



INSTITUTO FEDERAL
São Paulo
Câmpus Cubatão

IFSP - INSTITUTO FEDERAL DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO ESTADO DE SÃO PAULO

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

1º SEMESTRE 2021

GEOMETRIA 1

PROFESSOR: LUCIANO ANDRE CARVALHO

AUTOR:

MATHEUS SANTOS BARROS

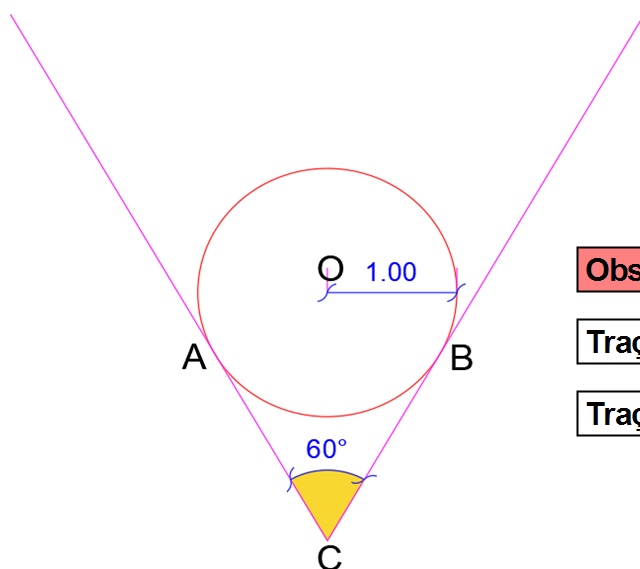
RA: CB301553X

CUBATÃO

2021

01. (PUC-SP) – Uma circunferência de raio unitário tangencia os lados de um ângulo de 60° . A distância entre o centro dessa circunferência e o vértice do ângulo é igual a:

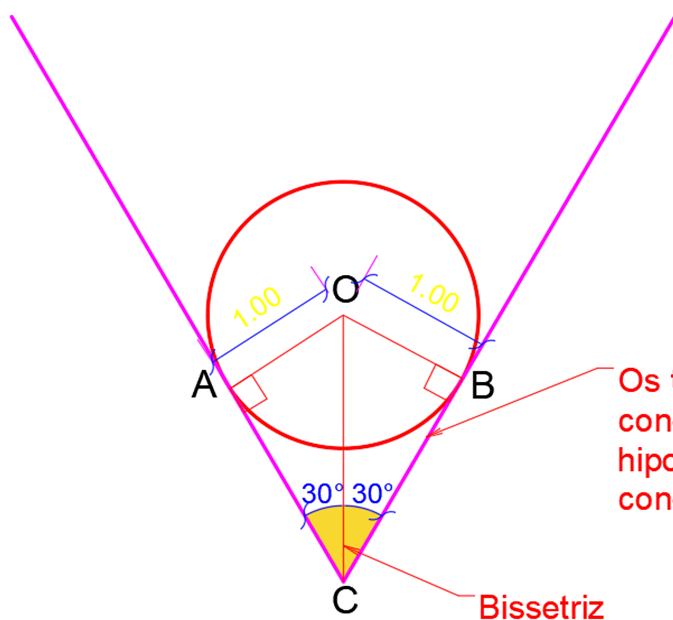
- (A) 1
- (B) $\sqrt{2}$
- (C) $\sqrt{3}$
- (D) 2
- (E) $\sqrt{5}$



Obs: A e B pontos da tangente

Traçar um segmento de reta AO e OB ... $AO = OB = r = 1$

Traçar um segmento de reta do ponto O ao ponto C.

