Chapitre : Probabilité (correction)

Compétence : Loi de probabilité

Exercice 1

Préciser dans quels cas les données permettent de définir une loi de probabilité. Si oui, préciser sur quel ensemble.

1.

e_i	-2	-1	1	2	**Total**
p_i	0,25	0,16	0,30	0,29	**1**

Ainsi on définit une loi de probabilité sur :

$\boldsymbol{\Omega = \{-2\,;\,-1\,;1\,;2\}}$.

2.

e_i	f	l	e	u	r
p_i	0,18	$-0{,}16$	0,33	0,29	0,36

$\boldsymbol{p_2 = -0,16 < 0}$ **ainsi les données ne permettent pas de définir une loi de probabilité.**

3.

e_i	s	e	c	o	n	d	e	**Total**
p_i	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	**1**

Ainsi on définit une loi de probabilité sur :

$\boldsymbol{\Omega = \{s; e; c; o; n; d; e\}}$

4.

e_i	1	2	3	4	**Total**
p_i	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{28}$	$\frac{1}{28}$	$\boldsymbol{\frac{13}{28}}$

$\boldsymbol{\frac{13}{28} \neq 1}$ **ainsi les données ne permettent pas de définir une loi de probabilité.**

Exercice 2

Compléter les lois de probabilité données

1.

Eventualités	1	2	3
Probabilités	$\frac{11}{25}$	$\boldsymbol{\frac{1}{2}}$	$\frac{3}{50}$

$$\boldsymbol{p = 1 - \left(\frac{11}{25} + \frac{3}{50}\right) = \frac{50}{50} - \frac{25}{50} = \frac{25}{50} = \frac{1}{2}}$$

2.

Eventualités	a	b	c	d	e
Probabilités	$\boldsymbol{\frac{81}{121}}$	$\frac{1}{121}$	$\frac{3}{121}$	$\frac{9}{121}$	$\frac{27}{121}$

$$\boldsymbol{p = 1 - \left(\frac{1}{121} + \frac{3}{121} + \frac{9}{121} + \frac{27}{121}\right) = \frac{121}{121} - \frac{40}{121} = \frac{81}{121}}$$

Exercice 3

Un dé cubique a été falsifié, on connaît les probabilités de certaines éventualités données dans le tableau suivant :

Eventualités	1	2	3	4	5	6	**Total**
Probabilités	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\boldsymbol{\frac{3}{12}}$	$\frac{1}{6}$	**1**

1. Compléter la loi de probabilité.

$$\boldsymbol{p_5 = 1 - \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}\right) = \frac{12}{12} - \frac{9}{12} = \frac{3}{12}}$$

2. On lance un dé. Quelle est la probabilité :

a. d'obtenir un nombre impair ?

$$\boldsymbol{p_1 + p_3 + p_5 = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}}$$

b. d'obtenir un nombre pair ?

$$\boldsymbol{p_2 + p_4 + p_6 = \frac{1}{12} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12}}$$

c. d'obtenir un nombre inférieur ou égal à 3 ?

$$\boldsymbol{p_1 + p_2 + p_3 = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12}}$$

d. d'obtenir un nombre supérieur ou égal à 4 ?

$$\boldsymbol{p_4 + p_5 + p_6 = \frac{1}{6} + \frac{3}{12} + \frac{1}{6} = \frac{7}{12}}$$

Exercice supplémentaire :

Une pièce est falsifiée. Quand on la lance, Pile apparaît 3 fois plus souvent que FACE.

Proposer une loi de probabilité correspondant au lancer de cette pièce.

Soit p la probabilité d'avoir FACE.

$\boldsymbol{3p + p = 1}$ **alors** $\boldsymbol{p = \frac{1}{4}}$.

Eventualités	**PILE**	**FACE**
Probabilités	$\boldsymbol{\frac{3}{4}}$	$\boldsymbol{\frac{1}{4}}$

Compétence : Evènement

Exercice 4 : Equiprobabilité

On tire au hasard une carte d'un jeu de 32 cartes et on s'intéresse à la carte obtenue.

1. Quelles sont les issues de cette expérience ?
   En déduire l'univers de cette expérience

Les issues sont les 32 cartes.

2. Pourquoi est-on en situation d'équiprobabilité ?

Le tirage se fait au hasard, donc on est dans l'hypothèse d'équiprobabilité.

3. Citer un évènement élémentaire, un évènement impossible et un évènement quelconque.

Obtenir le roi de cœur.	**Obtenir le 5 de pique**	**Obtenir un valet**

4. Quelle est la probabilité d'obtenir la dame de cœur ?

$\boldsymbol{A}$ **: « la dame de cœur » ainsi** $\boldsymbol{p(A)=\frac{1}{32}}$

5. Quelle est la probabilité d'obtenir un cœur ?

$\boldsymbol{B}$ **: « cœur » ainsi** $\boldsymbol{p(B)=\frac{8}{32}=\frac{1}{4}}$

6. Quelle est la probabilité d'obtenir une dame ?

$\boldsymbol{C}$ **: « dame » ainsi** $\boldsymbol{p(C)=\frac{4}{32}=\frac{1}{8}}$

Exercice 5 : Cas non équiprobable

On joue avec un dé truqué à 6 faces.

On lance une fois ce dé. On sait que :

- la probabilité d'obtenir 1, 2, 3, 4 ou 5 est la même.
- la probabilité d'obtenir un 6 est égale à $\frac{1}{2}$

1. Soit l'évènement A : « obtenir un nombre inférieur ou égal à 5 ». Calculer $p(A)$.

$\boldsymbol{p_1=p_2=p_3=p_4=p_5}$. $\boldsymbol{5p_1+p_6=1}$ **donc** $\boldsymbol{5p+\frac{1}{2}=1}$ **donc** $\boldsymbol{p_1=\frac{1}{10}}$ $\boldsymbol{p(A)=p_1+p_2+p_3+p_4+p_5=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}}$

2. Soit l'évènement B : « obtenir 1». Déterminer $p(B)$.

$\boldsymbol{p(B)=p_1=\frac{1}{10}}$

3. Soit l'évènement C : « obtenir un nombre pair ». Déterminer $p(C)$.

$\boldsymbol{p(C)=p_2+p_4+p_6=\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{2}=\frac{2}{10}+\frac{5}{10}=\frac{7}{10}}$.

   En déduire la probabilité d'obtenir un nombre impair.

$\boldsymbol{1-p(C)=\frac{3}{10}}$

Exercice 6 : Situation d'équiprobabilité

Une urne contient des balles indiscernables au toucher : quatre balles bleues numérotées : 1,2,3,4, deux vertes numérotées : 1,2 et deux rouges numérotées : 2,3.

