

# Chapitre 1

## Introduction

Il s'agit dans ce chapitre d'introduire les problématiques et méthodologies qui nous guideront dans notre étude de l'utilisation de l'asservissement visuel pour une architecture de robot très particulière, les robots parallèles à câbles, que nous allons présenter dans ce chapitre. Notre objectif est double : il s'agit dans un premier temps de perfectionner les fonctionnalités de saisie et manipulation d'objets de ces robots, et d'améliorer leurs propriétés dans un second temps.

Pour cela, nous évoquons dans une première section les avantages et inconvénients des structures parallèles comparativement aux structures en série. Les spécificités des manipulateurs à câbles sont introduites dans une deuxième section, suivie par un rappel des modèles géométriques et cinématiques de ces robots. Nous présentons ensuite dans une troisième section le prototype sur lequel nos expérimentations et validations ont été effectuées.

Dans une quatrième section, à la suite d'un rappel des modèles d'asservissement visuel, nous justifierons les choix de configuration d'asservissement que nous avons opérés, et indiquerons de quelles manières notre approche se démarque des travaux existants dans ce domaine précis. En particulier, les robots à câbles peuvent fonctionner selon différents modes ; nous montrerons comment nous avons utilisé cette spécificité pour en optimiser la commande. La cinquième et dernière section présentera les problématiques de l'étude de la manipulation et les choix méthodologiques qui en ont permis la résolution.

### 1.1 Manipulateurs série et parallèles

C'est incontestablement l'industrie qui aura été le principal vecteur de développement de la robotique ces deux derniers siècles. L'introduction des robots dans les usines s'inscrit dans une démarche d'augmentation de la productivité et d'amélioration des performances. Cela aura permis dès lors de soulager le travailleur humain dans des situations de travail pénible et/ou répétitif, et d'augmenter ses compétences en permettant par exemple une précision qu'il ne saurait fournir seul, ou la possibilité de déplacer des charges élevées. Si la grande diversité que recouvre aujourd'hui le terme de *robot* rend extrêmement difficile l'élaboration d'une définition générique, nous pouvons cependant en dériver des sous-catégories plus faciles à appréhender. Parmi celles-ci, nous distinguons en particulier la classe des manipulateurs dont l'objectif sera le déplacement et

positionnement d'objets dans l'espace.

### 1.1.1 Définitions

Un manipulateur sera constitué de manière générale d'une base et d'un organe terminal, reliés par une ou plusieurs chaînes cinématiques plus ou moins élaborées.

Une chaîne cinématique est caractérisée par une succession de solides reliés par des articulations simples ou complexes. Les articulations simples peuvent être de nature *prismatique* (Fig.1.1a) – permettant la translation d'un solide par rapport à l'autre – ou *rotoïdes* (Fig.1.1b) – effectuant un mouvement de rotation autour d'un axe donné. Des articulations complexes sont obtenues à partir de la combinaison de mouvements prismatiques et/ou rotoïdes : une articulation cylindrique (Fig.1.1c) permet par exemple la combinaison d'un mouvement de translation selon un axe donné et d'un mouvement de rotation autour de ce même axe ; autre exemple, une articulation sphérique (Fig.1.1d) combinera quant à elle trois rotations.