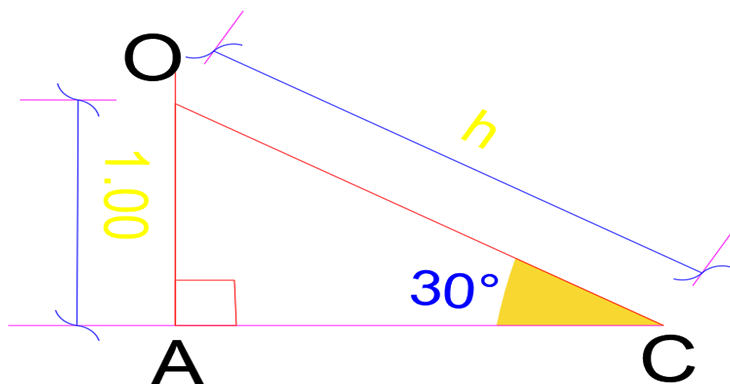


Os triângulos ACO e BOC são congruentes, pois possuem hipotenusa e um dos catetos congruentes

Bissetriz

OBS: Para encontrar a distância entre o vértice do ângulo e o centro do círculo basta calcular a hipotenusa de um dos triângulos retângulos

Triângulo ACO



$$\sin(\theta) = \text{Co}/h$$

OBS: Co = cateto oposto e h = hipotenusa

$$\sin(30^\circ) = 1/2$$

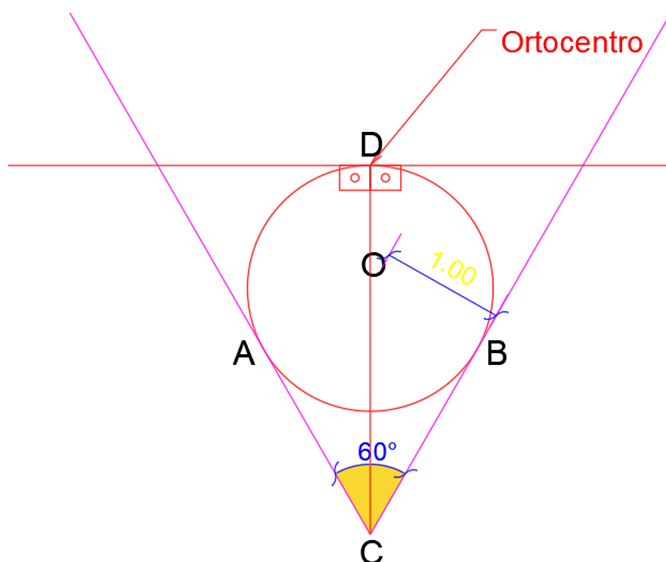
$$1/2 = 1 / h$$

$$h/2 = 1$$

$$h = 2$$

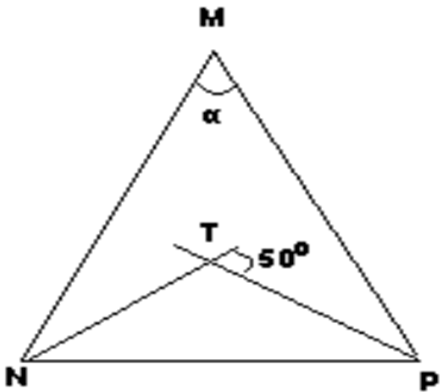
OBS: outra maneira de resolver este exercício é traçar duas paralelas uma no vértice C e outra na tangente D formando um triângulo equilátero

A altura do triângulo equilátero vale $3.r$ e o baricentro do triângulo coincide com eixo do do círculo na proporção 2:1 logo, o segmento OC vale $2r = 2.1 = 2$.

