Fiche méthode : Nombres et intervalle

I. Différents nombres

Symbole :
- $\in$ se lit « appartient à »,
  $\notin$ se lit « n'appartient pas à »
- $\subset$ se lit « est inclus dans »
- $\not\subset$ se lit « n'est pas inclus dans »
- $\mathbb{R}^*$ est l'ensemble $\mathbb{R}$ privé de zéro.
  (et de même $\mathbb{N}^*$…)
- $\mathbb{R}_+$ est l'ensemble des réels positifs (avec le zéro).
  $\mathbb{R}_+^*$ est l'ensemble des réels strictement positifs.
- $\mathbb{R}_-$ est l'ensemble des réels négatifs (avec le zéro).
- $\mathbb{R}_-^*$ est l'ensemble des réels strictement négatifs.
- $\emptyset$ signifie « ensemble vide »

Application 1 : Compléter par $\in$ ou $\notin$.

$2 \in \mathbb{N}$	$-3 \in \mathbb{Z}$	$-3 \notin \mathbb{N}$	$2{,}3 \in \mathbb{D}$
$2{,}3 \notin \mathbb{Z}$	$\pi \in \mathbb{R}_+^*$	$\pi \notin \mathbb{Q}$	$\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$
$\sqrt{2} \in \mathbb{R}$	$\frac{1}{2} \in \mathbb{Q}$	$\frac{5}{3} \notin \mathbb{Z}$	$\frac{8}{4} \in \mathbb{Z}$
$-5 \in \mathbb{D}$	$\frac{1}{7} \notin \mathbb{D}$		

Application 2 :
Compléter par $\in$ ou $\notin$ puis donner la forme décimale si elle existe, ou une valeur approchée au centième près.

- $\frac{1}{2} \in \mathbb{D}$ car $\frac{1}{2} = \frac{5}{10} = 0{,}5$
- $\frac{1}{3} \notin \mathbb{D}$ car avec 3 on ne peut pas obtenir une puissance de 10
- $\frac{1}{5} \in \mathbb{D}$ car $\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = 0{,}2$
- $\frac{3}{5} \in \mathbb{D}$ car $\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = 0{,}6$
- $\frac{1}{8} \in \mathbb{D}$ car $\frac{1}{8} = \frac{125}{1000} = 0{,}125$
- $\frac{2}{3} \notin \mathbb{D}$ car avec 3 on ne peut pas obtenir une puissance de 10
- $\frac{1}{6} \notin \mathbb{D}$ car avec 6 on ne peut pas obtenir une puissance de 10

Application 3 :
Mettre une croix dans chaque case correspondant aux ensembles auxquels le nombre appartient.

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{D}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
1,23			X	X	X
$\frac{\sqrt{64}}{2}$	X	X	X	X	X
0,003			X	X	X
$\frac{4}{10}$			X	X	X
$-2\sqrt{7}$					X
$\frac{526}{7}$					X

Entiers naturels :
Les **entiers naturels** sont les nombres $0, 1, 2, 3, \ldots 100, etc.$
L'ensemble des **entiers naturels** (ou **entiers positifs ou nuls**) est noté $\mathbb{N}$.

Exemple : 2 ; 28 ; 150 233 sont des entiers naturels.

Entiers relatifs :
Les **entiers relatifs** sont les nombres :
$$\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots$$
L'ensemble des **entiers relatifs** est donc formé des entiers naturels (positifs) **et** leurs opposés il est noté $\mathbb{Z}$.

Nombres décimaux :
Soit p un entier relatif et n un entier naturel.
Les **nombres décimaux** sont des nombres de la forme :
$$\frac{p}{10^n}$$
L'ensemble des **nombres décimaux** est noté $\mathbb{D}$.

Exemples :
2,28 est un nombre décimal car : $2{,}28 = \frac{228}{100} = \frac{228}{10^2}$
$\frac{2}{5}$ est un nombre décimal aussi car : $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$
Mais :
$\frac{1}{3} \approx 0{,}33333\ldots$ n'est pas un nombre décimal.

Remarque : On peut voir les nombres décimaux comme des nombres « à virgule » avec un nombre fini de chiffres après la virgule.

Nombres rationnels :
Soit p un entier relatif et q un entier naturel non nul.
Les **nombres rationnels** sont des nombres de la forme $\frac{p}{q}$:
L'ensemble des **nombres rationnels** est noté $\mathbb{Q}$.

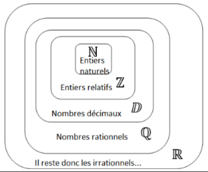
Exemples : $\frac{1}{3}$; $-\frac{4}{7}$; $\frac{2}{10}$ sont des nombres rationnels.

Nombres réels :
L'ensemble des abscisses des points d'une droite graduée est appelé l'ensemble des nombres réels que l'on note $\mathbb{R}$.

Remarque : L'ensemble des nombres réels est l'ensemble des nombres que l'on utilise.

