# Fiche méthode : Généralités sur les fonctions (Calculs)

## I. Image et antécédent(s)

**Application 1 :**

Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x - 1$.

1. Calculer l'image de 2 par la fonction $f$.

$f(2) = 2 \times 2 - 1$
$f(2) = 4 - 1$
$f(2) = 3$

2. Calculer $f(-1)$

$f(-1) = 2 \times (-1) - 1$
$f(-1) = -2 - 1$
$f(-1) = -3$

3. Résoudre $f(x) = 0$. Interpréter le résultat.

$f(x) = 0$
$2x - 1 = 0$
$2x = 1$
$x = \frac{1}{2}$

$$S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$$

$\frac{1}{2}$ est l'antécédent de 0 par la fonction $f$.

4. Donner les éventuels antécédents de 2 par la fonction $f$.

$f(x) = 2$
$2x - 1 = 2$
$2x = 3$
$x = \frac{3}{2}$
$\frac{3}{2}$ est l'antécédent de 2 par la fonction $f$.

5. Donner l'ensemble de définition de la fonction $g$ définie par :

$$g(x) = \frac{5x + 9}{2x - 1}$$

On cherche les valeurs interdites en résolvant $2x - 1 = 0$.
D'après la question 3, la valeur interdite est $\frac{1}{2}$.

$$D_g = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$$

6. Donner l'ensemble de définition de la fonction $g$ définie par :

$$h(x) = \sqrt{2x - 1}$$

On résout l'inéquation :
$2x - 1 \geq 0$
$2x \geq 1$
$x \geq \frac{1}{2}$

$$D_h = [\frac{1}{2}\ ;\ +\infty[$$

**Image :**
Pour trouver **l'image** de $a$, on calcule $f(a)$.

**Méthode :**
On remplace « $x$ » par la valeur de $a$ (en faisant attention que $2x$ signifie $2 \times x$).

**Antécédent(s) :**
Chercher **des antécédents** de $k$ par la fonction $f$ revient à résoudre l'équation $\boldsymbol{f(x) = k}$.

**Méthode :**
On résout l'équation en remplaçant $f(x)$ par son expression. On peut remarquer que résoudre une équation revient à chercher des antécédents.

**Ensemble de définition et quotient :**
Pour déterminer l'ensemble de définition d'une fonction qui comporte un quotient, on cherche les **valeurs interdites** en résolvant l'équation « dénominateur = 0 », puis on donne l'ensemble de définition : $D_f = \mathbb{R} \setminus \{$ valeurs interdites$\}$.

Autrement dit :
$\frac{A}{B}$ est définie si, et seulement si, $\boldsymbol{B \neq 0}$.

**Ensemble de définition et racine carrée**

Pour déterminer l'ensemble de définition d'une fonction qui comporte une racine carrée, on cherche la valeur de $x$ pour laquelle l'intérieur de la racine carré est supérieur ou égale à 0.

Autrement dit :
$\sqrt{A}$ est définie si, et seulement si, $\boldsymbol{A \geq 0}$.

## II. Tableau de valeur

**Application 2 : Utiliser un tableau de valeurs**

On définit la fonction $g$ par le tableau suivant :

| $x$ | $-2{,}5$ | $-0{,}5$ | $0$ | $2$ | $5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | $1$ | $-5$ | $0{,}5$ | $4$ | $1$ |

1. Quel est l'ensemble de définition de la fonction $g$ ?

$D_g = [-2{,}5\ ;5]$

2. Quelles sont les images par $g$ de $-2{,}5;\ 0$ et de 2 ?

$g(-2{,}5) = 1$ | $g(0) = 0{,}5$ | $g(2) = 4$

3. Quels sont les éventuels antécédents de 1 ?

$g(-2{,}5) = 1$ et $g(5) = 1$ ainsi $-2{,}5$ et 5 sont les antécédents de 1 par $f$.

## III. Appartenance d'un point à une courbe

**Application 3 :**

Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x - 1$.

1. Le point $A(2\ ;3)$ appartient-il à la courbe représentative de $f$ ?

$f(2) = 2 \times 2 - 1$
$f(2) = 3$
$f(2) = y_A$
Donc $A \in C_f$

2. Le point $B(-1\ ;3)$ appartient-il à la courbe représentative de $f$ ?

$f(-1) = 2 \times (-1) - 1$
$f(-1) = -3$
$f(-1) \neq y_B$
Donc $B \notin C_f$

**Appartenance d'un point à une courbe :**
Pour vérifier qu'un point $M(x_M; y_M)$ appartient à $C_f$ on vérifie d'abord que $x_M \in D_f$ puis on calcule $f(x_M)$.

- **si $\boldsymbol{f(x_M) = y_M}$ alors $\boldsymbol{M \in C_f}$.**
- **si $\boldsymbol{f(x_M) \neq y_M}$ alors $\boldsymbol{M \notin C_f}$.**

**Méthode :**
On remplace, dans $f(x)$, le «$x$ » par l'abscisse (1^er nombre), et après calcul on vérifie si le résultat est égal à l'ordonnée (2^ème nombre)

## IV. Parité

**Application 4 : Fonction paire**

Soit $f$ la fonction carré définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$
$\mathbb{R}$ est symétrique par rapport à zéro.
$\boldsymbol{f(-x)} = (-x)^2 = x^2 = \boldsymbol{f(x)}$
Ainsi la fonction carré est paire.

**Application 5 : Fonction impaire**

Soit $f$ la fonction inverse définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \frac{1}{x}$.
$\mathbb{R}^*$ est symétrique par rapport à zéro.

$$f(-x) = \frac{1}{-x} = -\frac{1}{x}$$

$$\boldsymbol{-f(x)} = -\frac{1}{x} = \boldsymbol{f(-x)}$$

Ainsi la fonction inverse est impaire.

**Parité :**
Pour montrer la parité d'une fonction :
- On vérifie que l'ensemble de définition est symétrique par rapport à 0 : $\forall x \in D : -x \in D$.
- On calcule $f(-x)$ :
  - Si $\boldsymbol{f(-x) = f(x)}$ alors la fonction est **paire.**
  - Sinon on calcule $-f(x)$ :
    - si $f(-x) = -f(x)$ alors la fonction est **impaire.**
    - Sinon la fonction n'est ni paire ni impaire

**Représentation graphique et parité :**
- La courbe d'une fonction **paire** est **symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.**
- La courbe d'une fonction **impaire** est **symétrique par rapport à l'origine du repère**.