Chapitre : Vecteur (2) - Colinéarité

I. Vecteurs colinéaires

Définition 1 : Soit $\vec{u}$ un vecteur non nul, et k un réel strictement positif.

1) Le vecteur $k\vec{u}$ est tel que :
   - $k\vec{u}$ et $\vec{u}$ ont : ______________________________
   - $k\vec{u}$ et $\vec{u}$ ont : ______________________________
   - $\|k\vec{u}\| =$

2) Le vecteur $-k\vec{u}$ est tel que :
   - $-k\vec{u}$ et $\vec{u}$ ont : ______________________________
   - $-k\vec{u}$ et $\vec{u}$ ont : ______________________________
   - $\|-k\vec{u}\| =$

Propriétés 1 :
- $k(\vec{u}+\vec{v}) =$
- $(k+k')\vec{u} =$
- $k(k'\vec{u}) =$
- $k\vec{u} = \vec{0}$ si et seulement si

Définition 2 : Soient $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ un point dans un repère et k un réel.

Le **vecteur $k\vec{u}$** est le vecteur de coordonnées $\begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$ dans le même repère.

Exercice 1 : Multiplication d'un vecteur par un réel et coordonnées

Le plan est muni d'un repère $(O;\ \vec{\imath}, \vec{\jmath}\ )$.

Calculer les coordonnées du vecteur $k\vec{u}$ dans les cas suivants :

a. $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\4\end{pmatrix}$ et $k=-3$

b. $\vec{u}\begin{pmatrix}-\frac{2}{3}\\ \frac{1}{3}\end{pmatrix}$ et $k=\frac{3}{4}$

c. $\vec{u}\begin{pmatrix}\sqrt{2}\\ \sqrt{5}\end{pmatrix}$ et $k=\sqrt{3}$

Définition 3 : Deux vecteurs non nuls sont _________________lorsqu'ils ont _________________________.

Définition 4 : Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont ____________________s'il existe un réel k tel que :

Remarque : Le vecteur nul est colinéaire à tout vecteur.

Définition 5 : Soient $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ deux vecteurs.

Le **déterminant** de $\vec{u}$ et $\vec{v}$, noté $det\ (\vec{u}\ ;\ \vec{v}\ )$, est défini par : $det\ (\vec{u}\ ;\ \vec{v}\ ) =$

Propriété 2 :

Soient $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ deux vecteurs.

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **colinéaires** si et seulement si :

Algorithme : Colinéarité vecteurs

```
def colinéarité(xu,yu,xv,yv):
    r=xu*yv-xv*yu
    if r==0 :
        print("les vecteurs sont colinéaires")
        if xu!=0:
            k=xv/xu
            print("v=",k,"u")
        else :
            if xv!=0 :
                k=xu/xv
                print("u=",k,"v")
    else:
        print("Les vecteurs ne sont pas colinéaires")
```

Application 1 : Soient les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}3{,}2\\-0{,}5\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}-1{,}6\\0{,}25\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}6{,}4\\1\end{pmatrix}$.

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont-ils colinéaires ?	$\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont-ils colinéaires ?

Exercice 2 : Vecteurs colinéaire et coordonnées

Existe-t-il un nombre réel k tel que $\vec{v} = k\vec{u}$ lorsque :

a. $\vec{u}\begin{pmatrix}-1{,}5\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}4{,}5\\-6\end{pmatrix}$?

b. $\vec{u}\begin{pmatrix}0{,}7\\1{,}2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}3{,}5\\5\end{pmatrix}$?

c. $\vec{u}\begin{pmatrix}\frac{2}{3}\\-8\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}\frac{1}{6}\\-2\end{pmatrix}$?

d. $\vec{u}\begin{pmatrix}\sqrt{8}\\-10\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}\sqrt{2}\\-5\end{pmatrix}$?

Exercice 3 : Vecteurs colinéaire et coordonnées

Les vecteurs suivants sont-ils colinéaires ? Si oui déterminer le nombre k tel que $\vec{u} = k\vec{v}$

a. $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\0\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-9\\9\end{pmatrix}$?

b. $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\-6\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}1{,}8\\5{,}4\end{pmatrix}$?

c. $\vec{u}\begin{pmatrix}\frac{1}{4}\\ \frac{5}{3}\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-3\\-20\end{pmatrix}$?

d. $\vec{u}\begin{pmatrix}0{,}01\\0{,}001\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}10^{-3}\\10^{-4}\end{pmatrix}$?

