Chapitre :Probabilité conditionnelle

Compétence : Probabilité conditionnelle

Exercice 1 : Soit A et B deux événements tels que :
$P(A) = 0{,}5$, $P(B) = 0{,}8$et $P(A \cap B) = 0{,}1$.
Calculer $P_A(B)$.

$$\boldsymbol{P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,1}{0,5} = 0,2}$$

Exercice 2 : Soit A et B deux événements tels que :
$P(A) = 0{,}3$, $P_A(B) = 0{,}2$et $P(B) = 0{,}48$.
Calculer $P(A \cap B)$et $P_B(A)$.

$$\boldsymbol{P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = 0,3 \times 0,2 = 0,06}$$
$$\boldsymbol{P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,06}{0,48} = 0,125}$$

Exercice 3 : Soit E et F deux événements tels que :
$P(E) = 0{,}5$, $P_E(F) = 0{,}8$.
Calculer $P(E \cap F)$.

$$\boldsymbol{P(E \cap F) = P(E) \times P_E(F) = 0,5 \times 0,8 = 0,4}$$

Exercice 4 : Soit A et B deux événements tels que :
$P(A) = 0{,}72$, $P(B) = 0{,}47$et $P(A \cup B) = 0{,}88$.
Calculer $P(A \cap B)$puis$P_B(A)$et $P_A(B)$.

$$\boldsymbol{P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)}$$
$$\boldsymbol{P(A \cap B) = 0,72 + 0,47 - 0,88}$$
$$\boldsymbol{P(A \cap B) = 0,31}$$

$$\boldsymbol{P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,31}{0,47} \approx 0,66}$$
$$\boldsymbol{P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,31}{0,72} \approx 0,43}$$

Exercice supplémentaire : Probabilité conditionnelle

On lance un dé. Quelle est la probabilité d'obtenir un six, sachant que le nombre obtenu est pair ?

Soit $\boldsymbol{S}$: « obtenir un six » c'est-à-dire $\boldsymbol{S = \{6\}}$ donc $\boldsymbol{P(S) = \frac{1}{6}}$ et

$\boldsymbol{P}$: « obtenir un nombre pair » c'est-à-dire $\boldsymbol{P = \{2\,;4;6\}}$ donc $\boldsymbol{P(P) = \frac{1}{2}}$

$\boldsymbol{S \cap P = \{6\}}$ sont $\boldsymbol{P(S \cap P) = \frac{1}{6}}$

$$\boldsymbol{P_P(S) = \frac{P(P \cap S)}{P(P)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}}$$

Exercice 5 : Probabilité conditionnelle

On choisit au hasard un jour de l'année et on considère les évènements suivants : U : « le jour choisi a été pluvieux » et V : « le jour choisi a été venteux ».

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elles correspondent à une probabilité conditionnelle ou pas et donner la notation correspondante.

a) Dans l'année 40% des jours sont pluvieux

Non conditionnelle, on a $\boldsymbol{P(U) = 0,4}$

b) 66% des jours pluvieux sont ventés

Conditionnelle, on a $\boldsymbol{P_U(V) = 0,66}$

c) Parmi les jours non ventés, 22% sont pluvieux

Conditionnelle, on a $\boldsymbol{P_{\overline{V}}(U) = 0,22}$

d) 49% des jours dans l'année n'ont été ni ventés ni pluvieux.

Non conditionnelle, on a $\boldsymbol{P(\overline{V} \cap \overline{U}) = 0,49}$

Exercice 6 : Probabilité conditionnelle

Une administration emploie 20% de CDD.

60% des CDD et 30% des CDI ont moins de 30 ans.

Dans la base de données des employés, on tire au hasard le nom de l'un des employés.

On considère les évènements suivants :

D : « l'employé est en CDD » et J : « l'employé a moins de 30 ans ».

a) Traduire les données en terme de probabilités, en utilisant les événements Det J.

Une administration emploie 20% de CDD donc $\boldsymbol{P(D) = 0,2}$
60% des CDD ont moins de 30 ans donc $\boldsymbol{P_D(J) = 0,6}$
30% des CDI ont moins de 30 ans donc $\boldsymbol{P_{\overline{D}}(J) = 0,3}$

b) Déterminer la probabilité que l'employé choisi soit en CDD **et** ait moins de 30 ans.

$$\boldsymbol{P(D \cap J) = P(D) \times P_D(J) = 0,2 \times 0,6 = 0,12}$$

Exercice 7 : Probabilité conditionnelle

Dans une population 82% des ménages possèdent une voiture, 11% possèdent un deux-roues et 89% possèdent au moins un véhicule (un des deux).

V : « possèdent une voiture » donc $P(V) = 0,82$ **D : « possèdent un deux roues » donc $P(D) = 0,11$** **$V \cup D$: « possèdent au moins un véhicule » donc $P(V \cup D) = 0,89$**

a) On choisit un ménage au hasard dans la population, déterminer la probabilité qu'il possède une voiture et un deux-roues.

$$P(V \cap D) = P(V) + P(D) - P(V \cup D)$$
$$P(V \cap D) = 0,82 + 0,11 - 0,89$$
$$P(V \cap D) = 0,04$$

b) On choisit un ménage au hasard possédant une voiture, déterminer la probabilité qu'il possède un deux-roues.

$$P_V(D) = \frac{P(V \cap D)}{P(V)} = \frac{0,04}{0,82} = \frac{2}{41} \approx 0,05$$

Exercice 8 : Probabilité conditionnelle

Parmi ses salariés, une société compte 70 % d'employés commerciaux et 80 % d'entre eux possèdent une voiture de fonction.

Parmi les employés qui ne sont pas des commerciaux, seulement 10 % possèdent une voiture de fonction. On interroge au hasard un employé de la société. On considère les évènements suivants:

- C : «L'employé interrogé est un commercial»;
- V : «L'employé interrogé possède une voiture de fonction».

1. Déduire des informations de l'énoncé:

   a) les probabilités $P(C)$et $P(\bar{C})$.

$P(C) = 0,7$	$P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 0,3$

   b) les probabilités $P_C(V)$et $P_{\bar{C}}(V)$.

$P_C(V) = 0,8$	$P_{\bar{C}}(V) = 0,1$

2. a) Définir par une phrase l'évènement $C \cap V$.

$C \cap V$: « L'employé interrogé est un commercial ET possède une voiture de fonction »

   Calculer la probabilité $P(C \cap V)$.

$$P(C \cap V) = P(C) \times P_C(V) = 0,7 \times 0,8 = 0,56$$

   b)Définir par une phrase l'évènement $\bar{C} \cap V$.

$\bar{C} \cap V$: « L'employé interrogé n'est pas un commercial ET possède une voiture de fonction »

   Calculer la probabilité $P(\bar{C} \cap V)$.

$$P(\bar{C} \cap V) = P(\bar{C}) \times P_{\bar{C}}(V) = 0,3 \times 0,1 = 0,03$$

Exercice 9 : Utilisation de tableau

A et B désignent deux événements de l'ensemble des issues d'une expérience aléatoire. Le tableau de probabilités ci-dessous reprend les données de l'expérience.

