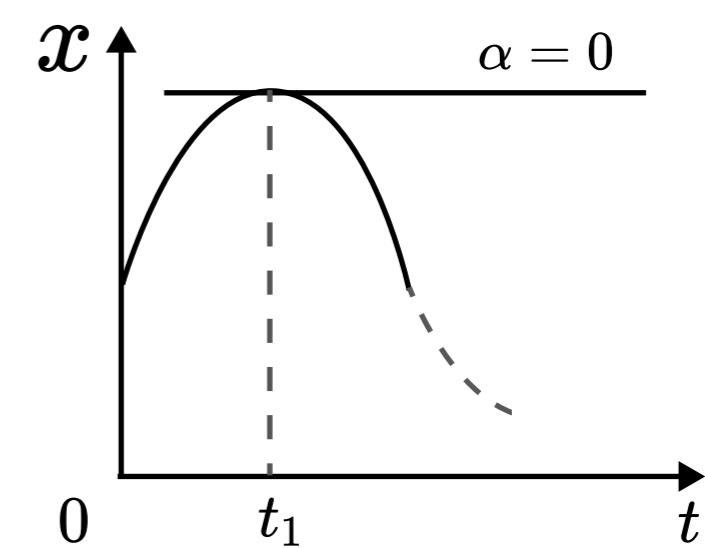
**!**

$$v_x = t g \alpha$$

В вершине параболы касательная параллельна оси времени, угол между ними составляет 0, так как  $\operatorname{tg} 0=0$ , скорость в этой точке равна нулю.

В промежутке времени  $0 - t_1$ :  $a_x < 0$

В промежутках больших чем  $t_1$ :  $a_x > 0$



### Пример

**График 1:** ускорение отрицательное  $a_x < 0$ , график будет представлять собой параболу, ветви которой направлены вниз. График выходит не из нуля, это значит, что начальная координата тела  $x_0 > 0$ . Координата сначала увеличивается, тело движется вдоль оси x. В вершине параболы тело останавливается и продолжает движение в обратном направлении.

**График 2:** ускорение положительное  $a_x > 0$ , график будет представлять собой параболу, ветви которой направлены вверх. График выходит из нуля, это значит, что начальная координата тела  $x_0 = 0$ . Координата постоянно увеличивается, тело движется вдоль оси x.