On tire au hasard une balle dans l'urne.

1. On définit les événements B : « la balle tirée est bleue », V : « la balle tirée est verte » et R : « la balle tirée est rouge ».
   Calculer la probabilité de B,de V et de R.

$\boldsymbol{p(B)=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}}$	$\boldsymbol{p(V)=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}}$	$\boldsymbol{p(R)=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}}$

2. On définit les événements U : « le numéro tiré est 1 », D : « le numéro tiré est 2 » et T : « le numéro tiré est 3 ».
   Calculer la probabilité de U,de D et de T.

$\boldsymbol{p(U)=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}}$	$\boldsymbol{p(D)=\frac{3}{8}}$	$\boldsymbol{p(T)=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}}$

Exercice 7 : Situation d'équiprobabilité

Dans une pisciculture, on élève deux sortes de truites pour la consommation : des blanches et des saumonées. il y a deux bassins, A et B, dans lesquels un employé doit pêcher les truites demandées par un client , mais il ne peut reconnaître le type d'une truite qu'après l'avoir attrapée .

- Dans le bassin A il y a 60 truites blanches et 100 truites saumonées.
- Dans le bassin B il y a 80 truites blanches et 160 truites saumonées.

Un client préfère les truites blanches, il en voudrait une.

Dans quel bassin l'employé doit-il pêcher pour avoir le plus de chances d'avoir une truites blanche du premier coup ? Justifier.

Si l'on tire dans le bassin A, la probabilité d'obtenir une truite blanche est $\boldsymbol{\frac{60}{160}=0,375}$ **Si l'on tire dans le bassin B, la probabilité d'obtenir une truite blanche est** $\boldsymbol{\frac{80}{240}\approx 0,333<0,375}$.   **Il vaut mieux tirer dans le bassin A.**

Exercice 8 : Situation de non équiprobabilité

Gil et Lou jouent au dé :

- Si un nombre inférieur ou égal à 3 sort, Gil marque 1 point.
- Si un nombre supérieur ou égal à 4 sort, Lou marque 1 point.

Après plusieurs parties, c'est Gil qui a obtenu le maximum de points.

Mais Lou s'aperçoit que le dé est truqué : la face 6 a été remplacée par une face 5.

Lou a-t-elle été défavorisée ?

$\boldsymbol{G = \{1\,;2;3\}}$ **ainsi** $\boldsymbol{p(G) = \frac{3}{6}}$. $\boldsymbol{L = \{4\,;5\,;5'\}}$ **ainsi** $\boldsymbol{p(L) = \frac{3}{6}}$. $\boldsymbol{p(G) = p(L) = \frac{1}{2}}$ **ainsi Lou n'est pas défavorisé.**

Exercice 9 : Situation de non équiprobabilité

Ben et Chris jouent au dé :

- Si le nombre est impair, Chris marque 1 point.
- Si le nombre est pair, Ben marque 1 point.

Après plusieurs parties, c'est Chris qui a obtenu le maximum de points.

Mais Ben s'aperçoit que le dé est truqué : la face 6 a été remplacée par une face 5.

Ben a-t-il été défavorisé ?

$\boldsymbol{C = \{1\,;3;5\,;5'\}}$ **ainsi** $\boldsymbol{p(G) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}}$. $\boldsymbol{B = \{2\,;4\,\}}$ **ainsi** $\boldsymbol{p(L) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}}$. $\boldsymbol{p(B) < p(C) = \frac{1}{2}}$ **ainsi Ben est défavorisé.**

Compétence : Interpréter de manière ensembliste

Exercice 10 : Calculer des probabilités demandées en utilisant des informations

A et B désignent deux évènements d'un univers Ω.

Calculer les probabilités demandées en utilisant les informations données.

1. $P(A) = 0{,}7\,; P(B) = 0{,}5\,; P(A \cap B) = 0{,}3$. Calculer $P(A \cup B)$ et $P(\bar{A})$.

$\boldsymbol{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)}$ $\boldsymbol{P(A \cup B) = 0,7 + 0,5 - 0,3 = 0,9}$	$\boldsymbol{P(\bar{A}) = 1 - P(A)}$ $\boldsymbol{P(\bar{A}) = 1 - 0,7 = 0,3}$

2. $P(A) = 0{,}635\,; P(B) = 0{,}781\,; P(A \cap B) = 0{,}453$. Calculer $P(A \cup B)$ et $P(\bar{A})$.

$\boldsymbol{P(A \cup B) = 0,635 + 0,781 - 0,453 = 0,963}$	$\boldsymbol{P(\bar{A}) = 1 - 0,635 = 0,365}$

3. $P(A) = \frac{5}{14}\,; P(B) = \frac{1}{6}\,; P(A \cap B) = \frac{1}{14}$. Calculer $P(A \cup B)$ et $P(\bar{A})$.

$\boldsymbol{P(A \cup B) = \frac{5}{14} + \frac{1}{6} - \frac{1}{14} = \frac{19}{42}}$	$\boldsymbol{P(\bar{A}) = 1 - \frac{5}{14} = \frac{9}{14}}$

4. $P(A) = 0{,}38\,; P(B) = 0{,}45\,; P(A \cup B) = 0{,}70$. Calculer $P(A \cap B)$ et $P(\bar{A})$.

$\boldsymbol{P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)}$ $\boldsymbol{P(A \cap B) = 0,38 + 0,45 - 0,7 = 0,13}$	$\boldsymbol{P(\bar{A}) = 1 - P(A)}$ $\boldsymbol{P(\bar{A}) = 1 - 0,38 = 0,62}$

5. $P(A) = 0{,}01\,; P(B) = 0{,}001\,; P(A \cup B) = 0{,}0105$. Calculer $P(A \cap B)$ et $P(\bar{A})$.

$\boldsymbol{P(A \cap B) = 0,01 + 0,001 - 0,0105 = 0,0005}$	$\boldsymbol{P(\bar{A}) = 1 - 0,01 = 0,99}$

6. $P(A) = \frac{157}{321}; P(B) = \frac{164}{321}\,; P(A \cup B) = 1$. Calculer $P(A \cap B)$ et $P(\bar{A})$.

$\boldsymbol{P(A \cap B) = \frac{157}{321} + \frac{164}{321} - 1 = 0}$	$\boldsymbol{P(\bar{A}) = 1 - \frac{157}{321} = \frac{164}{321} = p(B)}$

Exercice 11 : Interpréter de manière ensembliste

On lance un dé cubique régulier et on regarde le nombre qui apparaît sur la face supérieure.