	A	B	C	Total
D	0,2	0,1	0,1	$\mathbf{0,4}$
$\bar{D}$	0,25	0,15	0,2	$\mathbf{0,6}$
Total	$\mathbf{0,45}$	$\mathbf{0,25}$	$\mathbf{0,3}$	1

1. Compléter le tableau de probabilités.
2. A l'aide du tableau, préciser les valeurs de $P(B \cap D)$; $P(A \cap \bar{D})$; $P(B)$ et $P(\bar{D})$.

$P(B \cap D) = 0,1$	$P(A \cap \bar{D}) = 0,25$
$P(B) = 0,25$	$P(\bar{D}) = 0,6$

3. En déduire les valeurs de $P_B(D)$et $P_{\bar{D}}(A)$.

$P_B(D) = \frac{P(B \cap D)}{P(B)} = \frac{0,1}{0,25} = 0,4$	$P_{\bar{D}}(A) = \frac{P(A \cap \bar{D})}{P(\bar{D})} = \frac{0,25}{0,6} = \frac{5}{12} \approx 0,42$

Exercice 10 : Utilisation de tableau

Les données sont celles du tableau ci-dessous où A et B désignent deux événements de l'ensemble des issues d'une expérience aléatoire.

	A	$\bar{A}$	Total
B	0,32	$\mathbf{0,32}$	$\mathbf{0,64}$
$\bar{B}$	$\mathbf{0,16}$	0,2	0,36
Total	$\mathbf{0,48}$	$\mathbf{0,52}$	$\mathbf{1}$

Indiquer si les affirmations sont vraies ou fausses.

1. $P(\bar{B}) = 0{,}2$
   FAUX$(\mathbf{0,36})$
2. $P(A) = 0{,}48$
   VRAIE
3. $P(\bar{A} \cap B) = 0{,}32$
   VRAIE
4. $P_A(B) = 0{,}5$
   FAUX $\left(\mathbf{\frac{2}{3}}\right)$

Exercice 11 : Utilisation de tableau

Des personnes atteintes d'une maladie ont accepté de servir de cobayes pour tester l'efficacité d'un nouveau médicament. On a donné à certaines d'entre elles le médicament, les autres ont pris un placébo.

On choisit au hasard une personne ayant participé à l'expérimentation et on considère les événements suivants :

A : « la personne choisie a vu son état de santé s'améliorer ».

M : « la personne choisie a été traitée avec le médicament ».

P : « la personne choisie a été traitée avec un placebo».

Le tableau de probabilités ci-dessous reprend les données de l'expérience.

	A	$\bar{A}$	Total
M	51%	16%	67%
P	5%	28%	33%
Total	56%	44%	100%

Si nécessaire, on arrondira les résultats à 0,01 *près.*

1. Indiquer la signification des valeurs 5%et 44%.

- **5% est la probabilité que la personne choisie a vu son état de santé s'améliorer ET a été traitée avec un placebo**
- **44% est la probabilité que la personne choisie n'a pas vu son état de santé s'améliorer**

2. Déterminer $P_A(M)$.

$$\boldsymbol{P_A(M) = \frac{P(A \cap M)}{P(A)} = \frac{0,51}{0,56} \approx 0,91}$$

3. Déterminer la probabilité que la personne choisie n'ait pas vu son état s'améliorer sachant qu'elle a pris le médicament.

$$\boldsymbol{P_M(\bar{A}) = \frac{P(\bar{A} \cap M)}{P(M)} = \frac{0,16}{0,67} \approx 0,24}$$

Exercice supplémentaire : Utilisation de tableau

A et B désignent deux événements de l'ensemble des issues d'une expérience aléatoire. Le tableau de probabilités ci-dessous reprend les données de l'expérience.

	A	$\bar{A}$	Total
B	0,3	0,2	0,5
$\bar{B}$	0,15	0,35	0,5
Total	0,45	0,55	1

1. Donner les valeurs de $P(A)$et $P(B)$.

$\boldsymbol{P(A) = 0,45}$	$\boldsymbol{P(B) = 0,5}$

2. Donner les valeurs de $P(A \cap B)$et $P(A \cap \bar{B})$.

$\boldsymbol{P(A \cap B) = 0,3}$	$\boldsymbol{P(A \cap \bar{B}) = 0,15}$

Traduire sous forme de probabilité les valeurs 0,2 ; 0,35et 0,55.

$\boldsymbol{0,2 = P(\bar{A} \cap B)}$	$\boldsymbol{0,35 = P(\bar{A} \cap \bar{B})}$	$\boldsymbol{0,55 = P(\bar{A})}$

Exercice supplémentaire : Utilisation de tableau - QCM

Une étude a été réalisée auprès de jeunes de 16 à 18 ans sur leur console de jeux vidéo préférée.

Les résultats ainsi que leur choix du nom des différents événements sont présentés ci-dessous.

	Garçons(A)	Filles $(\bar{A})$	Total
CJ1 (B)	36	9	45
CJ2 $(\bar{B})$	36	19	55
Total	72	28	100

On choisit au hasard une des personnes interrogées dans l'étude.

1. $P(A \cap B)$ est égale à :
   a) $\mathbf{0,36}$ b) 0,5 c) 0,62 d) 0,8
2. $P_A(B)$ est égale à :
   a) 0,36 **b)** $\mathbf{0,5}$ c) 0,62 d) 0,8
3. $P_B(A)$ est égale à :
   a) 0,36 b) 0,5 c) 0,62 **d)** $\mathbf{0,8}$

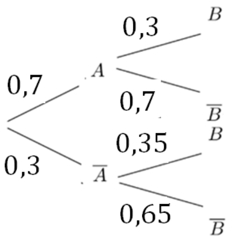
Compétence : Arbres pondérés et probabilités totales

Exercice 12 : Arbres pondérés et probabilités totales

Soit A et B deux événements tels que :

$P(A) = 0{,}7$.
$P_A(B) = 0{,}3$.
$P_{\bar{A}}(B) = 0{,}35$.

Compléter l'arbre ci-contre :



Exercice 13 : Arbres pondérés et probabilités totales

Soit A et B deux événements tels que :

1. Compléter l'arbre ci-contre.
2. Indiquer la signification des nombres : 0,6 ; 0,3et 0,9.

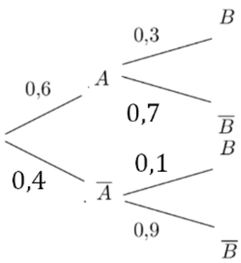
$\boldsymbol{0,6 = P(A)}$
$\boldsymbol{0,3 = P_A(B)}$
$\boldsymbol{0,9 = P_{\bar{A}}(\bar{B})}$

3. Déterminer $P(A \cap B)$

$$\boldsymbol{P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = 0,6 \times 0,3 = 0,18}$$

4. Déterminer $P_{\bar{A}}(\bar{B})$

$\boldsymbol{P_{\bar{A}}(\bar{B}) = 0,9}$



Exercice 14 : Arbres pondérés et probabilités totales

Un magasin vend des appareils électroménagers.

Une enquête statistique sur ses clients a montré que :

- 10 % des clients achètent un réfrigérateur ;
- parmi les clients qui achètent un réfrigérateur, 30 % achètent aussi un four à micro-ondes ;
- parmi les clients qui n'achètent pas de réfrigérateur, 15 % achètent un four à micro-ondes.

On choisit au hasard un client du magasin.

