

Chapitre 1 : Nombres (Correction)

Exercice 1 : Compléter par \in ou \notin :

a) $7 \in \mathbb{Z}$

b) $-12,4 \in \mathbb{R}$

c) $41 \in \mathbb{D}$

d) $0,145 \notin \mathbb{N}$

e) $\pi \notin \mathbb{Q}$

f) $\sqrt{16} \in \mathbb{Q}$

g) $10^{45} \in \mathbb{Z}$

h) $-78 \in \mathbb{Z}$

i) $\frac{1}{3} \notin \mathbb{D}$

j) $4,789 \in \mathbb{Q}$

k) $-\frac{3}{2} \in \mathbb{D}$

l) $7 \times 10^{-3} \notin \mathbb{N}$

m) $\frac{\pi}{2} \in \mathbb{R}$

n) $\frac{12}{3} \notin \mathbb{D}$

o) $10^{-5} \notin \mathbb{Z}$

p) $\sqrt{51} \notin \mathbb{Q}$

Exercice 2 : Mettre une croix dans chaque case correspondant aux ensembles auxquels le nombre appartient.

	\mathbb{N}	\mathbb{Z}	\mathbb{D}	\mathbb{Q}	\mathbb{R}
1,23					
$\frac{\sqrt{64}}{2}$					
0,003					
$\frac{4}{10}$					
$-2\sqrt{7}$					
$\frac{526}{7}$					

Exercice 3 :

- 1) Donner un entier relatif qui ne soit pas un entier naturel.

Exemple : -7

- 2) Donner un nombre décimal qui ne soit pas un entier relatif.

Exemple : $0,7 = \frac{7}{10}$

- 3) Donner un nombre rationnel qui ne soit pas un nombre décimal.

Exemple : $\frac{1}{7}$

- 4) Donner un nombre réel qui ne soit pas un rationnel.

Exemple : $\sqrt{7}$

Exercice 4 :

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Justifier.

- a) L'opposé d'un entier naturel est un entier naturel.

Faux. Contre-exemple : L'opposé de 7 est -7 .

- b) L'opposé d'un entier relatif est un entier négatif.

Faux. Contre-exemple : L'opposé de -7 est 7.

- c) L'inverse d'un entier non nul est un décimal.

Faux. Contre-exemple : L'inverse de 7 est $\frac{1}{7}$ qui n'est pas décimal.

- d) L'inverse d'un rationnel non nul est un rationnel.

Vrai. $\frac{p}{q} \neq 0$ avec $q \neq 0$ ainsi $p \neq 0$. Or l'inverse de $\frac{p}{q}$ est $\frac{q}{p}$ avec $p \neq 0$. (Voir définition)

- e) La racine carrée d'un entier naturel est toujours irrationnelle.

Faux. Contre-exemple : $\sqrt{4} = 2$ est un entier.

Compétence : Intervalle

Exercice 5 :

Inégalité	Intervalles	Représentation sur une droite graduée
$-1 \leq x < 3$	$[-1 ; 3[$	
$7 \leq x \leq 12$	$[7 ; 12]$	
$0 < x < 4$	$]0 ; 4[$	
$-1 < x \leq \pi$	$] - 1 ; \pi]$	
$-5 < x < 3$	$] - 5 ; 3[$	
$3,14 < x \leq \pi$	$]3,14 ; \pi]$	
$-100 \leq x < 50$	$[-100 ; 50[$	
$x \geq 4$	$[4 ; +\infty[$	
$x > -7$	$] - 7 ; +\infty[$	
$x \leq 5$	$] - \infty ; 5]$	
$x \leq -5$ ou $x > 1$	$] - \infty ; -5] \cup]1 ; +\infty[$	

Exercice 6 : Compléter par \in ou \notin

- | | | |
|---------------------------------|--|--|
| a) $2,5 \in [2 ; +\infty[$ | b) $5,1 \notin] - \infty ; 5]$ | c) $3 \notin] - \infty ; 3[$ |
| d) $\pi \in [0 ; 4]$ | e) $6,02 \in [6 ; +\infty[$ | f) $\frac{\sqrt{3}}{2} \notin [1 ; 3]$ ($\frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,87$) |
| g) $2 \in [2 ; 4]$ | h) $7,53 \in [7,5 ; 7,6[$ | i) $\sqrt{2} \in [1 ; 3]$ ($\sqrt{2} \approx 1,41$) |
| j) $-5 \notin] - \infty ; -6]$ | k) $1,2 \notin] - \infty ; 0[\cup [2 ; 5]$ | l) $\frac{1}{4} \notin [1 ; 4]$ |