On choisit une lettre au hasard dans cet ensemble.

Pour les évènements A et B donnés, répondre aux questions suivantes :

a. Déterminer $A \cap B, A \cup B$ et $\bar{A}$.

b. Recopier et compléter le tableau suivant :

	Vrai	Faux
Les évènements A et B sont incompatibles	2.	1. 3.
Les évènements A et B sont contraires	2.	1. 3.
$\boldsymbol{B \subset A}$		1. 2. 3. 4.
$\boldsymbol{A \subset B}$		1. 2. 3. 4.

1. A : « le nombre est divisible par 2 »
   B : « le nombre est divisible par 3 »

$\boldsymbol{A = \{2\,;4\,;6\}}$	$\boldsymbol{B = \{3\,;6\}}$	$\boldsymbol{A \cap B = \{6\}}$	$\boldsymbol{A \cup B = \{2\,;3\,;4\,;6\}}$	$\boldsymbol{\bar{A} = \{1\,;3\,;5\}}$

2. A : « le nombre est pair»
   B : « le nombre est impair»

$\boldsymbol{A = \{2\,;4\,;6\}}$	$\boldsymbol{B = \{1\,;\ 3\,;\ 5\}}$	$\boldsymbol{A \cap B = \emptyset}$	$\boldsymbol{A \cup B = \{1\,;2\,;3\,;4\,;5\,;6\}}$	$\boldsymbol{\bar{A} = B}$

3. A : « le nombre est inférieur ou égal à 4»
   B : « le nombre est strictement supérieur à 2»

$\boldsymbol{A = \{1\,;\ 2\,;\ 3\,;\ 4\,\}}$	$\boldsymbol{B = \{\,3\,;\ 4\,;\ 5\,;6\}}$	$\boldsymbol{A \cap B = \{3\,;4\,\}}$	$\boldsymbol{A \cup B = \{1\,;2\,;3\,;4\,;5\,;6\}}$	$\boldsymbol{\bar{A} = \{5\,;6\}}$

4. A : « le nombre est inférieur ou égal à 4»
   B : « le nombre est pair»

$\boldsymbol{A = \{1\,;\ 2\,;\ 3\,;\ 4\,\}}$	$\boldsymbol{B = \{\,2\,;\ 4\,;\ 6\}}$	$\boldsymbol{A \cap B = \{2\,;4\,\}}$	$\boldsymbol{A \cup B = \{1\,;2\,;3\,;4\,;6\}}$	$\boldsymbol{\bar{A} = \{5\,;6\}}$

Exercice 12 : Interpréter de manière ensembliste

On considère l'ensemble de lettres $E = \{x; y; l; o; g; r; a; p; h; i; q; u; e; s\}$.

On choisit une lettre au hasard dans cet ensemble.

Pour les évènements A et B indiqués.

a. Déterminer $A \cap B, A \cup B$ et $\bar{A}$.

b. Recopier et compléter le tableau suivant :

	Vrai	Faux
Les évènements A et B sont incompatibles ($A \cap B = \emptyset$)	5.	1. 2. 3. 4.
Les évènements A et B sont contraires ($B = \bar{A}$)		1. 2. 3. 4. 5.
$\boldsymbol{B \subset A\ (A \cap B = B)}$	4.	1. 2. 3. 5.

1. A: « la lettre choisie est une lettre du mot pirogue »
   B : « la lettre choisie est une lettre du mot yole »

$\boldsymbol{A \cap B = \{o\,;e\}}$	$\boldsymbol{A \cup B = \{p\,;i\,;r\,;o\,;g\,;u\,;e\,;y\,;l\}}$	$\boldsymbol{\bar{A} = \{x\,;y\,;l\,;a\,;h\,;q\,;s\}}$

2. A : « la lettre choisie est une lettre du mot physique »
   B : « la lettre choisie est une lettre du mot maths »

$\boldsymbol{A \cap B = \{s\,;h\}}$	$\boldsymbol{A \cup B = \{p\,;h\,;y\,;s\,;i\,;q\,;u\,;e\,;m\,;a\,;t\}}$	$\boldsymbol{\bar{A} = \{x; l; o; g; r; a; s\}}$

3. A : « la lettre choisie est une lettre du mot phoque »
   B : « la lettre choisie est une lettre du mot loir »

$\boldsymbol{A \cap B = \{o\}}$	$\boldsymbol{A \cup B = \{p\,;h\,;o\,;q\,;u\,;e;l\,;i\,;r\}}$	$\boldsymbol{\bar{A} = \{x; y; l; g; r; a; i; s\}}$

4. A : « la lettre choisie est une lettre du mot plagier »
   B : « la lettre choisie est une lettre du mot agir »

$\boldsymbol{A \cap B = \{a\,;g\,;i\,;r\} = B}$	$\boldsymbol{A \cup B = \{p\,;l\,;a\,;g\,;i\,;e\,;r\} = A}$	$\boldsymbol{\bar{A} = \{x; y; o; p; h; q; u; s\}.}$

5. A : « la lettre choisie est une lettre du mot oryx »
   B : « la lettre choisie est une lettre du mot plaques »

$\boldsymbol{A \cap B = \emptyset}$	$\boldsymbol{A \cup B = \{o\,;r\,;y\,;x\,;p\,;l\,;a\,;q\,;u\,;e\,;s\}}$	$\boldsymbol{\bar{A} = \{l; g; a; p; h; i; q; u; e; s\}.}$

Compétence : Calculer des probabilités

Exercice 13 : Calculer des probabilités

On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes

Partie A :

Soit les évènements C : « tirer un cœur » ; D : « tirer une dame » ; L : « tirer la dame de cœur » ; O : « tirer une dame ou un cœur » ; N : « ne tirer ni une dame ni cœur »

1. a. Calculer la probabilité des événements C, D et L.

$\boldsymbol{P(C)=\frac{8}{32}=\frac{1}{4}}$	$\boldsymbol{P(D)=\frac{4}{32}=\frac{1}{8}}$	$\boldsymbol{P(L)=\frac{1}{32}}$

b. Exprimer l'événement L à l'aide de C et D.

$\boldsymbol{L=C\cap D}$

2. a. Exprimer l'événement O à l'aide de C et D.

$\boldsymbol{O=C\cup D}$

b. En déduire le calcul de la probabilité de O.