On considère les évènements R et M suivants :

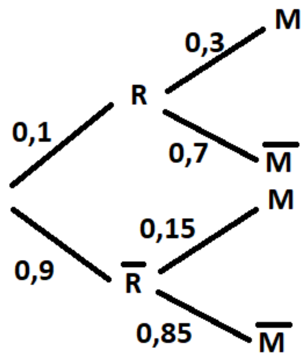
R : « le client achète un réfrigérateur »

M : « le client achète un four à micro-ondes ».

1. Préciser les valeurs de $P(R)$, $P_R(M)$et $P_{\overline{R}}(M)$.

$\boldsymbol{P(R) = 0,1}$	$\boldsymbol{P_R(M) = 0,3}$	$\boldsymbol{P_{\overline{R}}(M) = 0,15}$

2. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.



3. a) Définir, à l'aide d'une phrase, l'évènement $R \cap M$.

$\boldsymbol{R \cap M}$ **: « le client achète un réfrigérateur et un four à micro-ondes»**

b) Calculer la probabilité de l'évènement $R \cap M$.

$\boldsymbol{P(R \cap M) = P(R) \times P_R(M) = 0,1 \times 0,3 = 0,03}$

c) Montrer que la probabilité qu'un client choisi au hasard achète un four à micro-ondes est égale à 0,165.

$\boldsymbol{R}$ **et** $\boldsymbol{\overline{R}}$ **forment une partition de l'univers ainsi d'après la formule des probabilités totales, on a :** $\boldsymbol{P(M) = P(R \cap M) + P(\overline{R} \cap M)}$ $\boldsymbol{P(M) = P(R) \times P_R(M) + P(\overline{R}) \times P_{\overline{R}}(M)}$ $\boldsymbol{P(M) = 0,1 \times 0,3 + 0,9 \times 0,15}$ $\boldsymbol{P(M) = 0,165}$

d) Calculer la probabilité qu'un client choisi au hasard n'achète pas de réfrigérateur sachant qu'il a acheté un four à micro-ondes.

$\boldsymbol{P_M(\overline{R}) = \frac{P(M \cap \overline{R})}{P(M)} = \frac{0,9 \times 0,15}{0,165} = \frac{0,135}{0,165} \approx 0,82}$

Exercice 15 : Arbres pondérés et probabilités totales

Un sondage a été effectué auprès de vacanciers sur leurs pratiques sportives pendant leurs congés. Ce sondage révèle que 45 % des vacanciers fréquentent une salle de sport pendant leurs congés et parmi ceux-ci, 60 % pratiquent la natation.

Parmi les vacanciers qui ne fréquentent pas une salle de sport, 70 % pratiquent la natation.

On choisit un vacancier au hasard.

On considère les événements suivants :

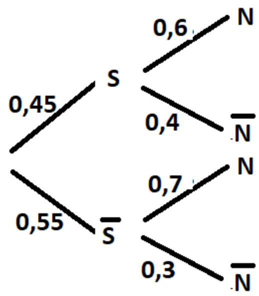
S : « le vacancier choisi fréquente une salle de sport »

N : « le vacancier choisi pratique la natation ».

1. Traduire en terme de probabilités les données numériques de l'énoncé.

- **45 % des vacanciers fréquentent une salle de sport pendant leurs congés : $\boldsymbol{P(S) = 0,45}$**
- **Parmi ceux-ci, 60 % pratiquent la natation : $\boldsymbol{P_S(N) = 0,6}$**
- **Parmi les vacanciers qui ne fréquentent pas une salle de sport, 70 % pratiquent la natation : $\boldsymbol{P_{\overline{S}}(N) = 0,7}$**

2. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.



3. a) Définir par une phrase l'évènement $S \cap N$.

$\boldsymbol{S \cap N}$: « le vacancier choisi fréquente une salle de sport et pratique la natation »

b) Calculer$P(S \cap N)$.

$\boldsymbol{P(S \cap N) = P(S) \times P_S(N) = 0,45 \times 0,6 = 0,27}$

4. Montrer que $P(N) = 0{,}655$.

$\boldsymbol{S}$ et $\boldsymbol{\overline{S}}$ forment une partition de l'univers ainsi d'après la formule des probabilités totales, on a :

$\boldsymbol{P(N) = P(S \cap N) + P(\overline{S} \cap N)}$

$\boldsymbol{P(N) = P(S) \times P_S(N) + P(\overline{S}) \times P_{\overline{S}}(N)}$

$\boldsymbol{P(N) = 0,45 \times 0,6 + 0,55 \times 0,7}$

$\boldsymbol{P(N) = 0,655}$

5. Calculer $P_N(S)$.

$$\boldsymbol{P_N(S) = \frac{P(N \cap S)}{P(N)} = \frac{0,27}{0,655} \approx 0,41}$$

Exercice 16 : Arbres pondérés et probabilités totales

Un magasin de vêtements a constitué un stock d'un certain type de pantalons venant de trois fabricants f1, f2, et f3.
Certains de ces pantalons présentent un défaut.

60 % du stock provient du fabricant f1, 30 % du stock provient du fabricant f2, et le reste du stock provient du fabricant f3.

La qualité de la production n'est pas la même selon les fabricants. Ainsi :

- 6 % des pantalons produits par le fabricant f1 sont défectueux
- 4 % des pantalons produits par le fabricant f2 sont défectueux
- 2 % des pantalons produits par le fabricant f3 sont défectueux.

On prélève au hasard un pantalon dans le stock.

On considère les évènements suivants :

F1 : « le pantalon a été fabriqué par f1 » ;

F2 : « le pantalon a été fabriqué par f2 » ;

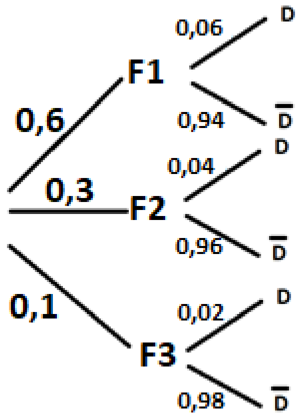
F3 : « le pantalon a été fabriqué par f3 » ;

D : « le pantalon est défectueux ».

1. Calculer la probabilité de l'évènement F3.

$$\begin{aligned} P(F3) &= 1 - P(F1) - P(F2) \\ &= 1 - 0,6 - 0,3 \\ &= 0,1 \end{aligned}$$

2. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.



3. a. Montrer que la probabilité de l'évènement D est égale à 0,05.

$F1$, $F2$ et $F3$ forment une partition de l'univers ainsi d'après la formule des probabilités totales, on a :

$P(D) = P(F1 \cap D) + P(F2 \cap D) + P(F3 \cap D)$

$P(D) = P(F1) \times P_{F1}(D) + P(F2) \times P_{F2}(D) + P(F3) \times P_{F3}(D)$

$P(D) = 0,6 \times 0,06 + 0,3 \times 0,04 + 0,1 \times 0,02$

$P(D) = 0,05$

b. En déduire la probabilité de l'évènement : « le pantalon est sans défaut ».

$$P(\overline{D}) = 1 - P(D) = 1 - 0,05 = 0,95$$

4. On prélève un pantalon parmi ceux qui présentent un défaut. Quelle est la probabilité qu'il ait été fabriqué par le fabricant f1 ?

$$P_D(F1) = \frac{P(D \cap F1)}{P(D)} = \frac{0,6 \times 0,06}{0,05} = \frac{0,036}{0,05} = 0,72$$

Exercice 17 : Arbres pondérés et probabilités totales

L'entreprise dispose de deux machines m1 et m2.

