

第 3 次课 函数与分支 课后习题

宁波大学《Python 科学计算》 周吕文

1 简单数学函数 [文件名: `ex03_1.py`] 编写一个 python 函数 `g(t)`, 实现以下数学函数的功能:

$$g(t) = e^{-t} \sin(\pi t)$$

并输出 $g(0.5)$ 和 $g(1.0)$ 的值。

2 带参数的简单数学函数 [文件名: `ex03_2.py`] 重新实现第 1 题中的函数, 增加参数 a :

$$h(t) = e^{-t} \sin(a\pi t)$$

并输出 $a = 10$ 时 $h(0)$ 和 $h(1)$ 的值。

3 查找列表中的最大元素 [文件名: `ex03_3.py`] Python 标准库中的 `max(a)` 可以返回 `a` 中的最大元素。请编写函数实现相同的功能。提示: 可先把列表中的第一个元素赋值给变量 `max_elem`, 然后逐个访问列表的剩余元素, 逐个与 `max_elem` 比较, 如果当前元素比它大, 则修改 `max_elem` 值为当前元素值。

4 分段常函数 [文件名: `ex03_4.py`] 在数学建模时常会用到分段常函数。分段常函数可以定义为:

$$f(x) = \begin{cases} v_0 & x \in [u_0, u_1) \\ v_2 & x \in [u_1, u_2) \\ \vdots & \vdots \\ v_n & x \in [u_n, u_{n+1}) \end{cases}$$

即将 $[u_0, u_{n+1}]$ 分割成多个不重叠区间, 且 $f(x)$ 在每个区间都是常数。编写函数 `picewise(x,v,u)` 实现上述分段常函数, 其中 `v` 为列表 $[v_0, v_1, \dots, v_n]$, `u` 为列表 $[u_0, u_1, \dots, u_n, u_{n+1}]$ 。

5 辛普森积分 [文件名: `ex03_5.py`] 辛普森积分法

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{b-a}{3n} \left(f(a) + f(b) + 4 \sum_{i=1}^{n/2} f(a + (2i-1)h) + 2 \sum_{i=1}^{n/2-1} f(a + 2ih) \right)$$

其中 $h = (b-a)/n$ 。根据以上公式编写函数 `Simpson(f, a, b, n=500)` 计算 $f(x)$ 的积分:

- 使用你编写的 `Simpson` 函数计算 $\frac{3}{2} \int_0^\pi \sin^3 x dx$, 其中 n 的取值分别为 2, 6, 12, 100, 500。
- 在 `Simpson` 函数中检查参数, 当 $a > b$ 或 $n < 0$ 时提示参数错误。
- 编写 `test_Simpson`, 使用以下多项式函数对 `Simpson` 进行测试:

$$f(x) = 3x^2 - 2x + 1.5, \quad a = 1.5, b = 2.0$$

测试时, n 取 8, 容差设置为 10^{-14} 。