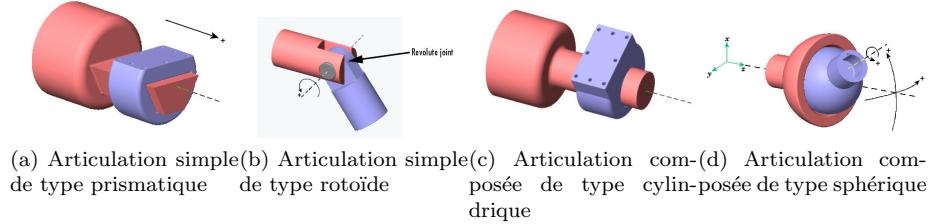


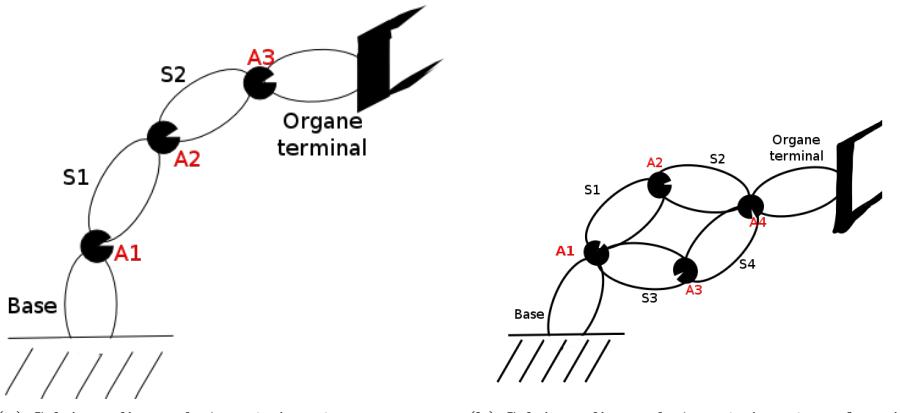
Figure 1.1: Différents exemples d'articulations.

On appelle *coordonnées articulaires* l'ensemble des valeurs prises par les paramètres permettant de décrire l'état des articulations à un instant donné. Les coordonnées articulaires sont exprimées dans un espace articulaire propre à chaque articulation. Les paramètres nécessaires à l'expression des coordonnées articulaires sont généralement au nombre de 3 pour un point (ses coordonnées dans l'espace cartésien) et de 6 pour un solide (position cartésienne complétée par trois angles de rotation). Le nombre de paramètres non fixés par la géométrie du robot et nécessaires à la description exhaustive des coordonnées d'une articulation est appelé *degré de liberté*. Lorsque les articulations ne sont pas laissées libres, leur valeur dans l'*espace articulaire* sera contrôlée par des *actionneurs* : on distinguera donc les *articulations actionnées* des *articulations passives*.

De la même manière, on parlera des *coordonnées opérationnelles* pour définir la pose de l'organe terminal, exprimées par rapport à un référentiel de référence. A nouveau, nous pouvons définir les degrés de liberté de l'organe terminal comme le nombre de paramètres contrôlés pour le déplacer dans l'espace. Cette notion est à distinguer de la mobilité de l'organe terminal, qui correspond aux possibilités de déplacement de l'organe terminal, contrôlées ou laissées libres. Si l'on décide par exemple de contrôler les mouvements en translation, de bloquer deux rotations mais d'en laisser libre une, la mobilité sera de 4, mais le nombre de degrés de libertés ne sera que de 3.

Enfin, on peut définir pour chaque segment son *degré de connexion* comme

étant le nombre de solides auxquels il est relié par une articulation libre ou actionnée. Lorsque l'ensemble des segments ont un degré de connexion égal à 2 à l'exception de la base et de l'organe terminal qui ont de degré de connexion égal à 1, on parle de *chaîne cinématique ouverte* (Fig.1.2a). Lorsque l'un des segments au moins (différent de la base) possède un degré de connexion supérieur ou égal à 3, nous avons une *chaîne cinématique fermée* (Fig.1.2b) [17]. Les chaînes cinématiques complexes sont constituées de plusieurs chaînes fermées et/ou ouvertes.

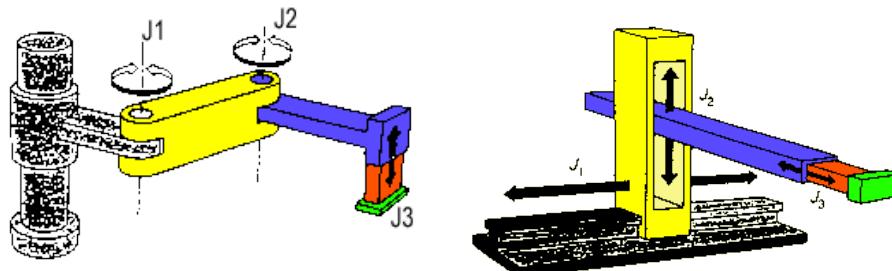


(a) Schéma d'une chaîne cinématique ouverte (b) Schéma d'une chaîne cinématique fermée

Figure 1.2: Exemples de chaînes cinématiques ouvertes et fermées : les  $S_i$  représentent les différents segments intermédiaires, tandis que les  $A_i$  correspondent aux articulations. Dans Fig.1.2a, tous les segments  $S_i$  ont un degré de connexion égal à 2 ; seuls la base et l'organe terminal ont un degré de connexion égal à 1. Il est visible dans Fig.1.2b que tous les segments  $S_i$  possèdent un degré de connexion égal à 3.

### 1.1.2 Architectures séries

*On appelle robot série un système constitué d'une chaîne cinématique ouverte dont chaque segment est relié au suivant par une articulation simple* (Fig.1.3). Longtemps dominants dans l'industrie, les robots séries ont été privilégiés grâce à un erelative simplicité de la commande et un espace de travail important.



