Fiche méthode : Développement et factorisation

I. Développement

Application 1 : Distributivité

$A = 7(5 + a)$
$A = 7 \times 5 + 7 \times a$
$A = 35 + 7a$

$B = (3 - x)y$
$B = 3y - xy$

$C = (x - 3)(-2x + 3)$
$C = x \times (-2x) + x \times 3 - 3(-2x) - 3 \times 3$
$C = -2x^2 + 3x + 6x - 9$
$C = -2x^2 + 9x - 9$

Application 2 : Parenthèses

$A = 2x + (-3 + 5x)$
$A = 2x - 3 + 5x$
$A = 7x + 3$

$B = 5 + (9x - 1)$
$B = 5 + 9x - 1$
$B = 9x + 4$

On a enlevé les parenthèses, sans rien changer aux signes à l'intérieur des parenthèses.

$C = 2x - (-3 + 5x)$
$C = 2x + 3 - 5x$
$C = -3x - 3$

$D = 5 - (9x - 1)$
$D = 5 - 9x + 1$
$D = -9x + 6$

On a enlevé les parenthèses mais on a changé les signes qui étaient à l'intérieur des parenthèses.

$E = 7x + (5 - 3x) - (2x + 6)$
$E = 7x + 5 - 3x - 2x - 6$
$E = 2x - 1$

Distributivité :

- $\boldsymbol{k(a+b) = k \times a + k \times b = ka + kb}$
- $\boldsymbol{k(a-b) = k \times a - k \times b = ka - kb}$
- $\boldsymbol{(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd}$

Développer :

Développer une expression algébrique signifie passer d'un produit à une somme (ou différence)

Parenthèses :

- $\boldsymbol{a + (b + c) = a + b + c}$ et
  $\boldsymbol{a + (b - c) = a + b - c}$
- $\boldsymbol{a - (b + c) = a - b - c}$ et
  $\boldsymbol{a - (b - c) = a - b + c}$

Attention :
Dans les calculs, il faut bien vérifier le signe devant les parenthèses :
Il peut s'agir d'une somme, et on enlèvera les parenthèses.
Il peut s'agir d'une différence, et on changera tous les signes qui étaient à l'intérieur de la parenthèse.
Il peut s'agir d'un produit et on développera en utilisant les formules de distributivités.

II. Identités remarquables

Application 3 : Identités remarquables

$A = (x + 3)^2$
$A = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2$
$A = x^2 + 6x + 9$

$C = (x - 5)^2$
$C = x^2 - 2 \times x \times 5 + 5^2$
$C = x^2 - 10x + 25$

$E = (x - 4)(x + 4)$
$E = x^2 - 4^2$
$E = x^2 - 16$

$G = (-5 + 3x)^2$
$G = (3x - 5)^2$
$G = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 5 + 5^2$
$G = 9x^2 - 30x + 25$

$B = (2x + 7)^2$
$B = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 7 + 7^2$
$B = 4x^2 + 28x + 49$

$D = (3x - 2)^2$
$D = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 2 + 2^2$
$D = 9x^2 - 12x + 4$

$F = (1 + 5x)(1 - 5x)$
$F = 1^2 - (5x)^2$
$F = 1 - 25x^2$

$H = (-7x - 2)^2$
$H = (7x + 2)^2$
$H = (7x)^2 + 2 \times 7x \times 2 + 2^2$
$H = 49x^2 + 28x + 4$

Identités remarquables :

- Carré d'une somme :
  $\boldsymbol{(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$
- Carré d'une différence :
  $\boldsymbol{(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$
- Produit d'une somme de 2 nombres par leur différence :
  $\boldsymbol{(a + b)(a - b) = a^2 - b^2}$

Cas particuliers :

- $\boldsymbol{(-a + b)^2 = (b - a)^2}$
- $\boldsymbol{(-a - b)^2 = (a + b)^2}$

III. Factorisation

Application 4 : Factorisation

$A = 3a + 3b$
$A = 3(a + b)$

$B = 5x - 5y$
$B = 5(x - y)$

$C = 6u - 36$
$C = 6 \times u - 6 \times 6$
$C = 6(u - 6)$

$D = (2 - 3x)(x - 4) - (x - 4)(5 + 2x)$
$D = (x - 4)[(2 - 3x) - (5 + 2x)]$
$D = (x - 4)[2 - 3x - 5 - 2x]$
$D = (x - 4)(-5x - 3)$

Application 5 : Factorisation et identités remarquables

$A = x^2 + 8x + 16$
$A = x^2 + 2 \times x \times 4 + 4^2$
$A = (x + 4)^2$

$B = 9x^2 - 6x + 1$
$B = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 1 + 1^2$
$B = (3x - 1)^2$

$C = 25x^2 - 16$
$C = (5x)^2 - 4^2$
$C = (5x - 4)(5x + 4)$

Factoriser :

Factoriser signifie transformer une somme ou une différence en un produit.

Les identités remarquables se lisent dans « les deux sens » :

- Carré d'une somme :
  $\boldsymbol{a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2}$
- Carré d'une différence :
  $\boldsymbol{a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2}$
- Produit d'une somme de 2 nombres par leur différence :
  $\boldsymbol{a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)}$

Méthode (vulgarisation) :

- Il faut trouver un facteur commun, on le met devant des parenthèses qu'on ouvre.
  A l'intérieur de ces parenthèses, on cherche par quelle expression doit-on multiplier le facteur commun pour retrouver l'expression de départ.

  Autrement dit : il suffit de mettre, dans les parenthèses, l'expression de départ dans laquelle on divise chaque membre par le facteur commun (en supposant qu'il soit différent de 0).

- Si on ne trouve aucun facteur commun, il faut surement utiliser une identité remarquable pour factoriser.