Chapitre 10 - Fonction racine carré et inverse (correction)

Compétence : Images, antécédents de nombres par la fonction inverse

Exercice 1 : Images, antécédents de nombres par la fonction inverse

Pour chacune des questions suivantes, choisir la ou les bonnes réponses :

1. L'inverse de 5 est :
   a. 0,5 **b.** $\mathbf{5^{-1}}$ c. -5
2. L'inverse de $-0{,}5$ est :
   a. $\mathbf{-2}$ b. 0,5 **c.** $-\frac{\mathbf{1}}{\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}}$
3. L'inverse de $\frac{3}{4}$ est :
   a. $-0{,}75$ **b.** $\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{3}}$ c. 1,33
4. L'inverse de 10000 est :
   a. 0,001 **b.** $\mathbf{10^{-4}}$ c. -10000
5. L'inverse de 10^{-3} est :
   a. $\mathbf{10^3}$ b. -10^3 **c.** $\mathbf{1000}$

Exercice 2 : Images, antécédents de nombres par la fonction inverse

Recopier et compléter le tableau suivant :

x	$\frac{2}{9}$	200	2,5	$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{0,8}}=\mathbf{1,25}$	$\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}=\mathbf{0,75}$	$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{100}}=\mathbf{0,01}$
$\frac{1}{x}$	$\frac{\mathbf{9}}{\mathbf{2}}=\mathbf{4,5}$	$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{200}}=\mathbf{0,005}$	$\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{5}}=\mathbf{0,4}$	0,8	$\frac{4}{3}$	100

Exercice 3 : Images, antécédents de nombres par la fonction inverse

Soit f la fonction inverse.

1. Calculer les images par f des nombres réels suivants :

a. $\boldsymbol{f(8)=\frac{1}{8}}$ **c.** $\boldsymbol{f(0,4)=\frac{1}{0,4}=\frac{5}{2}}$ **e.** $\boldsymbol{f\left(-\frac{3}{4}\right)=-\frac{4}{3}}$ **g.** $\boldsymbol{f(\sqrt{3})=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}}$ **h.** $\boldsymbol{f(10^{-4})=10^{4}}$

b. $\boldsymbol{f(-6)=-\frac{1}{6}}$ **d.** $\boldsymbol{f(-1,5)=-\frac{2}{3}}$ **f.** $\boldsymbol{f\left(\frac{1}{7}\right)=7}$ **i.** $\boldsymbol{f(3^5)=3^{-5}}$

j. $\boldsymbol{f(\sqrt{2}-\sqrt{3})=\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2-3}=-\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

2. Déterminer les éventuels antécédents des nombres suivants par f

a. $4\neq\mathbf{0}$ $\boxed{\boldsymbol{S=\left\{\frac{1}{4}\right\}}}$

b. $-9\neq\mathbf{0}$ $\boxed{\boldsymbol{S=\left\{-\frac{1}{9}\right\}}}$

c. $0{,}49\neq\mathbf{0}$ $\boxed{\boldsymbol{S=\left\{\frac{1}{0,49}\right\}}}$

d. $-1\neq\mathbf{0}$ $\boxed{\boldsymbol{S=\{-1\}}}$

e. $\frac{9}{4}\neq\mathbf{0}$ $\boxed{\boldsymbol{S=\left\{\frac{4}{9}\right\}}}$

f. $1\neq\mathbf{0}$ $\boxed{\boldsymbol{S=\{1\}}}$

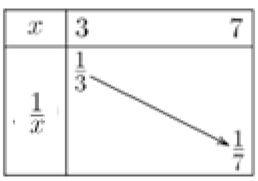
g. $\frac{1}{25}\neq\mathbf{0}$ $\boxed{\boldsymbol{S=\{25\}}}$

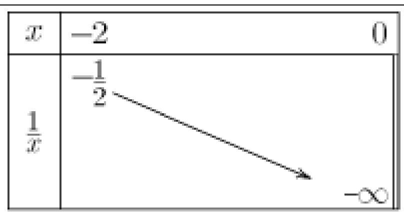
h. $10^4\neq\mathbf{0}$ $\boxed{\boldsymbol{S=\{10^{-4}\}}}$

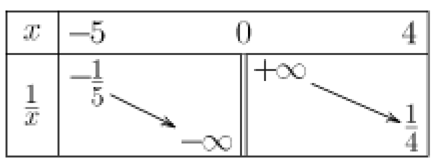
Compétence : Tableau de variations de la fonction inverse

Exercice 4 : Tableau de variations de la fonction inverse

1. Donner le tableau de variation de la fonction inverse sur l'intervalle [3 ; 7]
2. Donner le tableau de variation de la fonction inverse sur l'intervalle [−2 ; 0[
3. Donner le tableau de variation de la fonction inverse sur l'intervalle [−5 ; 4]

1.


