Chapitre : Probabilité

Dans tout ce chapitre :

- La question *Décrire l'évènement A* se traduit par $A = \{ \quad ; \dots ; \quad \}$
- La question *Définir par une phrase l'évènement A* se traduit par$A$: « ………………… »
- On pourra, pour gagner du temps, écrire dans les exercices l'abus de langage $\boldsymbol{P(1)}$ à la place de :
  - définir un événement A : « obtenir le nombre 1 »
  - écrire $P(A)$.

I. Loi de probabilité sur un ensemble fini.

Application principale : On lance un dé cubique équilibré et on note le numéro de la face supérieure.

Définition 1 : On appelle expérience aléatoire toute expérience dont le résultat, appelé issue x_i, ne dépend que du_______________________________

Vocabulaire : On note $\Omega = \{x_1;\ x_2; \dots;\ x_n\}$ l'ensemble des issues de cette expérience appelé univers.

Application principale (suite) :

1. Donner les issues de cette expérience.

2. Décrire l'univers de cette expérience.

Définition 2 : Définir une loi de probabilité sur Ω, c'est associer à chaque issue un nombre p_i positif ou nul, qui vérifie ____.

Définition 3 : Dans le cas où l'on associe à chacune des n issues, de l'expérience aléatoire, la même probabilité p, on parle de loi équirépartie, ou ____________________________.

Propriété 1 : Si l'univers a n éléments, lorsqu'il y a équiprobabilité, la probabilité d'une issue est :

$$p =$$

Application principale (suite) : : Exemple de loi équirépartie :

3. Quelle est la probabilité de chaque issue ?

On a alors :

x_i						
p_i						

Exemple : Exemple de loi non équirépartie :

Une urne contient six boules indiscernables au toucher : deux boules portent le n°1, une porte le n°2, une le n°3 et deux le n°4. On tire au hasard une boule de l'urne et on note le numéro qu'elle porte.

Donner l'univers et la loi de probabilité sur cet univers.

x_i				
p_i				

Exercice 1

Préciser dans quels cas les données permettent de définir une loi de probabilité. Si oui, préciser sur quel ensemble.

1.

e_i	-2	-1	1	2
p_i	0,25	0,16	0,30	0,29

2.

e_i	f	l	e	u	r
p_i	0,18	−0,16	0,33	0,29	0,36

3.

e_i	s	e	c	o	n	d	e
p_i	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$

4.

e_i	1	2	3	4
p_i	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{28}$	$\frac{1}{28}$

Exercice 2

Compléter les lois de probabilité données

1.

Eventualités	1	2	3
Probabilités	$\frac{11}{25}$		$\frac{3}{50}$

2.

Eventualités	a	b	c	d	e
Probabilités		$\frac{1}{121}$	$\frac{3}{121}$	$\frac{9}{121}$	$\frac{27}{121}$

Exercice 3

Un dé cubique a été falsifié, on connaît les probabilités de certaines éventualités données dans le tableau suivant :

Eventualités	1	2	3	4	5	6
Probabilités	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$

1. Compléter la loi de probabilité.
2. On lance un dé. Quelle est la probabilité :
   a. d'obtenir un nombre impair ?
   b. d'obtenir un nombre pair ?
   c. d'obtenir un nombre inférieur ou égal à 3 ?
   d. d'obtenir un nombre supérieur ou égal à 4 ?

II. Evènements

1) Vocabulaire

Définition 4 : Soit Ω l'ensemble des issues d'une expérience aléatoire.

- Un ____ A est une partie (sous-ensemble) de l'univers Ω.
- Un ____ est un évènement constitué d'une seule issue.
- On dit qu'un évènement est ___________________________ lorsque l'issue de l'expérience aléatoire appartient à cet événement.
- Un évènement qui contient toutes les issues est l'évènement ______________________.Il est égal à Ω.
- Un évènement qui ne contient aucune issue est l'évènement ______________________. Il est noté $\emptyset$.

Application principal (suite) : On considère l'expérience aléatoire : « on lance un dé cubique équilibré et on note le numéro de la face supérieur ».

4. Soit A l'évènement « Obtenir un nombre pair », décrire A.
5. Soit B l'évènement « Obtenir un 5 », décrire B.
6. Si le résultat obtenu est 4. A est réalisé ? Et B ?
7. Soit C l'évènement « Obtenir un nombre positif », décrire C.
8. Soit D l'évènement « Obtenir 7 », décrire D.