$\boldsymbol{P(O)=P(C)+P(D)-P(L)}$

$\boldsymbol{P(O)=\frac{8}{32}+\frac{4}{32}-\frac{1}{32}=\frac{11}{32}}$

3. Exprimer l'événement N à l'aide des évènements précédents et en déduire le calcul de sa probabilité.

$\boldsymbol{N=\bar{O}.}$

$\boldsymbol{P(N)=P(\bar{O})=1-P(O)=1-\frac{11}{32}=\frac{21}{32}.}$

Partie B :

Soit les évènements T : « tirer un trèfle » ; P : « tirer un pique » ; O : « tirer un trèfle ou un pique » ; N : « ne tirer ni un trèfle ni un pique »

1. a. Calculer la probabilité des événements T et P.

$\boldsymbol{P(T)=\frac{8}{32}=\frac{1}{4}}$	$\boldsymbol{P(P)=\frac{8}{32}=\frac{1}{4}}$

b. Calculer la probabilité de $T\cap P$. Que peut-on alors dire des évènements T et P.

$\boldsymbol{T\cap P=\emptyset}$ **ainsi** $\boldsymbol{P(T\cap P)=0}$

$\boldsymbol{T}$ **et** $\boldsymbol{P}$ **sont incompatibles.**

2. a. Exprimer l'événement O à l'aide de T et R.

$\boldsymbol{O=T\cup P}$

b. En déduire le calcul de la probabilité de O.

$\boldsymbol{P(O)=P(T)+P(R)}$

$\boldsymbol{P(O)=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}}$

3. Exprimer l'événement N à l'aide des évènements précédents et en déduire le calcul de sa probabilité.

$\boldsymbol{N=\bar{O}.}$

$\boldsymbol{P(N)=P(\bar{O})=1-P(O)=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}.}$

Exercice 14 : Calculer des probabilités

On choisit au hasard un nombre parmi l'ensemble E des nombres entiers naturels de 1 à 10.

Calculer la probabilité des évènements suivants :

1. D : « Obtenir un multiple de 2 »

$\boldsymbol{D=\{2\,;4\,;6\,;8\,;10\}}$ **donc** $\boldsymbol{P(D)=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}}$

2. T : « Obtenir un multiple de 3 »

$\boldsymbol{T=\{3\,;6\,;9\}}$ **donc** $\boldsymbol{P(T)=\frac{3}{10}}$

3. C : « Obtenir un multiple de 5 »

$\boldsymbol{C=\{5\,;10\}}$ **donc** $\boldsymbol{P(C)=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}}$

4. K : « Obtenir un carré parfait »

$\boldsymbol{K=\{1\,;\,4\,;\,9\}}$ **donc** $\boldsymbol{P(K)=\frac{3}{10}}$

5. N : « Obtenir un nombre qui n'a que deux diviseurs (1 et lui-même) »

On appelle les appelle nombres premiers.

$\boldsymbol{N=\{2\,;\,3\,;\,5\,;7\}}$ **donc** $\boldsymbol{P(N)=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}}$

6. S : « Obtenir un nombre strictement supérieur à 5 »

$\boldsymbol{S=\{6\,;7\,;\,8\,;\,9\,;10\}}$ **donc** $\boldsymbol{P(S)=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}}$

7. I : « Obtenir un nombre inférieur ou égal à 8 »

$\boldsymbol{I=\{1\,;2\,;3\,;4\,;5\,;6\,;7\,;8\}}$ **donc** $\boldsymbol{P(S)=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}}$

8. Définir l'évènement $C\cap N$ et calculer sa probabilité.

$\boldsymbol{C\cap N}$ **: « Obtenir un nombre premier multiple de 5 »**

$\boldsymbol{C\cap N=\{5\}}$ **donc** $\boldsymbol{P(C\cap N)=\frac{1}{10}}$

9. Définir l'événement $C\cup N$ et donner de deux façons différentes sa probabilité.

$\boldsymbol{C\cup N}$ **: « Obtenir un nombre premier ou un multiple de 5 »**

$\boldsymbol{C\cup N=\{5\,;10\,;2\,;3\,;7\}}$ **donc** $\boldsymbol{P(C\cup N)=\frac{5}{10}}$

ou $\boldsymbol{P(C\cup N)=\frac{2}{10}+\frac{4}{10}-\frac{1}{10}=\frac{5}{10}.}$

10. Définir l'évènement $K\cap S$ et calculer sa probabilité.

$\boldsymbol{K\cap S}$ **: « Obtenir un carré parfait > 5 »**

$\boldsymbol{K\cap S=\{9\}}$ **donc** $\boldsymbol{P(K\cap S)=\frac{1}{10}}$

11. Définir l'événement $K\cup S$ et donner de deux façons différentes sa probabilité.

$\boldsymbol{K\cup S}$ **: « Obtenir un carré parfait ou un** nombre strictement supérieur à 5**»**

$\boldsymbol{K\cup S=\{1\,;\,4\,;\,9\,;\,6\,;7\,;\,8\,;10\}}$ **donc :**

$\boldsymbol{P(K\cup S)=\frac{7}{10}}$

ou $\boldsymbol{P(K\cup S)=\frac{3}{10}+\frac{5}{10}-\frac{1}{10}=\frac{7}{10}.}$

Compétence : Cas de plusieurs épreuves

Exercice 15 :

Dans un lots de 10000 clous, 400 présentent le défaut A, 500 présentent le défaut B, 200 présentent à la fois les deux défauts A et B

1. Compléter le tableau des effectifs ci-dessous :

Nombre de clous	présentant le défaut A	ne présentant pas le défaut A	**Total**
présentant le défaut B	**200**	**300**	**500**
ne présentant pas le défaut B	**200**	**9300**	**9500**
Total	**400**	**9600**	**10000**

2. On choisit un clou au hasard dans le lot.
   Calculer la probabilité des évènements suivants:
   a. F : « le clou présente le défaut A et B »

$\boldsymbol{P(F) = \frac{200}{10000} = \frac{2}{100} = 0,02}$

   b. G : « le clou présente le défaut A »

$\boldsymbol{P(G) = \frac{400}{10000} = \frac{4}{100} = 0,04}$

   c. H : « le clou ne présentent ni le défaut A ni le défaut B.

$\boldsymbol{P(H) = \frac{9300}{10000} = \frac{93}{100} = 0,93}$

   d. K : « le clou présentent au moins un défaut »

$\boldsymbol{P(K) = P(\overline{H}) = 1 - P(H) = 1 - \frac{93}{100} = \frac{7}{100} = 0,07}$

Exercice 16 : Tableau à double entrée

Dans une classe de terminale de 25 élèves, chaque élève possède une calculatrice, et une seule, de marque C1, C2 ou C3. Deux filles et trois garçons ont une calculatrice de marque C1. 32% des élèves de la classe ont une calculatrice de marque C2. 56% des élèves de la classe sont des filles. La moitié des filles de la classe ont une calculatrice de marque C3.