2.


3.


Compétence : Extremums de fonction inverse

Exercice 5 : Extremums de fonction inverse

1. Quel est le maximum de la fonction inverse sur $[-5\,;\,-3]$?

Le maximum de la fonction inverse sur $[-5\,;\,-3]$ est $-\frac{1}{3}$.

2. Quel est le minimum de la fonction inverse sur l'intervalle $[1\,;4]$

Le minimum de la fonction inverse sur $[1\,;\,4]$ est $\frac{1}{4}$.

3. Déterminer un intervalle où la fonction inverse admet 1 pour minimum et 3 pour maximum.

$\left[\frac{1}{3}\,;1\right]$ est un intervalle où la fonction inverse admet 1 pour minimum et 3 pour maximum

Compétence : Variations de la fonction inverse

Exercice 6 : Variations de la fonction inverse et comparaisons

Indiquer quelle propriété du cours permet d'affirme sans calcul que :

1. Si $\sqrt{2} < \frac{3}{2}$ alors $\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{2}{3}$

La fonction inverse est strictement décroissante sur $]0\,;\,+\infty[$.

2. Si $-0{,}8 < -\frac{3}{4}$ alors $-\frac{5}{4} > -\frac{4}{3}$

La fonction inverse est strictement décroissante sur $]-\infty\,;\,0[$.

Compétence : Encadrement de $\frac{1}{x}$

Exercice 7 : Encadrement de $\frac{1}{x}$

En s'aidant du tableau de variations de la fonction inverse, proposer le meilleur encadrement possible de $\frac{1}{x}$ sachant que :

a. $x \in [2\,;2{,}5]$

x	2		$2{,}5=\frac{5}{2}$
$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{2}$	$\searrow$	$\frac{2}{5}$

$\frac{1}{x} \in \left[\frac{2}{5}\,;\frac{1}{2}\right]$

b. $x \in [3\,;\,+\infty[$

x	3		$+\infty$
$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{3}$	$\searrow$	0

$\frac{1}{x} \in]0\,;\frac{1}{3}]$

c. $x \in [-1\,;\,-0{,}5]$

x	-1		$-0{,}5$
$\frac{1}{x}$	-1	$\searrow$	-2

$\frac{1}{x} \in [-2\,;-1]$

d. $]-2\,;\,-\frac{3}{2}]$

x	-2		$-\frac{3}{2}$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{2}$	$\searrow$	$-\frac{2}{3}$

$\frac{1}{x} \in [-\frac{2}{3}\,;-\frac{1}{2}[$

e. $x \in]-\infty\,;\,-5]$

x	$-\infty$		-5
$\frac{1}{x}$	0	$\searrow$	$-\frac{1}{5}$

$\frac{1}{x} \in [-\frac{1}{5}\,;0[$

f. $x > 10$

x	10		$+\infty$
$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{10}=0{,}1$	$\searrow$	0

$\frac{1}{x} \in]0\,;\frac{1}{10}[$

g. $x \leq -4$

x	$-\infty$		-4
$\frac{1}{x}$	0	$\searrow$	$-\frac{1}{4}$

$\frac{1}{x} \in [-\frac{1}{4}\,;0[$

h. $0{,}05 < x \leq 0{,}1$

x	$0{,}05=\frac{1}{20}$		$0{,}1=\frac{1}{10}$
$\frac{1}{x}$	20	$\searrow$	10

$\frac{1}{x} \in [10\,;20[$

Exercice 8 : Variations de la fonction inverse et comparaisons

Comparer les inverses des nombres a et b suivants sans aucun calcul :

