Chapitre : Droites du plan

Dans tout ce qui suit, le plan est muni d'un repère $(O;I,J)$

I. Equations réduites de droites

1) Droite non parallèle à l'axe des ordonnées

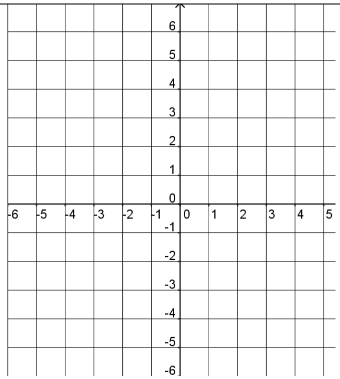
Propriété 1 : Toute droite ____
à l'axe des ordonnées a une équation de la forme ______________________________

Réciproquement, soient $m,p \in \mathbb{R}$, l'ensemble des points $M(x;y)$ tels que :
_________________________ est une droite _____________________________________
à l'axe des ordonnées.

2) Droite parallèle à l'axe des abscisses

Propriété 2 : Soit $A(x_A;\ y_A)$ un point quelconque du plan, et soit (d) une droite passant par A et

____



Tous les points de (d) ont la même ordonnée que le point A : une équation de la droite (d) est donc :

____

Réciproquement, si une droite a pour équation une

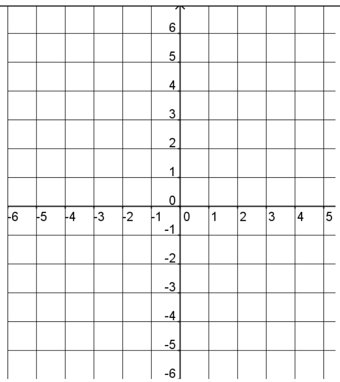
équation de la forme __________________________

(avec ______$\in \mathbb{R}$), alors c'est une droite ____.

3) Droite parallèle à l'axe des ordonnées

Propriété 3 : Soit $A(x_A;\ y_A)$ un point quelconque du plan, et soit (d) une droite passant par A et

____



Tous les points de (d) ont la même abscisse que le point A : une équation de la droite (d) est donc :

____

Réciproquement, si une droite a pour équation une

équation de la forme __________________________

(avec ______$\in \mathbb{R}$), alors c'est une droite ____.

Preuve du sens direct de 1) 2) et 3) :

Soient $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$ deux points distincts d'une droite D et $M(x;y)$ un point de plan. Alors :

$M(x;y) \in D$ si et seulement si les points A, M et B sont alignés

si et seulement si les vecteur $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x-x_A \\ y-y_A \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B-x_A \\ y_B-y_A \end{pmatrix}$ sont colinéaires.

si et seulement si $(x-x_A)(y_B-y_A)-(y-y_A)(x_B-x_A)=0$ (*)

On fait une distinction de cas :

Cas 1 : Si $x_A \neq x_B$ (les droites sont donc non parallèles à l'axe des ordonnées), alors $x_B - x_A \neq 0$.
On peut alors diviser dans (*) par x_B-x_A :

$M(x;y) \in D$ si et seulement si $(x-x_A)(y_B-y_A)-(y-y_A)(x_B-x_A)=0$

si et seulement si $(x-x_A)\left(\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}\right)-(y-y_A)\left(\frac{x_B-x_A}{x_B-x_A}\right)=0$

si et seulement si $(x-x_A)\left(\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}\right)-(y-y_A)=0$

si et seulement si $(x-x_A)\left(\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}\right)=(y-y_A)$

si et seulement si $x\left(\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}\right)-x_A\left(\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}\right)=(y-y_A)$

si et seulement si $y=\left(\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}\right)x+y_A-x_A\left(\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}\right)$

On note alors $m=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$ et $p=y_A-x_A\left(\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}\right)$. *(On a alors prouvé le 2))*

Cas 2 : Si de plus : $y_B = y_A$ (les droites sont donc parallèles à l'axe des abscisse) alors : $y_B - y_A = 0$.

$M(x;y) \in D$ si et seulement si $y=\left(\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}\right)x+y_A-x_A\left(\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}\right)$

si et seulement si $y=y_A$ *(On a alors prouvé le 3))*

Cas 3 : Si $x_A = x_B$ (les droites sont donc parallèles à l'axe des ordonnées), alors $y_B \neq y_A$ car A, B sont supposés distincts. On a donc, $x_B - x_A = 0$ et $y_B - y_A \neq 0$.