1) Compléter le tableau ci-dessous :

	Calculatrice C1	Calculatrice C2	Calculatrice C3	Total
Filles	**2**	**5**	**7**	**14**
Garçons	**3**	**3**	**5**	**11**
Total	**5**	**8**	**12**	**25**

3) On choisit maintenant au hasard une élève parmi les filles.
Quelle est la probabilité que cette élève possède une calculatrice de marque C1 ?

$\boldsymbol{p = \frac{2}{14} = \frac{1}{7} \approx 0,14}$

Pour la suite, les résultats seront donnés sous forme décimale au centième près.

2) On choisit au hasard un élève de la classe. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants.

A : « l'élève choisi est un garçon »

$\boldsymbol{P(A) = \frac{11}{25} = 0,44}$

B : « l'élève choisi possède une calculatrice de marque C2 »

$\boldsymbol{P(B) = \frac{8}{25} = 0,32}$

$C = A \cap B$ et $D = A \cup B$

C : « l'élève choisi est un garçon ET possède une calculatrice de marque C2 » donc $P(C) = \frac{3}{25} = 0,12$

D : « l'élève choisi est un garçon OU possède une calculatrice de marque C2 » donc

$\boldsymbol{P(D) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)}$

$\boldsymbol{P(D) = 0,44 + 0,32 - 0,12}$

$\boldsymbol{P(D) = 0,64}$

Exercice 17 : Tableau à double entrée

Une agence de voyage propose trois durées de séjours : un week-end, une semaine, ou deux semaines et deux types de destination : France ou Étranger.

Parmi les dossiers de l'agence, on constate que :

a. 60 % de séjours ont lieu en France ;
b. 20 % des séjours en France durent deux semaines ;
c. pour les séjours en France, il y a deux fois plus de séjours d'un week-end que de séjours d'une semaine ;
d. 75 % des séjours à l'étranger durent deux semaines ;
e. il y a autant de séjours d'un week-end que de deux semaines.

1) L'agence a traité 250 dossiers. Compléter le tableau d'effectifs suivant :

	France	Etranger	Total
Le week-end	**80**	25	**105**
La semaine	**40**	0	40
Deux semaines	**30**	**75**	**105**
Total	**150**	**100**	**250**

Explications : chaque phrase de l'énoncé donne un résultat

▪ *« L'agence a traité 250 dossiers» : on met 250 dans la case total-total*

• *« 60 % de séjours ont lieu en France » : $\frac{60}{100} \times 250 = 150$ dans le total France*

▪ *Par soustraction, on met 100 dans le total Etranger.*

• *« 20 % des séjours en France durent 2 semaines » : $\frac{20}{100} \times 150 = 30$ dans France/2sem*

• *« pour les séjours en France, il y a deux fois plus de séjours d'un week-end que de séjours d'une semaine » : on appelle x le nombre de séjour France/1semaine. D'après cette phrase on a donc 2x pour France/week-end. Mais la somme de la colonne France vaut 150, et on a déjà un 30… donc il reste 120 et on a x + 2x = 120.*
On résout cette équation : 3x = 120 donc x = 40… et on complète.

• *« 75 % des séjours à l'étranger durent deux semaines » : 75 % de 100 = 75 (trop dur…) donc 75 dans Etranger/2semaines.*

• *« il y a autant de séjours d'un week-end que de deux semaines » : par somme dans la ligne 2semaines, on trouve 105, donc on met 105 aussi dans le total de week-end.*

• *Le reste par additions-soustractions…*

2) On choisit un dossier au hasard parmi les 250 dossiers traités. Calculer la probabilité des évènements suivants (on exprimera les résultats sous forme de fractions irréductibles) :

• F : « le dossier choisi est celui d'un séjour en France » ;

$$\boldsymbol{P(F) = \frac{150}{250} = \frac{3}{5}}$$

• S : « le dossier choisi est celui d'un séjour de deux semaines » ;

$$\boldsymbol{P(S) = \frac{105}{250} = \frac{21}{50}}$$

• Sachant que le dossier choisi est celui d'un séjour de deux semaines, quelle est la probabilité qu'il soit celui d'un séjour en France ?

$$\boldsymbol{P = \frac{30}{105} = \frac{2}{7}}$$

(on change d'univers, le nouvel univers est composé des 105 dossiers « 2 semaines »)

Exercice 18 : Tableau à double entrée

On lance deux dés cubiques équilibrés.

1. Déterminer un univers équiprobable de cette expérience.

Il y a 36 cas. $\boldsymbol{\Omega = \{(1\,;1);(1\,;2);\ldots;(1\,;6)\,;(2\,;1);\ldots;(6\,;6)\}}$

2. Le jeu consiste à noter l'écart entre les deux nombres obtenus (c'est-à-dire la différence positive).
   Représenter un tableau à double entrée pour indiquer l'écart les deux nombres obtenus.

	1	2	3	4	5	6
1	0	1	2	3	4	5
2	1	0	1	2	3	4
3	2	1	0	1	2	3
4	3	2	1	0	1	2
5	4	3	2	1	0	1
6	5	4	3	2	1	0

3. Quelle est la probabilité de l'évènement A : « obtenir un écart de 1 ».

$\boldsymbol{P(A) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}}$

4. Quelle est la probabilité de l'évènement B : « obtenir un écart de 5 ».

$\boldsymbol{P(B) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}}$

5. a. Quel est la probabilité de l'évènement C : « obtenir un écart strictement inférieur à 2 » ?

$\boldsymbol{P(C) = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}}$

   b. En déduire la probabilité de l'évènement $\bar{C}$que l'on énoncera.

$\boldsymbol{\bar{C}}$ **: « obtenir un écart supérieur ou égal à 2 »**

$\boldsymbol{P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}}$

Exercice 19 : Tableau à double entrée

Un jeu de dominos est composé de 28 jetons rectangulaires leur face supérieure est divisée en deux parties chaque parties porte un nombre de points compris entre 0 et 6 (inclus) , toutes les associations de deux nombres existent ainsi que les doubles. Les dominos sont retournés sur la table et on en choisit un au hasard.