a. $a = \sqrt{3}$ et $b = 2$

$\frac{1}{b} < \frac{1}{a}$

b. $a = -0{,}34$ et $b = -0{,}27$

$\frac{1}{b} < \frac{1}{a}$

c. $a = \sqrt{7}$ et $b = 3$

$\frac{1}{b} < \frac{1}{a}$

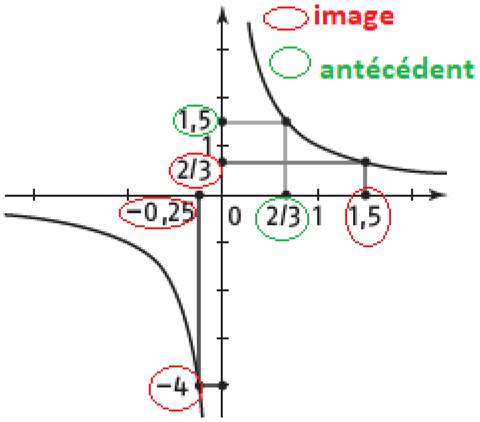
d. $a = 10^{-3}$ et $b = 0{,}01$

$\frac{1}{b} < \frac{1}{a}$

Compétence : Représentation graphique de la fonction inverse

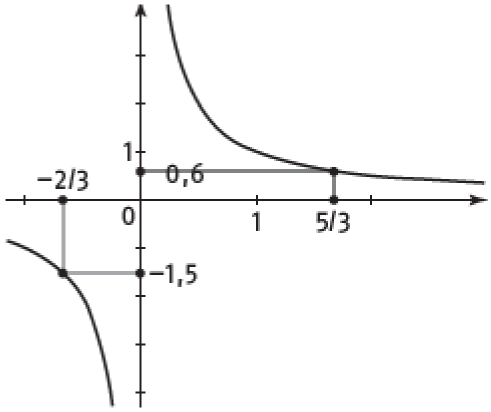
Exercice 9 : Représentation graphique de la fonction inverse, images et antécédents

1. Dans un repère orthogonal (unité graphique : 4 cm pour l'axe des abscisses, 1 cm pour l'axe des ordonnées), représenter graphiquement la fonction inverse sur $[-2\,;2]$.
2. En laissant apparaître les traits de construction, indiquer graphiquement :
   a. comment déterminer l'image de 1,5 et de $-0{,}25$.
   b. comment déterminer l'antécédent de 1,5



Exercice 10 : Représentation graphique de la fonction inverse, images et antécédents

1. Dans un repère orthogonal (unité graphique : 3 cm pour l'axe des abscisses, 1 cm pour l'axe des ordonnées), représenter graphiquement la fonction inverse sur $[-1\,;3]$.
2. En laissant apparaître les traits de construction, indiquer graphiquement :
   a. comment déterminer l'image de $\frac{5}{3}$.
   b. comment déterminer l'antécédent de $-1{,}5$



Compétence : Equations de la forme $\frac{1}{x} = k$

Exercice 11 : Equations de la forme $\frac{1}{x} = k$

Résoudre les équations suivantes

a. $\frac{1}{x} = 6$

$\boldsymbol{S = \left\{-\frac{1}{6}\right\}}$

b. $\frac{1}{x} = \frac{2}{5}$

$\boldsymbol{S = \left\{\frac{5}{2}\right\}}$

c. $\frac{1}{x} = -2$

$\boldsymbol{S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}}$

d. $\frac{1}{x} = 0{,}05$

$\boldsymbol{S = \{20\}}$

e. $\frac{1}{x} = -0{,}4$

$\boldsymbol{S = \left\{-\frac{5}{2}\right\}}$

f. $\frac{1}{x} = -50$

$\boldsymbol{S = \left\{-\frac{1}{50}\right\}}$

g. $\frac{1}{x} = 10^6$

$\boldsymbol{S = \{10^{-6}\}}$

h. $\frac{1}{x} = -\frac{5}{16}$

$\boldsymbol{S = \left\{-\frac{16}{5}\right\}}$

i. $\frac{1}{x} = \sqrt{3}$

$\boldsymbol{S = \left\{\frac{1}{\sqrt{3}}\right\}}$ **soit** $\boldsymbol{S = \left\{\frac{\sqrt{3}}{3}\right\}}$

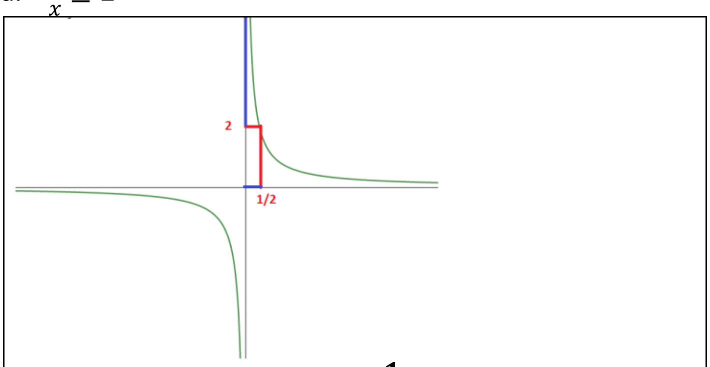
$\boldsymbol{\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}}$