Exercice 7 : Compléter le tableau suivant :

I	J	$I \cup J$	$I \cap J$
$[-4 ; 3]$	$[1 ; 5]$	$[-4 ; 5]$	$[1 ; 3]$
$] - \infty ; 2[$	$[-4 ; +\infty[$	$] - \infty ; +\infty[= \mathbb{R}$	$[-4 ; 2[$
$] - \infty ; 3]$	$] - \infty ; 5[$	$] - \infty ; 5[$	$[3 ; 5[$
$[\sqrt{6} ; +\infty[$	$[3 ; +\infty[$	$[\sqrt{6} ; +\infty[$	$[\sqrt{6} ; 3]$
$] - \infty ; 7]$	$[7 ; +\infty[$	$] - \infty ; +\infty[= \mathbb{R}$	$\{7\}$
$[-3 ; +\infty[$	$] - \infty ; -3[$	$] - \infty ; -3[\cup [-3 ; +\infty[$	\emptyset

Compétence : Encadrement et arrondi

Exercice 8 : On prend le nombre $A = 915,457\,845\,631$

a) Donner la valeur arrondie de A au dixième.

$A \approx 915,5$ (on regarde le 2^{ème} chiffre après la virgule qui est ≥ 5 , on arrondit donc « au-dessus »).

b) Donner la valeur arrondie de A à 10^{-3} près.

$A \approx 915,458$ (on regarde le 4^{ème} chiffre après la virgule qui est ≥ 5 , on arrondit donc « au-dessus »).

c) Donner la valeur arrondie de A à l'unité.

$A \approx 915$ (on regarde le 1^{er} chiffre après la virgule qui est < 5 , on arrondit donc « au-dessous »).

Exercice 9 : On prend le nombre $B = 4\,562,7814932$

a) Donner la valeur arrondie de B au millièm.

$B \approx 4562,781$ (on regarde le 4^{ème} chiffre après la virgule qui est < 5 , on arrondit donc « au-dessous »).

b) Donner la valeur arrondie de B à 10^{-2} près.

$B \approx 4562,78$ (on regarde le 3^{ème} chiffre après la virgule qui est < 5 , on arrondit donc « au-dessous »).

c) Donner la valeur arrondie de B à 10^{-1} près.

$B \approx 4562,8$ (on regarde le 2^{ème} chiffre après la virgule qui est ≥ 5 , on arrondit donc « au-dessus »).

d) Donner la valeur arrondie de B à la centaine près.

$B \approx 4600$ (dizaine ≥ 5)

Exercice 10 : On prend le nombre $C = 123,456789$

a) Donner un encadrement de C au millième.

$$123,456 \leq C \leq 123,457$$

b) Donner un encadrement de C à l'unité.

$$123 \leq C \leq 124$$

c) Donner un encadrement de C à 10^{-2} .

$$123,45 \leq C \leq 123,46$$

d) Donner la valeur arrondie au dixième.

$$C \approx 123,5$$

e) Donner la valeur arrondie à 10^{-2} près.

$$C \approx 123,46$$

Exercice 11 : On prend le nombre $D = 3,1415926535$

a) Donner un encadrement de D au centième

$$3,14 \leq D \leq 3,15$$

b) Donner un encadrement de D à l'unité.

$$3 \leq D \leq 4$$

c) Donner un encadrement de D à 10^{-4} .

$$3,1415 \leq D \leq 3,1416$$

d) Donner la valeur arrondie de D au centième.

$$D \approx 3,14$$

e) Donner la valeur arrondie de D à 10^{-4} près.