Définition 6 (rappel) : On se place dans un repère $(O\ ;\ \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ du plan.

- M a pour coordonnées $(\ x\ ;\ y\ )$ dans le repère $(O\ ;\ \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ signifie que : $\overrightarrow{OM} =$
- $\vec{u}$ a pour coordonnées $\binom{x}{y}$ dans le repère $(O\ ;\ \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ signifie que : $\vec{u} =$

Application 2 : Dans le plan muni d'un repère $(O\ ;\ \vec{\imath}, \vec{\jmath})$:

- Si $\overrightarrow{OA} = 2\vec{\imath} - 4\vec{\jmath}$ alors les coordonnées de A sont A (… ; …).
- Dire que $\vec{u} = -\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$ signifie que les coordonnées de $\vec{u}$ sont $\vec{u}\left(\quad\right)$
- Si les coordonnées de B sont $B(-2\ ;5)$, alors on a la relation vectorielle suivante : ……………………
- Si on sait que $\vec{u}\binom{0}{7}$ on peut écrire que ……………………….

Exercice 4 : Combinaisons linéaires et coordonnées de vecteurs

Le plan est muni d'un repère orthonormée $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.
Déterminer les coordonnées des points A, B, C et D.

1. $\overrightarrow{OA} = -2\,\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$
2. $\overrightarrow{OB} = -(\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}) + (-2\vec{\imath} - \vec{\jmath})$
3. $\overrightarrow{OC} = \frac{1}{4}(\vec{\imath} - \vec{\jmath}) - \frac{3}{4}(-\vec{\imath} + \vec{\jmath})$
4. $\overrightarrow{OD} = -3(5\,\vec{\imath} - 3\vec{\jmath})$

Exercice 5: Combinaisons linéaires et coordonnées de vecteurs

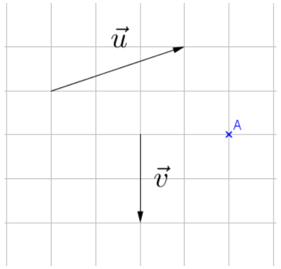
Le plan est muni d'un repère orthonormée $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.
Soit les vecteurs $\vec{u} = -2\,\vec{\imath} + \vec{\jmath}$ et $\vec{v} = 3\,\vec{\imath} + 4\vec{\jmath}$
Déterminer les coordonnées du vecteur $\vec{w}$ dans les cas suivants :

1. $\vec{w} = \vec{u} - \vec{v}$
2. $\vec{w} = 3(-\vec{u} + \vec{v})$
3. $\vec{w} = -5(\vec{u} - \vec{v}) + 3(-\vec{u} - 2\vec{v})$

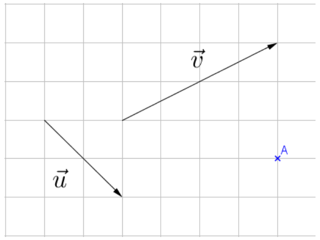
Exercice 6 : Combinaisons linéaires et construction de vecteurs

Construire les points B et C

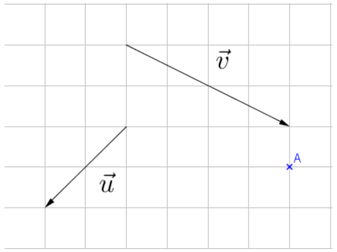
$\overrightarrow{AB} = 2\vec{u} + 4\vec{v}$ et $\overrightarrow{AC} = -3\vec{v} - 2\vec{u}$



$\overrightarrow{AB} = 2\vec{u} + \frac{3}{2}\vec{v}$ et $\overrightarrow{AC} = -\frac{1}{2}\vec{v} - \frac{5}{2}\vec{u}$



$\overrightarrow{AB} = \frac{3}{2}(\vec{u} + \vec{v})$ et $\overrightarrow{AC} = -2(\vec{u} - \vec{v})$



Exercice 7 : Triangle et construction de points vérifiant une combinaison linéaire de vecteurs.

1. Tracer un triangle ABC rectangle et isocèle en B tel que $AB = 3$ cm
2. Construire les points D et E vérifiant :
   a. $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BA} + 3\overrightarrow{BC}$
   b. $\overrightarrow{AE} = -\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AB}$

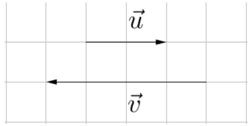
Exercice 8 : Rectangle et construction de points vérifiant une combinaison linéaire de vecteurs.