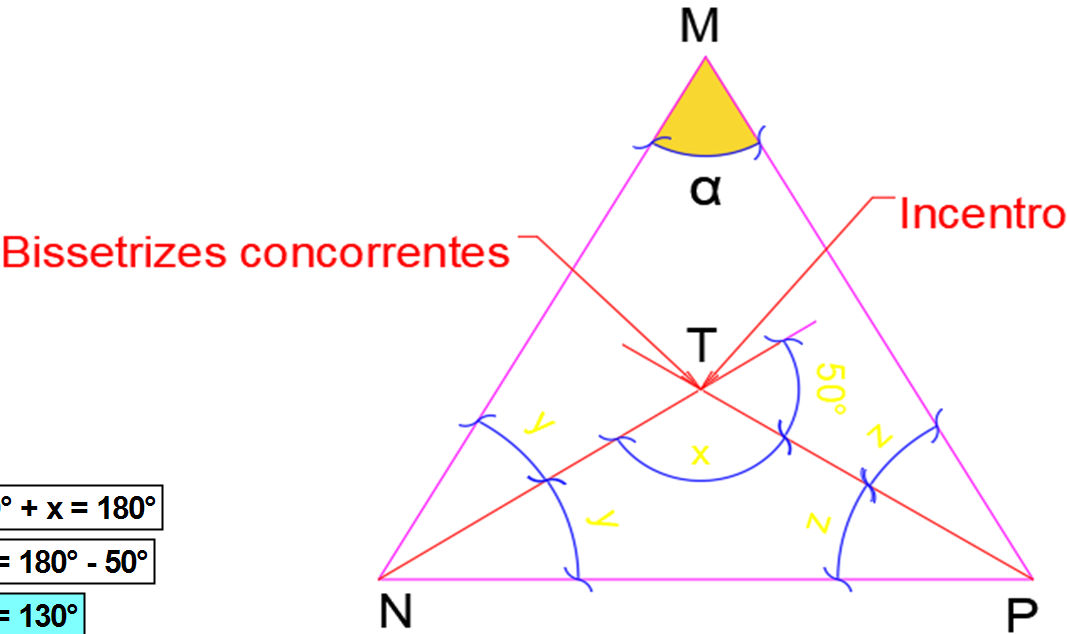


Resposta D: A distância entre o eixo do círculo e o vértice do ângulo vale 2.

02. (MACK) – Se, na figura, T é o incentro do triângulo MNP, a medida do ângulo α é:



- (A) 45°
- (B) 50°
- (C) 60°
- (D) 70°
- (E) 80°

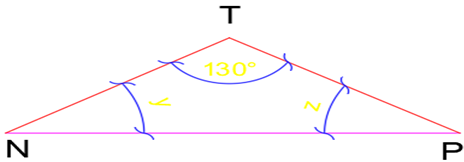


$$50^\circ + x = 180^\circ$$

$$x = 180^\circ - 50^\circ$$

$$x = 130^\circ$$

Triângulo NPT

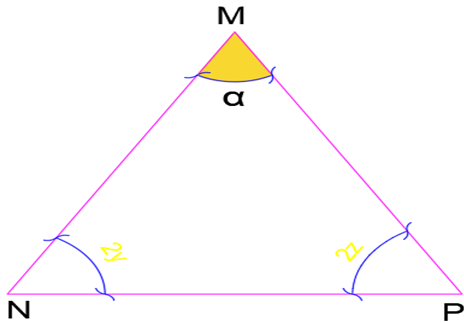


$$x + y + z = 180^\circ$$

$$y + z = 180^\circ - 130^\circ$$

$$y + z = 50^\circ$$

Triângulo MNP



$$2y + 2z + \alpha = 180^\circ$$

$$2 \cdot (y + z) + \alpha = 180^\circ$$

$$2 \cdot (50^\circ) + \alpha = 180^\circ$$

$$\alpha = 180^\circ - 100^\circ$$

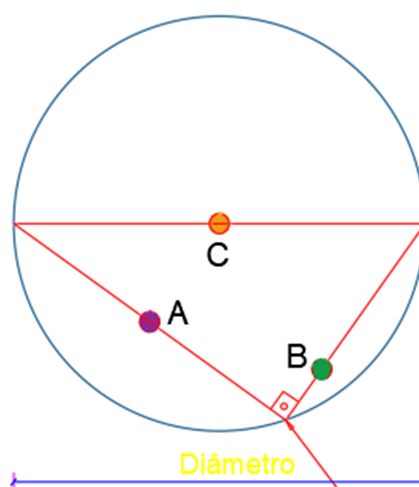
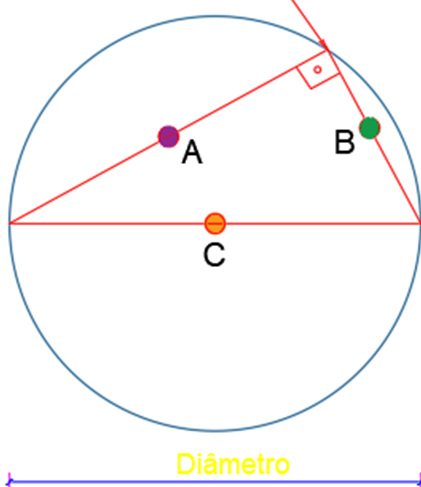
$$\alpha = 80^\circ$$