Calculer la probabilité des événements suivants :

Les éventualités sont des paires de deux nombres, chacun étant compris entre 0 et 6 (inclus). Il n'y a pas lieu ici de distinguer l'ordre des nombres. On peut utiliser une partie d'un tableau à double entrée et écrire les paires en commençant par le nombre le plus petit.

nombre min \ nombre max	0	1	2	3	4	5	6
0	0-0	0-1	0-2	0-3	0-4	0-5	0-6
1		1-1	1-2	1-3	1-4	1-5	1-6
2			2-2	2-3	2-4	2-5	2-6
3				3-3	3-4	3-5	3-6
4					4-4	4-5	4-6
5						5-5	5-6
6							6-6

a. A : « tirer le double 6 »

$\boldsymbol{P(A) = \frac{1}{28}}$

b. B : « tirer un double »

$\boldsymbol{P(B) = \frac{7}{28} = \frac{1}{4}}$

c. C : « tirer un jeton comportant un 3 et un 5 »

$\boldsymbol{P(C) = \frac{1}{28}}$

d. D : « tirer un jeton comportant exactement un 6 »

$\boldsymbol{P(D) = \frac{6}{28} = \frac{3}{14}}$

e. E : « tirer un jeton comportant au moins un 6 »

$\boldsymbol{P(E) = \frac{7}{28} = \frac{1}{4}}$

f. F : « tirer un jeton ne comportant aucun 6 »

$\boldsymbol{P(F) = P(\bar{E}) = 1 - P(E) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}}$

Exercice 20 : Arbre

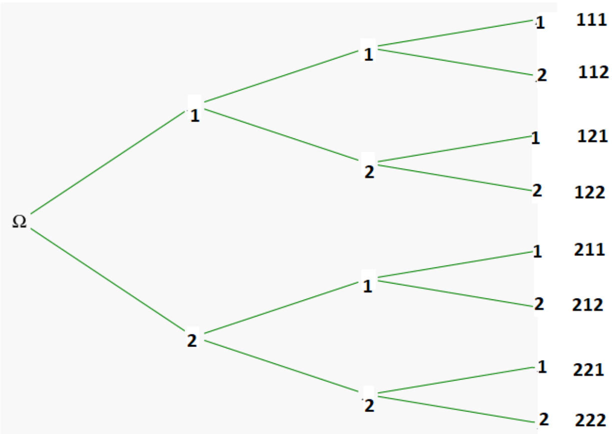
Pour un jeu de hasard, on place dans un sac opaque deux jetons numérotés 1 et 2, indiscernables au toucher. Lors d'une partie, un joueur pioche au hasard dans le sac un jeton, il note le numéro sorti, puis remet le jeton dans le sac.

Il pioche ensuite au hasard un second jeton, il note le numéro sorti à droite du précédent numéro, et remet le jeton dans le sac.

Il effectue une troisième fois l'opération.

Il obtient donc un nombre de trois chiffres : le premier jeton tiré indique le chiffre des centaines, le deuxième indique le chiffre des dizaines, et le troisième indique le chiffre des unités.

1) Déterminer à l'aide d'un arbre l'ensemble des résultats possibles.
Combien y a-t-il de résultats possibles ?



2) Calculer les probabilités des évènements suivants :

A : « le nombre obtenu est un multiple de 2 »

$\boldsymbol{P(A) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}}$

B : « le nombre obtenu est un multiple de 3 »

$\boldsymbol{P(B) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}}$

C : « tous les chiffres du nombre obtenu sont des 1 »

$\boldsymbol{P(C) = \frac{1}{8}}$

3) Décrire par une phrase en français l'évènement $A \cup B$ puis calculer sa probabilité.

$\boldsymbol{A \cup B}$ **: « Le nombre obtenu est un multiple de 2 OU un multiple de 3 »**

$\boldsymbol{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)}$

$\boldsymbol{P(A \cup B) = \frac{4}{8} + \frac{2}{8} - \frac{1}{8}}$ **car** $\boldsymbol{A \cap B = \{222\}}$

$\boldsymbol{P(A \cup B) = \frac{5}{8}}$

4) Décrire par une phrase en français l'évènement $\overline{C}$ puis calculer sa probabilité.

$\overline{C}$ **: « Le nombre obtenu n'est pas 111 » donc** $\boldsymbol{P(\overline{C}) = 1 - P(C) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}}$

Exercice 21 : Arbre

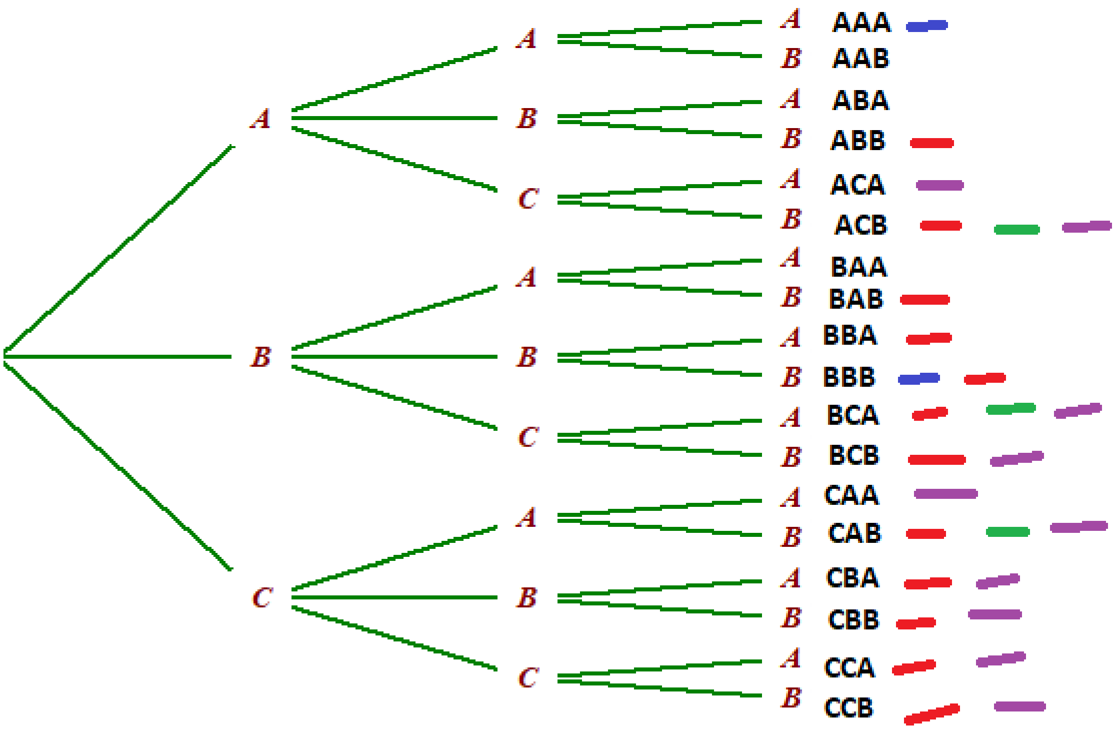
On s'intéresse à l'expérience aléatoire qui consiste à choisir trois lettres au hasard.