La première machine m1 produit 60 % des pots fabriqués par l'entreprise, le reste de la fabrication étant assuré par la machine m2.

7 % des pots produits par la machine m1 sont non conformes, alors que la proportion de pots non conformes produits par la machine m2 est de 2 % seulement.

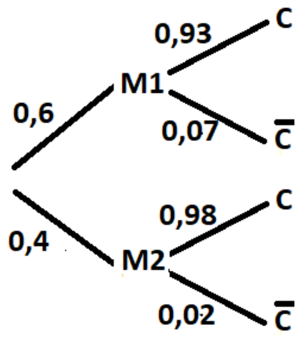
On prélève un pot au hasard dans la production totale. On adopte les notations suivantes :

• M1 désigne l'évènement « le pot provient de la machine m1. »

• M2 désigne l'évènement « le pot provient de la machine m2. »

• C désigne l'évènement : « le pot est conforme ».

1. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.



2. a. Calculer la probabilité $P(M1 \cap \bar{C})$; interpréter cette probabilité.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{P(M1 \cap \overline{C})} &= \boldsymbol{P(M1) \times P_{M1}(\overline{C})} \\ &= \boldsymbol{0,6 \times 0,07} \\ &= \boldsymbol{0,042} \end{aligned}$$

La probabilité que le pot provienne de la machine 1 et qu'elle soit non conforme est de 0,042.

b. Vérifier que $P(M2 \cap \bar{C}) = 0{,}008$.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{P(M2 \cap \overline{C})} &= \boldsymbol{P(M2) \times P_{M2}(\overline{C})} \\ &= \boldsymbol{0,4 \times 0,02} \\ &= \boldsymbol{0,008} \end{aligned}$$

La probabilité que le pot provienne de la machine 2 et qu'elle soit non conforme est de 0,008.

3. Justifier que $P(\bar{C}) = 0{,}05$.

$M1$ et $M2$ forment une partition de l'univers ainsi d'après la formule des probabilités totales, on a :

$$\boldsymbol{P(\overline{C}) = P(M1 \cap \overline{C}) + P(M2 \cap \overline{C})}$$

$$\boldsymbol{P(\overline{C}) = P(M1) \times P_{M1}(\overline{C}) + P(M2) \times P_{M2}(\overline{C})}$$

$$\boldsymbol{P(\overline{C}) = 0,6 \times 0,07 + 0,4 \times 0,02}$$

$$\boldsymbol{P(\overline{C}) = 0,05}$$

4. On prélève au hasard un pot parmi les pots non-conformes. Déterminer la probabilité qu'il provienne de la machine m2.

$$\boldsymbol{P_{\overline{C}}(M2) = \frac{P(M2 \cap \overline{C})}{P(\overline{C})} = \frac{0,008}{0,05} = 0,16}$$

Exercice 18 : Arbres pondérés et probabilités totales

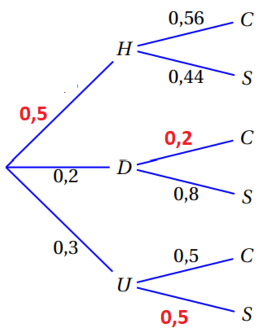
Les trois principaux services de soins d'un centre hospitalier sont : le service hématologie, le service diabétologie, le service urologie.

Les seringues utilisées sont fournies soit par le laboratoire Clamex, soit par le laboratoire Spara :

On choisit au hasard et de manière équiprobable un patient qui a subi une prise de sang dans l'un des trois services citées précédemment.

On considère les évènements suivants :

- H : « La prise de sang a été effectuée dans le service hématologie »;
- D : « La prise de sang a été effectuée dans le service diabétologie »;
- U : « La prise de sang a été effectuée dans le service urologie »;



- C : « La seringue utilisée pour ce patient a été fournie par le laboratoire Clamex »;
- S : « La seringue utilisée pour ce patient a été fournie par le laboratoire Spara ».

1. Compléter l'arbre des probabilités qui modélise la situation.
2. Indiquer la signification des nombres 0,2et 0,56.

$\mathbf{0,2 = P(D)}$**(on considère le 0,2 de l'énoncé)**
$\mathbf{0,56 = P_H(C)}$

3. a. Quelle est la probabilité de l'événement H ?

$\mathbf{P(H) = 1 - 0,2 - 0,3 = 0,5}$

b. Déterminer la probabilité que la seringue utilisée ait été fournie par le laboratoire Clamex sachant qu'elle a été utilisée dans le service diabétologie.

$\mathbf{P_D(C) = 0,2}$

4. Calculer la probabilité del'événement : « le patient choisi a subi une prise de sang dans le service d'urologie avec une seringue fournie par le laboratoire Spara.

$\mathbf{P(U \cap S) = P(U) \times P_U(S) = 0,3 \times 0,5 = 0,15}$

Exercice 19 : Arbres pondérés et probabilités totales

Dans un petit village, la mairie a organisé une fête locale : un certain nombre d'entrées gratuites ont été distribuées aux habitants et des stands ont été installés pour la vente de produits locaux.

Les organisateurs estiment que 40 % des visiteurs de la fête ont eu une entrée gratuite, les autres ont payé leur entrée.

De plus, parmi les visiteurs ayant une entrée gratuite, 45 % ont effectué un achat dans un des stands.

Parmi ceux ayant payé leur entrée, 60 % n'ont rien acheté.

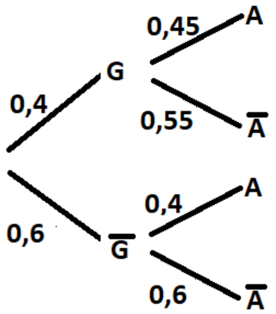
On interroge au hasard un des visiteurs de la fête à la fin de la journée.

On note G l'évènement : « le visiteur a eu une entrée gratuite » et A l'évènement : « le visiteur a effectué un achat ».

1. Donner la valeur de la probabilité $P_G(A)$.

$$\boldsymbol{P_G(A) = 0,45}$$

2. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.



3. Calculer la probabilité de l'évènement suivant : « le visiteur a payé son entrée et a effectué un achat ».

$\boldsymbol{P(\overline{G} \cap A) = P(\overline{G}) \times P_{\overline{G}}(A) = 0,6 \times 0,4 = 0,24}$

4. Montrer que la probabilité que le visiteur ait effectué un achat est 0,42.

G et $\overline{G}$ forment une partition de l'univers ainsi d'après la formule des probabilités totales, on a :

$\boldsymbol{P(A) = P(G \cap A) + P(\overline{G} \cap A)}$

$\boldsymbol{P(A) = P(G) \times P_G(A) + P(\overline{G}) \times P_{\overline{G}}(A)}$

$\boldsymbol{P(A) = 0,4 \times 0,45 + 0,6 \times 0,4}$

$\boldsymbol{P(A) = 0,42}$

5. Calculer la probabilité que le visiteur ait payé son entrée sachant qu'il a effectué un achat.

$$\boldsymbol{P_A(\overline{G}) = \frac{P(\overline{G} \cap A)}{P(A)} = \frac{0,24}{0,42} \approx 0,57}$$

Compétence : Indépendance de deux événements et successions de deux épreuves indépendantes

Exercice 20 : Indépendance de deux événements

A et B désignent deux événements de l'ensemble des issues d'une expérience aléatoire.