(a) Robot série présentant 3 articulations rototoïdes (b) Robot série présentant 3 articulations prismatiques

Figure 1.3: Exemples de robots séries (type SCARA et cartésien)

Une architecture série présente toutefois plusieurs inconvénients non négligeables dans un contexte industriel tels que :

- chaque segment et articulation porte la charge de tous ceux qui leur succèdent dans la chaîne cinématique, ce qui pénalise la dynamique : segments et articulations doivent donc être rigidifiés et deviennent plus lourds,
- les erreurs de positionnement se propagent de segments en segments ; la précision tout comme la répétabilité du manipulateur en sont affectées,
- les charges manipulables ne peuvent être élevées, en raison des sollicitations en flexion sur les segments et de l'effet de bras de levier sur les premiers segments.

Ainsi, une architecture série impose souvent un dispositif imposant, dont la précision, la dynamique et la faible capacité de charges se révèleront insuffisants pour certaines tâches requises en particulier par l'industrie moderne.

Les architectures parallèles en particulier présentent une des déclinaisons possibles de chaînes cinématiques fermées, et leurs caractéristiques – sur lesquelles nous allons nous pencher par la suite – ont contribué à ce qu'elles s'installent progressivement dans le paysage de la robotique.

### 1.1.3 Architectures parallèles

Une définition des robots parallèles est donnée dans [31] :

*Un manipulateur parallèle est constitué d'un organe terminal à n degrés de liberté et d'une base fixe, reliés entre eux par au moins deux chaînes cinématiques indépendantes, la motorisation s'effectuant par n actionneurs simples.*

Parmi les exemples les plus cités dans la littérature, nous trouvons la plate-forme de Gough-Stewart [18], [40] et le robot Delta [8] (Fig.1.4).

Initialement développée pour des applications dans l'industrie automobile (Fig.1.4a), la plate-forme de Gough-Stewart a par la suite été utilisée dans des applications diverses parmi lesquelles les simulateurs de vols (Fig.1.4b). Sa plate-forme mobile peut être déplacée selon 6 degrés de liberté (3 translations + 3 rotations) à l'aide de six jambes indépendantes actionnées par des vérins pneumatiques. Les articulations la reliant à la base (cardan) et à la plate-forme (rotule) sont quant à elles laissées libres.

Le robot Delta (Fig.1.4c) permet un déplacement de sa plateforme selon les trois degrés de liberté de translation. Trois jambes sont utilisées pour cela, chacune étant reliée à la base par une articulation rotative à un levier, lui-même relié à un parallélogramme par une seconde articulation rotative, une troisième articulation rotative liant ce segment à l'organe terminal. Il peut atteindre des vitesses allant jusqu'à 10 m/s et des accélérations jusqu'à 20G, ce qui le rend particulièrement adapté pour des tâches de conditionnement.

De manière générale, les manipulateurs parallèles présentent les caractéristiques suivantes permettant de les comparer avantageusement aux manipulateurs séries :

- une précision accrue par un mécanisme de **compensation** des erreurs entre les différentes chaînes cinématiques (parfois appelées *jambes*),



(a) Plateforme de Gough utilisée dans une usine de pneumatiques



(b) Plateforme de Gouch-Stewart utilisée pour des simulateurs de vols



(c) Robot Delta, particulièrement adapté aux tâches de conditionnement ou de "pick and place"

Figure 1.4: Exemples de robots parallèles

- une capacité de charge élevée due à la **répartition** de la charge sur les différentes jambes,
- une rigidité élevée car les éléments de chaînes sont sollicités en traction/compression plutôt qu'en flexion.
- une dynamique élevée conséquente de la **coopération** des différentes jambes dans le positionnement de l'organe terminal.

Toutefois, les mécanismes parallèles possèdent plusieurs inconvénients qui doivent être pris en compte lors du choix d'une architecture :

- des relations complexes entre entrées et sorties,

- des positions dites *singulières* pouvant conduire à une perte de contrôle du manipulateur, et qui limite l'espace de travail.
- un espace de travail restreint par les limites de variation des variables articulaires. A titre d'exemple, la variation d'altitude d'une plate-forme de Gough-Stewart ne peut excéder la course des actionneurs linéaires des jambes.