2) Probabilité d'un évènement

Définition 5 : La probabilité d'un évènement est la ________________________________ des probabilités des évènements élémentaires qui le constituent.

Propriétés 2 : Soit A un évènement de l'univers Ω. Et p une loi de probabilité définie sur Ω d'une expérience aléatoire.

- __________ $\leq p(A) \leq$ ______________
- $p(\Omega) =$ ___________
- $p(\emptyset) =$ ___________

Application principal (suite) :

9. Soit l'évènement A « Obtenir un nombre pair ». Calculer $P(A)$.

3) Cas de l'équiprobabilité

Propriété 3 : Lorsqu'on est dans un cas d'équiprobabilité, si A est un évènement de Ω, alors :

$$p(A) =$$

Exemple : Un jeu consiste à tirer au hasard une carte d'un jeu de 52 cartes.

Soit B l'événement « la carte tirée est un as » donc $P(B) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$.

Exercice 4 : Equiprobabilité

On tire au hasard une carte d'un jeu de 32 cartes et on s'intéresse à la carte obtenue.

1. Quelles sont les issues de cette expérience ? En déduire l'univers de cette expérience
2. Pourquoi est-on en situation d'équiprobabilité ?
3. Citer un évènement élémentaire, un évènement impossible et un évènement quelconque.
4. Quelle est la probabilité d'obtenir la dame de cœur ?
5. Quelle est la probabilité d'obtenir un cœur ?
6. Quelle est la probabilité d'obtenir une dame ?

Exercice 5 : Cas non équiprobable

On joue avec un dé truqué à 6 faces.

On lance une fois ce dé. On sait que :

- la probabilité d'obtenir 1, 2, 3, 4 ou 5 est la même.
- la probabilité d'obtenir un 6 est égale à $\frac{1}{2}$

1. Soit l'évènement A : « obtenir un nombre inférieur ou égal à 5 ». Calculer $p(A)$.
2. Soit l'évènement B : « obtenir 1». Déterminer $p(B)$.
3. Soit l'évènement C : « obtenir un nombre pair ». Déterminer $p(C)$.
   En déduire la probabilité d'obtenir un nombre impair.

Exercice 6 : Situation d'équiprobabilité

Une urne contient des balles indiscernables au toucher : quatre balles bleues numérotées : 1,2,3,4, deux vertes numérotées : 1,2 et deux rouges numérotées : 2,3.
On tire au hasard une balle dans l'urne.

1. On définit les événements B : « la balle tirée est bleue », V : « la balle tirée est verte » et R : « la balle tirée est rouge ».
   Calculer la probabilité de B,de V et de R.
2. On définit les événements U : « le numéro tiré est 1 », D : « le numéro tiré est 2 » et T : « le numéro tiré est 3 ».
   Calculer la probabilité de U,de D et de T.

Exercice 8 : Situation de non équiprobabilité

Gil et Lou jouent au dé :

- Si un nombre inférieur ou égal à 3 sort, Gil marque 1 point.
- Si un nombre supérieur ou égal à 4 sort, Lou marque 1 point.

Après plusieurs parties, c'est Gil qui a obtenu le maximum de points.

Mais Lou s'aperçoit que le dé est truqué : la face 6 a été remplacée par une face 5.

Lou a-t-elle été défavorisée ?

Exercice 7 : Situation d'équiprobabilité

Dans une pisciculture, on élève deux sortes de truites pour la consommation : des blanches et des saumonées. il y a deux bassins, A et B, dans lesquels un employé doit pêcher les truites demandées par un client , mais il ne peut reconnaître le type d'une truite qu'après l'avoir attrapée .

- Dans le bassin A il y a 60 truites blanches et 100 truites saumonées.
- Dans le bassin B il y a 80 truites blanches et 160 truites saumonées.

Un client préfère les truites blanches, il en voudrait une.

Dans quel bassin l'employé doit-il pêcher pour avoir le plus de chances d'avoir une truite blanche du premier coup ? Justifier.

Exercice 9 : Situation de non équiprobabilité

Ben et Chris jouent au dé :

- Si le nombre est impair, Chris marque 1 point.
- Si le nombre est pair, Ben marque 1 point.

Après plusieurs parties, c'est Chris qui a obtenu le maximum de points.

Mais Ben s'aperçoit que le dé est truqué : la face 6 a été remplacée par une face 5.

Ben a-t-il été défavorisé ?