Compétence : Inéquations avec la fonction inverse

Exercice 12 : Inéquations avec la fonction inverse

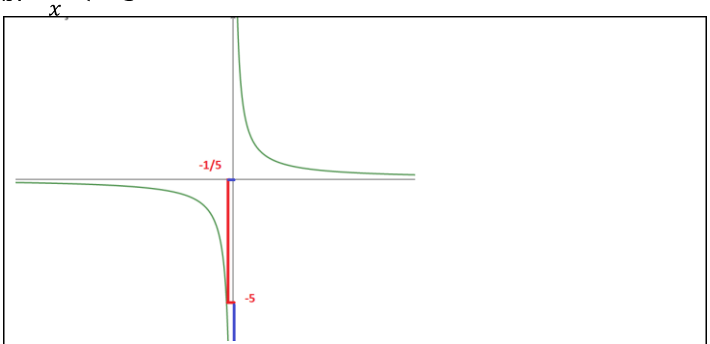
En s'aidant, de l'hyperbole représentative de la fonction inverse, résoudre chacune des inéquation (déterminer à quel intervalle ou réunion d'intervalle appartient x) :

a. $\frac{1}{x} \geq 2$



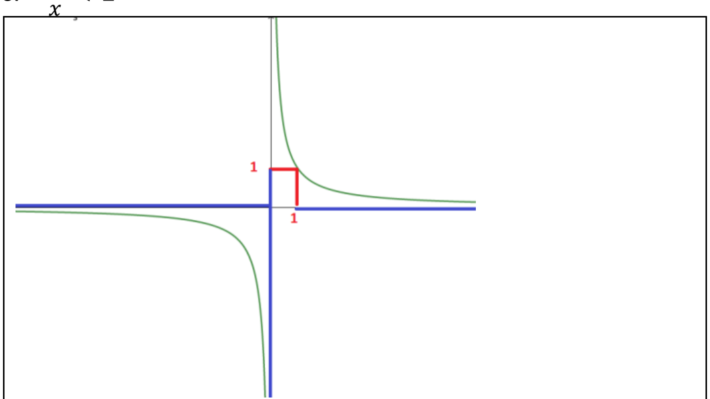
$\boldsymbol{S =]0\,;\frac{1}{2}]}$

b. $\frac{1}{x} < -5$



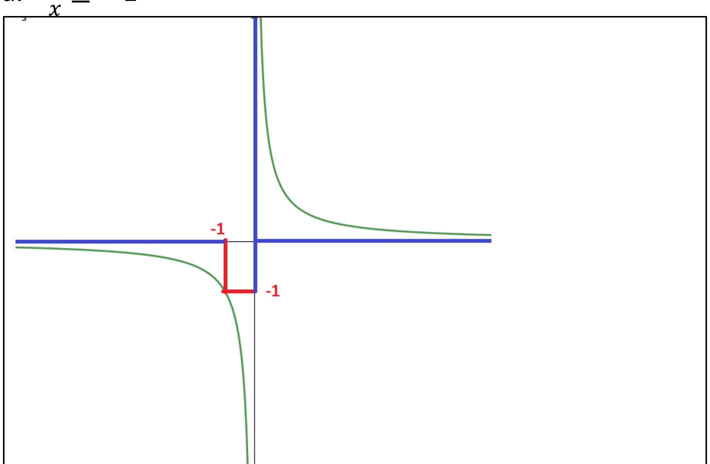
$\boldsymbol{S =]-0,2\,;0[}$

c. $\frac{1}{x} < 1$



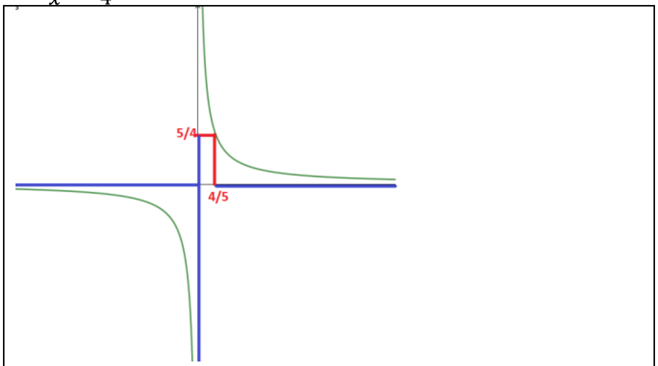
$\boldsymbol{S =]-\infty\,;0[\cup]1\,;+\infty[}$

