

Fiche méthode : Nombres et intervalle

I. Différents nombres

Symbole :

- \in se lit « appartient à », \notin se lit « n'appartient pas à »
- \subset se lit « est inclus dans »
- $\not\subset$ se lit « n'est pas inclus dans »
- \mathbb{R}^* est l'ensemble \mathbb{R} privé de zéro. (et de même \mathbb{N}^* ...)
- \mathbb{R}_+ est l'ensemble des réels positifs (avec le zéro). \mathbb{R}_+^* est l'ensemble des réels strictement positifs.
- \mathbb{R}_- est l'ensemble des réels négatifs (avec le zéro).
- \mathbb{R}_-^* est l'ensemble des réels strictement négatifs.
- \emptyset signifie « ensemble vide »

Application 1 : Compléter par \in ou \notin .

$$\begin{array}{llll} 2 \dots \mathbb{N} & -3 \dots \mathbb{Z} & -3 \dots \mathbb{N} & 2,3 \dots \mathbb{D} \\ 2,3 \dots \mathbb{Z} & \pi \dots \mathbb{R}_+^* & \pi \dots \mathbb{Q} & \sqrt{2} \dots \mathbb{Q} \\ \sqrt{2} \dots \mathbb{R} & \frac{1}{2} \dots \mathbb{Q} & \frac{5}{3} \dots \mathbb{Z} & \frac{8}{4} \dots \mathbb{Z} \\ -5 \dots \mathbb{D} & \frac{1}{7} \dots \mathbb{D} & & \end{array}$$

Application 2 :

Compléter par \in ou \notin puis donner la forme décimale si elle existe, ou une valeur approchée au centième près.

- $\frac{1}{2} \dots \mathbb{D}$
- $\frac{1}{3} \dots \mathbb{D}$
- $\frac{1}{5} \dots \mathbb{D}$
- $\frac{3}{5} \dots \mathbb{D}$
- $\frac{1}{8} \dots \mathbb{D}$
- $\frac{2}{3} \dots \mathbb{D}$
- $\frac{1}{6} \dots \mathbb{D}$

Application 3 :

Mettre une croix dans chaque case correspondant aux ensembles auxquels le nombre appartient.

	\mathbb{N}	\mathbb{Z}	\mathbb{D}	\mathbb{Q}	\mathbb{R}
1,23					
$\frac{\sqrt{64}}{2}$					
0,003					
$\frac{4}{10}$					
$-2\sqrt{7}$					
$\frac{526}{7}$					

Entiers naturels :

Les **entiers naturels** sont les nombres $0, 1, 2, 3, \dots, 100, \text{etc.}$

L'ensemble des **entiers naturels** (ou **entiers positifs ou nuls**) est noté \mathbb{N} .

Exemple : 2 ; 28 ; 150 233 sont des entiers naturels.

Entiers relatifs :

Les **entiers relatifs** sont les nombres : $\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$

L'ensemble des **entiers relatifs** est donc formé des entiers naturels (positifs) et leurs opposés il est noté \mathbb{Z} .

Nombres décimaux :

Soit p un entier relatif et n un entier naturel.

Les **nombres décimaux** sont des nombres de la forme :

$$\frac{p}{10^n}$$

L'ensemble des **nombres décimaux** est noté \mathbb{D} .

Exemples :

2,28 est un nombre décimal car : $2,28 = \frac{228}{100} = \frac{228}{10^2}$

$\frac{2}{5}$ est un nombre décimal aussi car : $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$

Mais :

$\frac{1}{3} \approx 0,33333 \dots$ n'est pas un nombre décimal.

Remarque : On peut voir les nombres décimaux comme des nombres « à virgule » avec un nombre fini de chiffres après la virgule.

Nombres rationnels :

Soit p un entier relatif et q un entier naturel non nul. Les **nombres rationnels** sont des nombres de la forme $\frac{p}{q}$:

L'ensemble des **nombres rationnels** est noté \mathbb{Q} .

Exemples : $\frac{1}{3}$; $-\frac{4}{7}$; $\frac{2}{10}$ sont des nombres rationnels.