L'architecture des robots parallèles à câbles que nous allons présenter dans la section suivante a été proposée dans le but de s'affranchir de cette dernière contrainte de limitation de l'espace de travail, qui est une contrainte forte des mécanismes parallèles. L'intégralité des travaux présentés dans ce manuscrit étant consacré à l'étude et au développement de cette catégorie particulière de manipulateurs, nous utiliserons dorénavant pour les désigner les noms de robots, manipulateurs, robots parallèles à câbles ou CDPR (pour *cable-driven parallel robot*).

## 1.2 Les manipulateurs parallèles à câbles

Les manipulateurs parallèles à câbles présentent une structure en chaînes cinématiques fermées, la base et la plate-forme étant reliées au moyen de câbles. Les actionneurs sont en général positionnés sur la base et leur fonction consiste à contrôler la longueur des câbles.

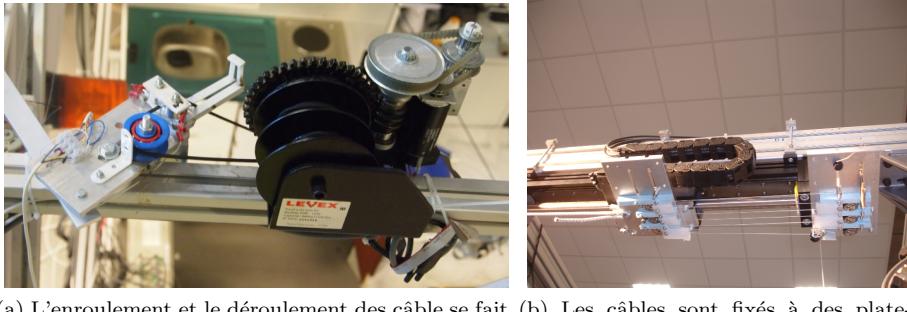
Afin de contrôler la longueur des câbles, plusieurs types de systèmes peuvent être utilisés, parmi lesquels :

- un tambour actionné par un moteur rotatif sur lequel s'enroule ou se déroule le câble (Fig.1.5a). La mesure de la longueur du câble déroulé est obtenue en mesurant la rotation du tambour ; cette mesure est relativement imprécise si l'enroulement n'est pas guidé.
- le câble est attaché au chariot d'un actionneur linéaire, un système de démultiplication à poulies permettant d'amplifier le déplacement du câble (Fig.1.5b). La mesure du déplacement du chariot permet une estimation précise de la longueur du câble [25].

Dans tous les cas, ces systèmes permettent d'obtenir une très large variation sur les longueurs des câbles, solutionnant ainsi le problème de l'espace de travail. On a pu ainsi construire des robots travaillant sur des volumes de  $100m \times 35m \times 35m$  (Marionet-Crane, [30] Fig.1.8a).

Toutefois, quelque-soit le type d'articulation et d'actionnement choisis, la force que peut exercer un seul câble sur l'organe terminal est nécessairement unilatérale : *un câble seul peut tirer, mais ne peut pas pousser la plate-forme*. Il faut donc, pour pouvoir contrôler le mouvement dans son intégralité, que les câbles subissent une opposition. Il a ainsi été montré que  $n + 1$  câbles au minimum sont requis pour assurer le contrôle de  $n$  degrés de liberté [32]. On peut cependant considérer la gravité comme une force unilatérale et la représenter comme un câble virtuel jouant le rôle d'opposition : il est ainsi possible de n'utiliser que  $n$  câbles pour  $n$  degrés de liberté.

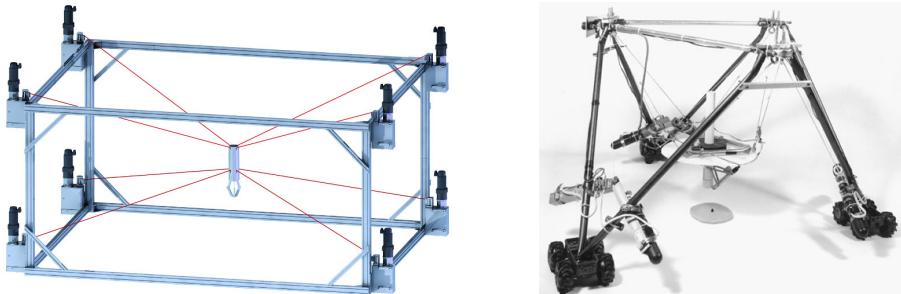
On distingue donc deux types de configurations pour un robot parallèle à câbles :