III. Réunion et intersection

Définition 6 : Soient Ω l'univers associé à une expérience aléatoire et A et B deux évènements de Ω.

- ____ de A et B, notée ______________ est l'évènement dont les issues réalisent A ou B.
- ____ de A et B, notée ______________ est l'évènement dont les issues réalisent A et B.
- On dit que A et B sont ___________________ou ________________ , si________________.

A et B n'ont pas d'éléments en commun (ils ne peuvent pas être simultanément réalisés).

- Le ____de A dans Ω, noté _____________ est l'évènement de Ω qui contient tous les éléments de Ω qui ne sont pas dans A.

Propriétés 4 : Soient Ω l'univers associé à une expérience aléatoire et A et B deux évènements de Ω.

- $p(A \cup B) =$________________________
- Si $A \cap B = \emptyset$ alors $p(A \cup B) =$__________________________
- $p(\bar{A}) =$__________________________________

Application principal (suite) :

E : « le nombre choisi est inférieur ou égal à 4»

F : « le nombre choisi est impair »

10. Décrire les enlèvements E et F. En donner les probabilités.

11. Décrire $E \cup F$ et $E \cap F$. En donner les probabilités.

12. Décrire le contraire de l'évènement F. En donner sa probabilité.

Exercice 10 : Calculer des probabilités demandées en utilisant des informations

A et B désignent deux évènements d'un univers Ω.

Calculer les probabilités demandées en utilisant les informations données.

1. $P(A) = 0{,}7$; $P(B) = 0{,}5$; $P(A \cap B) = 0{,}3$. Calculer $P(A \cup B)$ et $P(\bar{A})$.
2. $P(A) = 0{,}635$; $P(B) = 0{,}781$; $P(A \cap B) = 0{,}453$. Calculer $P(A \cup B)$ et $P(\bar{A})$.
3. $P(A) = \frac{5}{14}$; $P(B) = \frac{1}{6}$; $P(A \cap B) = \frac{1}{14}$. Calculer $P(A \cup B)$ et $P(\bar{A})$.
4. $P(A) = 0{,}38$; $P(B) = 0{,}45$; $P(A \cup B) = 0{,}70$. Calculer $P(A \cap B)$ et $P(\bar{A})$.
5. $P(A) = 0{,}01$; $P(B) = 0{,}001$; $P(A \cup B) = 0{,}0105$. Calculer $P(A \cap B)$ et $P(\bar{A})$.
6. $P(A) = \frac{157}{321}$; $P(B) = \frac{164}{321}$; $P(A \cup B) = 1$. Calculer $P(A \cap B)$ et $P(\bar{A})$.

Exercice 11 : Interpréter de manière ensembliste

On lance un dé cubique régulier et on regarde le nombre qui apparaît sur la face supérieure.

On choisit une lettre au hasard dans cet ensemble.

Pour les évènements A et B donnés, répondre aux questions suivantes :

a. Déterminer $A \cap B, A \cup B$ et $\bar{A}$.

b. Recopier et compléter le tableau suivant :

	Vrai	Faux
Les évènements A et B sont incompatibles		
Les évènements A et B sont contraires		
$B \subset A$		
$A \subset B$		

1. A : « le nombre est divisible par 2 »
   B : « le nombre est divisible par 3 »
2. A : « le nombre est pair»
   B : « le nombre est impair»
3. A : « le nombre est inférieur ou égal à 4»
   B : « le nombre est strictement supérieur à 2»
4. A : « le nombre est inférieur ou égal à 4»
   B : « le nombre est pair»

Exercice 12 : Interpréter de manière ensembliste

On considère l'ensemble de lettres $E = \{x; y; l; o; g; r; a; p; h; i; q; u; e; s\}$.

On choisit une lettre au hasard dans cet ensemble.