Dans chacun des cas suivants, déterminer si les événements A et B sont indépendants.

1. $P(A) = 0,84$; $P(B) = \frac{1}{4}$et $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$.

$\boldsymbol{P(A) \times P(B) = 0,84 \times \frac{1}{4} = 0,21 \neq P(A \cap B)}$

Donc A et B ne sont pas indépendants.

2. $P(A) = 0,27$; $P(B) = 0,48$et $P_B(A) = 0,27$.

$P_B(A) = P(A) = 0,27$ donc l'évènement A est indépendant de B

3. $P(A) = \frac{3}{5}$; $P(B) = \frac{5}{7}$et $P(A \cap B) = \frac{3}{7}$.

$\boldsymbol{P(A) \times P(B) = \frac{3}{5} \times \frac{5}{7} = \frac{3}{7} = P(A \cap B)}$

Donc A et B sont indépendants.

Exercice 21 : Indépendance de deux événements

A et B désignent deux événements **indépendants** de l'ensemble des issues d'une expérience aléatoire.

1. $P(A) = 0,84$ et $P(B) = 0,75$. Calculer $P(A \cap B)$.

$\boldsymbol{P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0,84 \times 0,75 = 0,63}$

2. $P(A) = 0,05$et $P(B) = 0,01$. Calculer $P(A \cap B)$.

$\boldsymbol{P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0,05 \times 0,01 = 0,0005}$

3. $P(A) = 0,3$ et$P(A \cap B) = 0,12$.Calculer$P(B)$.

$$\boldsymbol{P(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,12}{0,3} = 0,4}$$

4. $P(A) = \frac{4}{15}$et$P(A \cap B) = \frac{1}{6}$.Calculer$P(B)$.

$$\boldsymbol{P(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{4}{15}} = \frac{1}{6} \times \frac{15}{4} = \frac{5}{8}}$$

5. $P(\bar{A}) = 0,43$ et$P(A \cap B) = 0,03$.Calculer$P(B)$.

$$\boldsymbol{P(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(A \cap B)}{1 - P(\bar{A})} = \frac{0,03}{0,57} = \frac{1}{19} \approx 0,05}$$

Exercice 22 : Indépendance de deux événements

A et B désignent deux événements de l'ensemble des issues d'une expérience aléatoire.

$P(A) = 0{,}5$; $P(B) = 0{,}4$et $P(A \cup B) = 0{,}7$.

1. Calculer$P(A \cap B)$.

$$\boldsymbol{P(A\cap B) = P(A) + P(B) - P(A\cup B) = 0,5 + 0,4 - 0,7 = 0,2}$$

2. Les événements A et B sont-ils incompatibles?

$P(A\cap B) \neq 0$ ainsi A et B ne sont pas incompatibles.

3. Les événements A et B sont-ils indépendants ?

$P(A) \times P(B) = 0,5 \times 0,4 = 0,2 = P(A\cap B)$
Ainsi A et B sont indépendants.

Exercice 24 : Indépendance de deux événements

On lance simultanément deux dés équilibrés à six faces, l'un rouge, l'autre vert, et on considère les événements :

A : « la somme des nombres obtenus est 7 ».

B : « On a obtenu le 3 au moins une fois ».

1. Les événements A et B sont-ils incompatibles?

On peut avoir 7 en faisant la combinaison 3 et 4
Donc $A \cap B \neq \emptyset$ ($P(A\cap B) = \frac{2}{36}$ $(*)$)donc A et B ne sont pas incompatibles

2. Les événements A et B sont-ils indépendants ?

On peut avoir 7 en faisant la combinaison 2 et 5 (donc sans utiliser au moins un 3)
Donc A et Bsont indépendants.

$$\boldsymbol{P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}}$$

$P(B) = \frac{12}{36}$ (il faut compter 2 fois le (3 ; 3))

$$\boldsymbol{P(A) \times P(B) = \frac{1}{6} \times \frac{12}{36} = \frac{1}{18} = P(A\cap B)}$$

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7*	8	9
4	5	6	7 *	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Exercice 23 : Indépendance de deux événements

A et B désignent deux événements de l'ensemble des issues d'une expérience aléatoire.

Sachant que : $P(A) = \frac{1}{4}$et $P(A \cup B) = \frac{1}{3}$.

Déterminer $P(B)$ lorsque :

1. Les événements A et B sont incompatibles?

Si A et B sont incompatibles alors :

$$\boldsymbol{P(A\cup B) = P(A) + P(B)}$$
$$\boldsymbol{P(B) = P(A\cup B) - P(A)}$$
$$\boldsymbol{P(B) = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}}$$
$$\boldsymbol{P(B) = \frac{1}{12}}$$

2. Les événements A et B sont indépendants ?

Si A et B sont indépendants alors :

$$\boldsymbol{P(A\cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{4}P(B)}$$

Or :

$$\boldsymbol{P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)}$$
$$\boldsymbol{\frac{1}{3} = \frac{1}{4} + P(B) - \frac{1}{4}P(B)}$$
$$\boldsymbol{\frac{1}{3} = \frac{1}{4} + \frac{3}{4}P(B)}$$
$$\boldsymbol{\frac{3}{4}P(B) = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}}$$
$$\boldsymbol{\frac{3}{4}P(B) = \frac{1}{12}}$$
$$\boldsymbol{P(B) = \frac{1}{12} \times \frac{4}{3}}$$
$$\boldsymbol{P(B) = \frac{1}{9}}$$

Exercice 25 : Indépendance de deux événements

Une secrétaire dispose de deux téléphones **indépendants**. Elle a remarqué que sur une durée d'une heure, le premier a une probabilité de sonner égale à 0,6 et le second égale à 0,7.

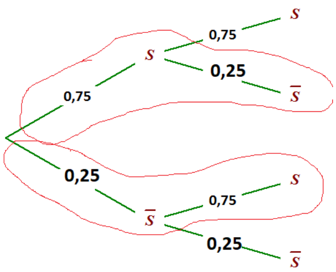
Déterminer la probabilité que, dans l'heure qui vient, la secrétaire ne soit pas dérangée par le téléphone.

T_1 : « Le 1er téléphone sonne » donc $P(T_1) = 0,6$
T_2 : « Le 2nd téléphone sonne » donc $P(T_2) = 0,7$
T_1 et T_2 sont indépendants donc $\overline{T_1}$ et $\overline{T_1}$ le sont aussi.

$$\boldsymbol{P(\overline{T_1} \cap \overline{T_2}) = P(\overline{T_1}) \times P(\overline{T_1}) = 0,4 \times 0,3 = 0,12}$$

Exercice 26 : Successions de 2 épreuves indépendantes

Voici l'arbre pondéré incomplet modélisant la répétition d'une même expérience aléatoire de manière indépendante, avec deux issues : succès (S) ou échec ($\bar{S}$).