d. $\frac{1}{x} \geq -1$



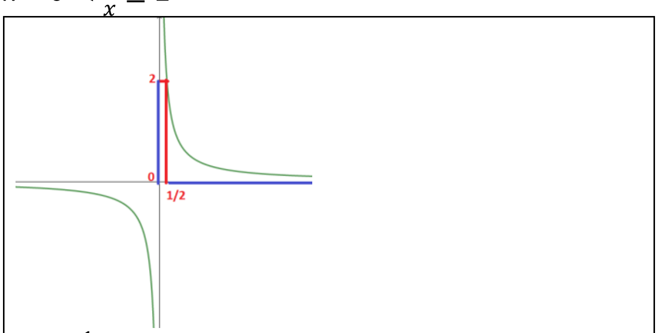
$\boldsymbol{S =]-\infty\,;-1]\cup]0\,;+\infty[}$

e. $\frac{1}{x} \leq \frac{5}{4}$



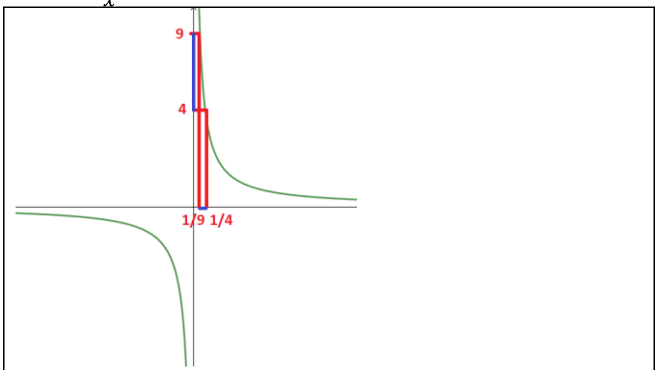
$\boldsymbol{S =]-\infty\,;0[\cup[0,8\,;+\infty[}$

f. $0 < \frac{1}{x} \leq 2$



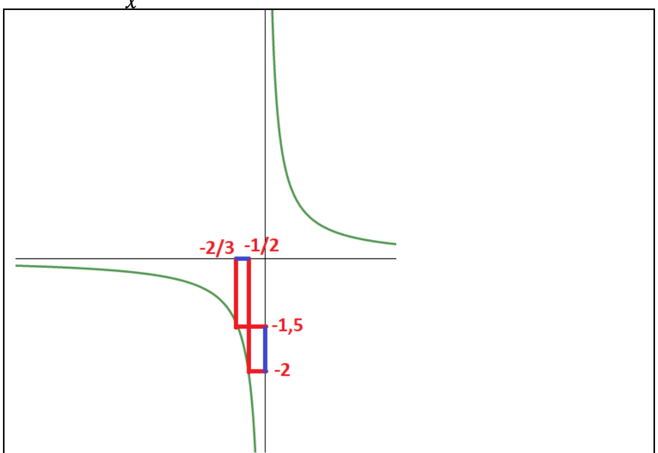
$\boldsymbol{S = [\frac{1}{2}\,;+\infty[}$

g. $4 \leq \frac{1}{x} \leq 9$



$\boldsymbol{S = \left[\frac{1}{9}\,;\frac{1}{4}\right]}$

h. $-2 < \frac{1}{x} \leq -1{,}5$



$\boldsymbol{S = [-\frac{2}{3}\,;-\frac{1}{2}[}$

Compétence : Fonction racine carrée

Exercice 13 : Compléter :

• L'image de 16 par la fonction racine carrée est :

$$\mathbf{4}$$

• L'image de 0 par la fonction racine carrée est :

$$\mathbf{0}$$

• L'image de 8 par la fonction racine carrée est :

$$\sqrt{\mathbf{8}} = \sqrt{\mathbf{4} \times \mathbf{2}} = \sqrt{\mathbf{4}} \times \sqrt{\mathbf{2}} = \mathbf{2}\sqrt{\mathbf{2}}$$

• L'image de $\frac{4}{9}$ par la fonction racine carrée est :

$$\sqrt{\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{9}}} = \frac{\sqrt{\mathbf{4}}}{\sqrt{\mathbf{9}}} = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}$$

• L'antécédent de 2 par la fonction racine carrée est :

$$\mathbf{4}$$

• L'antécédent de 5 par la fonction racine carrée est :

$$\mathbf{25}$$

• - 8 a-t-il un antécédent par la fonction racine carrée ?

Si oui, lequel ? **NON**

• 0 a-t-il un antécédent par la fonction racine carrée ?