$M(x;y) \in D$ si et seulement si $(x-x_A)(y_B-y_A)-(y-y_A)(x_B-x_A)=0$

si et seulement si $(x-x_A)(y_B-y_A)-(y-y_A)\times 0=0$

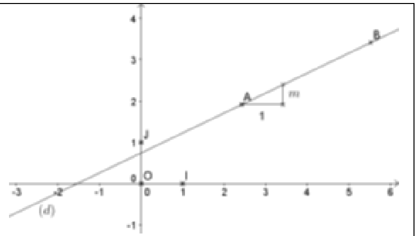
si et seulement si $(x-x_A)(y_B-y_A)=0$

si et seulement si $(x-x_A)=0$ (on a diviser par $y_B-y_A\neq 0$)

si et seulement si $x=x_A$ *(On a alors prouvé le 1))*

Définition 1 :

- m est appelé ____________________
  ____
- p est appelé _____________________
  ____



Remarque :
Si la droite est parallèle à l'axe des abscisses, son coefficient directeur est _____________ et on retrouve l'équation de la forme _____________.

Exercice 1 :
Les équations suivantes sont-elles des équations de droites ?
Si oui, donner l'équation réduite, et préciser si la droite a une particularité (horizontale ? verticale ? passe par l'origine ?)

1) $y = \frac{3}{2}x + \sqrt{2}$ 2) $2x + 3y - 5 = 0$ 3) $5x = 1$

4) $3y + 2 = 6$ 5) $2x + \frac{3}{y} - 5 = 0$ 6) $2x^2 + 3y - 1 = 0$

Exercice 2 :
Les équations suivantes sont-elles des équations de droites ?
Si oui, donner l'équation réduite, et préciser si la droite a une particularité (horizontale ? verticale ? passe par l'origine ?)

1) $x + y - 5 = 0$ 2) $3x - 6y + 2 = 0$ 3) $3\sqrt{2}\ x + \sqrt{2}\, y = 0$
4) $5y + 10x = 20$ 5) $3 - x = 0$ 6) $\sqrt{4x} + 2y = 0$

Exercice 3 : Compléter le tableau suivant.
(pour l'équation réduite, faire les calculs au brouillon, et ne donner que la réponse)

équation :	est-ce une équation de droite ? (oui ou non)	si c'est une droite			
		particularité ?	équation réduite ?	m = ?	p = ?
$3x + 5y + 10 = 0$					
$2x - 8 = 0$					
$2x^2 + 3y + 1 = 0$					
$4x + 2y = 0$					
$x = 3y - 1$					
$y + 8 = 0$					
$\frac{2x + y}{3} = 1$					

Exercice 4 : Déterminer l'équation réduite de chacune des droites suivantes, préciser si la droite a une particularité (horizontale ? verticale ? passe par l'origine ?)

$D_1 : 2x + y - 3 = 0$ $D_2 : 5y - 10 = 0$ $D_3 : 9x + 3y = 0$
$D_4 : 2x - 4y + 8 = 0$ $D_5 : -3x + y - 5 = 0$ $D_6 : x + 3y = 0$

Application 1 :
Soit (d)la droite d'équation $y = 2x - 3$. Les points $A(2; 1)$ et $B(-1; -2)$ sont-ils sur (d) ?

Exercice 5 : Points appartenant à une droite ?

1. Les points $A(-3\,;2), B(0\,;5), C(12\,;47)$ et $D(1\,;3)$ appartiennent-ils à la droite d'équation $y = 4x - 1$?
2. Les points $A(-2\,;3), B(0\,;5), C(-2\,;47)$ et $D(1\,;3)$ appartiennent-ils à la droite d'équation $x = -2$?
3. Les points $A(-3\,;2), B(0\,;5), C(12\,;47)$ et $D(1\,;3)$ appartiennent-ils à la droite d'équation $y = 3x + 11$?
4. Les points $A\left(1\,;-\frac{1}{4}\right), B\left(-\frac{1}{2}\,;-1\right), C\left(\frac{1}{2}\,;-\frac{1}{2}\right)$ et $D(1\,;3)$ appartiennent-ils à la droite d'équation $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$?
5. Les points $A(0; 2{,}3), B(1; 2{,}4), C(1{,}2; 1{,}7)$ et $D(1\,; 2{,}2)$ appartiennent-ils à la droite d'équation $y = -0{,}1x + 2{,}3$?