$$D \approx 3,1416$$

Compétence : Equations

Exercice 12 : Résoudre les équations suivantes :

a) $2x + 4 = 9$

$$2x = 9 - 4$$

$$2x = 5$$

$$x = \frac{5}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{5}{2} \right\}$$

b) $3x - 5 = 6$

$$3x = 6 + 5$$

$$3x = 11$$

$$x = \frac{11}{3}$$

$$S = \left\{ \frac{11}{3} \right\}$$

c) $\frac{5}{3} + 6x = 4x + 10$

$$5 + 18x = 12x + 30 \quad (\times 3)$$

$$18x - 12x = 30 - 5$$

$$6x = 25$$

$$x = \frac{25}{6}$$

$$S = \left\{ \frac{25}{6} \right\}$$

d) $3x + 7 = x + 12$

$$3x - x = 12 - 7$$

$$2x = 5$$

$$x = \frac{5}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{5}{2} \right\}$$

e) $3 - \frac{2}{5}x = \frac{3}{2} + 5x$

$$15 - 2x = \frac{15}{2} + 25x \quad (\times 2)$$

$$30 - 4x = 15 + 50x \quad (\times 2)$$

$$-4x - 50x = 15 - 30$$

$$-54x = -15$$

$$x = \frac{-15}{-54}$$

$$x = \frac{5}{18}$$

$$S = \left\{ \frac{5}{18} \right\}$$

f) $3(-2x + 1) = 5 - 2(x + 1)$

$$-6x + 3 = 5 - 2x - 2$$

$$-6x + 2x = 5 - 2 - 3$$

$$-4x = 0$$

$$x = \frac{0}{-4}$$

$$x = 0$$

$$S = \{0\}$$

g) $3(2x + 1) = 2 + 2x$

$$6x + 3 = 2 + 2x$$

$$6x - 2x = 2 - 3$$

$$4x = -1$$

$$x = -\frac{1}{4}$$

$$S = \left\{ -\frac{1}{4} \right\}$$

h) $\frac{2x+1}{3} - \frac{x}{2} = \frac{2x-3}{2}$

$$2x + 1 - \frac{3}{2}x = \frac{6x-9}{2} \quad (\times 2)$$

$$4x + 2 - 3x = 6x - 9 \quad (\times 2)$$

$$4x - 3x - 6x = -9 - 2$$

$$-5x = -11$$

$$x = \frac{-11}{-5}$$

$$x = \frac{11}{5}$$

$$S = \left\{ \frac{11}{5} \right\}$$

Remarque : On aurait pu multiplier par 6 directement dans les deux membres.

i) $\frac{-2x+3}{4} + \frac{x-5}{2} = \frac{-3x+2}{2}$

$$-2x + 3 + 2x - 10 = -6x + 4$$

$$-2x + 2x + 6x = 4 - 3 + 10$$

$$6x = 11$$

$$x = \frac{11}{6}$$

$$S = \left\{ \frac{11}{6} \right\}$$

Remarque : On a multiplié par 4 directement dans les deux membres.

$$j) (-2x + 3) \left(\frac{5}{3} - 4x \right) = 0$$

$$\begin{aligned} -2x + 3 &= 0 \text{ ou } \frac{5}{3} - 4x = 0 \\ -2x &= -3 \text{ ou } -4x = -\frac{5}{3} \\ x &= \frac{-3}{-2} \text{ ou } x = -\frac{5}{3} \times \left(-\frac{1}{4}\right) \\ x &= \frac{3}{2} \text{ ou } x = \frac{5}{12} \\ S &= \left\{ \frac{3}{2}; \frac{5}{12} \right\} \end{aligned}$$

$$m) (1 - x)(-2 - x) = 0$$

$$\begin{aligned} 1 - x &= 0 \text{ ou } -2 - x = 0 \\ x &= 1 \text{ ou } x = -2 \\ S &= \{-2; 1\} \end{aligned}$$

$$k) -2x(-x - 3) = 0$$

$$\begin{aligned} -2x &= 0 \text{ ou } -x - 3 = 0 \\ x &= \frac{0}{-2} \text{ ou } -x = 3 \\ x &= 0 \text{ ou } x = -3 \\ S &= \{-3; 0\} \end{aligned}$$

$$n) \frac{2x+3}{2} = 8$$

$$\begin{aligned} 2x + 3 &= 8 \times 2 \\ 2x &= 16 - 3 \\ x &= \frac{13}{2} \\ S &= \left\{ \frac{13}{2} \right\} \end{aligned}$$