(a) L'enroulement et le déroulement des câbles se fait ici par un système de poulie actionnée par un moteur  
(b) Les câbles sont fixés à des plate-formes pouvant se déplacer linéairement sur des rails, permettant un contrôle de la longueur

Figure 1.5: Deux types d'articulations et d'actionnement pour un robot à câble

- en *configuration suspendue* (Fig.1.6b), la gravité agit comme un câble virtuel : les câbles sont fixés généralement au point le plus haut du dispositif, et  $n$  suffisent pour déplacer et orienter l'organe terminal selon  $n$  degrés de liberté. On retrouve parfois ce type de configuration dans la littérature sous le nom de *grue/crane*. A titre d'exemple, le manipulateur *Nist Spider* [1] présente une configuration suspendue.
- en *configuration pleinement contrainte* (Fig.1.6a), les câbles travaillent en opposition et  $n + 1$  sont nécessaires pour assurer des déplacements et l'application de forces correspondant à  $n$  degrés de liberté.



(a) Exemple de configuration pleinement contrainte  
(b) Exemple de configuration suspendue

Figure 1.6: Deux configurations possibles pour un robot parallèle à câble

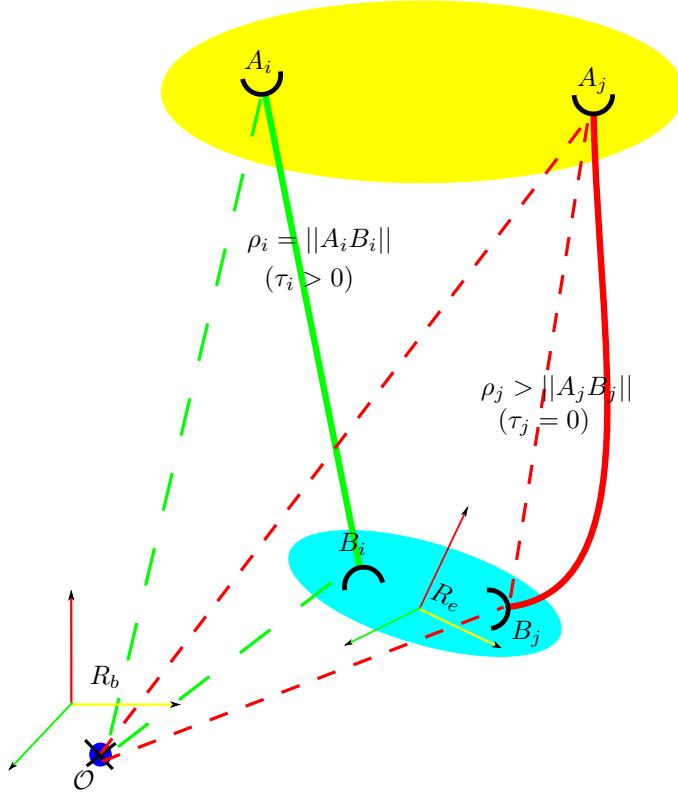
Une caractéristique particulière des manipulateurs parallèles à câbles qui les différencie des manipulateurs parallèles classiques est la **non-rigidité des jambes**. Sous certaines conditions, un ou plusieurs câbles peuvent être détendus, ce qui a pour effet qu'ils n'exercent plus de force sur la plate-forme. Nous reviendrons plus loin sur ce point essentiel.

Comparativement donc aux robots parallèles classiques, les robots parallèles à câbles présentent les caractéristiques suivantes :

- la structure parallèle permet de conserver les propriétés de compensation des erreurs, de répartition des charges et des efforts, de coopération des chaînes cinématique pour l'exécution d'un mouvement
- l'espace de travail est considérablement agrandi par rapport aux robots parallèles à jambes rigides
- l'équipage mobile est très léger, ce qui favorise la dynamique
- le comportement des câbles (non-déformables, élastiques, pesants, ...) peut complexifier sérieusement le modèle du robot
- l'unilatéralité des forces implique que nous puissions nous retrouver dans une situation avec un ou plusieurs câbles détendus, ce qui doit être pris en compte dans le contrôle.

Après avoir introduit quelques notations, nous allons à présent décrire les modèles géométriques direct et inverse, cinématiques ainsi que l'équilibre statique pour les robots parallèles à câble. Ceci nous permettra de lister tant que faire se peut l'ensemble des difficultés posées par ce type de manipulateur et auxquelles nous avons été confrontées dans le cadre de nos recherches.