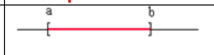
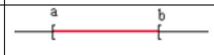
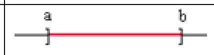
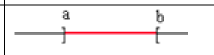
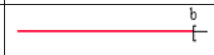
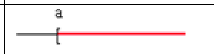
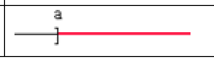
Nombres irrationnels :
Un nombre réel qui n'est pas rationnel est dit irrationnel.

Exemples : π, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ …
ne sont pas rationnels.



Inclusion :
On a $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

II. Intervalles

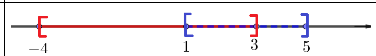
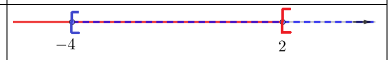
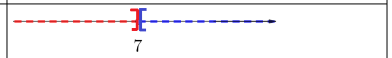
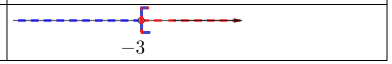
Comparaison	Représentation	Traduction	Autrement dit :	Intervalle
$a \leq x \leq b$		x est compris entre a et b	Tous les nombres sont entre a et b (que l'on prend)	$[a\,;b]$
$a \leq x < b$		x est compris entre a et b (exclu)	Tous les nombres sont entre a (que l'on prend) et b (exclu)	$[a\,;b[$
$a < x \leq b$		x est compris entre a (exclu) et b	Tous les nombres sont entre a (exclu) et b	$]a\,;b]$
$a < x < b$		x est compris entre a (exclu) et b (exclu)	Tous les nombres sont entre a (exclu) et b (exclu)	$]a\,;b[$
$x \leq b$		x est inférieur ou égal à b	Tous les nombres sont à gauche de b sur la droite.	$]-\infty\,;b]$
$x < b$		x est strictement inférieur à b	Tous les nombres sont à gauche de b (exclu) sur la droite.	$]-\infty\,;b[$
$x \geq a$		x est supérieur ou égal à a	Tous les nombres sont à droite de a sur la droite.	$[a\,;+\infty[$
$x > a$		x est strictement supérieur à a	Tous les nombres sont à droite de a (exclu) sur la droite.	$]a\,;+\infty[$

- **$x \geq 0$ signifie : Tous les nombres sont positifs**
- **$x > 0$ signifie : Tous les nombres sont strictement positifs**
- **$x \leq 0$ signifie : Tous les nombres sont négatifs**
- **$x < 0$ signifie : Tous les nombres sont strictement négatifs**

Intersection et réunion d'intervalles :
L'intersection de deux intervalles I et J est l'ensemble des réels appartenant à I **et** à J. On le note : $I \cap J$
La réunion de deux intervalles I et J est l'ensemble des réels appartenant à I **ou** à J. On le note : $I \cup J$

Méthode :
- Pour obtenir l'intersection de deux intervalles : on trace les représentations sur une droite (non graduée) des intervalles avec une couleur différente. L'intersection sera alors quand les deux couleurs se chevauchent.
- Pour obtenir la réunion de deux intervalles : on trace les représentations sur une droite (non graduée) des intervalles avec une couleur différente. La réunion sera alors quand on a au moins une couleur.

Application 4 : Compléter le tableau suivant :

I	J	$I \cup J$	$I \cap J$	Représentation :
$[-4\,;3]$ $-4 \leq x \leq 3$	$[1\,;5]$ $1 \leq x \leq 5$	$[-4\,;5]$	$[1\,;3]$	
$]-\infty\,;2[$ $x < 2$	$[-4\,;+\infty[$ $x \geq -4$	$]-\infty;+\infty[= \mathbb{R}$	$[-4\,;2[$	
$]-\infty\,;7]$ $x \leq 2$	$[7\,;+\infty[$ $x \geq 7$	$]-\infty;+\infty[= \mathbb{R}$	$\{7\}$	
$[-3\,;+\infty[$ $x \geq -3$	$]-\infty\,;-3[$ $x < -3$	$]-\infty\,;-3\,[\cup[-3\,;+\infty\,[$	$\emptyset$	

III. Valeur arrondie

Application 5 : On prend le nombre D $= 3{,}1415926535$
a) Donner un encadrement de D au centième
$3{,}14 \leq D \leq 3{,}15$
b) Donner un encadrement de D à l'unité.
$3 \leq D \leq 4$
c) Donner un encadrement de D à 10^{-4}.
$3{,}1415 \leq D \leq 3{,}1416$
d) Donner la valeur arrondie de D au centième.
$D \approx 3{,}14$ car le $3^{ème}$ chiffre après la virgule est $1 \leq 4$
e) Donner la valeur arrondie de D à 10^{-4} près .
$D \approx 3{,}1416$ car le $5^{ème}$ chiffre après la virgule est $9 > 5$

Pour arrondir :
Cela consiste, pour un nombre positif, à regarder le chiffre qui suit le dernier chiffre retenu.
- si ce chiffre suivant est 0, 1, 2, 3 ou 4, on ne retient que les chiffres précédents sans les modifier.
- si ce chiffre suivant est 5, 6, 7, 8 ou 9, on retient les chiffres précédents en augmentant d'une unité le dernier chiffre.