1. Compléter l'arbre pondéré.
2. En déduire la probabilité d'obtenir exactement un succès.

$\boldsymbol{A}$ **: « Obtenir exactement un succès »** $\boldsymbol{P(A) = 0,75 \times 0,25 + 0,25 \times 0,75}$ $\boldsymbol{P(A) = 2 \times 0,75 \times 0,25}$ $\boldsymbol{P(A) = 0,375}$

Exercice 27 : Successions de 2 épreuves indépendantes

On lance deux fois de suite un dé cubique équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

On note les numéros obtenus.

Dans chaque cas, choisir la bonne réponse :

1. La probabilité d'obtenir un double 6 est égale à :

   a) $\frac{1}{6}$ **b)** $\boldsymbol{\frac{1}{36}}$ c) $\frac{1}{30}$

Il y a un <u>unique</u> chemin avec un 6 puis un 6.

2. La probabilité d'obtenir un double 5 et un 6 est égale à :

   a) $\boldsymbol{\frac{2}{36}}$ b) $\frac{1}{36}$ c) $\frac{1}{15}$

Il y a <u>deux</u> chemins avec un $\boldsymbol{5}$ et un $\boldsymbol{6}$.

3. La probabilité d'obtenir 6 au 2nd lancer est égale à :

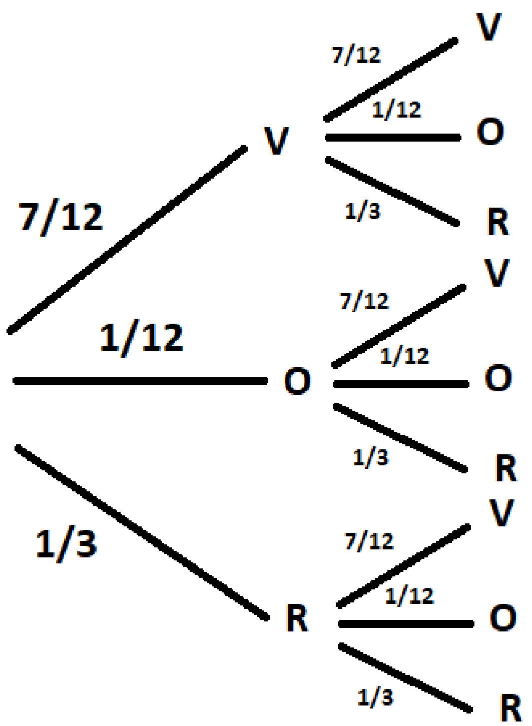
   a) $\frac{1}{36}$ b) $\frac{5}{36}$ **c)** $\boldsymbol{\frac{1}{6}}$

Exercice 28 : Successions de 2 épreuves indépendantes

Sur le trajet d'un automobiliste se trouvent deux feux tricolores. Ces deux feux fonctionnent de façon indépendante et le cycle de chacun d'eux est réglé ainsi :

- vert : 35 s
- orange : 5s
- rouge : 20 s

Calculer la probabilité que l'automobiliste croise un feu vert et un feu orange.

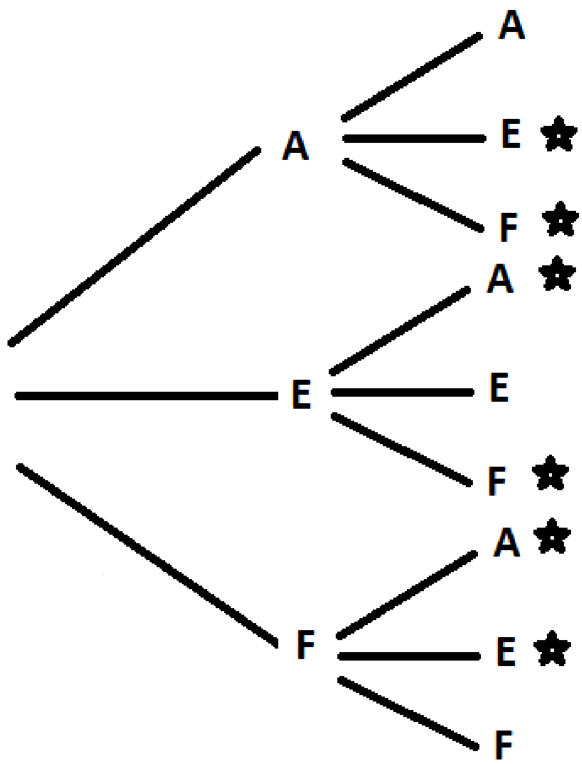
	$\boldsymbol{A}$ **: « l'automobiliste croise un feu vert et un feu orange ».** $\boldsymbol{P(A) = P(VR) + P(RV)}$ $\boldsymbol{P(A) = \frac{7}{12} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{7}{12}}$ $\boldsymbol{P(A) = 2 \times \frac{7}{12} \times \frac{1}{3} = \frac{7}{18}}$

Exercice 29 : Successions de 2 épreuves indépendantes

Sohan a dans sa poche trois pièce de 1€ : une provenant d'Allemagne (A), une d'Espagne (E) et une de France (F).

Il tire au hasard, successivement et avec remise, deux pièces de sa poche.

Calculer la probabilité que les deux pièces proviennent de pays différents.



***D* : «les deux pièces proviennent de pays différents »**

$$\boldsymbol{P(D) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}}$$

<u>Remarque :</u> Ici aucun besoin de pondérer l'arbre.

Exercice 30 : Successions de 2 épreuves indépendantes

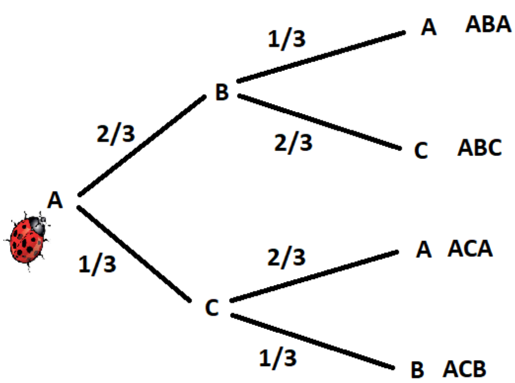
Une coccinelle se déplace aléatoirement sur les sommets d'un triangle ABC.

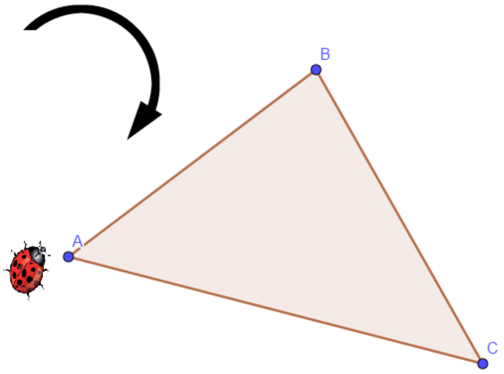
Elle part du sommet A puis vole vers un autre sommet.

Son déplacement se fait 2 fois sur 3 dans le sens des aiguilles d'une montre et fois sur 3 dans le sens inverse.

On s'intéresse aux deux premiers déplacements.

1. Représenter les différentes issues possibles de cette expérience aléatoire à l'aide d'un arbre pondéré ou un tableau de probabilités.