### 1.2.1 Notations



- $R_b$  : référentiel de la base
- $R_e$  : référentiel de l'organe terminal
- $A_i$  : point d'attache du  $i^{\text{ème}}$  câble à la base ; le terme de *point de sortie* sera également utilisé.
- $B_i$  : point d'attache du  $i^{\text{ème}}$  câble à l'organe terminal
- $C$  : un point arbitraire de l'organe terminal utilisé comme référence pour sa position
- $\rho_i$  : longueur réelle du câble  $i$
- $l_i$  : longueur déroulée du câble  $i$
- $\mathcal{F}$  : vecteur des forces exercées sur l'organe terminal
- $\mathbf{J}$  : jacobienne du robot

Enfin, on utilisera la notation  $\mathbf{J}^{-1}$  pour exprimer la jacobienne inverse, et  $\mathbf{J}^{-T}$  sera utilisé comme raccourci de notation pour sa transposée.

Sauf mention du contraire, **nous supposerons dans la suite que les câbles sont non-pesants et non-élastiques**, ce qui est une hypothèse adéquate pour le robot que nous avons utilisé.

### 1.2.2 Modèle géométrique inverse

Le modèle géométrique inverse consiste à déterminer les coordonnées articulaires à partir des coordonnées opérationnelles. Dans le cas des robots parallèles à câbles, les coordonnées articulaires correspondent aux longueurs  $\rho$  des câbles. Lorsque ceux-ci sont tendus, cette longueur doit être égale à la distance entre les points de sortie  $\mathbf{A}_i$  et le point d'attache à la plate-forme  $\mathbf{B}_i$ . Dans le cas où le câble est détendu, la longueur sera supérieure à cette distance (Fig.1.7a).

Nous partons donc des relations suivantes :

$$\rho_i = \|\mathbf{A}_i \mathbf{B}_i\|, \text{ si } \tau_i > 0 \quad (1.1)$$

$$\rho_i \geq \|\mathbf{A}_i \mathbf{B}_i\|, \text{ si } \tau_i = 0 \quad (1.2)$$

Comme on le voit, il n'est pas possible d'obtenir les longueurs  $\rho_i$  sans prendre en compte les tensions  $\tau_i$ . Dès lors, tout comme dans l'approche développée par [4], nous parlerons donc de modèle géométrico-statique inverse, requérant l'étude de l'équilibre statique.

### 1.2.3 Equilibre statique

On dit d'un solide au repos qu'il est en équilibre statique lorsque l'ensemble des forces extérieures  $\mathbf{F}_{\text{ext}_i}$  qui s'exercent sur lui s'annulent, ce qui se traduit par la relation suivante :

$$\sum_i \mathcal{F}_{\text{ext}_i} = \mathbf{0} \quad (1.3)$$

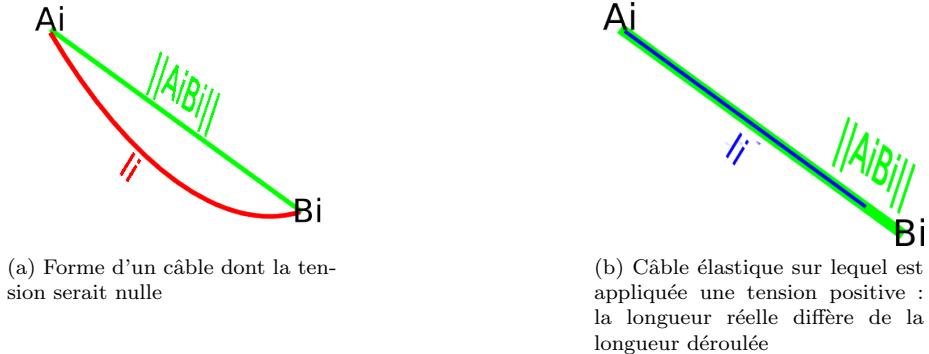


Figure 1.7: Dans le cas d'un câble détendu (tension nulle), la longueur déroulée sera supérieure à la distance entre les deux points d'attache ; de plus, la forme du câble sera telle qu'il y a risque d'intersection avec d'autres câbles, l'environnement, .... Dans le cas d'un câble élastique tendu (tension strictement positive), la longueur déroulée  $l_i$  sera inférieure à la distance entre les points d'attache correspondant à la longueur réelle du câble  $\rho_i$

Sous l'hypothèse que les forces mécaniques de frottement et de résistance peuvent être ici négligées, nous considérons uniquement la force de gravité exercée sur la plate-forme ainsi que les efforts exercés par chacun des câbles.