1. Tracer un rectangle $ABCD$ de centre O tel que $AB = 2$ cm et $AD = 4$ cm
2. Construire les points E et F vérifiant :
   a. $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{OC}$
   b. $\overrightarrow{BF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{OC} + \frac{3}{4}\overrightarrow{DB}$

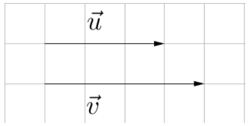
Exercice 9 : Multiplication d'un vecteur par un réel et construction

Pour chacune des figures suivantes, trouver le réel k tel que $\vec{v} = k\vec{u}$

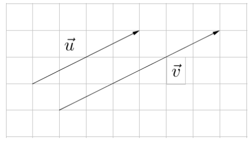
a.



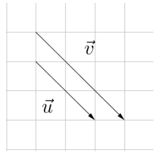
b.



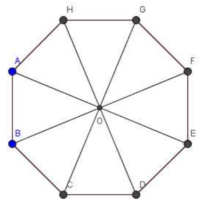
c.



d.



Exercice 10 : Octogone et vecteurs colinéaires



$ABCDEFGH$ est un octogone régulier de centre O.

Répondre par vrai ou faux et justifier

a. Les vecteurs $\overrightarrow{OH}$ et $\overrightarrow{FE}$ sont colinéaires.
b. Les vecteurs $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{BG}$ sont colinéaires.
c. Les vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{GF}$ sont colinéaires.
d. Les vecteurs $\overrightarrow{HB}$ et $\overrightarrow{DF}$ sont colinéaires.

Propriété 3 : Soit A, B, C et D quatre points distincts.

- A, B et C sont alignés si et seulement si
- $(AB) /\!/ (CD)$ si et seulement si

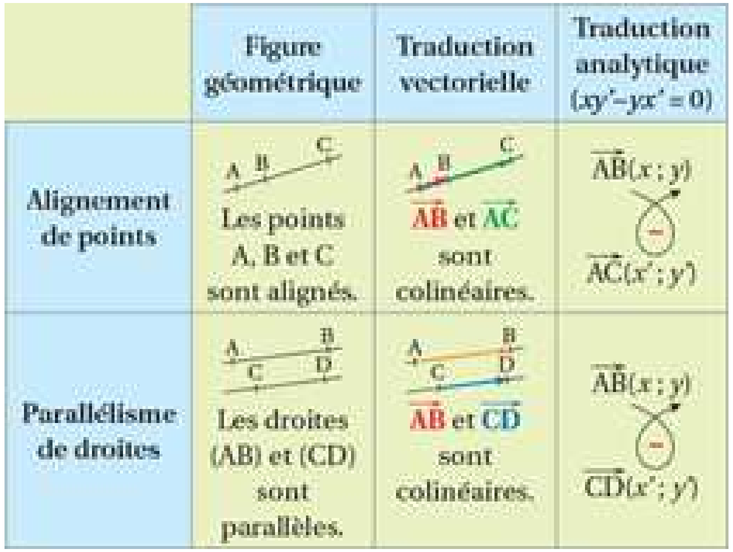


	Figure géométrique	Traduction vectorielle	Traduction analytique $(xy'-yx'=0)$
Alignement de points	A B C Les points A, B et C sont alignés.	A B C $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.	$\overrightarrow{AB}(x\ ;y)$ $\overrightarrow{AC}(x'\ ;y')$
Parallélisme de droites	A B C D Les droites (AB) et (CD) sont parallèles.	A B C D $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.	$\overrightarrow{AB}(x\ ;y)$ $\overrightarrow{CD}(x'\ ;y')$

Application 3 :

$ABCD$ est un parallélogramme. Les points E et F sont définis par $\overrightarrow{DE} = 3\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{AF} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

1. Exprimer $\overrightarrow{FD}$ en fonction de $\overrightarrow{DA}$

2. Démontrer que les points B, F et E sont alignés.

Application 4 :

Dans un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ on donne les points suivants :

$A\ (-1\ ;\ -2)$; $B\ (2\ ;\ -1)$; $C\ (1\ ;\ 2)$ et $E\ (-3\ ;\ 4)$.

1) a) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{BC}$.

b) Démontrer que les droites (AE) et (BC) sont parallèles.

2) a) Calculer les coordonnées du milieu D de $[AE]$.

b) Démontrer que $ABCD$ est un parallélogramme.

3) a) Calculer les longueurs AB et AC.

On donne de plus $BC = \sqrt{10}$ et $BD = 2\sqrt{5}$.

b) Déterminer, en justifiant soigneusement, la nature exacte du parallélogramme $ABCD$.

