

Calcul littéral

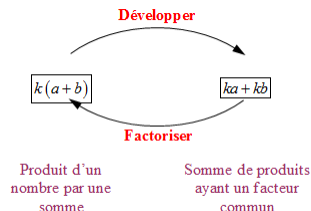
I. Développer une expression

Développer une expression algébrique signifie passer d'un produit à une somme ou une différence.

Exemples :

$$\begin{array}{l} A = 7(5 + a) \\ A = 7 \times 5 + 7 \times a \\ A = 35 + 7a \end{array} \quad \begin{array}{l} B = (3 - x)y \\ B = 3y - xy \end{array}$$

$$\begin{array}{l} C = (x - 3)(-2x + 3) \\ C = x \times (-2x) + x \times 3 - 3(-2x) - 3 \times 3 \\ C = -2x^2 + 3x + 6x - 9 \\ C = -2x^2 + 9x - 9 \end{array}$$



Exercice 1 : Développer et réduire les expressions suivantes :

$$\begin{array}{lll} \text{a) } A = 2x(3 - x) & \text{f) } F = (x - 3)(x + 3) & \text{k) } K = (x - 3)(2x - 5) \\ \text{b) } B = (2x - 3)^2 & \text{g) } G = (2x - 3)x + 5 & \text{l) } L = (2x + 1)(x - 3)(3x - 5) \\ \text{c) } C = (2x - 3)(x + 5) & \text{h) } H = 5x(4x - 3) & \text{m) } M = (3x + 2)^2 - (3 - x)(x - 2) \\ \text{d) } D = 2x - (3x + 5) & \text{i) } I = -x(2x + 1) & \text{n) } N = (x + 1)^2 - (x - 2)(3x + 1) \\ \text{e) } E = (7 + x)^2 & \text{j) } J = (3x - 4)(2x + 5) & \end{array}$$

II. Les trois formules des identités remarquables

a et b sont des nombres relatifs,

Carré d'une somme	Carré d'une différence	Produit d'une somme de 2 nombres par leur différence
$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Exemples :

$$\begin{array}{ll} A = (x + 3)^2 & B = (x - 5)^2 \\ A = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 & B = x^2 - 2 \times x \times 5 + 5^2 \\ A = x^2 + 6x + 9 & B = x^2 - 10x + 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} C = (x - 4)(x + 4) & D = (2x + 7)^2 \\ C = x^2 - 4^2 & D = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 7 + 7^2 \\ C = x^2 - 16 & D = 4x^2 + 28x + 49 \end{array}$$

Exercice 2 : Développer et réduire :

$$\begin{array}{ll} \text{a) } A(x) = (2x + 5)^2 & \text{e) } E(x) = (x - 9)^2 \\ \text{b) } B(x) = (3x - 1)^2 & \text{f) } F(x) = (7x - 5)^2 \\ \text{c) } C(x) = (x + 3)(x - 3) & \text{g) } G(x) = (8x - 7)(8x + 7) \\ \text{d) } D(x) = (4x + 3)^2 & \end{array}$$

Exercice 3 : Développer et réduire :

$$\begin{array}{ll} \text{a) } A(x) = (2x - 3)(5x - 1) & E(x) = x(x - 3)^2 - (x + 1)(x - 1) \\ \text{b) } B(x) = (3x + 2)(x - 2)(2x - 1) & F(x) = (2x + 1)(x - 5) - (3x + 5)(3x - 5) \\ \text{c) } C(x) = (2x - 3)^2 & G(x) = (3x + 4)(x - 7) + (4x - 3)^2 \\ \text{d) } D(x) = (3x + 1)(3x - 1) - 4(x + 3)^2 & \end{array}$$

Exercice 4 : Démontrer les égalités suivantes (pour tout réel x) :

$$\begin{array}{l} 1) x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1) \\ 2) (x - 3)(x^2 + 3x - 10) = (x + 5)(x^2 - 5x + 6) \\ 3) (x - 3)(x + 2) - x^2 + x(x - 4) = (x - 6)(x + 1) \\ 4) (3x + 1)^2 - (2x - 3)^2 = 5x^2 + 18x - 8 \end{array}$$

III. Factoriser une expression

Factoriser signifie transformer une somme ou une différence en un produit.

Exemples :

$$\begin{array}{llll} A = 3a + 3b & B = 5x - 5y & C = 6u - 36 & D = (2 - 3x)(x - 4) - (x - 4)(5 + 2x) \\ A = 3(a + b) & B = 5(x - y) & C = 6 \times u - 6 \times 6 & D = (x - 4)[(2 - 3x) - (5 + 2x)] \\ & & C = 6(u - 6) & D = (x - 4)[2 - 3x - 5 - 2x] \\ & & & D = (x - 4)(-5x - 3) \end{array}$$

Exercice 5 : Factoriser :

$$\begin{array}{ll} \text{a) } A(x) = 5x^2 + 25x & \text{f) } F(x) = x^2 - 1 - (x - 1)(3x + 8) \\ \text{b) } B(x) = 3x + 9 & \text{g) } G(x) = 6x^2 + 3x(x - 4) \\ \text{c) } C(x) = (x - 4)(2x + 1) + (x - 4)(3x - 2) & \text{h) } H(x) = (3x + 2)(2x - 1) - (2x - 1)(x - 5) \\ \text{d) } D(x) = (2x + 1)(x - 4) - (2x + 1)(2x - 3) & \text{i) } I(x) = x^2(2x - 3) + x(x - 1)(x + 2) \\ \text{e) } E(x) = 2x(x + 3) - 4x^2(x + 3)(2x + 1) & \text{j) } J(x) = x^2 - 1 - (x - 1)(3x + 8) \end{array}$$

Exercice 6 : Factoriser :

$$\begin{array}{ll} \text{a) } A(x) = x^2 - 2x + 1 & \text{f) } F(x) = 16x^2 - 1 \\ \text{b) } B(x) = x^2 + 8x + 16 & \text{g) } G(x) = 4x^2 - 4x + 1 \\ \text{c) } C(x) = x^2 - 36 & \text{h) } H(x) = x^2 + 6x + 9 \\ \text{d) } D(x) = 4x^2 + 12x + 9 & \text{i) } I(x) = 9x^2 - 5 \\ \text{e) } E(x) = 25x^2 - 20x + 4 & \end{array}$$