Pour les évènements A et B indiqués.

a. Déterminer $A \cap B, A \cup B$ et $\bar{A}$.

b. Recopier et compléter le tableau suivant :

	Vrai	Faux
Les évènements A et B sont incompatibles		
Les évènements A et B sont contraires		
$B \subset A$		

1. A: « la lettre choisie est une lettre du mot pirogue »
   B : « la lettre choisie est une lettre du mot yole »
2. A : « la lettre choisie est une lettre du mot physique »
   B : « la lettre choisie est une lettre du mot maths »
3. A : « la lettre choisie est une lettre du mot phoque »
   B : « la lettre choisie est une lettre du mot loir »
4. A : « la lettre choisie est une lettre du mot plagier »
   B : « la lettre choisie est une lettre du mot agir »
5. A : « la lettre choisie est une lettre du mot oryx »
   B : « la lettre choisie est une lettre du mot plaques »

Exercice 13 : Calculer des probabilités

On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes

Partie A :

Soit les évènements C : « tirer un cœur » ; D : « tirer une dame » ; L : « tirer la dame de cœur » ; O : « tirer une dame ou un cœur » ; N : « ne tirer ni une dame ni cœur »

1. a. Calculer la probabilité des événements C, D et L.
   b. Exprimer l'événement L à l'aide de C et D.
2. a. Exprimer l'événement O à l'aide de C et D.
   b. En déduire le calcul de la probabilité de O.
3. Exprimer l'événement N à l'aide des évènements précédents et en déduire le calcul de sa probabilité.

Partie B :

Soit les évènements T : « tirer un trèfle » ; P : « tirer un pique » ; O : « tirer un trèfle ou un pique » ; N : « ne tirer ni un trèfle ni un pique »

1. a. Calculer la probabilité des événements T et P.
   b. Calculer la probabilité de $T \cap P$.
   Que peut-on alors dire des évènements T et P.
2. a. Exprimer l'événement O à l'aide de T et P.
   b. En déduire le calcul de la probabilité de O.
3. Exprimer l'événement N à l'aide des évènements précédents et en déduire le calcul de sa probabilité.

Exercice 14 : Calculer des probabilités

On choisit au hasard un nombre parmi l'ensemble E des nombres entiers naturels de 1 à 10.

Calculer la probabilité des évènements suivants :

1. D : « Obtenir un multiple de 2 »
2. T : « Obtenir un multiple de 3 »
3. C : « Obtenir un multiple de 5 »
4. K : « Obtenir un carré parfait »
5. N : « Obtenir un nombre qui n'a que deux diviseurs (1 et lui-même) »
6. S : « Obtenir un nombre strictement supérieur à 5 »
7. I : « Obtenir un nombre inférieur ou égal à 8 »
8. Définir l'évènement $C \cap N$ et calculer sa probabilité.
9. Définir l'événement $C \cup N$ et donner de deux façons différentes sa probabilité.
10. Définir l'évènement $K \cap S$ et calculer sa probabilité.
11. Définir l'événement $K \cup S$ et donner de deux façons différentes sa probabilité.

IV. Exemple type

Application 1 : Utiliser les propriétés du cours

On joue avec un dé truqué à 6 faces donc la loi de probabilité est donnée par le tableau ci-dessous :

Face	1	2	3	4	5	6
Probabilité	0,2	0,1	0,4	0,15		0,1

1. Déterminer $P(5)$.

2. Soit l'événement $A = \{1 ; 2 ; 3\}$. Déterminer $P(A)$.

3. Soit l'événement B : « obtenir un nombre pair ». Décrire B et déterminer $P(B)$.

4. Définir par une phrase l'événement $\overline{B}$ et calculer sa probabilité.

5. Décrire l'évènement $A \cap B$ et calculer sa probabilité.

6. En déduire la probabilité de $A \cup B$.

Application 2 : Utiliser un tableau croisé pour représenter une situation.

Dans son lecteur de musique, Bryan a 250 chansons dont 50 sont sous forme de clips.
La moitié de l'ensemble des chansons sont des chansons françaises. Les autres sont des chansons internationales. De plus, il y a 40 chansons internationales sous forme de clips.
Bryan utilise le mode aléatoire de son lecteur de musique.
Soit les événements C : « obtenir un clip », F : « obtenir une chanson française » et G: « obtenir une chanson française qui ne soit pas un clip ».

1. Représenter cette situation par un tableau croisé.

2. a) Soit l'évènement : « obtenir une chanson internationale ». Décrire cet événement.

   b) Déterminer la probabilité de cet événement à l'aide du tableau.

3. Déterminer $P(G)$ à l'aide du tableau.

4. a) Définir par une phrase l'évènement $\bar{C}$ et déterminer $P(\bar{C})$.

   b) Décrire l'événement G à l'aide de deux événements.

   c) Définir par une phrase $F \cup \bar{C}$.

   d) En déduire $P(F \cup \bar{C})$.