$$l) \left(-5 + \frac{2}{3}x \right) (-4x + 1) = 0$$

$$\begin{aligned} -5 + \frac{2}{3}x &= 0 \text{ ou } -4x + 1 = 0 \\ \frac{2}{3}x &= 5 \text{ ou } -4x = -1 \\ x &= 5 \times \frac{3}{2} \text{ ou } x = \frac{-1}{-4} \\ x &= \frac{15}{2} \text{ ou } x = \frac{1}{4} \\ S &= \left\{ \frac{1}{4}; \frac{15}{2} \right\} \end{aligned}$$

$$o) \frac{x+2}{3} = \frac{1-x}{4}$$

$$\begin{aligned} 4(x+2) &= 3(1-x) \\ 4x + 8 &= 3 - 3x \\ 4x + 3x &= 3 - 8 \\ 7x &= -5 \\ x &= -\frac{5}{7} \\ S &= \left\{ -\frac{5}{7} \right\} \end{aligned}$$

Compétence : Inéquations

Exercice 13 : Résoudre les inéquations suivantes :

$$a) -6x < -3$$

$$\begin{aligned} x &> \frac{-3}{-6} \text{ car } -6 < 0 \\ x &> \frac{1}{2} \\ S &=]\frac{1}{2}; +\infty[\end{aligned}$$

$$b) 3x + 1 < 2$$

$$\begin{aligned} 3x &< 2 - 1 \\ 3x &< 1 \\ x &< \frac{1}{3} \\ S &=]-\infty; \frac{1}{3}[\end{aligned}$$

$$c) 3x + 3 < 1 - 2x$$

$$\begin{aligned} 3x + 2x &< 1 - 3 \\ 5x &< -2 \\ x &< -\frac{2}{5} \\ S &=]-\infty; -\frac{2}{5}[\end{aligned}$$

$$d) 2x > \frac{5}{2} - 3$$

$$\begin{aligned} 4x &> 5 - 6 \\ 4x &> -1 \\ x &> -\frac{1}{4} \\ S &=]-\frac{1}{4}; +\infty[\end{aligned}$$

$$e) 2x + \frac{1}{2} \geq 4 + 5x$$

$$\begin{aligned} 4x + 1 &\geq 8 + 10x \\ 4x - 10x &\geq 8 - 1 \\ -6x &\geq 7 \\ x &\leq \frac{7}{-6} \text{ (car } -6 < 0) \\ x &\leq -\frac{7}{6} \\ S &=]-\infty; -\frac{7}{6}] \end{aligned}$$

$$f) 3(-2x + 1) < 5 - 2(x + 1)$$

$$\begin{aligned} -6x + 3 &< 5 - 2x - 2 \\ -6x + 2x &< 5 - 2 - 3 \\ -4x &< 0 \\ x &> \frac{0}{-4} \text{ (car } -4 < 0) \\ x &> 0 \\ S &=]0; +\infty[\end{aligned}$$

$$g) -1 + 2x < 0$$

$$\begin{aligned} 2x &< 1 \\ x &< \frac{1}{2} \\ S &=]-\infty; \frac{1}{2}[\end{aligned}$$

$$h) 10x < 5x - 3$$

$$\begin{aligned} 10x - 5x &< -3 \\ 5x &< -3 \\ x &< -\frac{3}{5} \\ S &=]-\infty; -\frac{3}{5}[\end{aligned}$$

$$i) 35x + 14 \leq 43x - 1$$

$$\begin{aligned} 35x - 43x &\leq -1 - 14 \\ -8x &\leq -15 \\ x &\geq \frac{-15}{-8} \text{ (car } -8 < 0) \\ x &\geq \frac{15}{8} \\ S &= \left[\frac{15}{8}; +\infty[\end{aligned}$$

$$j) -3x > 0$$

$$\begin{aligned} x &< \frac{0}{-3} \text{ (car } -3 < 0) \\ x &< 0 \\ S &=]-\infty; 0[\end{aligned}$$

$$k) 3(2x - 1) > 5(x + 2)$$

$$\begin{aligned} 6x - 3 &> 5x + 10 \\ 6x - 5x &> 10 + 3 \\ x &> 13 \\ S &=]13; +\infty[\end{aligned}$$

