Fiche méthode: Tableaux de signes

I. Equations

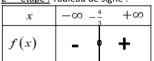
Application 1: Tableau de signe

1. Dresser le tableau de variation de la fonction définie $\operatorname{sur} \mathbb{R} \operatorname{par} : f(x) = 3x + 4$

 $1^{\text{ère}}$ étape : On résout 3x + 4 = 0

$$3x = -4$$

2^{ème} étape <u>:</u> Tableau de signe :



2. Résoudre $f(x) \leq 0$

$$S=]-\infty;-\frac{4}{3}]$$

Inéquation produit

Application 2: Inéquation produit

1. Quelles sont les solutions de l'inéquation :

$$(2-10x)(4x-1) \ge 0 \text{ (positif)}$$

$$2-10x = 0 \qquad 4x-1 = 0$$

$$-10x = -2 \qquad 4x = 1$$

$$x = \frac{-2}{-10} = \frac{1}{5} \qquad x = \frac{1}{4}$$

x	-∞	$\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$) +∞	
2 - 10x	+ () –	-	m=-10<0
4x - 1	Ξ	- 0	+	m=4>0
(2-10x)(4x-1)	- (0 🕀	_	

$$S = \left[\frac{1}{5}; \frac{1}{4}\right]$$

2. Quelles sont les solutions de l'inéquation :

x	-∞ (-	$\frac{2}{3}$	>	2 +	∞
3x + 2	-	0 +	+	+	
-x + 2	+	+	+	0 -	
2x-1	-	- () +	+	
(3x+2)(-x+2)(2x-1)	+) +	0	

$$S = \left[-\frac{2}{3}; \frac{1}{2} \right] \cup [2; +\infty[$$

Tableau de signe d'une fonction affine :

Le signe de mx + p est le signe de m (appelé coefficient directeur) à « droite du zéro »

Valeurs de
$$x$$
 $-\infty$ $-\frac{p}{m}$ $+\infty$
Signe de $f(x)$ signe de m 0 signe de m

Pour trouver $-\frac{p}{m}$ on résout l'équation :

$$mx + p = 0$$

$$mx = -p$$

$$mx = -p$$

$$x = -\frac{p}{m} (\text{car } m \neq 0).$$

Pour résoudre $f(x) \leq 0$:

On regarde où se trouve le signe « -- » dans la deuxième ligne et on écrit les abscisses (1ère ligne) correspondantes.

Méthode : Inéquation produit :

Pour résoudre une inéquation produit avec des expressions affines:

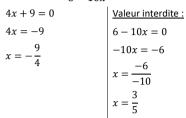
- On résout déjà des équations.
 - o S'il y 'a un produit de deux facteurs, il y aura deux équations à résoudre.
 - o S'il y 'a un produit de *n*facteurs, il y aura *n* équations à résoudre.
- On met les solutions de ces équations dans l'ordre croissant dans la 1ère ligne du tableau.
- Dans les lignes suivantes on met un « 0 » en dessous des solutions correspondantes.
- On cherche le signe de chaque expression en utilisant la règle du signe du coefficient directeur à droite du zéro.
- On complète les signes de la dernière ligne en utilisant la règle du produit en comptant le nombre de « —» par colonne :
 - o S'il y a un nombre pair de « −» on met un
 - o S'il y a un nombre impair de « −» on met
- On résout l'inéquation en regardant la dernière ligne.

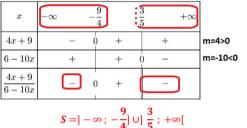
Inéquation quotient

Application 3: Inéquation quotient

Quelles sont les solutions de l'inéquation :

$$\frac{4x+9}{6-10x} \le 0 \text{ (négatif)}$$





Méthode: Inéquation quotient:

- Pour résoudre une inéquation quotient avec des expressions affines la méthode est quasiment la même que pour un tableau de signe « produit » à une seule différence très importante:
- Comme il s'agit d'un quotient, il y a certainement une ou plusieurs valeurs interdites, on les trouve en calculant « dénominateur=0 ».
- Dans la dernière ligne : on signale par une double barre verticale la ou les valeurs interdites (à la place du zéro).
- Pour résoudre l'inéquation, on exclura toujours les valeurs interdites par un « crochet extérieur ».

IV. Autres exemples

a)	f(x)	$= (2x^2)$	+	1)($2x -$	8)(-x + 3)

x	$-\infty$	3		4	$+\infty$	
$2x^2+1$	+		+		+	toujours positif
2x-8	_		_	Ó	+	m=2>0
-x+3	+	þ	_		_	m=-1<0
f(x)	_	þ	+	0	_	

b)
$$f(x) = \frac{5-x}{x^2(3x-6)}$$
 $x \mapsto 2x^2 + 1$ n'est pas une fonction affine $x \mapsto 2x^2 + 1$ n'est pas une fonction affine $x \mapsto 2x^2 + 1$ n'est pas une fonction affine

	` ,							
	Valeurs interdites :							
5 - x = 0 $-x = -5$ $x = 5$	$x^2 = 0$	3x - 6 = 0 $3x = 6$						
-x = -5	x = 0	3x = 6						
x = 5		$r=\frac{6}{}$						
		$x = \frac{3}{3}$ $x = 2$						
		x = 2						

x	$-\infty$ () 2	2 5	5 +∞	
5-x	+	+	+ (-	m=-1<0
x^2	+ (+	+	+	carré toujours positif
3x - 6	_	- (+	+	m=3>0
f(x)	_	_	+ (-	

Attention: If ne faut pas oublier le -10 dans le tableau!

c)
$$f(x) = \frac{-10(3x+7)}{1-6x}$$

$$3x + 7 = 0
3x = -7
x = -\frac{7}{3}$$
Valeur interdite:
$$1 - 6x = 0
-6x = -1
x = \frac{-1}{6}
x = \frac{1}{6}$$

x	$-\infty$	$-\frac{7}{3}$	$\frac{1}{6}$	$+\infty$	
-10	_	_		-	
3x + 7	_	0 +		+	m=3>0
1 - 6x	+	+	Ó	_	m=-6<0
f(x)	+	0 -		+	