Resposta E: O ângulo α mede 80°

03. (UNESP) – Sejam A , B e C , pontos distintos no interior de um círculo, sendo C o centro do mesmo. Se construirmos um triângulo inscrito no círculo com um lado passando por A , o outro por B e o outro por C podemos afirmar que este triângulo:

- (A) é acutângulo
- (B) é retângulo
- (C) é obtusângulo
- (D) não é isósceles
- (E) pode ser equilátero

Triângulo retângulo em uma semi-circunferência

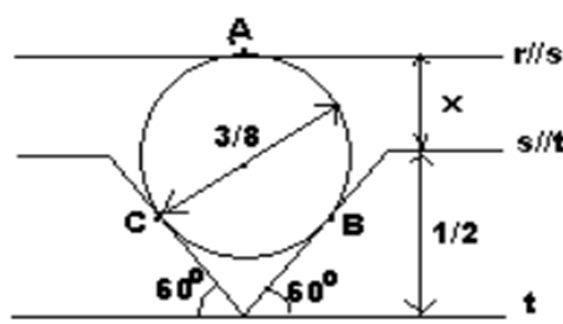


Triângulo retângulo em uma semi-circunferência

OBS: Uma das características do triângulo retângulo é que podemos escrevê-lo em qualquer semi-círculo.

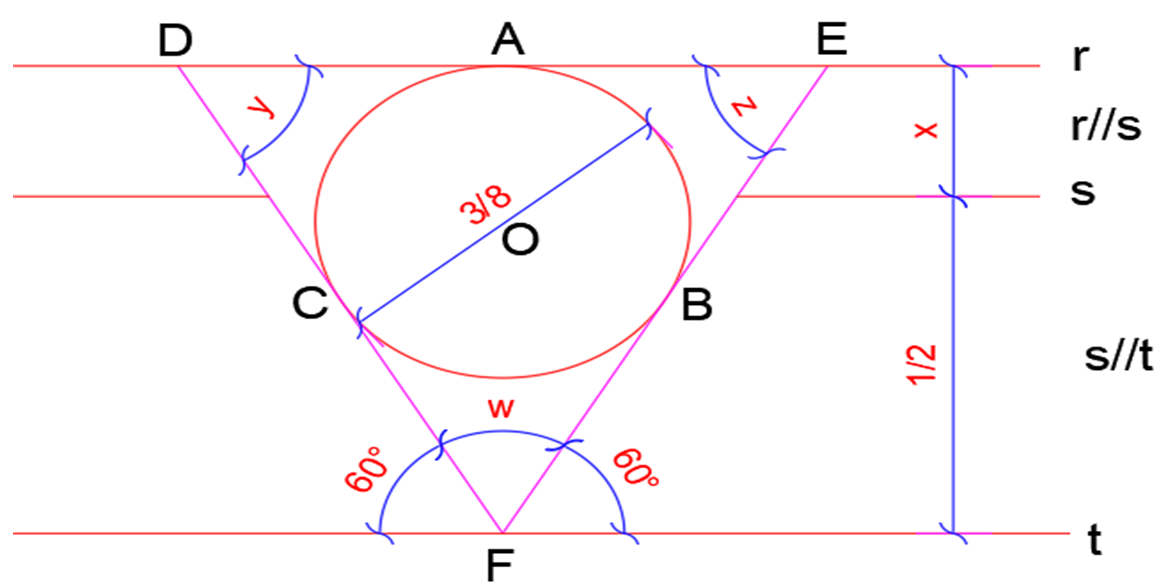
Resposta B: O triângulo é retângulo

04. (FUVEST) = Na figura abaixo, A, B e C são pontos de tangência. Então, x vale:



- (A) 3/16
- (B) 1/8
- (C) 3/32
- (D) 1/32
- (E) 1/16

OBS: Prolongar os segmentos de reta FC e FB até a paralela r formando um triângulo