$$l) -16x + 3 \geq -2x + 25$$

$$\begin{aligned} -16x + 2x &\geq 25 - 3 \\ -14x &\geq 22 \\ x &\leq \frac{22}{-14} \text{ (car } -14 < 0) \\ x &\leq -\frac{11}{7} \\ S &=]-\infty; -\frac{11}{7}] \end{aligned}$$

$$m) 45 + 12x \geq 154$$

$$\begin{aligned} 12x &\geq 154 - 45 \\ 12x &\geq 109 \\ x &\geq \frac{109}{12} \\ S &= \left[\frac{109}{12}; +\infty[\end{aligned}$$

$$n) -5x + 6 \leq 2x + 8$$

$$\begin{aligned} -5x - 2x &\leq 8 - 6 \\ -7x &\leq 2 \\ x &\geq -\frac{2}{7} \text{ (car } -7 < 0) \\ S &= \left[-\frac{2}{7}; +\infty[\end{aligned}$$

$$o) 2(x - 1) > 2x + 5$$

$$\begin{aligned} 2x - 2 &> 2x + 5 \\ -2 &> 5 \text{ IMPOSSIBLE} \\ S &= \emptyset \end{aligned}$$

Exercice (supplémentaire) 14 : Résoudre, en donnant l'ensemble des solutions $S = \dots$