Exercice 6 : Abscisses, ordonnées et équations de droites

1. Pour chacune des équations de droites suivantes, indiquer l'ordonnée du point d'abscisse $\boldsymbol{x} = -3$.

a. $y = -2$
b. $y = x - 2$
c. $y = \frac{2}{3}x - 2$
d. $y = \frac{2}{3}x$
e. $y = 2x + 7$
f. $y = -x + 3$

2. Pour chacune des équations de droites suivantes, indiquer l'abscisse du point d'ordonnée $\boldsymbol{y} = 2$.

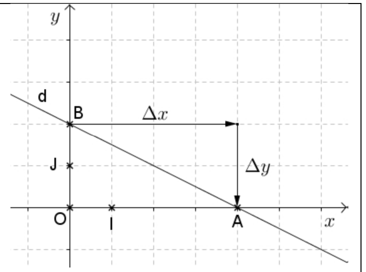
a. $x = 3$
b. $y = x - 4$
c. $y = \frac{5}{2}x$
d. $y = 2x + 1$
e. $y = -x + 7$
f. $y = \frac{2}{3}x - 2$

II. Coefficient directeur et ordonnée à l'origine

1) Coefficient directeur

Propriété 4 :

Dans un repère $(O;\ I;J)$, la droite d non parallèle à l'axe des ordonnées passant par $A(x_A;\ y_A)$ et $B(x_B;y_B)$ (Aet Bdistincts) a pour coefficient directeur :

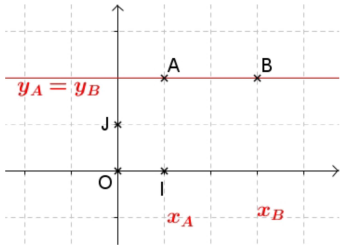


Cas Particulier :

Si la droite d est horizontale, alors

$m\ =$____________

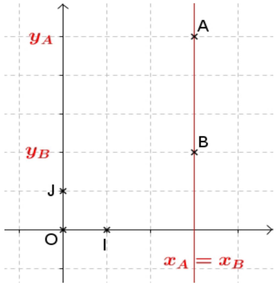
(d horizontale signifie que A et Bont même ordonnée, d'où $y_B - y_A$ =0, et donc m=_________).



Si la droite d est verticale, alors

m_________

____



Algorithme : Equation de droite

```
def droite(xA,yA,xB,yB):
    if yA==yB:
        k=
        print("La droite (AB)  pour équation y=",k)
    elif xA==xB:
        k=
        print("La droite (AB) a pour équation x=",k)
    else :
        m=
        p=
        print("La droite (AB) a pour équation y=",m,"x+",p)
```

Application 2 :

1. a) Soit $A(2;-1)$ et $B(4;3)$. Calculer le coefficient directeur de la droite (AB).

   b) Déterminer l'équation de la droite (AB)

2. Soit $C(2\,;5)$, déterminer l'équation de la droite (AC)

3. Soit $D(-1\,;3)$, déterminer l'équation de la droite (BD)

Exercice 7 : Déterminer une équation de droite

Déterminer l'équation de la droite (AB)

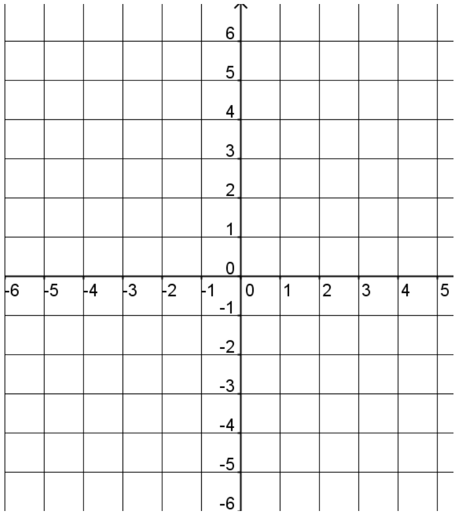
a. $A(7\,;0)$ et $B(0\,;7)$
b. $A(8\,;3)$ et $B(8\,;\ -3)$
c. $A(-7\,;-3)$ et $B(12\,;-3)$
d. $A\ (-2\,;\ -8\ )$ et $B\ (\ 6\,;\ 16\ )$
e. $A(-2\,;0)$ et $B(0\,;\ 2)$
f. $A\ (\ 3\,;\ 1\ )$et $B\ (\ -12\,;\ -2\ )$
g. $A(1\,;-2)$ et $B\left(-\frac{1}{2}\,;-5\right)$
h. $A(0\,;\sqrt{5}-2)$ et $B(4\,;\ \sqrt{5}+2)$