Si oui, lequel ? **Oui c'est 0.**

Exercice 14: Résoudre les équations et inéquations suivantes :

a) $\sqrt{x} = 0$ $\quad \boldsymbol{S} = \{\mathbf{0}\}$

b) $\sqrt{x} = 7$ $\quad \boldsymbol{S} = \{\mathbf{49}\}$

c) $2\sqrt{x} = 8 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 4$ $\quad \boldsymbol{S} = \{\mathbf{16}\}$

d) $\sqrt{x} = -1$ $\quad \boldsymbol{S} = \emptyset$

e) $\sqrt{x} > -6$ $\quad \boldsymbol{S} = [\mathbf{0}\,;\ +\infty[$

f) $\sqrt{x} < 2$ $\quad \boldsymbol{S} = [\mathbf{0}\,;\ \mathbf{4}[$

g) $\sqrt{x} > 5$ $\quad \boldsymbol{S} =]\mathbf{25}\,;\ +\infty[$

h) $\sqrt{x} \leq 6$ $\quad \boldsymbol{S} = [\mathbf{0}\,;\ \mathbf{36}]$

i) $\sqrt{x} \geq -2$ $\quad \boldsymbol{S} = [\mathbf{0}\,;\ +\infty[$

j) $\sqrt{x} \leq 8$ $\quad \boldsymbol{S} = [\mathbf{0}\,;\ \mathbf{64}]$

Exercice supplémentaire : Fonction racine carrée

1. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\ +\infty[$ par $f(x) = 3 - 4\sqrt{x}$.

   Montrer que la fonction f est strictement décroissante sur $[0\,;\ +\infty[$

$\mathbf{0} \leq \boldsymbol{a} < \boldsymbol{b}$
$\sqrt{\boldsymbol{a}} < \sqrt{\boldsymbol{b}}$ **car la fonction racine carrée est strictement croissante sur** $[\mathbf{0}\,;\ +\infty[$
$-\mathbf{4}\sqrt{\boldsymbol{a}} > -\mathbf{4}\sqrt{\boldsymbol{b}}$ **car** $-\mathbf{4} < \mathbf{0}$
$\mathbf{3} - \mathbf{4}\sqrt{\boldsymbol{a}} > \mathbf{3} - \mathbf{4}\sqrt{\boldsymbol{b}}$
$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{a}) > \boldsymbol{f}(\boldsymbol{b})$ **donc la fonction** $\boldsymbol{f}$ **est strictement décroissante sur** $[\mathbf{0}\,;\ +\infty[$**.**

2. Soit g la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\ +\infty[$ par $g(x) = 3\sqrt{x} + 1$.

   Montrer que la fonction f est strictement croissante sur $[0\,;\ +\infty[$

$\mathbf{0} \leq \boldsymbol{a} < \boldsymbol{b}$
$\sqrt{\boldsymbol{a}} < \sqrt{\boldsymbol{b}}$ **car la fonction racine carrée est strictement croissante sur** $[\mathbf{0}\,;\ +\infty[$
$\mathbf{3}\sqrt{\boldsymbol{a}} < \mathbf{3}\sqrt{\boldsymbol{b}}$ **car** $\mathbf{3} > \mathbf{0}$
$\mathbf{3}\sqrt{\boldsymbol{a}} + \mathbf{1} < \mathbf{3}\sqrt{\boldsymbol{b}} + \mathbf{1}$
$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{a}) < \boldsymbol{f}(\boldsymbol{b})$ **donc la fonction** $\boldsymbol{f}$ **est strictement croissante sur** $[\mathbf{0}\,;\ +\infty[$**.**

3. Représenter graphiquement ces deux fonctions dans un repère (O, I, J)

Compétence : Position relative et comparaison

Exercice supplémentaire : Position relative et comparaison

Soit $A = \frac{1}{2x+1}$, $B = \frac{1}{2\sqrt{x}+1}$ et $C = \frac{1}{2x^2+1}$,
où x est un réel positif.

En utilisant la comparaison de $x, \sqrt{x}$ et x^2, comparer A, B et C selon les valeurs de x.

Si $x = 0, A = B = C = 1.$
Si $x \in]0 ; 1[, x^2 < x < \sqrt{x}$
$\boldsymbol{2x^2 < 2x < 2\sqrt{x}}$
$\boldsymbol{2x^2 + 1 < 2x + 1 < 2\sqrt{x} + 1}$ **car la fonction inverse est décroissante sur $]0 ; 1[$.**
$\boldsymbol{\frac{1}{2x^2+1} > \frac{1}{2x+1} > \frac{1}{2\sqrt{x}+1}}$
$\boldsymbol{C > A > B}$
Si $x = 1, A = B = C = \frac{1}{3}$.
Si $x \in]1 ; +\infty[, \sqrt{x} < x < x^2$
$\boldsymbol{2\sqrt{x} < 2x < 2x^2}$
$\boldsymbol{2\sqrt{x} + 1 < 2x + 1 < 2x^2 + 1}$
$\boldsymbol{\frac{1}{2\sqrt{x}+1} > \frac{1}{2x+1} > \frac{1}{2x^2+1}}$ **car la fonction inverse est décroissante sur $]1 ; +\infty[$.**
$\boldsymbol{B > A > C}$

Exercice supplémentaire : Vrai ou faux ?