Exercice 15 : Tableau à double entrée

Dans un lots de 10000 clous, 400 présentent le défaut A, 500 présentent le défaut B, 200 présentent à la fois les deux défauts A et B

1. Compléter le tableau des effectifs ci-dessous :

Nombre de clous	présentant le défaut A	ne présentant pas le défaut A
présentant le défaut B		
ne présentant pas le défaut B		

2. On choisit un clous au hasard dans le lot.
   Calculer la probabilité des évènements suivants:
   a. F : « le clou présente le défaut A et B »
   b. G : « le clou présente le défaut A »
   c. H : « le clou ne présentent ni le défaut A ni le défaut B.
   d. K : « le clou ne présentent au moins un défaut »

Exercice 16 : Tableau à double entrée

Dans une classe de terminale de 25 élèves, chaque élève possède une calculatrice, et une seule, de marque C1, C2 ou C3. Deux filles et trois garçons ont une calculatrice de marque C1. 32% des élèves de la classe ont une calculatrice de marque C2. 56% des élèves de la classe sont des filles. La moitié des filles de la classe ont une calculatrice de marque C3.

1) Compléter le tableau ci-dessous :

	Calculatrice C1	Calculatrice C2	Calculatrice C3	Total
Filles				
Garçons				
Total				25

Pour la suite, les résultats seront donnés sous forme décimale au centième près.

2) On choisit au hasard un élève de la classe. Calculer la probabilité
de chacun des événements suivants.
A : « l'élève choisi est un garçon »
B : « l'élève choisi possède une calculatrice de marque C2 »
$C = A \cap B$ et $D = A \cup B$

3) On choisit maintenant au hasard une élève parmi les filles.
Quelle est la probabilité que cette élève possède une calculatrice de marque C1 ?

Exercice 17 : Tableau à double entrée

Une agence de voyage propose trois durées de séjours : un week-end, une semaine, ou deux semaines et deux types de destination : France ou Étranger.

Parmi les dossiers de l'agence, on constate que :

- 60 % de séjours ont lieu en France ;
- 20 % des séjours en France durent deux semaines ;
- pour les séjours en France, il y a deux fois plus de séjours d'un week-end que de séjours d'une semaine ;
- 75 % des séjours à l'étranger durent deux semaines ;
- il y a autant de séjours d'un week-end que de deux semaines.

1) L'agence a traité 250 dossiers. Compléter le tableau d'effectifs suivant :

	France	Etranger	Total
Le week-end			
La semaine			
Deux semaines			
Total			

2) On choisit un dossier au hasard parmi les 250 dossiers traités. Calculer la probabilité des évènements suivants (on exprimera les résultats sous forme de fractions irréductibles) :

- F : « le dossier choisi est celui d'un séjour en France » ;
- S : « le dossier choisi est celui d'un séjour de deux semaines » ;
- Sachant que le dossier choisi est celui d'un séjour de deux semaines, quelle est la probabilité qu'il soit celui d'un séjour en France ?

Application 3 : Dénombrer avec un tableau à double entrée et trouver des probabilités

On lance deux dés cubiques équilibrés.

1. Déterminer un univers équiprobable de cette expérience.
2. Le jeu consiste à faire la somme des deux nombres obtenus.
   Représenter un tableau à double entrée pour indiquer les sommes des nombres obtenus.
3. (a) Quel est la probabilité de l'évènement A : « obtenir une somme de 7 ».
   (b) En déduire la probabilité de l'évènement $\bar{A}$.

Exercice 18 : Tableau à double entrée

On lance deux dés cubiques équilibrés.

1. Déterminer un univers équiprobable de cette expérience.
2. Le jeu consiste à noter l'écart entre les deux nombres obtenus (c'est-à-dire la différence positive).
   Représenter un tableau à double entrée pour indiquer l'écart les deux nombres obtenus..
3. Quelle est la probabilité de l'évènement A : « obtenir un écart de 1 ».
4. Quelle est la probabilité de l'évènement B : « obtenir un écart de 5 ».
5. a. Quel est la probabilité de l'évènement C : « obtenir un écart strictement inférieur à 2 » ?
   b. En déduire la probabilité de l'évènement $\bar{C}$ que l'on énoncera.

Exercice 19 : Tableau à double entrée

Un jeu de dominos est composé de 28 jetons rectangulaires leur face supérieure est divisée en deux parties chaque parties porte un nombre de points compris entre 0 et 6 (inclus) , toutes les associations de deux nombres existent ainsi que les doubles. Les dominos sont retournés sur la table et on en choisit un au hasard.