a) $13x - 5 = 20x + 12$

$$13x - 20x = 12 + 5$$

$$-7x = 17$$

$$x = -\frac{17}{7}$$

$$S = \left\{-\frac{17}{7}\right\}$$

b) $2x - 3 < 6x + 9$

$$2x - 6x < 9 + 3$$

$$-4x < 12$$

$$x > \frac{12}{-4}$$

$$x > -3$$

$$S =]-3; +\infty[$$

c) $(3x + 1)(x - 2) = 0$

$$3x + 1 = 0 \quad \text{ou} \quad x - 2 = 0$$

$$3x = -1 \quad \text{ou} \quad x = 2$$

$$x = -\frac{1}{3} \quad \text{ou} \quad x = 2$$

$$S = \left\{-\frac{1}{3}; 2\right\}$$

d) $(x - 2) - (2x + 3) = 0$

$$x - 2 - 2x - 3 = 0$$

$$-x - 5 = 0$$

$$-x = 5$$

$$x = -5$$

$$S = \{-5\}$$

e) $3x + 5 > x - 4$

$$3x - x > -5 - 4$$

$$2x > -9$$

$$x > -\frac{9}{2}$$

$$S =]-\frac{9}{2}; +\infty[$$

f) $x(2x + 8) = 0$

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad 2x + 8 = 0$$

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad 2x = -8$$

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad x = -4$$

$$S = \{-4; 0\}$$

g) $\frac{1}{3}x + 2 = 5x - \frac{6}{5}$

$$\frac{1}{3}x - 5x = -\frac{6}{5} - 2$$

$$\frac{1}{3}x - \frac{15}{3}x = -\frac{6}{5} - \frac{10}{5}$$

$$-\frac{14}{3}x = -\frac{16}{5}$$

$$x = \left(-\frac{16}{5}\right) \times \left(-\frac{3}{14}\right)$$

$$x = \frac{24}{35}$$

$$S = \left\{\frac{24}{35}\right\}$$

h) $4x + 7 < 7x - 2$

$$4x - 7x < -2 - 7$$

$$-3x < -9$$

$$x > \frac{-9}{-3}$$

$$x > 3$$

$$S =]3; +\infty[$$

i) $\frac{3}{2}x + 2 > \frac{5}{2}x - 7$

$$\frac{3}{2}x - \frac{5}{2}x > -7 - 2$$

$$-x > -9$$

$$x < 9$$

$$S =]-\infty; 9[$$

j) $3x + 2 > 1 + 3x$

$$2 > 1$$

c'est toujours vrai, donc $S = \mathbb{R}$

k) $-5x - 12 > -10x + 3$

$$-5x + 10x > 3 + 12$$

$$5x > 15$$

$$x > 3$$

$$S =]3; +\infty[$$

$$l) \quad 2x + 3 = 2x - 1$$

$$2x - 2x = -1 - 3$$

$$0 = -4$$

impossible, $S = \emptyset$

$$m) \quad 3x - 1 < 5x - 4$$

$$3x - 5x < -4 + 1$$

$$-2x < -3$$

$$x > \frac{3}{2}$$

$$S =] \frac{3}{2}; +\infty[$$

$$n) \quad \frac{2}{3}x + 1 > \frac{5}{2}x - \frac{1}{3}$$

$$\frac{2}{3}x - \frac{5}{2}x > -\frac{1}{3} - 1$$

$$\frac{4}{6}x - \frac{15}{6}x > -\frac{1}{3} - \frac{3}{3}$$

$$-\frac{11}{6}x > -\frac{4}{3}$$

$$x < \left(-\frac{4}{3}\right) \times \left(-\frac{6}{11}\right)$$

$$x < \frac{8}{11}$$

$$S =] -\infty; \frac{8}{11}[$$

$$o) \quad 2x + 3(x - 1) = 0$$

$$2x + 3x - 3 = 0$$

$$5x - 3 = 0$$

$$5x = 3$$

$$x = \frac{3}{5}$$

$$S = \left\{\frac{3}{5}\right\}$$

$$p) \quad 2x + 3 = (x + 2) + (x + 1)$$

$$2x + 3 = x + 2 + x + 1$$

$$2x - x - x = 2 + 1 - 3$$

$0 = 0$ TOUJOURS VRAI.

$$S = \mathbb{R}$$

$$q) \quad 3x - 1 < 3x + 3$$

$-1 < 3$ TOUJOURS VRAI.

$$S = \mathbb{R}$$

$$r) \quad (x - 1)(2x + 3)(4x - 2) = 0$$

$$x - 1 = 0 \quad \text{ou} \quad 2x + 3 = 0 \quad \text{ou} \quad 4x - 2 = 0$$

$$x = 1 \quad \text{ou} \quad 2x = -3 \quad \text{ou} \quad 4x = 2$$

$$x = 1 \quad \text{ou} \quad x = -\frac{3}{2} \quad \text{ou} \quad x = \frac{1}{2}$$

$$S = \left\{-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; 1\right\}$$

$$s) \quad 3x - 5 = 12x + 4$$

$$3x - 12x = 4 + 5$$

$$-9x = 9$$

$$x = \frac{9}{-9}$$

$$x = -1$$

$$S = \{-1\}$$

$$t) \quad -4x + 2 > x + 18$$

$$-4x - x > 18 - 2$$

$$-5x > 16$$

$$x < \frac{16}{-5} \quad (\text{car } -5 < 0)$$

$$x < -\frac{16}{5}$$

$$S =] -\infty; -\frac{16}{5}[$$

Exercice 15 :

Lisa s'est inscrite auprès d'un club nautique pour louer du matériel pendant un an afin de faire des sorties en rivière. L'inscription lui a coûté 22 € et la location d'un kayak lui revient à 2,80 € par heure. Lisa a un budget de 100 € sur l'année.

Quel nombre d'heures de kayak peut-elle prévoir ?

Soit h le nombre d'heures de kayak.

$$22 + 2,8h \leq 100$$

$$2,8h \leq 78$$

$$h \leq 27,86$$

Lisa peut donc prévoir 27h.

Exercice 17 :

Dans une salle de spectacles, chaque place à un spectacle coûte 40 €.

On peut aussi acheter pour 75 € une carte d'adhérent, valable un an, qui donne droit à une réduction de 40 % sur tous les spectacles.

A partir de combien de spectacles vus dans l'année est-il plus intéressant d'acheter une carte d'adhérent ?

Soit x le nombre de spectacles vus.

Une réduction de 40% revient à multiplier par

$$1 - \frac{40}{100} = 1 - 0,4 = 0,6.$$

Ainsi un spectacle coutera $0,6 \times 40 = 24\text{€}$.

$$40x > 75 + 24x$$

$$16x > 75$$

$$x > \frac{75}{16}$$

A partir de 5 spectacles vus, il est plus intéressant d'acheter une carte d'adhérent.