Exercice 11 : Parallélisme et vecteurs colinéaires

Vérifier si les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

a. $A(-3\,;2), B(3\,;3), C(-3\,;\,-3)$ et $D(5\,;\,-1)$.
b. $A(0\,;5), B(3\,;0), C(-3\,;\,8)$ et $D(3\,;\,-2)$.
c. $A(-1\,;4), B(3\,;3), C(-3\,;\,1)$ et $D(4\,;\,-3)$.
d. $A(6\,;5), B(4\,;1), C(2\,;\,3)$ et $D(-0{,}5\,;\,-2)$.

Exercice 12 : Points alignés et vecteurs colinéaires

Vérifier si les trois points sont alignés

a. $A(-3\,;3), B(5\,;-3)$ et $C(1\,;\,0)$.
b. $E(3\,;3), F(2\,;1)$ et $G(-1\,;\,-3)$.
c. $H(-2\,;6), I(-1\,;3{,}5)$ et $J(2\,;\,-4)$.
d. $K\left(\frac{7}{5}\,;1\right), L\left(\frac{4}{5}\,;4\right)$ et $M(1\,;\,3)$.

Exercice 13 : Propriétés et vecteurs

Voici une liste de propositions

a. Le point A est le milieu de $[BC]$
b. $ABCD$ est un parallélogramme
c. D est le symétrique de B par rapport à A
d. Le point B est l'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AD}$.

Dans chaque cas, faire une figure puis trouver dans la liste ci-dessous deux conclusions possibles :

1. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$
2. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$
3. $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CB} = \vec{0}$
4. $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AD}$
5. $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AC}$
6. $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$
7. $\overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{CA}$
8. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$

Exercice 14 : Vrai ou faux ?

1. Si $2\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{BC}$ alors A, B et C sont alignés
2. Si $2\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{BC}$ alors $A \in [BC]$
3. Si $2\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{DC}$ alors A, B, C et D sont alignés
4. Si $2\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{DC}$ alors $(AB) \mathbin{/\!/} (CD)$
5. Si $2\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{DC}$ alors $ABCD$ est un trapèze
6. Si $AB = CD$ alors $ABDC$ est un parallélogramme

Exercice 15 :

Le plan est muni d'un repère $(O;\ \vec{\imath}, \vec{\jmath}\,)$.

1. Placer les points $A(2\,;1), B(5\,;3), C(3\,;\,-3)$ et $D(6\,;\,-1)$.
2. Démontrer que $ABDC$ est un parallélogramme.
3. a. Soit E le symétrique de D par rapport à B. En déduire une égalité de deux vecteurs.
   b. Utiliser cette égalité pour calculer les coordonnées du point E.
4. Démontrer que $ACBE$ est un parallélogramme.

Exercice 16 :

Le plan est muni d'un repère $(O;\ \vec{\imath}, \vec{\jmath}\,)$.

1. Placer les points $A(-3\,;-3), B(-2\,;1), C(2\,;\,2)$ et $D(1\,;\,-2)$.
2. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AD}$.
3. Que peut-on en déduire pour le quadrilatère $ABCD$?
4. Démontrer que $ABCD$ est un losange.

Exercice 17 :

Le plan est muni d'un repère $(O;\ \vec{\imath}, \vec{\jmath}\,)$.

1. Placer les points $A(-1\,;0), B(2\,;1)$ et $C(3\,;\,-2)$.
2. Soit D le point tel que $ABCD$ est un parallélogramme
   a. Calculer les coordonnées du point D. Vérifier graphiquement la réponse.
   b. Calculer les longueurs AB, AC et BC.
   c. Démontrer que l'angle $\widehat{ABC}$ est droit.
3. Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$? Justifier la réponse.

Exercice 18 : Colinéarité en géométrie repérée

Dans le repère $(O\,;\ \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on donne les points $A(-2\,;3)$, $B(4\,;7)$ et $C(3\,;2)$.

1. Démontrer que les droites (AB) et (OC) sont parallèles.
2. $M(x\,;0)$ est un point de l'axe des abscisses. Calculer x pour que les points A, B et M soient alignés.

Exercice 19 : Colinéarité en géométrie repérée

Dans le repère $(O\,;\ \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on donne les points $A(-2\,;-1)$, $B(0\,;4)$, $C(2\,;\,-3)$ et $D(6\,;-1)$.