La direction dans laquelle un câble de longueur  $\rho_i$  relié à la base au point  $\mathbf{A}_i$  et à la plate-forme au point  $\mathbf{B}_i$  exerce une force sur la plate-forme est donnée par le vecteur  $\mathbf{u}_i = \frac{\mathbf{A}_i \mathbf{B}_i}{\rho_i}$ . On peut dès lors définir pour ce câble un torseur  $\mathbf{W}_i$  correspondant aux efforts et couples exercés par celui-ci sur la plate-forme :

$$\mathbf{W}_i = -(\mathbf{u}_i^T, (p_i \times \mathbf{u}_i)^T)^T \quad (1.4)$$

où  $p_i$  est un vecteur allant d'un premier point de référence arbitraire  $C$  localisé sur la plate-forme au point  $\mathbf{B}_i$ . La force exercée par le câble sur la plate-forme est alors  $\tau_i \mathbf{W}_i$ , où  $\tau_i$  est un scalaire positif représentant l'intensité de la tension.

Soit  $\mathbf{W}_g$  le torseur indiquant la direction dans laquelle la gravité est exercée dans le référentiel choisi, pour  $n$  câbles, (Equ.1.3) s'écrit pour nous :

$$[\mathbf{W}_1 \quad \mathbf{W}_2 \quad \dots \quad \mathbf{W}_n \quad \mathbf{W}_g] \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \dots \\ \tau_n \\ mg \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (1.5)$$

En posant  $\boldsymbol{\tau} = (\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n)^T$ ,  $\mathbf{W}$  la matrice  $6 \times n$  dont les colonnes sont les  $n$  torseurs  $\mathbf{W}_i$ , et en isolant  $\mathbf{F} = mg\mathbf{W}_g$  modélisant la force de gravité, la relation (Equ.1.5) s'écrit également :

$$\mathbf{F} + \mathbf{W}\boldsymbol{\tau} = \mathbf{0} \quad (1.6)$$

soit

$$\mathbf{F} = \mathbf{J}^{-T} \boldsymbol{\tau} \quad (1.7)$$

où  $\mathbf{J}^{-1} = -\mathbf{W}^T$  est une matrice que l'on appelle *jacobienne inverse*.

### 1.2.4 Modèle géométrico-statique inverse (ou *MGSI*)

Connaissant les paramètres de pose de la plate-forme, on veut en déduire les longueurs supposées  $\rho_i$  des câbles : c'est le modèle géométrique inverse. Dans le cas où nous avons  $m \geq 6$  câbles, connaissant la pose  $\mathbf{B}$  et les points de sorties  $\mathbf{A}_i$ , on peut calculer les longueurs  $\rho_i$ . Si  $m = 6$ , la solution de l'équilibre statique est unique, il possède sinon en théorie une infinité de solution (nous ne devons toutefois considérer que les ensembles de solutions pour lesquelles les  $\tau_i$  sont tous strictement positifs).

Il est cependant nécessaire d'envisager les possibilités pour lesquelles moins de 6 câbles sont en tension. Nous avons dès lors  $m < 6$ , et nous ne pouvons donc plus spécifier que  $m$  degrés de libertés : il faut alors faire intervenir la statique afin de calculer les  $6 - m$  degrés de liberté. Plusieurs méthodes s'offrent à nous, dont :

- blqlblq
- L'équilibre statique est vérifié uniquement si l'ensemble des déterminants  $m + 1 \times m + 1$  de la matrice  $\mathbf{W}$  sont nuls [5]. Si tous les  $\tau_i$  sont strictement positifs, le modèle géométrico-statique possède alors une solution, mais correspondant à un mode dégradé du système.

### 1.2.5 Modèle géométrico-statique direct

Résoudre le modèle géométrique direct consiste à calculer les coordonnées opérationnelles à partir de la donnée des coordonnées articulaires. Il s'agit donc dans le contexte d'un robot parallèles à câbles de déduire la pose de la plate-forme (position et orientation) à partir des longueurs des câbles. C'est un problème qui a posé de nombreux défis mathématiques et algorithmiques dans le cas des robots parallèles rigides [31].

Supposons que nous cherchions à déterminer l'ensemble des paramètres de pose (translations et rotations) pour un robot à 6 câbles. Le *MGD* est alors un problème à 6 variables. Si nous avons 6 (ou plus) câbles tendus, nous avons 6 (ou plus) équations. La statique possède également 6 variables (les tensions) et 6 équations (les forces et couples dans chaque direction). On vérifie l'existence de l'équilibre avec la statique, puis nous pouvons déterminer l'ensemble des poses possibles pour les longueurs de câbles données.