2) Interprétation graphique

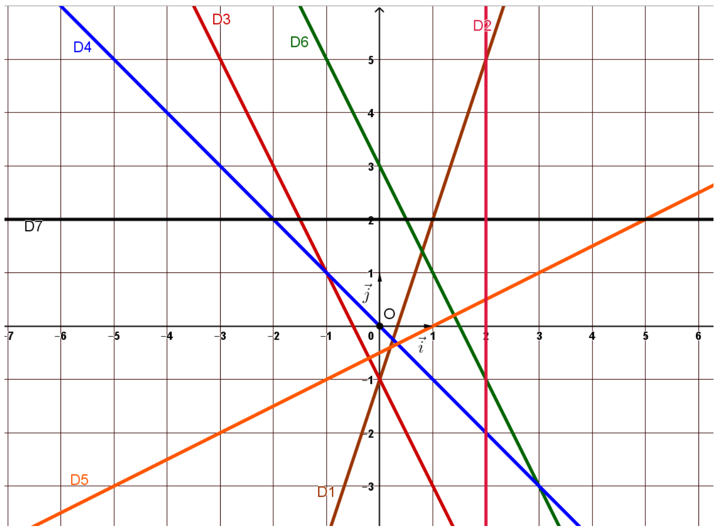
Application 3 : On considère la droite D d'équation $y = -3x + 4$.
L'ordonnée à l'origine est _____________, la droite coupe donc l'axe des ordonnées au point d'ordonnée _________
On place donc le point de coordonnée A______________

La pente est égale à _________ , on part donc du point A, on se déplace « verticalement » de __________ unités vers le _______________ (car ____________) et « horizontalement » d'une unité vers la droite.
On obtient un deuxième point B.

On trace ensuite cette droite à l'aide des deux points.



Exercice 8 : Associer une fonction affine à une droite



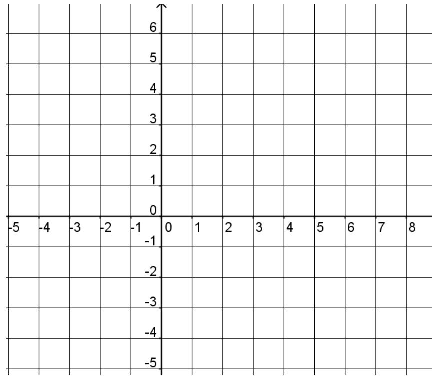
Déterminer une équation de chaque droite représentée ci-contre.

Exercice 9 : Représenter dans un repère orthonormé des droites

Représenter dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ les droites suivantes :

a. $(d_1) : y = 2$
b. $(d_2) : x = -1$
c. $(d_3) : y = -2x$
d. $(d_4) : y = x - 3$
e. $(d_5) : y = 2x - 1$
f. $(d_6) : y = -x - 2$
g. $(d_7) : y = \frac{1}{2}x + 2$
h. $(d_8) : y = -\frac{5}{8}x - 3$
i. $(d_9) : y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}$

Application bilan 1 : Méthode pour tracer une droite :

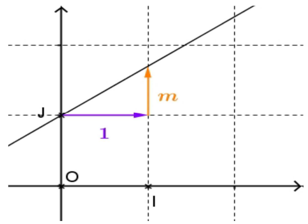


a) Tracer la droite (d_1) passant par les points $A(-2; 5)$ et $B(6; 3)$.

Méthode : En connaissant deux points appartenant à la droite : on place les deux points connus et on trace la droite passant par ces deux points.

b) Tracer les droites d'équation $(d_2) : y = 3x - 2$ et $(d_3) : y = -\frac{3}{4}x + 3$

Méthode 1 : En connaissant l'équation réduite de la droite $y = mx + p$: on donne deux valeurs particulières à x pour obtenir deux points appartenant à la droite.
Méthode 2 : On obtient le premier point grâce à l'ordonnée à l'origine puis on obtient un second point avec le coefficient directeur (en se déplaçant de m unités verticalementet d'une unité (horizontalement) vers la droite).