Les deux premières sont choisies parmi les lettres A, B et C.

La troisième est choisie parmi les lettres A et B.

Un résultat possible est donc AAB.

1) Construire un arbre permettant d'obtenir tous les résultats possibles.



Les calculs de probabilité seront donnés sous la forme de fraction irréductible.

2) Calculer la probabilité des événements E, F, G et H suivants :

E : « obtenir trois lettres identiques ».

$$P(E) = \frac{2}{18} = \frac{1}{9}$$

F : « obtenir au plus une lettre A ».

$$P(F) = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

G : « obtenir trois lettres différentes ».

$$P(G) = \frac{3}{18} = \frac{1}{6}$$

H : « obtenir au moins une lettre C ».

$$P(H) = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$$

3) a) Définir par une phrase en français l'événement $F \cap H$, puis calculer $P(F \cap H)$.

$F \cap H$: « obtenir au plus une lettre A et au moins une lettre C ».	$P(F \cap H) = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}$ **(rouge et violet en même temps)**

b) Définir par une phrase en français l'événement $F \cup H$, puis calculer $P(F \cup H)$.

$F \cup H$: «obtenir au plus une lettre A ou au moins une lettre C» .	$P(F \cup H) = P(F) + P(H) - P(F \cap H)$ $= \frac{12}{18} + \frac{10}{18} - \frac{8}{18}$ $= \frac{14}{18}$ $= \frac{7}{9}$

Exercice 22 : Arbre

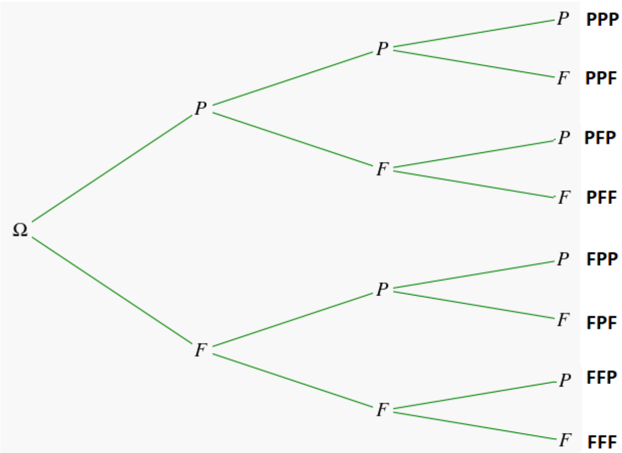
Un joueur lance successivement et dans cet ordre trois pièces de monnaie :

Un résultat peut être considéré comme un triplet du type PFP , P désignant pile et F face.

Chaque pièce est parfaitement équilibrée. On est dans une situation d'équiprobabilité.

1) Déterminer à l'aide d'un arbre l'ensemble des résultats possibles.
   Combien y-a-t'il de résultats possibles ?

Il y a 8 résultats possibles.



2) Calculer les probabilités des évènements suivants :

A : « le joueur obtient trois fois pile »

$$\boldsymbol{P(A) = \frac{1}{8}}$$

B : « le joueur obtient une seule fois pile exactement »

$$\boldsymbol{P(B) = \frac{3}{8}}$$

C : « le joueur obtient au moins une fois pile »

$$\boldsymbol{P(C) = \frac{7}{8}}$$

Exercice 23 : Arbre

Un professeur donne à ses élèves trois questions dans une interrogation écrite et propose deux réponses par question : l'une juste et l'autre fausse.

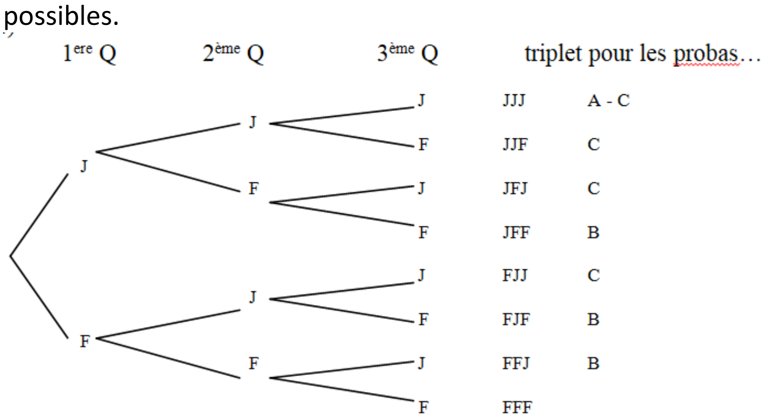
On désigne par J une réponse juste et par F une réponse fausse.

On suppose que les élèves répondent à chaque question en indiquant soit la réponse juste, soit la réponse fausse. À chaque élève, on associe le résultat de son interrogation,

sous la forme d'un triplet constitué des réponses données aux trois questions.

Par exemple, si un élève a répondu juste à la première, faux à la deuxième et à la troisième, on lui associera le résultat JFF.

1) Déterminer à l'aide d'un arbre l'ensemble des résultats possibles.



Combien y a-t-il de résultats possibles ?

Il y a 8 résultats possibles.

2) On considère un élève qui répond au hasard à chaque question.
Calculer la probabilité des évènements suivants (en fraction irréductible) :

a) A : « toutes les réponses sont justes ».

$$\boldsymbol{P(A) = \frac{1}{8}}$$

b) B : « le résultat contient exactement une réponse juste ».

$$\boldsymbol{P(B) = \frac{3}{4}}$$

c) C : « le résultat contient au plus une réponse fausse ».

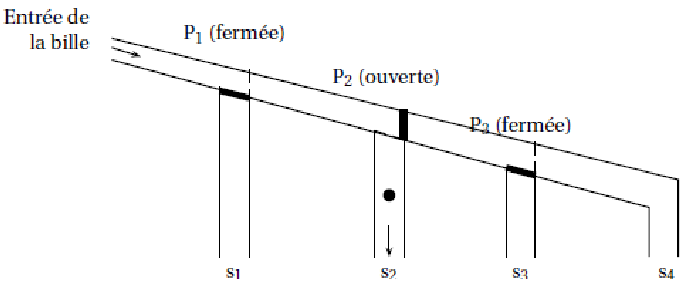
$$\boldsymbol{P(C) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}}$$

3) Décrire l'évènement $\bar{A}$ par une phrase en français, puis calculer sa probabilité.

$$\boldsymbol{P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}}$$

Exercice 24 : Arbre

Un jeu de hasard consiste à introduire une bille dans le tube d'une machine.
Cette machine possède trois portes P_1, P_2 et P_3 qui ferment ou ouvrent les accès aux quatre sorties possibles s_1, s_2, s_3 et s_4.
Un système électronique positionne aléatoirement ces trois portes puis libère la bille.