Nombres réels :

L'ensemble des abscisses des points d'une droite graduée est appelé l'ensemble des nombres réels que l'on note \mathbb{R} .

Remarque : L'ensemble des nombres réels est l'ensemble des nombres que l'on utilise.

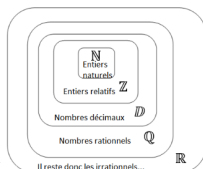
Nombres irrationnels :

Un nombre réel qui n'est pas rationnel est dit irrationnel.

Exemples : π , $\sqrt{2}$, $\sqrt{3} \dots$ ne sont pas rationnels.

Inclusion :

On a $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$



II. Intervalles

Comparaison	Représentation	Traduction	Autrement dit :	Intervalle
$a \leq x \leq b$		x est compris entre a et b	Tous les nombres sont entre a et b (que l'on prend)	$[a ; b]$
$a \leq x < b$		x est compris entre a et b (exclu)	Tous les nombres sont entre a (que l'on prend) et b (exclu)	$[a ; b[$
$a < x \leq b$		x est compris entre a (exclu) et b	Tous les nombres sont entre a (exclu) et b	$]a ; b]$
$a < x < b$		x est compris entre a (exclu) et b (exclu)	Tous les nombres sont entre a (exclu) et b (exclu)	$]a ; b[$
$x \leq b$		x est inférieur ou égal à b	Tous les nombres sont à gauche de b sur la droite.	$] - \infty ; b]$
$x < b$		x est strictement inférieur à b	Tous les nombres sont à gauche de b (exclu) sur la droite.	$] - \infty ; b[$
$x \geq a$		x est supérieur ou égal à a	Tous les nombres sont à droite de a sur la droite.	$[a ; +\infty[$
$x > a$		x est strictement supérieur à a	Tous les nombres sont à droite de a (exclu) sur la droite.	$]a ; +\infty[$

- $x \geq 0$ signifie : Tous les nombres sont positifs
- $x > 0$ signifie : Tous les nombres sont strictement positifs
- $x \leq 0$ signifie : Tous les nombres sont négatifs
- $x < 0$ signifie : Tous les nombres sont strictement négatifs

Intersection et réunion d'intervalles :

L'intersection de deux intervalles I et J est l'ensemble des réels appartenant à I et à J . On le note : $I \cap J$

La réunion de deux intervalles I et J est l'ensemble des réels appartenant à I ou à J . On le note : $I \cup J$

Méthode :

- Pour obtenir l'intersection de deux intervalles : on trace les représentations sur une droite (non graduée) des intervalles avec une couleur différente. L'intersection sera alors quand les deux couleurs se chevauchent.
- Pour obtenir la réunion de deux intervalles : on trace les représentations sur une droite (non graduée) des intervalles avec une couleur différente. La réunion sera alors quand on a au moins une couleur.

Application 4 : Compléter le tableau suivant :

I	J	$I \cup J$	$I \cap J$	Représentation :
$[-4 ; 3]$	$[1 ; 5]$			
$] - \infty ; 2[$	$[-4 ; +\infty[$			
$] - \infty ; 7[$	$[7 ; +\infty[$			
$[-3 ; +\infty[$	$] - \infty ; -3[$			

III. Valeur arrondie

Application 5 : On prend le nombre $D = 3,1415926535$

a) Donner un encadrement de D au centième

b) Donner un encadrement de D à l'unité.

c) Donner un encadrement de D à 10^{-4} .

d) Donner la valeur arrondie de D au centième.

e) Donner la valeur arrondie de D à 10^{-4} près.

Pour arrondir :

Cela consiste, pour un nombre positif, à regarder le chiffre qui suit le dernier chiffre retenu.

- si ce chiffre suivant est 0, 1, 2, 3 ou 4, on ne retient que les chiffres précédents sans les modifier.
- si ce chiffre suivant est 5, 6, 7, 8 ou 9, on retient les chiffres précédents en augmentant d'une unité le dernier chiffre.