2. Quelle est la probabilité que la coccinelle soit revenue à son point de départ au bout des 2 premiers déplacements.

***D* : «la coccinelle est revenue à son point de départ au bout des 2 premiers déplacements. »**

$$\boldsymbol{P(D) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{3}}$$

$$\boldsymbol{P(D) = 2 \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3}}$$

$$\boldsymbol{P(D) = \frac{4}{9}}$$

Exercice 31:

Une étude de l'organisation mondiale du tourisme montre que, pour 1000 touristes venus en Europe l'année dernière, 14% sont venus en France. Parmi les touristes qui sont venus en France, 25% ont dépensé plus de 900 euros pour leur séjour. Parmi les touristes qui ne sont pas venus en France, 25% ont dépensé plus de 900 euros pour leur séjour.

Nombre de touristes	Venus en France	Non venus en France	Total
ayant dépensé plus de 900 €	35	215	250
ayant dépensé 900 € ou moins de 900 €	105	645	750
Total	140	860	1 000

1) Compléter le tableau suivant:

2) On choisit au hasard un touriste venu en Europe. Tous les touristes ont la même probabilité d'être choisis. On considère les événements suivants :

F : " Le touriste a choisi comme destination la France"

A: " le touriste a dépensé plus de 900€ pour son séjour".

a) Calculer $p(\overline{F} \cap A)$.

$$p(\overline{F} \cap A) = \frac{215}{1000} = 0,215$$

b) Calculer la probabilité que le touriste ait dépensé plus de 900€ pour son séjour.

$$P(A) = \frac{250}{1000} = 0,25$$

3) On choisit au hasard un touriste parmi ceux qui ont dépensé plus de 900€ pour leur séjour. Quelle est la probabilité qu'il soit venu en France ?

$$P_A(F) = \frac{Card(A \cap F)}{Card(A)} = \frac{35}{250} = 0,14$$

Exercice 32:

Un sondage effectué dans une société comprenant 40% de cadres et 60% d'employés. On sait que 20% des cadres et 10% des employés de cette société parlent anglais.

1) On considère un groupe de 100 salariés. Compléter le tableau suivant :

	Nombre de salariés parlant anglais	Nombre de salariés ne parlant pas anglais	Total
Nombre de cadres	**8**	**32**	**40**
Nombre d'employés	**6**	**54**	**60**
Total	**14**	**86**	100

2) On choisit un salarié au hasard parmi les 100. Tous les salariés ont la même probabilité d'être choisis. On note E et A les événements suivants :

E :" le salarié choisi est un employé" et A :" le salarié choisi sait parler anglais"

Calculer la probabilité de chacun des événements suivants.

a) E

$$P(E) = \frac{60}{100} = 0,6$$

b) A

$$P(A) = \frac{14}{100} = 0,14$$

c) " L'employé choisi est un cadre qui sait parler anglais"

$$P(\overline{E} \cap A) = \frac{8}{100} = 0,08$$

d) "L'employé choisi est un employé sachant qu'il sait parler anglais".

$$P_A(E) = \frac{Card(A \cap E)}{Card(A)} = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$$

Exercice 33:

Une maladie atteint 3% d'une population de 30 000 habitants. On soumet cette population à un test.
Parmi les bien portants, 2% ont un test positif.
Parmi les personnes malades, 49 ont un test négatif.

	Malades	Bien portants	Total
Test positif	851	582	1 433
Test négatif	49	28 518	28 567
Total	900	29 100	30 000

1) Compléter le tableau suivant:

Dans les questions suivantes, les résultats numériques demandés seront arrondis à 10^{-3}.

2) On choisit au hasard une personne dans cette population. on considère les événements T et M suivants :

T : " le test est positif pour la personne choisie"

M : " la personnes choisie est malade."

a) Décrire par une phrase les événements suivants : $\overline{T}$; $T \cap M$; $\overline{T} \cap M$.

$\overline{T}$: « le test est négatif pour la personne choisie »

$T \cap M$: «pour la personne choisie le test est positif et la personne est malade »

$\overline{T} \cap M$: «pour la personne choisie le test est négatif et la personne est malade »

b) Calculer les probabilités $p(\overline{T})$; $p(T \cap M)$; $p(\overline{T} \cap M)$.

$p(\overline{T}) = \frac{28567}{30000} \approx 0,952$ | $p(T \cap M) = \frac{851}{30000} \approx 0,028$ | $p(\overline{T} \cap M) = \frac{49}{30000} \approx 0,002$

c) Calculer la probabilité que la personne choisie soit malade ou ait un test positif.

$$\begin{aligned} p(M \cup T) &= P(M) + P(T) - P(M \cap T) \\ &= \frac{900}{30000} + \frac{1433}{30000} - \frac{851}{30000} \\ &= \frac{1482}{30000} \\ &= 0,0494 \\ &\approx 0,049 \end{aligned}$$

d) Déterminer les probabilités conditionnelles $p_T(M) et p_M(T)$.

$p_T(M) = \frac{Card(T \cap M)}{Card(T)} = \frac{851}{1433} \approx 0,594$ | $p_M(T) = \frac{Card(T \cap M)}{Card(M)} = \frac{851}{900} \approx 0,946$

e) Calculer la probabilité qu'une personne soit malade sachant qu'elle a eu un test négatif.

$$p_{\overline{T}}(M) = \frac{Card(\overline{T} \cap M)}{Card(\overline{T})} = \frac{49}{28567} \approx 0,002$$

Exercice 34:

L'année dernière, une étude réalisée auprès de 1000 employés d'une entreprise a révélé que 60% de ces employés pouvaient venir en utilisant les transports en commun. Parmi ceux-ci, 72% déclaraient tout de même venir en voiture. Parmi ceux qui n'ont pas accès aux transports en commun, 96% venaient travailler en voiture.

Nombre d'employés	Venant en voiture	Ne venant pas en voiture	Total
Pouvant venir en transports en commun	432	168	600
Ne pouvant pas venir en transports en commun	384	16	400
Total	816	184	1000

On choisit un employé au hasard parmi les 1000 employés. Tous les employés ont la même probabilité d'être choisis.

On considère les événements suivants:

T: " l'employé peut utiliser les transports en commun"

V: " l'employé vient travailler en voiture"

1) Compléter le tableau suivant :

2) Calculer la probabilité de l'événement $T \cap V$.

$$P(T \cap V) = \frac{432}{1000} = 0,432$$

3) Déterminer la probabilité que l'employé ne puisse pas utiliser les transports en commun et qu'il ne vienne pas travailler en voiture.

$$P(\overline{T} \cap \overline{V}) = \frac{16}{1000} = 0,016$$

4) Calculer p(V).

$$P(V) = \frac{816}{1000} = 0,816$$

5) Sachant qu'un employé vient en voiture, quelle est la probabilité qu'il ait accès aux transports en commun ?

$$P_V(T) = \frac{Card(T \cap V)}{Card(V)} = \frac{432}{816} \approx 0,529$$

Exercice 35 :

A la sortie d'une usine, les montres peuvent présenter un défaut sur le bracelet et un défaut sur le cadran. Une montre est défectueuse si elle présente au moins l'un des deux défauts. On prélève une montre au hasard dans la production d'une journée.

On note D_1 l'événement « la montre présente un défaut sur le bracelet » et D_2 l'événement « la montre présente un défaut sur le cadran ». On sait que $p(D_1) = 0{,}02$ et $p(D_2) = 0{,}01$.

On suppose que ces deux événements sont indépendants.

a) Calculer la probabilité que la montre présente les deux défauts.