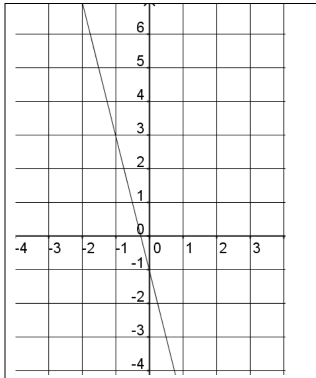


c) Tracer la droite passant par le point $E(1; -3)$ de coefficient directeur 2.

Méthode : En connaissant un point appartenant à la droite et le coefficient directeur de la droite m : on place le point connu, on obtient un second point avec le coefficient directeur (en se déplaçant de m unités verticalementet d'une unité (horizontalement) vers la droite).

Application bilan 2 :Méthode pour obtenir l'équation réduite d'une droite :

Soit (d) la droite d'équation $y = mx + p$



a) Trouver l'équation de la droite ci-contre :

Méthode 1 :
- p est l'ordonnée à l'origine, c'est donc l'ordonnée du point de la droite d'abscisse 0.
- m est le coefficient directeur de la droite, pour le trouver on place un point (si possible avec abscisse et ordonnée entières) sur la droite. Puis on remplace x et y par les coordonnées de ce point dans l'équation.

Méthode 2 : on peut trouver m par lecture graphique :
On part d'un point quelconque de la droite. On se compte le déplacement verticale entier V (+ vers le haut et – vers le bas) de telle sorte que le déplacement horizontale vers la droite H soit un entier. On a alors $m = \frac{V}{H}$.

b) Trouver l'équation de la droite passant par les points $A(-2; 5)$ et $B(6; 3)$

Méthode : Si on connait deux point $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ appartenant à la droite, alors
- $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$
- $A \in (d)$ alors $y_A = mx_A + p$, ainsi $p = y_A - mx_A$ (formule à ne pas connaitre)

III. Positions relatives de deux droites d'un plan

1) Droites parallèles

Propriété 5 : Soient d_1 une droite d'équation $y = m_1x + p_1$ et d_2 une droite d'équation $y = m_2x + p_2$ deux droites du plan non parallèles à l'axe des ordonnées.

d_1 et d_2 sont ____ si et seulement si ____.

Application 4 : Soit $d_1 : y = 2x - 3$, $d_2 : y = -2x + 1$ et $d_3 : y = 2x + 5$.

1. Les droites d_1 et d_2 sont-elles parallèles ?

2. Les droite d_1 et d_3 sont-elles parallèles ?

Exercice 10 : Droites parallèles et coefficients directeurs

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

Pour chacun des cas suivants, déterminer l'équation de la droite (d) :

1. (d) est parallèle à l'axe (OJ) passant par $A(1\,;\,-3)$.
2. (d) est parallèle à l'axe (OI) passant par $A(1\,;\,-3)$.
3. (d) est parallèle à l'axe (IJ) passant par $A(1\,;\,-3)$.
4. (d) est parallèle à (BC) passant par A avec $A(6\,;2), B(0\,;5)$ et $C(-1\,;-1)$
5. (d) est parallèle à la droite (d') d'équation $x = 3$ passant par $A(-3\,;1)$
6. (d) est parallèle à la droite (d') d'équation $y = -4$ passant par $A(4\,;2)$
7. (d) est parallèle à la droite (d') d'équation $y = -5x + 3$ passant par $A(-1\,;7)$
8. (d) est parallèle à la droite (d') d'équation $y = 2x - 5$ passant par $A(0\,;3)$
9. (d) est parallèle à la droite (d') d'équation $y = \frac{3}{2}x - 2$ passant par $A(2\,;3)$

Exercice 11 : Droites parallèles et coefficients directeurs

Parmi les droites dont on donne l'équation, identifier celle qui sont parallèles.

a. $(d_1) : x = -3$
b. $(d_2) : y = x + 7$
c. $(d_3) : y = 1{,}2$
d. $(d_4) : y = -3x + 1$
e. $(d_5) : y = x$
f. $(d_6) : x = 15$
g. $(d_7) : y = 3x + 1$
h. $(d_8) : y = -23$
i. $(d_9) : y = -3x - 3$

Exercice 12 : Droites parallèles et coefficients directeurs

Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont ou ne sont pas parallèles :

1. $A(1\,;1), B(3\,;3), C(-5\,;12)$ et $D(10\,;27)$.
2. $A(-2\,;6), B(6\,;0), C(10\,;-12)$ et $D(-10\,;-3)$.
3. $A(0{,}8\,;1), B(1{,}3\,;3), C(5\,;1{,}9)$ et $D(5{,}3\,;3{,}1)$.