1) Énumérer, en s'aidant éventuellement d'un arbre de choix, toutes les positions simultanées possibles des trois portes et indiquer la sortie imposée à la bille pour chacune de ces configurations. On notera par exemple F-O-F-s_2 pour l'exemple dessiné ci-dessus,

ce qui signifie que :
- la porte P_1 est fermée,
- la porte P_2 est ouverte,
- la porte P_3 est fermée,
- la bille sort par la sortie s_2

Il y a 8 possibilités (on peut faire un arbre, mais ce n'est pas obligatoire !) :

O-O-O-s_1 O-O-F-s_1 O-F-O-s_1 O-F-F-s_1 F-O-O-s_2 F-O-F-s_2 F-F-O-s_3 F-F-F-s_4

2) On suppose que les événements élémentaires, trouvés à la question 1, sont équiprobables.

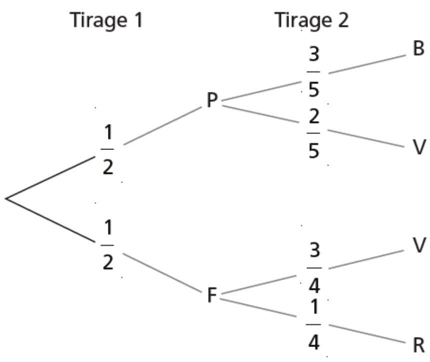
On note S_1 l'événement « la bille sort par s_1 »… et idem pour S_2, S_3 et S_4.

Calculer les probabilités $p(S_1)$, $p(S_2)$, $p(S_3)$ et $p(S_4)$ de chacun de ces événements.

$P(S_1) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$	$P(S_2) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$	$P(S_3) = \frac{1}{8}$	$P(S_4) = \frac{1}{8}$

Exercice supplémentaire : Arbre pondéré

On lance une pièce équilibrée.
Si elle tombe sur Pile, on choisit une balle au hasard dans une urne qui contient 3 blanches et 2 vertes.
Si elle tombe sur Face, on choisit une balle au hasard dans une urne qui contient 3 vertes et 1 rouge.
Quelle est la probabilité à ce jeu:



a. d'obtenir une balle blanche?

$$P(B) = P(PB) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{10}$$

b. d'obtenir une balle verte ?

$$P(V) = P(PV) + P(FV) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{5} + \frac{3}{8} = \frac{8}{40} + \frac{15}{40} = \frac{23}{40}$$

c. d'obtenir une balle rouge ?

$$P(R) = P(FR) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

<u>Exercice supplémentaire : Arbre pondéré</u>

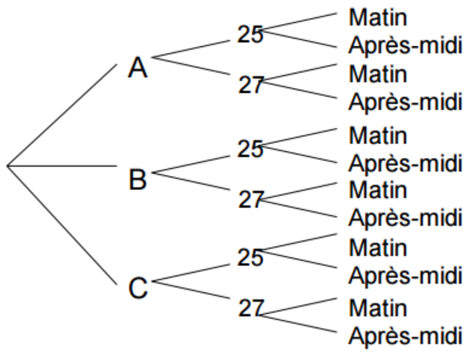
Pour organiser le passage à l'oral de leur épreuve de langue, les élèves tirent au hasard trois cartons, un dans chacune des 3 urnes suivantes :

La première urne contient les lettres « A », « B », « C »

La seconde urne contient les chiffres « 25 » et « 27 »

La dernière contient les mots « Matin » et « Après-midi »

Obtenir (A ; 25 ; matin) signifie que l »élève passera son oral le 25 juin au matin avec le sujet A.



1. Décrire la situation par un arbre
2. Combien y-a-t-il de tirages possibles ?

Il y a 12 ($3 \times 2 \times 2$) tirages possibles.

3. Après le tirage, on choisit un élève au hasard.
   a. Quelle est la probabilité que l'élève choisi passe le matin ?

$P(\text{l'élève choisi passe le matin}) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

   b. Quelle est la probabilité que l'élève choisi passe le 27 juin ?

$P(\text{l'élève choisi passe le 27 juin}) = \frac{1}{2}$

   c. Quelle est la probabilité que l'élève choisi soit interrogé sur le sujet C ?

$P(\text{l'élève choisi soit interrogé sur le sujet C}) = \frac{1}{3}$

   d. Quelle est la probabilité que l'élève choisi passe l'après-midi avec le sujet B ?

$P(\text{l'élève choisi passe l'après} - \text{midi avec le sujet B}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

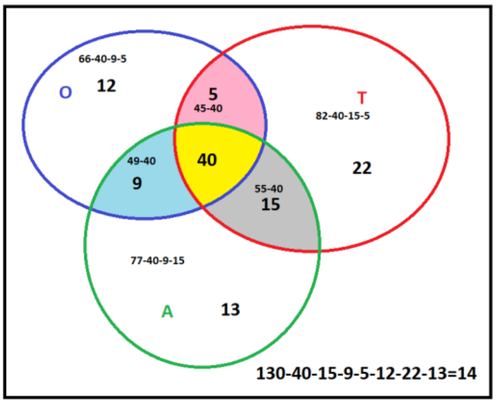
<u>Exercice 25 : Diagramme de Venn</u>

Lors d'une étude sur l'équipement des foyers français, 130 familles ont été interrogées sur leur équipement en ordinateur portable (O), téléphone portable (T) et appareil photo numérique (A).

77 familles sont équipées d'un appareil photo numérique, 66 d'un ordinateur portable et 82 d'un téléphone portable.

49 familles ont au moins un ordinateur et un appareil photo, 45 ont au moins un ordinateur et un téléphone et 55 ont au moins un appareil photo et un téléphone. De plus, 40 familles déclarent être en possession des trois produits.

1. Construire un diagramme de Venn pour décrire la situation.



2. En vous aidant du diagramme, déterminer le nombre de familles :
   a. qui possèdent uniquement un ordinateur portable.

12 familles possèdent uniquement un ordinateur portable.

   b. qui possèdent uniquement un appareil photo numérique et un téléphone ;

15 familles possèdent uniquement un ordinateur portable.

   c. qui ne possèdent aucun de ces trois équipements.

14 familles possèdent aucun de ces trois équipements.