D_1 et D_2 sont indépendants alors :

$$\begin{aligned} p(D_1 \cap D_2) &= p(D_1)\, p(D_2) \\ &= 0{,}02 \times 0{,}01 \\ &= 0{,}0002 \end{aligned}$$

La probabilité que la montre présente les deux défauts est 0,0002.

b) Déterminer la probabilité que la montre n'ait aucun défaut.

On cherche $p(\overline{D_1} \cap \overline{D_2})$

D_1 et D_2 sont indépendants alors $\overline{D_1}$ et $\overline{D_2}$ le sont aussi

On a donc :

$$p(\overline{D_1} \cap \overline{D_2}) = p(\overline{D_1}) \times p(\overline{D_2})$$
$$p(\overline{D_1} \cap \overline{D_2}) = \big(1 - p(D_1)\big)\big(1 - p(D_2)\big)$$
$$p(\overline{D_1} \cap \overline{D_2}) = (1 - 0{,}02)(1 - 0{,}01)$$
$$p(\overline{D_1} \cap \overline{D_2}) = 0{,}09702$$

Autre méthode :

$\overline{D_1} \cap \overline{D_2}$: « n'avoir aucun défaut » est le contraire de « avoir au moins un défaut »(soit le contraire de $D_1 \cup D_2$

$$p(D_1 \cup D_2) = p(D_1) + p(D_2) - p(D_1 \cap D_2)$$
$$p(D_1 \cup D_2) = 0{,}02 + 0{,}01 - 0{,}0002$$
$$p(D_1 \cup D_2) = 0{,}0298$$

$$\begin{aligned} p(\overline{D_1} \cap \overline{D_2}) &= 1 - p(D_1 \cup D_2) \\ &= 1 - 0{,}0298 \\ &= 0{,}9702 \end{aligned}$$

La probabilité que la montre n'ait aucun défaut est 0,9702.

Exercice 36 :

Chaque matin de classe, un élève peut être victime de deux événements indépendants :

•R : « Il n'entend pas son réveil sonner »

•B : « Son bus est en retard ».

Il a observé que, chaque jour de classe, la probabilité de R est égale à 0,05 et celle de Best égale à 0,1. Lorsqu'au moins l'un des deux événements se produit, l'élève est en retard au lycée.

a) Calculer la probabilité qu'un jour de classe donné, l'élève entende son réveil sonner et que son bus soit en retard

On cherche $p(\overline{R} \cap B)$
R et B sont indépendants alors $\overline{R}$ et B aussi

$$\begin{aligned}
p(\overline{R} \cap B) &= p(\overline{R})p(B) \\
&= \left(1 - p(R)\right)p(B) \\
&= (1 - 0{,}05) \times 0{,}1 \\
&= 0{,}95 \times 0{,}1 \\
&= 0{,}095
\end{aligned}$$

b) Calculer la probabilité que l'élève soit à l'heure au lycée un jour donné de classe

L'élève est à l'heure correspond à l'événement $\overline{R} \cap \overline{B}$
R et B sont indépendants alors$\overline{R}$ et $\overline{B}$ aussi

$$p(\overline{R} \cap \overline{B}) = p(\overline{R})p(\overline{B}) = \left(1 - p(R)\right)\left(1 - p(B)\right)$$
$$p(\overline{R} \cap \overline{B}) = (1 - 0{,}05\,)(1 - 0{,}1)$$
$$p(\overline{R} \cap \overline{B}) = 0{,}95 \times 0{,}9$$
$$p(\overline{R} \cap \overline{B}) = 0{,}855$$

c) Au cours d'une semaine, l'élève se rend 5 fois au lycée. On suppose que tous les jours sont indépendants les uns des autres. Déterminer la probabilité que l'élève soit à l'heure tous les jours de la semaine.

Les jours sont indépendants donc la probabilité que l'élève soit à l'heure tous les jours est : $0{,}855^5 \approx 0{,}457$

Exercice 37 :

Le tableau ci-dessous donne la répartition de 100 élèves de terminale d'un lycée, sportifs ou non sportifs, en fonction de leur régime scolaire (externe, demi-pensionnaire ou interne)

	Externe	Demi-pensionnaire	Interne
Sportif	22	12	6
Non sportif	30	18	12

On choisit un élève au hasard.

1) Les événements « l'élève est sportif » et « l'élève est externe » sont-ils indépendants ?

On note :

S **l'événement « l'élève est sportif »**

E **l'événement « l'élève est externe »**

D **l'événement « l'élève est demi-pensionnaire »**

A l'aide du tableau, on a :

$$\boldsymbol{p(S) = \frac{40}{100} = 0,4}$$
$$\boldsymbol{p(E) = \frac{52}{100} = 0,52}$$
$$\boldsymbol{p(E \cap S) = \frac{22}{100} = 0,22}$$
$$\boldsymbol{p(S) \times p(E) = 0,4 \times 0,52 = 0,208}$$

$$\boldsymbol{p(S \cap E\ ) \neq p(S) \times p(E)}$$

Donc *S* et *E* ne sont pas indépendants

2) Les événements « l'élève est non sportif » et « l'élève est demi-pensionnaire » sont-ils indépendants ?

$$\boldsymbol{p(\overline{S}) = \frac{60}{100} = 0,6}$$
$$\boldsymbol{p(D) = \frac{30}{100} = 0,3}$$
$$\boldsymbol{p(D \cap \overline{S}) = \frac{18}{100} = 0,18}$$
$$\boldsymbol{p(\overline{S}) \times p(D) = 0,6 \times 0,3 = 0,18}$$

$$\boldsymbol{p(\overline{S} \cap D\ ) = p(S) \times p(D)}$$

Donc $\overline{S}$ et *D* sont indépendants

<u>Exercice 38 :</u>

Une enquête a été menée sur différentes tranches d'âges concernant leurs habitudes écologiques. Parmi les personnes interrogées, 75 % ont moins de 35 ans ; 25 % ont 35 ans ou plus ; 60% font le tri sélectif ; 45 % sont des personnes de moins de 35 ans qui font le tri sélectif et 80 % sont des personnes de plus de 35 ans qui font le tri sélectif.

On note T l'événement « la personne fait le tri sélectif » ; J « la personne a moins de 35 ans » et M« la personne a 35 ans ou plus ».

1) Les événements J et T sont-ils indépendants ?

D'après l'énoncé :

$\boldsymbol{p(J) = 0,75}$

$\boldsymbol{p(T) = 0,6}$

$\boldsymbol{p(J \cap T\ ) = 0,45}$

$\boldsymbol{p(J) \times p(T) = 0,75 \times 0,6 = 0,45}$

$\boldsymbol{p(J \cap T\ ) = p(J) \times p(T)}$

Donc $\boldsymbol{J}$ et $\boldsymbol{T}$ sont indépendants

2) Les événements M et T sont-ils indépendants ?

D'après l'énoncé :

$\boldsymbol{p(M) = 0,25}$

$\boldsymbol{p(T) = 0,6}$

$\boldsymbol{p(J \cap T\ ) = 0,8}$

$\boldsymbol{p(J) \times p(T) = 0,25 \times 0,6 = 0,15}$

$\boldsymbol{p(M \cap T\ ) \neq p(M) \times p(T)}$

Donc $\boldsymbol{M}$ et $\boldsymbol{T}$ ne sont pas indépendants