O ângulo y é alterno inteono do ângulo de 60°logo, $y = 60^\circ$

O ângulo z é alterno inteono do ângulo de 60°logo, $z = 60^\circ$

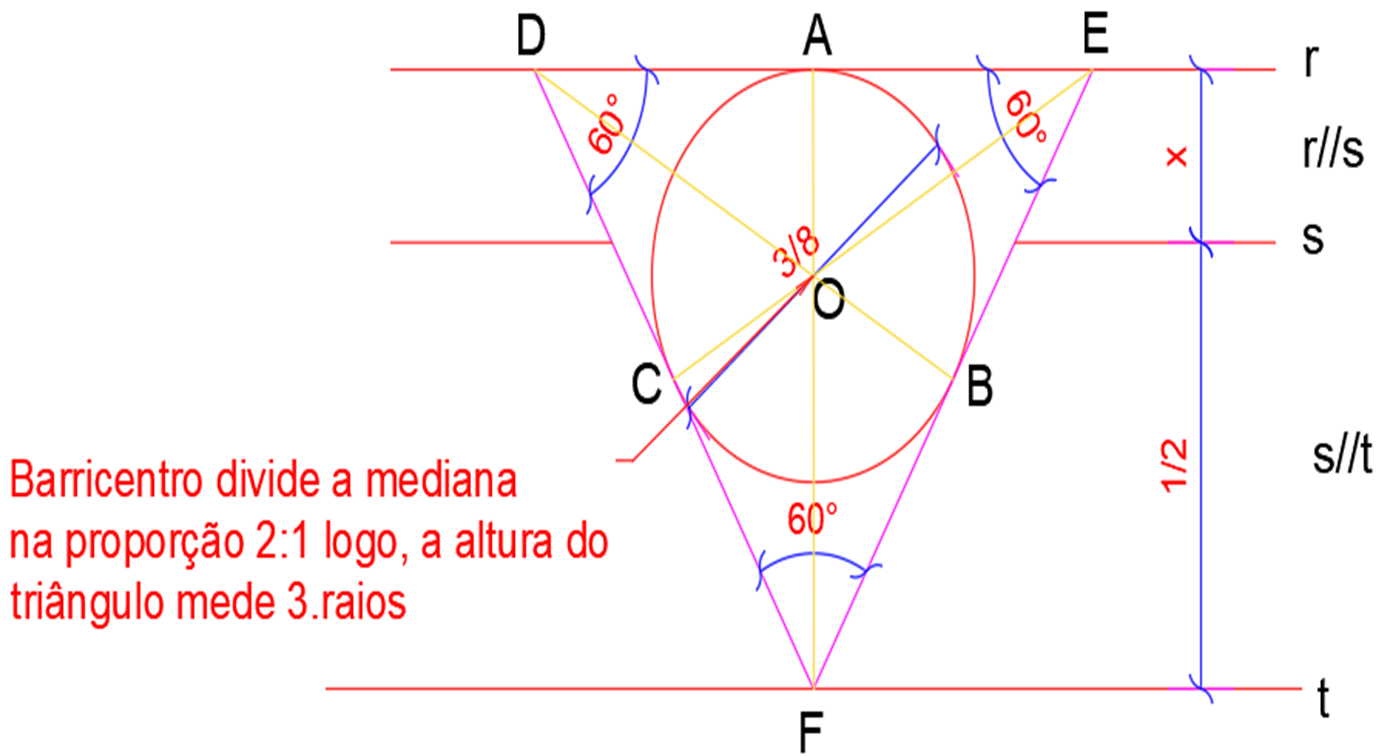
$x + 60^\circ + 60^\circ = 180^\circ$

$x = 180^\circ - 120^\circ$

$x = 60^\circ$

OBS: O triângulo FDE é equilátero

Traçar as medianas no triângulo FDE o barricentro do triângulo vai coincidir com o eixo do círculo