Vérification : $5 \times 40 = 200\text{€}$

$$75 + 24 \times 5 = 75 + 120 = 195$$

Exercice 16 :

Dans une boulangerie, Romain veut acheter autant de croissants que de pains au chocolat. Un croissant est vendu 1,10€ et un pain au chocolat 1,35 € . Avec 30€, combien Romain peut-il acheter de viennoiseries au total?

Soit x le nombre de viennoiseries.

$$1,1x + 1,35x \leq 30$$

$$2,45x \leq 30$$

$$x \leq 12,24$$

Romain peut acheter 12 viennoiseries.

Exercice 18 :

Pour entrer dans une école de théâtre, Thomas passe une épreuve écrite qui compte avec un coefficient 4 et une épreuve orale qui compte avec un coefficient 6.

Il a obtenu 7/20 à l'écrit. Il doit avoir une moyenne supérieure ou égale à 13/20 pour être admis.

Thomas peut-il être admis ? Si oui, quelle note minimale doit-il obtenir à l'oral ?

Soit x la note /20 de Thomas à l'oral.

$$\frac{4 \times 7 + 6x}{10} \geq 13$$

$$28 + 6x \geq 130$$

$$6x \geq 102$$

$$x \geq 17$$

Thomas peut être admis s'il a au moins 17/20 à l'oral.

Exercice 19 : Résoudre les problèmes suivants :

1) Trouver trois nombres entiers naturels consécutifs dont la somme est 363.

Soit n un entier naturel.

$$n + (n + 1) + (n + 2) = 363$$

$$3n + 3 = 363$$

$$3n = 360$$

$$n = 120$$

Ainsi les trois nombres entiers naturels consécutifs dont la somme est 363 sont 120, 121 et 122.

2) Trouver un nombre, qui multiplié par 3, augmente de 100.

Soit x un nombre.

$$3x = x + 100$$

$$2x = 100$$

$$x = 50$$

3) La jauge de la voiture de M. Dupont indique que le réservoir est à moitié plein.

M. Dupont rajoute 15 litres d'essence, le réservoir est alors rempli au $\frac{3}{4}$ de son volume.

Déterminer la contenance du réservoir.

Soit x la contenance du réservoir.

$$\frac{1}{2}x + 15 = \frac{3}{4}x$$

$$\frac{1}{2}x - \frac{3}{4}x = -15$$

$$-\frac{1}{4}x = -15$$

$$x = 60$$

Ainsi la contenance du réservoir est de 60L.

4) Un père a 32 ans et son fils 4 ans.

a) Quel âge auront-ils dans 6 ans ?

b) Quel âge auront-ils dans x années ?

c) Déterminer pendant combien d'années l'âge du père sera supérieur ou égal au triple de l'âge de son fils.

a) Le père aura 38 ans et le fils 10 ans.

b) Le père aura $32 + x$ ans et le fils $4 + x$ ans.

c) $32 + x \geq 3(4 + x) \Leftrightarrow 32 + x \geq 12 + 3x \Leftrightarrow x - 3x \geq 12 - 32 \Leftrightarrow -2x \geq -20 \Leftrightarrow x \leq 10$ (car $-2 < 0$)

Ainsi pendant 10 années l'âge du père sera supérieur ou égal au triple de l'âge de son fils.

5) Je dépense le quart de mon salaire pour mon logement et les deux cinquièmes pour la nourriture.

Il me reste 378 € pour les autres dépenses. Calculer mon salaire mensuel.

Soit s le salaire.

$$s = \frac{1}{4}s + \frac{2}{5}s + 378$$

$$s - \frac{1}{4}s - \frac{2}{5}s = 378$$

$$\frac{20}{20}s - \frac{5}{20}s - \frac{8}{20}s = 378$$

$$\frac{7}{20}s = 378$$

$$s = \frac{378 \times 20}{7}$$

$$s = 1080\text{€}$$

6) Pour acheter un lave-linge, Antoine dépense les $\frac{3}{5}$ de son revenu mensuel. Il utilise ensuite $\frac{1}{8}$ du reste pour payer sa note d'électricité. Il lui reste alors 560 euros.

Quel est, en euros, le prix du lave-linge ?

Soit x le revenu mensuel.

Prix du lave-linge : $\frac{3}{5}x$, il reste donc $\frac{2}{5}x$.

