Aufgabe 8

Gegeben sei die harmonische Reihe $h_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \ldots + \frac{1}{n}$.

a) Schreiben Sie ein Programm zur **rekursiven** Berechnung von h_n.
b) Schreiben Sie ein Programm zur **iterativen** Berechnung von h_n.

Aufgabe 9

Die Kreiszahl Pi lässt sich auch durch folgende unendliche Reihe berechnen:

$$\pi = 2 * \left(1 + \frac{1}{3} * \left(1 + \frac{2}{5} * \left(1 + \frac{3}{7} * (\ldots)\right)\right)\right) \text{ bzw.}$$

$$\pi = 2 * F(1)$$

a) Erkennen Sie die Gesetzmäßigkeit und formulieren Sie anschließend, wie $F(n)$ mit $F(n+1)$ zusammenhängt.
b) Schreiben Sie eine Funktion `double piRecursive()`, die π berechnet. Denken Sie bei der Implementierung an eine Abbruchbedingung! Rufen Sie die Funktion anschließend in `main()` wie folgt auf:

```
void main()
{
    double pi = 2 * f(1);
    printf("Die ersten Stellen von Pi: %.10lf", pi);
}
```

Aufgabe 10

Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen durch Nachprüfen der in der Vorlesung gegebenen Definition der Landauschen Symbole (limes-Definition benutzen!)

a) Falls $k > 0$ gilt: $f(n) = kn^5 + n^4 \in \Omega(n^5)$
b) $f(n) = n^2 + n \in \Theta(n^3)$
c) $f(n) = 9n^6 + 3n^3 \in \mathcal{O}(n^3)$
d) $f(n) = n^3 + n^2 \in o(n^3)$
e) $f(n) = n * \log n \in o(n^2)$
f) $f(m) = -\frac{3}{2}m^2 + m - 7 \in \Omega(2^m)$
g) $f(n) = 4 * 2^n + 5n^2 \in \mathcal{O}(2^n)$

Aufgabe 11

a) Ist die Funktion $f(n) = \sqrt{n}$ in der Menge $o(n)$ enthalten? Begründen Sie Ihre Angabe durch Nachprüfen der formalen Definition von $o(n)$.
(limes-Definition benutzen!)

b) Ist die Funktion $f(n) = \sqrt{n}$ in der Menge $\mathcal{O}(n)$ enthalten? Begründen Sie Ihre Angabe durch Nachprüfen der formalen Definition von $\mathcal{O}(n)$.
(limes-Definition benutzen!)

c) Ist die Funktion $f(n) = \sqrt{n}$ in der Menge $\theta(n)$ enthalten? Begründen Sie Ihre Angabe durch Nachprüfen der formalen Definition von $\theta(n)$.
(limes-Definition benutzen!)

Aufgabe 12

a) Definieren Sie die Menge $\Omega(n)$.

b) Ist die Funktion $f(n)=2n-3$ in der Menge $\Omega(n)$ enthalten? Begründen Sie Ihre Antwort durch formales Nachprüfen der Limes-Definition.

c) Welche Funktionen sind in der Menge $L= \Theta(n) \cap O(n)$ enthalten?

d) Welche Funktionen sind in der Menge $L= \Omega(n) \cup O(n)$ enthalten?

e) Welche Funktionen sind in der Menge $L= \Omega(n) \cup \Theta(n)$ enthalten?