$$D = 2.r$$

$$r = D/2$$

$$r = (3/8) / 2$$

$$r = 3/16$$

$$h = 3.r$$

$$h = 3.r$$

$$h = 3.(3/16)$$

$$h = 9/16$$

OBS: (x + 1/2) equivale a altura do triângulo

$$h = x + 1/2$$

$$x = h - 1/2$$

$$x = 9/16 - 1/2$$

$$x = 18/32 - 16/32$$

$$x = 2/32$$

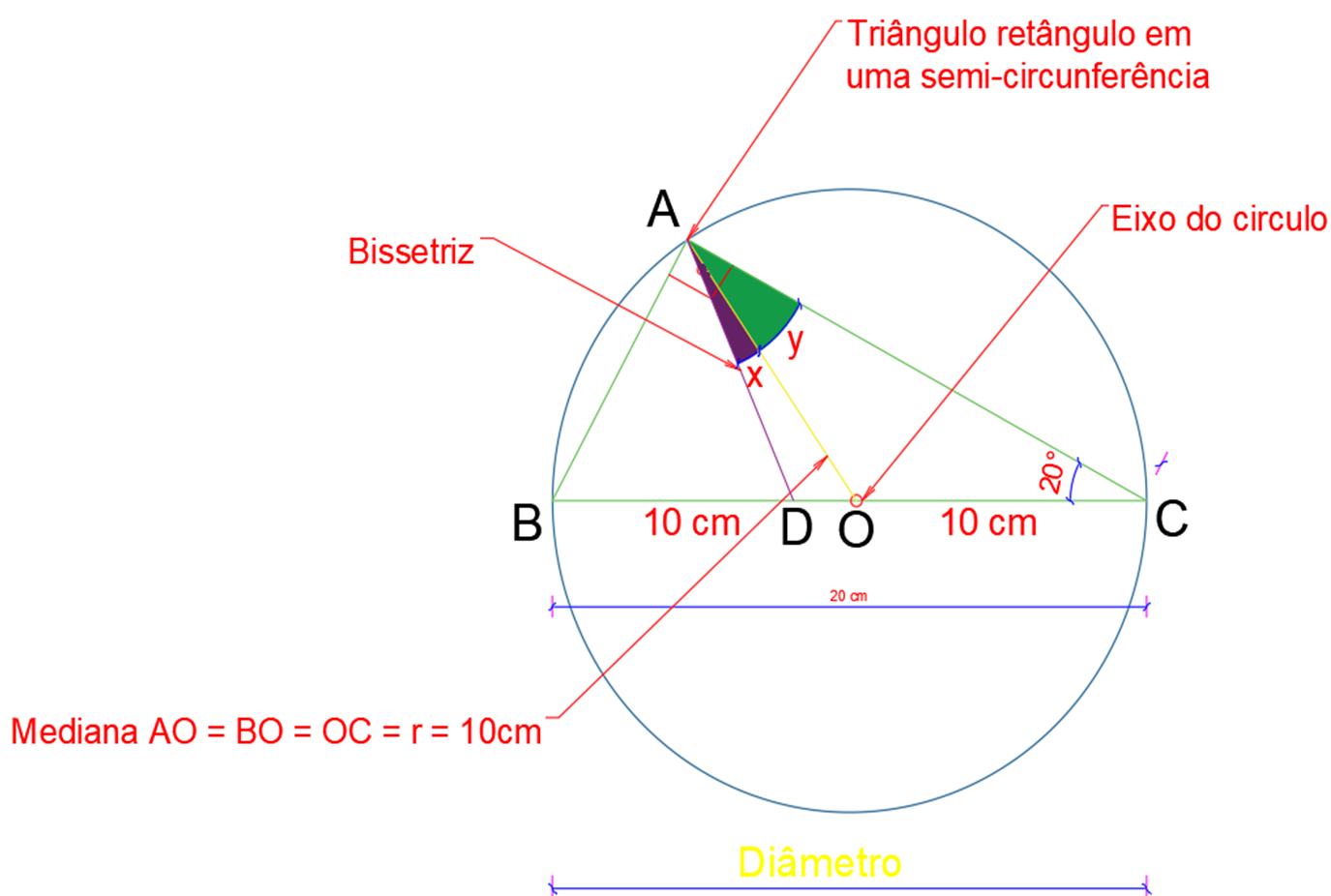
$$x = 1/16$$

Resposta E: x = 1/16

05.(FUVEST) – A hipotenusa de um triângulo retângulo mede 20cm. E um dos ângulos, 20° .

a) Qual a medida da mediana relativa à hipotenusa?

b) Qual a medida do ângulo formado por essa mediana e pela bissetriz do ângulo reto?