Prix de l'électricité : $\frac{1}{8} \times \frac{2}{5}x = \frac{1}{20}x$

$$x = \frac{3}{5}x + \frac{1}{20}x + 560$$

$$x - \frac{3}{5}x - \frac{1}{20}x = 560$$

$$\frac{20}{20}x - \frac{12}{20}x - \frac{1}{20}x = 560$$

$$\frac{7}{20}x = 560$$

$$x = \frac{560 \times 20}{7}$$

$$x = 1600$$

Ainsi le prix du lave-linge est $\frac{3}{5} \times 1600 = 960\text{€}$

- 7) Soit un carré de côté x . On transforme ce dernier en rectangle; de telle sorte qu'un côté fasse 4 cm de plus et l'autre côté 1 cm de moins que le côté du carré. On s'aperçoit que le périmètre du rectangle est le double du périmètre du carré. Quelle est la mesure du côté du carré ?

$$L = x + 4 \text{ et } l = x - 1$$

Soit p_R le périmètre du rectangle. $p_R = 2L + 2l = 2(x + 4) + 2(x - 1) = 2x + 8 + 2x - 2 = 4x + 6$

Soit p_C le périmètre du carré. $p_C = 4x$

$$p_R = 2p_C$$

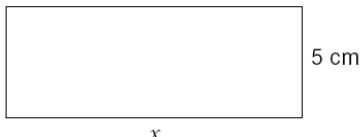
$$4x + 6 = 8x$$

$$4x = 6$$

$$x = \frac{6}{4}$$

$$x = 1,5 \text{ cm.}$$

- 8) On considère le rectangle ci-dessous



Déterminer la longueur x du rectangle sachant que son aire est égale à $42,5 \text{ cm}^2$.

$$5x = 42,5$$

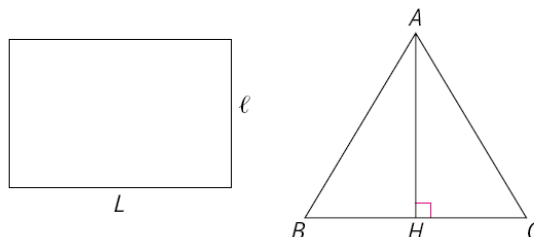
$$x = \frac{42,5}{5}$$

$$x = 8,5 \text{ cm}$$

On donne $L = 10 \text{ cm}$ et $l = 7 \text{ cm}$.

ABC est un triangle isocèle en A tel que $AH = 11,2 \text{ cm}$.

Calculer BC sachant que le triangle ABC et le rectangle ont la même aire.



Aire du rectangle : $L \times l = 70 \text{ cm}^2$

Aire du triangle : $\frac{\text{base} \times h}{2} = \frac{BC \times AH}{2} = 5,6 BC \text{ cm}^2$

$$5,6 BC = 70$$

$$BC = 12,5 \text{ cm}$$

- 9) ABCD est un carré de côté x .

EDC est un triangle isocèle en E tel que $EH = 2$.

1. Exprimer l'aire A_1 du carré ABCD en fonction de x .

$$A_1 = x^2$$

2. Exprimer l'aire A_2 du triangle EDC en fonction de x .

$$A_2 = \frac{2x}{2} = x$$

3. En déduire l'expression de l'aire A de la partie hachurée en fonction de x .

$$A = x^2 - x$$

4. L'aire de la partie hachurée est égale à 2 cm^2 .

Quelle équation obtient-on ?

$$x^2 - x = 2$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

5. Développer, réduire et ordonner $(x - 2)(x + 1)$.

$$(x - 2)(x + 1) = x^2 + x - 2x - 2 = x^2 - x - 2$$

6. En déduire les solutions de l'équation de la question 4.

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x - 2)(x + 1) = 0$$

$$x - 2 = 0 \text{ ou } x + 1 = 0$$

$$x = 2 \text{ ou } x = -1 \text{ (solution impossible car négative)}$$

7. En déduire la valeur de x pour laquelle l'aire A de la partie hachurée est de 2 cm^2 .

La valeur de x pour laquelle l'aire A de la partie hachurée est de 2 cm^2 est de 2 cm .