Propriété 6 : A, B et C sont des points deux à deux distincts. Les points A, B et C sont alignés si et seulement si, les droites ______________et _____________ont le même ________________________________

Application 5 : Les points $(-2\,;2)$, $B(1\,;1)$ et $C(4\,;0)$ sont-ils alignés ?

Exercice 13 : Points alignés et coefficients directeurs

Les points A, B et C sont-ils, ou non, alignés ?

1. $A(6\,;2), B(0\,;5)$ et $C(-2\,;6)$.
2. $A(-1\,;0), B(1\,;5)$ et $C(-1\,;-1)$.
3. $A(7\,;-2), B(7\,;3)$ et $C(7\,;-9)$.
4. $A(-186\,;17), B(0\,;-45)$ et $C(78\,;-71)$.

2) Droites sécantes

Propriété 7 : Soient d_1 une droite d'équation $y = m_1x + p_1$ et d_2 une droite d'équation $y = m_2x + p_2$ deux droites du plan non parallèles à l'axe des ordonnées.

d_1 et d_2 sont ____ si et seulement si ____.

Méthode : Pour déterminer les coordonnées du point d'intersection P de deux droites sécantes d'équations $y = mx + p$ et $y = m'x + p'$ on résout (généralement par substitution) un système de deux équations à deux inconnues : $\begin{cases} y = mx + p \\ y = m'x + p' \end{cases}$

Remarque : Il est possible que les équations de droites soient sous forme cartésienne.

On résoudrait alorsun système de la forme : $\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases}$

IV. Système d'équation

Méthode par substitution :

$$\begin{cases} x + 2y = -4 \\ 3x - 2y = 12 \end{cases}$$

1ère étape :

On exprime l'une des inconnues en fonction de l'autre dans une des équations :

$$\begin{cases} x = -4 - 2y \\ 3x - 2y = 12 \end{cases}$$

2ème étape :

On remplace l'inconnue dans l'autre équation. Elle devient une équation du premier degré à une seule inconnue : on conserve l'écriture en système !

$$\begin{cases} x = -4 - 2y \\ 3(-4 - 2y) - 2y = 12 \end{cases}$$

3ème étape :

On développe la nouvelle équation :

$$\begin{cases} x = -4 - 2y \\ -12 - 6y - 2y = 12 \end{cases}$$

4ème étape :

On résout la 2ème équation:

$$\begin{cases} x = -4 - 2y \\ -6y - 2y = 12 + 12 \end{cases} \quad \Bigg| \quad \begin{cases} x = -4 - 2y \\ -8y = 24 \end{cases} \quad \Bigg| \quad \begin{cases} x = -4 - 2y \\ y = \dfrac{24}{-8} = -3 \end{cases}$$

5ème étape :

On remplace « l'inconnue connue » dans la première équation, puis on calcule :

$$\begin{cases} x = -4 - 2 \times (-3) = -4 + 6 = 2 \\ y = -3 \end{cases}$$

La solution de l'équation est le couple (2 ; -3).
(On vérifie)

Méthode par combinaison

$$\begin{cases} \mathbf{5x + 4y = -1} \\ \mathbf{3x - 2y = 1} \end{cases}$$

1ère étape : **ÉLIMINER x (ou y)**

On multiplie chaque équation par un nombre afin de que les coefficients de x soient les mêmes :

$$\begin{matrix} \mathbf{3\times} \\ \mathbf{5\times} \end{matrix}\begin{cases} 5x + 4y = -1 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$$

On obtient un nouveau système *équivalent* :

$$\begin{cases} \mathbf{15}x + \mathbf{12}y = \mathbf{-3} \\ \mathbf{15}x - \mathbf{10}y = \mathbf{5} \end{cases}$$