Calculer la probabilité des événements suivants :

a. A : « tirer le double 6 »
b. B : « tirer un double »
c. C : « tirer un jeton comportant un 3 et un 5 »
d. D : « tirer un jeton comportant exactement un 6 »
e. E : « tirer un jeton comportant au moins un 6 »
f. F : « tirer un jeton ne comportant aucun 6 »

Application 4 : Dénombrer avec un arbre et l'utiliser pour trouver des probabilités

On lance successivement deux fois de suite un dé tétraédrique (quatre faces numérotées 1 à 4).

1) On s'intéresse aux résultats obtenus.

Ainsi, si le premier lancer donne un 3, et le second lancer un 1, le résultat sera noté (3 ; 1).

a) Déterminer les 16 résultats possibles. (On pourra s'aider d'un arbre ou d'un tableau).

b) Déterminer la probabilité des événements suivants :

A : « les deux nombres obtenus sont pairs »

B : « le premier nombre est inférieur ou égal au deuxième nombre ».

c) Définir par une phrase l'événement $A \cap B$, puis calculer $P(A \cap B)$.

d) Définir par une phrase l'événement $A \cup B$, puis calculer $P(A \cup B)$.

2) On note S la somme des nombres obtenus.

Déterminer la probabilité que S soit un nombre impair.

Application 5 : Utiliser un arbre pour représenter une situation.

Deux objets A et B sont rangés de manière aléatoire dans trois tiroirs (numérotés 1, 2 et 3).

Quelle est la probabilité de l'évènement M : «le tiroir n°2 est vide » dans les deux cas suivants :

1. On ne peut placer qu'un seul objet dans un même tiroir.
2. On peut placer les deux objets dans un même tiroir

Exercice 20 : Arbre

Pour un jeu de hasard, on place dans un sac opaque deux jetons numérotés 1 et 2, indiscernables au toucher. Lors d'une partie, un joueur pioche au hasard dans le sac un jeton, il note le numéro sorti, puis remet le jeton dans le sac.

Il pioche ensuite au hasard un second jeton, il note le numéro sorti à droite du précédent numéro, et remet le jeton dans le sac.

Il effectue une troisième fois l'opération.

Il obtient donc un nombre de trois chiffres : le premier jeton tiré indique le chiffre des centaines, le deuxième indique le chiffre des dizaines, et le troisième indique le chiffre des unités.

1) Déterminer à l'aide d'un arbre l'ensemble des résultats possibles.
Combien y a-t-il de résultats possibles ?

2) Calculer les probabilités des évènements suivants :
A : « le nombre obtenu est un multiple de 2 »
B : « le nombre obtenu est un multiple de 3 »
C : « tous les chiffres du nombre obtenu sont des 1 »

3) Décrire par une phrase en français l'évènement $A \cup B$ puis calculer sa probabilité.
4) Décrire par une phrase en français l'évènement $\overline{C}$ puis calculer sa probabilité

Exercice 21 : Arbre

On s'intéresse à l'expérience aléatoire qui consiste à choisir trois lettres au hasard.
Les deux premières sont choisies parmi les lettres A, B et C.
La troisième est choisie parmi les lettres A et B.
Un résultat possible est donc AAB.

1) Construire un arbre permettant d'obtenir tous les résultats possibles.

Les calculs de probabilité seront donnés sous la forme de fraction irréductible.

2) Calculer la probabilité des événements E, F, G et H suivants :

E : « obtenir trois lettres identiques ».

F : « obtenir au plus une lettre A ».

G : « obtenir trois lettres différentes ».

H : « obtenir au moins une lettre C ».

3) a) Définir par une phrase en français l'événement $F \cap H$, puis calculer $P(F \cap H)$.

b) Définir par une phrase en français l'événement $F \cup H$, puis calculer $P(F \cup H)$.

Exercice 22 : Arbre

Un joueur lance successivement et dans cet ordre trois pièces de monnaie :
Un résultat peut être considéré comme un triplet du type PFP , P désignant pile et F face.
Chaque pièce est parfaitement équilibrée. On est dans une situation d'équiprobabilité.