OBS: O triângulo ACO é isóceles de base AC logo, $y = 20^\circ$

OBS: A bissetriz divide o ângulo reto em dois ângulos congruentes de 45°

$$x + y + 45^\circ = 90^\circ$$

$$x = 90^\circ - 45^\circ - y$$

$$x = 90^\circ - 45^\circ - 20^\circ$$

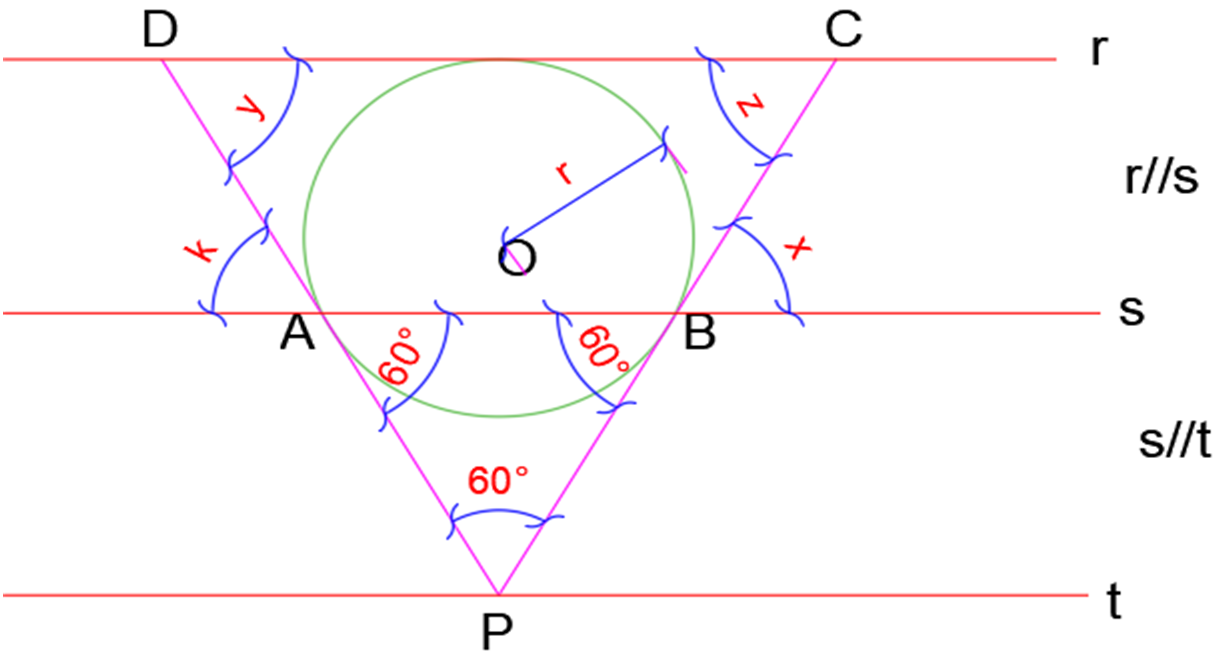
$$x = 25^\circ$$

Resposta: A mediana vale 10 cm e o ângulo formado entre a mediana e a bissetriz mede 25° .

06. (FUVEST) – Uma circunferência tem centro O e raio r . Duas retas distintas passam por um ponto P e são tangentes à circunferência nos pontos A e B . Se o triângulo PAB é equilátero, então PO vale:

- (A) $\frac{2}{3}r$
- (B) $r\sqrt{2}$
- (C) $2r$
- (D) $\frac{\pi}{3}r$
- (E) $\frac{3}{2}r$

OBS: Traçar uma paralela a base AB do triângulo tangente ao círculo



OBS: 60° e k são opostos pelo vértice então $k = 60^\circ$ e k e y são alternos internos logo, $y = k = 60^\circ$

OBS: 60° e x são opostos pelo vértice então $x = 60^\circ$ e x e z são alternos internos logo, $x = z = 60^\circ$

OBS: O baricentro do triângulo equilátero CDP coincide com o eixo do círculo e divide a mediana do vértice P na proporção de $2:1$ logo, a mediana vale $3r$

$$PO = 3r - r$$

$$PO = 2r$$

Resposta: PO vale $2r$.