Fiche méthode : Equations et inéquations

I. Equations

Application 1 :

$2x + 3 = 0$

$2x = 0 - 3$

$2x = -3$

$x = -\frac{3}{2}$

$S = \left\{-\frac{3}{2}\right\}$

Application 2 :

$5x + 2 = 3x - 4$
$5x - 3x = -4 - 2$
$2x = -6$
$x = \frac{-6}{2}$
$x = -3$
$S = \{3\}$

Egalité :
Soient a, b et c des nombres, $c \neq 0$.
Dans une équation …

- **On ne change pas une égalité** lorsqu'on ajoute ou on soustrait un même nombre à chacun de ses membres.

  Autrement dit :
  - Si $a = b$ alors : $a + c = b + c$
  - Si $a = b$ alors : $a - c = b - c$

- **On ne change pas une égalité** lorsqu'on multiplie ou on divise par un même nombre non nul chacun de ses membres.

  Autrement dit :
  - Si $a = b$ alors : $a \times c = b \times c$
  - Si $a = b$ alors : $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$

Vulgarisation :
Pour résoudre une équation :
On met les « x » à gauche du « $=$ » (avec les nombres s'il y a un produit (exemple $3x$)) et les nombres « sans x » à droite du « $=$ » puis on utilise les règles suivantes :

- Lorsqu'on déplace une **somme** (exemple : $+5$) de l'autre côté du « $=$ » alors on change le signe (le « $+5$ » devient « -5 »)
- Lorsqu'on déplace une **différence** (exemple : -5) de l'autre côté du « $=$ » alors on change le signe (le « -5 » devient « $+5$ »)
- Lorsqu'on déplace un **produit** (exemple : $\times 5$) de l'autre côté du « $=$ » alors il devient une division (fraction) (le « $\times 5$ » devient « $\frac{}{5}$ »)
- Lorsqu'on déplace une **division** (exemple : $\times 5$) de l'autre côté du « $=$ » alors il devient un produit (le « $\frac{}{5}$ » devient « $\times 5$ » et le « $\frac{2}{5}$ » devient « $\frac{5}{2}$ »)

Attention piège :
$2x = -6$: il y a une multiplication entre 2 et x
$x = \frac{-6}{2}$: il ne faut donc **pas changer** le signe du 2 !!!

II. Equation produit

Application 3 : Equation produit

$(3x - 2)(-x + 7) = 0$

$3x - 2 = 0$	ou	$-x + 7 = 0$
$3x = 2$	ou	$-x = -7$
$x = \frac{2}{3}$	ou	$x = 7$

$S = \left\{\frac{2}{3}\,; 7\right\}$

Equation produit :

Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un, au moins, des facteurs est nul.

III. Inéquation

Application 1 :

$3x + 6 \geq 0$

$3x \geq 0 - 6$

$3x \geq -6$

$x \geq \frac{-6}{3}$

$x \geq -2$

$S = [-2\,; +\infty[$

Application 1 :

$-4x + 8 > 6 + 2x$

$-4x - 2x > 6 - 8$

$-6x > -2$

$x < \frac{-2}{-6}$

(on change car $-6 < 0$)

$x < \frac{1}{2}$

$S =]-\infty\,; \frac{1}{3}[$

Inégalité :
Soient a, b et c sont des nombres.
Dans une inéquation …

- **On ne change pas une inégalité** lorsqu'on ajoute ou on soustrait un même nombre à chacun de ses membres.

  Autrement dit :
  - Si $a \leq b$ alors : $a + c \leq b + c$
  - Si $a \leq b$ alors : $a - c \leq b - c$

- **On ne change pas une inégalité** lorsqu'on multiplie ou on divise par un même nombre **positif** non nul chacun de ses membres. On prend $c > 0$

  Autrement dit :
  - Si $a \leq b$ alors : $a \times c \leq b \times c$
  - Si $a \leq b$ alors : $\frac{a}{c} \leq \frac{b}{c}$

- **On change une inégalité** lorsqu'on multiplie ou on divise par un même nombre **négatif** non nul chacun de ses membres. On prend $c < 0$

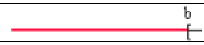
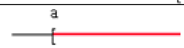
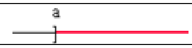
  Autrement dit :
  - Si $a \leq b$ alors : $a \times c \geq b \times c$
  - Si $a \leq b$ alors : $\frac{a}{c} \geq \frac{b}{c}$

Vulgarisation :
Pour résoudre une inéquation :
On met les « x » à gauche du « symbole » de l'inégalité (avec les nombres s'il y a un produit (exemple $3x$)) et les nombres « sans x » à droite du « symbole » de l'inégalité puis on utilise les mêmes règles que pour une équation en rajoutant une nouvelle règle :

Lorsqu'on **multiplie** ou on **divise** par un même nombre **négatif** non nul on doit changer le « symbole » de l'inégalité.
Exemple (« $<$ » devient « $>$ »)

On conclut par $S =$
Attention ici on aura très souvent un intervalle.

IV. Comparaison et intervalle pour inéquations

Comparaison	Représentation	Traduction	Intervalle
$x \leq b$		x est inférieur ou égal à b	$]-\infty\,; b]$
$x < b$		x est strictement inférieur à b	$]-\infty\,; b[$
$x \geq a$		x est supérieur ou égal à a	$[a\,; +\infty[$
$x > a$		x est strictement supérieur à a	$]a\,; +\infty[$