1. Si $1 \leq x \leq 2$ alors $(x-1)^2 \leq x - 1 \leq \sqrt{x-1}$

$\boldsymbol{1 \leq x \leq 2}$
$\boldsymbol{0 \leq x - 1 \leq 1}$ **ainsi $(x-1)^2 \leq x - 1 \leq \sqrt{x-1}$**
VRAI

2. Si x est un nombre réel tel que $x > 1$ alors $\sqrt{x^2-1} \leq x^2 - 1 \leq (x^2-1)^2$

$\boldsymbol{x > 1 \Rightarrow x^2 > 1 \Rightarrow x^2 - 1 > 0}$
On peut conjecturer qu'il va y avoir un problème pour $0 < x^2 - 1 < 1$ c'est-à-dire $1 < x^2 < 2$ c'est-à-dire $1 < x < \sqrt{2}$ avec $\sqrt{2} \approx 1,41$.

Prenons $x = 1,1$
$\boldsymbol{1,1^2 - 1 = 1,21 - 1 = 0,21}$
$\sqrt{0,21} \approx 0,46 > 0,21$. Ainsi on a trouvé un contre-exemple, ce qui nous permet de dire que c'est FAUX.

Exercice supplémentaire : Position relative et comparaison

Soit f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = x^2$ et $g(x) = -3x + 4$.
On appelle P et D leurs représentations graphiques respectives dans un repère (O, I, J) du plan.

1. Etudier le signe de $f(x) - g(x)$ selon les valeurs de x.

$\boldsymbol{f(x) - g(x) = x^2 - (-3x + 4) = x^2 + 3x - 4}$
$\boldsymbol{\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \times 1 \times (-4) = 9 + 16 = 25 > 0}$ **et $\sqrt{25} = 5$.**

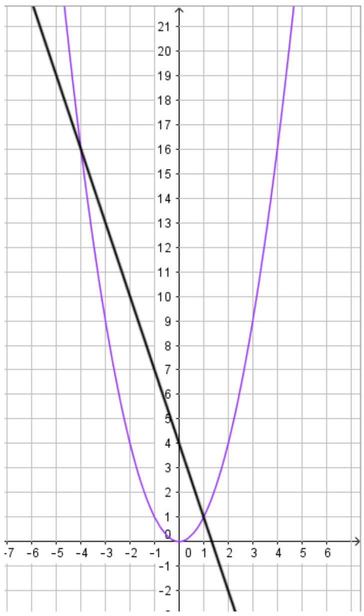
$\boldsymbol{x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}}$	$\boldsymbol{x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}}$
$\boldsymbol{x_1 = \frac{-3-5}{2}}$	$\boldsymbol{x_2 = \frac{-3+5}{2}}$
$\boldsymbol{x_1 = -\frac{8}{2}}$	$\boldsymbol{x_2 = \frac{2}{2}}$
$\boldsymbol{x_1 = -4}$	$\boldsymbol{x_2 = 1}$

La fonction $f - g$ est du signe de $a > 0$ à l'extérieur des racines.
Pour $x \in]-\infty ; -4] \cup [1 ; +\infty[$ on a $f(x) - g(x) \geq 0$ c'est-à-dire $f(x) \geq g(x)$.
Pour $x \in [-4 ; 1]$ on a $f(x) - g(x) \leq 0$ c'est-à-dire $f(x) \leq g(x)$.

2. En déduire la position de P par rapport à D.

Pour $x \in]-\infty ; -4] \cup [1 ; +\infty[$, P est au-dessus de D.
Pour $\in [-4 ; 1]$, P est en dessous de D.

3. Tracer P et D.



Compétence : Etudier une fonction du type $\sqrt{u}$

Exercice supplémentaire : Etudier une fonction du type $\sqrt{u}$

Vérifier que la fonction f est définie sur l'intervalle I et étudier les variations de f sur I.