On **soustrait** « terme à terme » les deux équations, pour éliminer x :

$$(-)\begin{cases} 15x + 12y = -3 \\ 15x - 10y = 5 \end{cases}$$

$$\mathbf{0x + 22y = -8}$$

On obtient une équation du premier degré à une inconnue et <u>on garde l'une des deux équations du départ</u>.

$$\begin{cases} 5x + 4y = -1 \\ 22y = -8 \end{cases}$$

2ème étape : On résout la deuxième équation pour trouver y.

$$\begin{cases} 5x + 4y = -1 \\ y = -\dfrac{8}{22} = -\dfrac{4}{11} \end{cases}$$

3ème étape : On remplace la valeur du y trouvé e pour avoir la valeur de x.

$$\begin{cases} 5x + 4 \times \left(-\dfrac{4}{11}\right) = -1 \\ y = -\dfrac{4}{11} \end{cases} \qquad \begin{cases} 5x - \dfrac{16}{11} = -1 \\ y = -\dfrac{4}{11} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x = -\dfrac{11}{11} + \dfrac{16}{11} \\ y = -\dfrac{4}{11} \end{cases} \qquad \begin{cases} 5x = \dfrac{5}{11} \\ y = -\dfrac{4}{11} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \dfrac{1}{11} \\ y = -\dfrac{4}{11} \end{cases}$$

La solution de ce système est le couple $\left(\frac{1}{11} ; -\frac{4}{11}\right)$.
(On vérifie)

<u>Exercice 14 : Droites sécantes et coefficients directeurs</u>

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ et on considère les droites (d) et $(d)'$ d'équations respectives :

$$y = -\frac{2}{3}x + 7 \text{ et } y = \frac{1}{6}x - 18$$

1. Montrer que (d) et (d') sont sécantes.
2. Le point $A(30 ; -13)$ est-il le point d'intersection des droites (d) et (d') ?

<u>Exercice 15 : Droites sécantes et coefficients directeurs</u>

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ et on considère les droites (d) et $(d)'$ d'équations respectives :

$$y = \frac{2}{7}x - \frac{3}{8} \text{ et } y = -\frac{5}{7}x + \frac{5}{8}$$

1. Montrer que (d) et (d') sont sécantes.
2. Déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.

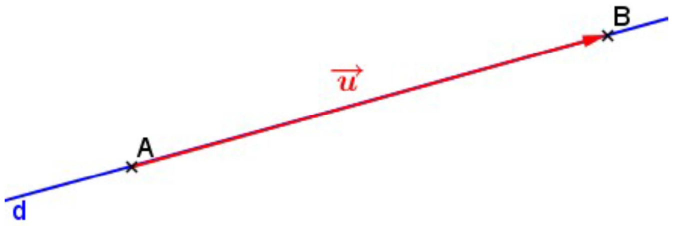
<u>Exercice 16 : Systèmes d'équations</u>

Résoudre les systèmes d'équations proposés

1. $\begin{cases} x - 3y = 11 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$
2. $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 3x + 7y = 2 \end{cases}$
3. $\begin{cases} 9x - 2y = -31 \\ 3x + 4y = -1 \end{cases}$
4. $\begin{cases} 2x + 2y = 1 \\ 4x + 2y = 0 \end{cases}$
5. $\begin{cases} 5x + 3y = -3 \\ 5x - 5y = 5 \end{cases}$
6. $\begin{cases} 5x + 3y = -3 \\ -2x + y = 10 \end{cases}$
7. $\begin{cases} 3x + 4y = -2 \\ -6x + 2y = 9 \end{cases}$
8. $\begin{cases} 8x - 6y = 3 \\ -4x + 4y = -3 \end{cases}$
9. $\begin{cases} 3x - y + 5 = 0 \\ 3y = 9x - 12 \end{cases}$

V. Déterminer une équation cartésienne à l'aide d'un vecteur directeur

Définition 2 : Soit d une droite et A, B deux points distincts.
On appelle ________________________________ **de d** tout vecteur non nul $\overrightarrow{AB}$ tel que les points A et B _______________________________ à la droite d.
Autrement dit :
Un vecteur est appelé **vecteur directeur d'une droite** lorsqu'il est
___________________________ à tout vecteur $\overrightarrow{AB}$ avec A et B appartenant à la droite.