1) Déterminer à l'aide d'un arbre l'ensemble des résultats possibles.
Combien y-a-t'il de résultats possibles ?
2) Calculer les probabilités des évènements suivants :

A : « le joueur obtient trois fois pile »
B : « le joueur obtient une seule fois pile exactement »
C : « le joueur obtient au moins une fois pile »

Exercice 23 : Arbre

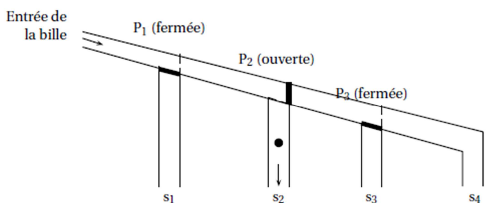
Un professeur donne à ses élèves trois questions dans une interrogation écrite et propose deux réponses par question : l'une juste et l'autre fausse.
On désigne par J une réponse juste et par F une réponse fausse.
On suppose que les élèves répondent à chaque question en indiquant soit la réponse juste, soit la réponse fausse. À chaque élève, on associe le résultat de son interrogation,
sous la forme d'un triplet constitué des réponses données aux trois questions.
Par exemple, si un élève a répondu juste à la première, faux à la deuxième et à la troisième, on lui associera le résultat JFF.
1) Déterminer à l'aide d'un arbre l'ensemble des résultats possibles.
Combien y a-t-il de résultats possibles ?
2) On considère un élève qui répond au hasard à chaque question.
Calculer la probabilité des évènements suivants (en fraction irréductible) :

a) A : « toutes les réponses sont justes ».
b) B : « le résultat contient exactement une réponse juste ».
c) C : « le résultat contient au plus une réponse fausse ».

3) Décrire l'évènement $\bar{A}$ par une phrase en français, puis calculer sa probabilité.

Exercice 24 : Arbre

Un jeu de hasard consiste à introduire une bille dans le tube d'une machine.
Cette machine possède trois portes P_1, P_2 et P_3 qui ferment ou ouvrent les accès aux quatre sorties possibles s_1, s_2, s_3 et s_4.
Un système électronique positionne aléatoirement ces trois portes puis libère la bille.



1) Énumérer, en s'aidant éventuellement d'un arbre de choix, toutes les positions simultanées possibles des trois portes et indiquer la sortie imposée à la bille pour chacune de ces configurations. On notera par exemple F-O-F-s_2 pour l'exemple dessiné ci-dessus,
ce qui signifie que :
- la porte P_1 est fermée,
- la porte P_2 est ouverte,
- la porte P_3 est fermée,
- la bille sort par la sortie s_2

2) On suppose que les événements élémentaires, trouvés à la question 1, sont équiprobables.
On note S_1 l'événement « la bille sort par s_1 »… et idem pour S_2, S_3 et S_4.
Calculer les probabilités $p(S_1)$, $p(S_2)$, $p(S_3)$ et $p(S_4)$ de chacun de ces événements.

Application 6 : Utiliser un diagramme à patate (de Venn) pour représenter une situation.

Dans une classe de 25 élèves, 15 s'intéressent à la musique, 8 au jeu d'échecs et 3 à la fois à la musique et au jeu d'échecs.
On considère : M : «L'élève s'intéresse à la musique » et E : « L'élève s'intéresse aux échecs »

1. Construire un diagramme de Venn pour décrire la situation
2. Combien d'élèves ne s'intéressent ni à la musique, ni au jeu d'échecs ?
3. On choisit un élève au hasard parmi ceux de la classe.
   a) Quelle est la probabilité qu'un élève s'intéresse uniquement à la musique?
   b) Déterminer :

$P(M)$	
$P(E)$	
$P(M \cap E)$	
$P(M \cup E)$	

Exercice 25 : Diagramme de Venn

Lors d'une étude sur l'équipement des foyers français, 130 familles ont été interrogées sur leur équipement en ordinateur portable (O), téléphone portable (T) et appareil photo numérique (A).
77 familles sont équipées d'un appareil photo numérique, 66 d'un ordinateur portable et 82 d'un téléphone portable.
49 familles ont au moins un ordinateur et un appareil photo, 45 ont au moins un ordinateur et un téléphone et 55 ont au moins un appareil photo et un téléphone. De plus, 40 familles déclarent être en possession des trois produits.

1. Construire un diagramme de Venn pour décrire la situation.
2. En vous aidant du diagramme, déterminer le nombre de familles :
   a. qui possèdent uniquement un ordinateur portable.
   b. qui possèdent uniquement un appareil photo numérique et un téléphone ;
   c. qui ne possèdent aucun de ces trois équipements.