a) $f(x) = \sqrt{2x-5}$; $I = [\frac{5}{2}\ ;\ +\infty[$	**f est définie si et seulement si $2x - 5 \geq 0$ ssi $x \geq \frac{5}{2}$. I est vérifié.** $\frac{5}{2} \leq a < b$ $5 \leq 2a < 2b$ $0 \leq 2a - 5 < 2b - 5$ $0 \leq f(a) < f(b)$ **Ainsi f est croissante sur $[\frac{5}{2}\ ;\ +\infty[$.**
b) $f(x) = \sqrt{\frac{x}{3}+1}$; $I = [-3\ ;\ +\infty[$	**f est définie si et seulement si $\frac{x}{3} + 1 \geq 0$ ssi $x \geq -3$. I est vérifié.** $-3 \leq a < b$ $-1 \leq \frac{a}{3} < \frac{b}{3}$ $0 \leq \frac{a}{3} + 1 < \frac{b}{3} + 1$ $0 \leq f(a) < f(b)$ **Ainsi f est croissante sur $[-3\ ;\ +\infty[$.**
c) $f(x) = \sqrt{-x+3}$; $I =]-\infty\ ; 3]$	**f est définie si et seulement si $-x + 3 \geq 0$ ssi $x \leq 3$. I est vérifié.** **f est décroissante sur $]-\infty\ ; 3]$.**
d) $f(x) = \sqrt{\lvert x\rvert}$; $I =]-\infty\ ; 0]$	**f est définie si et seulement si $\lvert x\rvert \geq 0$ ssi $x \in \mathbb{R}$. I est vérifié.** **f est décroissante sur $]-\infty\ ; 0]$.**
e) $f(x) = \sqrt{5-x}$; $I =]-\infty\ ; 5]$	**f est définie si et seulement si $5 - x \geq 0$ ssi $x \leq 5$. I est vérifié.** **f est décroissante sur $]-\infty\ ; 5]$.**
f) $f(x) = \sqrt{1+\frac{1}{x}}$; $I =]-\infty\ ; -1]$	**f est définie si et seulement si $x \neq 0$ et $1 + \frac{1}{x} \geq 0$ ssi $x \leq -1$. I est vérifié.** **f est décroissante sur $]-\infty\ ; -1]$.**
g) $f(x) = \sqrt{x^2+3}$; $I = [0\ ;\ +\infty[$	**f est définie si et seulement si $x^2 + 3 \geq 0$ ssi $x \in \mathbb{R}$. I est vérifié.** **f est croissante sur $[0\ ;\ +\infty[$.**

Compétence : Etudier une fonction du type $\frac{1}{u}$

<u>Exercice supplémentaire : Etudier une fonction du type $\frac{1}{u}$</u>

Vérifier que la fonction f est définie sur l'intervalle I et étudier les variations de f sur I.

a) $f(x) = \frac{1}{x-4}\,; I =]4\,;\,+\infty[$	**f est définie si et seulement si $x-4 \neq 0$ ssi $x \neq 4$. I est vérifié.** $\boldsymbol{4 < a < b}$ $\boldsymbol{0 < a-4 < b-4}$ $\boldsymbol{\frac{1}{a-4} > \frac{1}{b-4} > 0}$ $\boldsymbol{f(a) > f(b) > 0}$ **Ainsi f est décroissante sur $]4\,;\,+\infty[$.**
b) $f(x) = \frac{1}{3-x}\,; I =]3\,;\,+\infty[$ On note $u(x) = 3-x$	**f est définie si et seulement si $3-x \neq 0$ ssi $x \neq 3$. I est vérifié.** $\boldsymbol{3 < a < b}$ $\boldsymbol{-3 > -a > -b}$ $\boldsymbol{0 > 3-a > 3-b}$ $\boldsymbol{\frac{1}{3-a} < \frac{1}{3-b} < 0}$ $\boldsymbol{f(a) < f(b) < 0}$ **Ainsi f est croissante sur $]3\,;\,+\infty[$.**
c) $f(x) = \frac{1}{x^2}\,; I =]-\infty\,;0[$	**f est définie si et seulement si $x^2 \neq 0$ ssi $x \neq 0$. I est vérifié.** **f est croissante sur $]-\infty\,;0[$**
d) $f(x) = \frac{1}{\lvert x\rvert}\,; I =]-\infty\,;0[$	**f est définie si et seulement si $\lvert x\rvert \neq 0$ ssi $x \neq 0$. I est vérifié.** **f est croissante sur $]-\infty\,;0[$.**
e) $f(x) = \frac{1}{x^2+3}\,; I =]0\,;\,+\infty[$	**f est définie si et seulement si $x^2+3 \neq 0$ ssi $x \in \mathbb{R}$. I est vérifié.** **f est décroissante sur $]0\,;\,+\infty[$.**
f) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-5}}\,; I =]\frac{5}{2}\,;\,+\infty[$	**f est définie si et seulement si $2x-5 > 0$ ssi $x > \frac{5}{2}$. I est vérifié.** **f est décroissante sur $]\frac{5}{2}\,;\,+\infty[$.**