Propriété 8 : Soit A un point, $\vec{u}$ un vecteur non nul et d la droite passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$ et M un point du plan.

$$M \in d \Leftrightarrow$$

Application 6 :

On considère la droite d de vecteur directeur $\vec{u}\binom{2}{-3}$ et passant par le point $A(-4; 1)$.
Les points $B(1; -7)$ et $C(-1; -3; 5)$ sont-ils des points de d ?

Activité : On se place dans un repère $(O\,; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. Soient $A(4\,; -3)$ et $B(2\,; 1)$.

1. Donner les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

2. Soit $M(x\,; y)$ un point appartenant à (AB). Donner une équation de la droite (AB).

Propriété 9 : Soient a, b, c des réels tels que $a \neq 0$ ou $b \neq 0$.
Toute droite d du plan admet une équation de la forme :

Cette équation est appelée ____.

Propriété 10 (réciproque de la 6) :
Soient a, b, c des réels tels que $a \neq 0$ ou $b \neq 0$.
L'ensemble des points $M(x\,; y)$ vérifiant la relation $ax + by + c = 0$ est une ____________________.

Exemple :
L'équation cartésienne de la droite (AB) donnée au début de ce paragraphe est :

$$4x + 2y - 10 = 0$$

Exercice 17 : Déterminer une équation cartésienne

Soit (d) la droite d'équation $y = \frac{1}{4}x - 2$.

Identifier s'autres équations de (d) parmi celle-ci :

a) $x = 4y + 2$
b) $x - 4y - 2 = 0$
c) $x = 8$
d) $-x + 4y + 8 = 0$
e) $0{,}5x - 2y = 4$
f) $y + 6 = x$

Propriété 11 : Soient a, b, c des réels tels que $a \neq 0$ ou $b \neq 0$.

Le vecteur de coordonnées $\begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de toute droite d'équation cartésienne $ax + by + c = 0$

Exemple : Un vecteur directeur de la droite (AB) précédente est $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}$.

Application 7 : Vecteurs directeurs

Déterminer un vecteur directeur de la droite (d) dont on donne une équation.

$(d) : 5x + 4y + 1 = 0$	$(d) : x - 3 = 0$
$(d) : y = 7x - 5$	$(d) :\ -x + 2y = 0$

Application 8 *:* On considère $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ un repère du plan. Déterminer une équation cartésienne de la droite d passant par le point $A(2;-1)$ et de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$.

1ère méthode : (colinéarité)	**2ème méthode : $\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$**

Exercice 18 : Déterminer une équation cartésienne

On donne un point A d'une droite (d) et un vecteur directeur de cette droite.

Déterminer une équation de (d).

a) $A(-2\,;3)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}$
b) $A(-4\,;6)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}7\\0\end{pmatrix}$

Application 9 : On considère $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ un repère du plan. Déterminer une équation cartésienne de la droite d passant par les points $A(2;-1)$ et $B(-25\,;30)$.

Exercice 19 : Droites parallèles

On donne une équation de deux droites (d_1) et (d_2).
Indiquer si ces droites sont parallèles.
Donner les coordonnées du point d'intersection si les droites sont sécantes.

1. $(d_1) : 7x + y - 1 = 0$ et $(d_2) : x + 5y - 3 = 0$
2. $(d_1) : x - y - 1 = 0$ et $(d_2) : -2x + 2y - 3 = 0$

Exercice 20 : Déterminer une équation cartésienne

Déterminer une équation de la droite parallèle à la droite (d) et passant par le point A.

1. $(d) : 4x + 2y - 5 = 0$ et $A(1\,;1)$.
2. $(d) : x + 2y - 5 = 0$ et $A(0\,;1)$.
3. $(d) : x - 5 = 0$ et $A(1\,;2)$.

Exercice 21 : Equation de médianes

Soit les points $A(1\,;-2), B(6\,;5)$ et $C(8\,;\,-6)$.

1. Déterminer une équation des médianes issues de A et de B dans le triangle ABC.
2. En déduire les coordonnées du centre de gravité G du triangle ABC.

Exercice 22 : Equation de médianes

Soit les points $A(-1\,;1), B(3\,;7)$ et $C(4\,;\,-2)$.

1. Déterminer les coordonnées des points A' et C', milieux respectifs des segments $[BC]$ et $[AB]$.
2. Déterminer une équation des médianes issues de A et de C dans le triangle ABC.
3. En déduire les coordonnées du centre de gravité G du triangle ABC.