1. $M(x\,;0)$ est un point de l'axe des abscisses. Calculer x pour que les points A, B et M soient alignés.
2. Démontrer que les droites (CM) et (BD) sont parallèles.

Exercice 20 : Colinéarité en géométrie repérée

Dans le repère $(O\,;\ \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on donne les points $A(-3\,;2)$ et $B(-1\,;7)$.

Le point $M\left(-6\,;\,-\frac{11}{2}\right)$ est-il un point de (AB) ?

Exercice 21 : Colinéarité en géométrie repérée

Dans le repère $(O\,;\ \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on donne les points $A(3\,;2)$, $B(7\,;3)$, $C(-3\,;\ y)$ et $D(1\,;-3)$.

Calculer y pour que les droites (AB) et (CD) soient parallèles.

Exercice 22 : Colinéarité en géométrie non repérée

A et B sont deux points distincts.

On se propose de construire le point M tel que :

$$\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AB}$$

1. A l'aide de la relation de Chasles, démontrer que $3\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB}$.
2. Pourquoi M est-il un point de la droite (AB) ? Le construire.

Exercice 23 : Colinéarité en géométrie non repérée

ABC est un triangle.

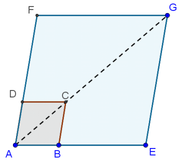
1. Construire les points I et J tels que : $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AJ} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$
2. a. Exprimer $\overrightarrow{IJ}$ en fonction de $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{AJ}$ puis en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
   b. Que peut-on en déduire sur les droites (IJ) et (BC) ?

Exercice 24 : Colinéarité en géométrie non repérée

$ABCD$ et $AEGF$ sont deux parallélogrammes tels que :

$\overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AD}$

Démontrer que les points A, C et G sont alignés.



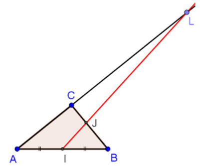
Exercice 25 : Colinéarité en géométrie non repérée

ABC est un triangle.

Le point I est le milieu du segment $[AB]$.

$\overrightarrow{BJ} = \frac{3}{5}\overrightarrow{BC}$ et

$\overrightarrow{AL} = 3\overrightarrow{AC}$



1. Exprimer $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{IL}$ en fonction de $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BA}$.
2. En déduire que les points I, J et L sont alignés.

Exercice 26 : Y'a-t-il équivalence ?

Le plan est muni d'un repère $(O;\ \vec{\imath}, \vec{\jmath}\,)$.

	P	Q
1	$AB = DC$	$ABCD$ est un parallélogramme
2	C est l'image de D par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$	$ABCD$ est un parallélogramme
3	$\overrightarrow{AB} = -2\,\overrightarrow{AC}$	A, B et C sont alignés
4	$\overrightarrow{AB} = -2\,\overrightarrow{AC}$	$AB = 2AC$
5	Il existe un réel k tel que $\overrightarrow{AB} = k\,\overrightarrow{CD}$	$(AB) \mathbin{/\!/} (CD)$
6	$AI = IB$	I est le milieu du segment $[AB]$
7	$\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}$	$2\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\6\end{pmatrix}$
8	$\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\4\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$	$\vec{u}+\vec{v}\begin{pmatrix}-1\\7\end{pmatrix}$
9	$A(-3\,;0)$ et $B(7\,;3)$	$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}10\\3\end{pmatrix}$

Compléter le tableau suivant en indiquant si les phrases mathématiques sont justes ou fausses.

Numéro	$P \Rightarrow Q$	$Q \Rightarrow P$	$P \Leftrightarrow Q$
1			
…			

II. Vecteur directeur d'une droite

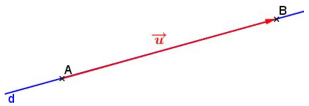
Définition 7 : Soit d une droite et A, B deux points distincts.

On appelle ______________________________ **de d** tout vecteur non nul $\overrightarrow{AB}$ tel que les points A et B ______________________________ à la droite d.

Autrement dit :

Un vecteur est appelé **vecteur directeur d'une droite** lorsqu'il est ______________________________ à tout vecteur $\overrightarrow{AB}$ avec A et B appartenant à la droite.

Propriété 4 : Un vecteur $\vec{u}$ est un vecteur directeur d'une droite d s'il existe deux points distincts A et B distincts appartenant à d tels



Remarque : une droite possède une infinité de vecteurs directeurs.

Propriété 5 : Deux vecteurs directeurs d'une même droite sont ______________________.

Exemple : dessiner une droite et plein de vecteurs directeurs…

Application 5 : Dans un repère $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$, on considère les points $A(5\,;-6)$ et $B(2\,;-1)$.

1. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

2. Parmi les vecteurs suivants lesquels sont des vecteurs directeurs de la droite (AB) ?

   a. $\vec{u}\begin{pmatrix}-1{,}5\\2{,}5\end{pmatrix}$ b. $\vec{v}\begin{pmatrix}0\\8\end{pmatrix}$ c. $\vec{w}\begin{pmatrix}1\\-\frac{5}{3}\end{pmatrix}$ d. $\vec{t}\begin{pmatrix}-2\\3{,}3\end{pmatrix}$

Propriétés 6 : Soit m et k deux réels.

1. Soit d la droite d'équation $y = mx + p$, le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}\quad\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de d.
2. Soit d la droite d'équation $y = k$, le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}\quad\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de d.
   (Conséquence du 1.)
3. Soit d la droite d'équation $x = k$, le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}\quad\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de d.

Application 6 :

Donner un vecteur directeur des droites suivantes :

1. $d_1 : y = -4x + 1$
2. $d_2 : y = -4$ (droite parallèle à l'axe des abscisses)
3. $d_3 : x = 5$ (droite parallèle à l'axe des ordonnées)

Propriété 7 : Soit d une droite de vecteur directeur $\vec{u}$ et d' une droite de vecteur directeur $\vec{v}$.

1. $d \,/\!/\, d' \Leftrightarrow \vec{u}$ et $\vec{v}$ sont ______________________________.
2. $d \perp d' \Leftrightarrow \vec{u}$ et $\vec{v}$ sont ______________________________.

Propriété 8 : Soit A un point, $\vec{u}$ un vecteur non nul et d la droite passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$ et M un point du plan.

$$M \in d \Leftrightarrow$$

Application 7 :

On considère la droite d de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$ et passant par le point $A(-4;1)$.
Les points $B(1;-7)$ et $C(-1;-3;5)$ sont-ils des points de d ?

Exercice 27 : Vecteurs directeurs

Dire si le vecteur $\vec{u}$ est un vecteur directeur de la droite (AB) dans un repère $(O\,;\,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

1. $A(1\,;2), B(3\,;7)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\-5\end{pmatrix}$.
2. $A(-3\,;2), B(4\,;7)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}5\\1\end{pmatrix}$.
3. $A(-1\,;3), B(7\,;3)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$.

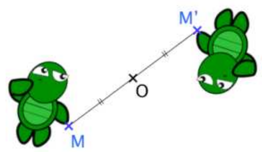
III. Symétrie et homothétie

1) Symétrie centrale

Définition 8 :

M et M' sont symétrique par rapport au point O signifie que :

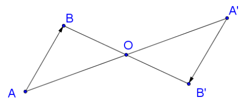
- M, O et M' sont ______________________________.
- ____.



Deux figures symétriques par symétrie centrale se superposent par un demi-tour autour du centre de symétrie.

Propriété 9 : Soient A, B, A' et B' quatre points distincts.
Si une symétrie centrale transforme A en A' et B en B' alors :

________________.



2) Homothétie

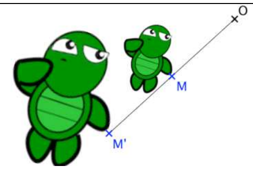
Définition 9 :

Homothétie de rapport positif :

M' est l'image de M par l'homothétie de centre O et de rapport 2 signifie que :

- O, M et M' sont ____________________________.
- M et M' sont ________________________________

  par rapport à O.
- $OM' =$

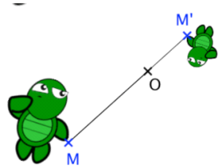


Homothétie de rapport négatif :

M' est l'image de M par l'homothétie de centre O et de rapport $-0{,}5$ signifie que :

- O, M et M' sont ____________________________.
- M et M' sont ________________________________

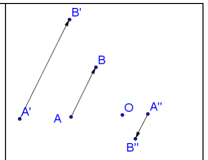
  par rapport à O.
- $OM' =$



Deux figures homothétiques sont une réduction ou un agrandissement l'une de l'autre.

Propriété 10 : Soient A, B, A' et B' quatre points distincts.
Si une homothétie de rapport λ transforme A en A' et B en B' alors
$\overrightarrow{A'B'} =$

Ici on a : $\overrightarrow{A'B'} =$ et $\overrightarrow{A''B''} =$



Application 8 :

Construire l'image du triangle ABC par l'homothétie de centre O et de rapport 2.