Considérons maintenant que l'un des câbles est mou. Le *MGD* nous donne 5 équations pour 6 variables. La statique par contre nous donne 6 équations (toujours les forces et couples exercés sur la plate-forme) mais pour désormais 5 variables (les  $6 - 1$  câbles tendus). Nous nous retrouvons donc avec un système à 11 équations contenant 11 inconnues.

De manière générale, pour  $p < 6$  câbles, nous aurons  $p$  équations à 6 inconnues fournies par le *MGD* et 6 équations à  $p$  inconnues grâce à l'équilibre statique. Soit  $p + 6$  équations à  $6 + p$  inconnues.

Supposons maintenant que notre manipulateur est en configuration suspendue avec 6 câbles de longueurs connues. La résolution du système peut amener à une ou plusieurs solutions telle(s) que la tension dans les 6 câbles est strictement positive. Si toutefois nous lançons la plate-forme, avec des longueurs déroulées de câbles correspondant aux données du problème, il est possible qu'elle arrive à une des positions calculées, mais il est aussi possible

qu'elle se retrouve dans une position complètement différente. En effet, la pose peut être telle qu'un ou plusieurs câbles ne seront pas tendus.

Si l'on veut résoudre le *MGD* pour un robot à câbles, l'ensemble suivant des situations doit donc être considéré, à savoir :

- tous les câbles sont en tension, et il existe éventuellement plusieurs solutions
- un câble n'est pas en tension, le *MGD* doit être résolu pour  $m - 1$  câbles
- 2, 3, ... câbles ne sont pas en tension, le *MGD* doit être résolu pour  $m - 2$ ,  $m - 3$ , ... câbles

Ce qu'il faut retenir ici, c'est qu'il est difficile lors d'un déplacement de prévoir à l'avance quels câbles seront en tension en chaque point de la trajectoire ainsi que la valeur des tensions.

Ce point, très peu mentionné dans la littérature, est un des inconvénients majeurs de l'utilisation des robots parallèles à câbles. Le premier chapitre de ce travail montrera qu'il est toutefois possible d'élaborer une stratégie prenant ce problème en compte pour améliorer le contrôle et la stabilité du système pour la grande majorité des situations.

### 1.2.6 Modèle cinématique

Le modèle cinématique consiste à établir une relation entre les vitesses des coordonnées articulaires  $\Theta$  et celles des coordonnées opérationnelles  $\mathbf{X}$ .

Nous avons vu que le vecteur  $\mathbf{A}_i \mathbf{B}_i$  peut être calculé de deux manières différentes :

- connaissant la pose de la plate-forme et sa géométrie, les coordonnées de  $\mathbf{B}_i$  sont données ;  $\mathbf{A}_i$  étant connu par la géométrie du robot, on peut définir une fonction  $H_1$  dépendante uniquement de la pose telle que :

$$\mathbf{A}_i \mathbf{B}_i = H_{1|i}(\mathbf{X}) \quad (1.8)$$

- à partir des coordonnées articulaires (et éventuellement de la pose si l'intervention de l'équilibre statique est requise), le *MGSD* permet de définir la relation suivante :

$$\mathbf{A}_i \mathbf{B}_i = H_{2|i}(\mathbf{X}, \Theta) \quad (1.9)$$

Si  $\mathbf{AB}$  est le vecteur composé des différents  $\mathbf{A}_i \mathbf{B}_i$ , alors on obtient en combinant (Equ.1.8) et (Equ.1.9) :

$$\begin{aligned} \mathbf{AB} &= H_1(\mathbf{X}) \\ \mathbf{AB} &= H_2(\mathbf{X}, \Theta) \\ \implies H_1(\mathbf{X}) &= H_2(\mathbf{X}, \Theta) \end{aligned} \quad (1.10)$$

En différentiant (Equ.1.10), on obtient :

$$\frac{\partial H_1}{\partial \mathbf{X}} \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{T}} = \frac{\partial H_2}{\partial \mathbf{X}} \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{T}} + \frac{\partial H_2}{\partial \Theta} \frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{T}} \quad (1.11)$$

soit :

$$\dot{\Theta} = \left( \frac{\partial H_2}{\partial \Theta} \right)^{-1} \left( \frac{\partial H_1}{\partial \mathbf{X}} - \frac{\partial H_2}{\partial \mathbf{X}} \right) \dot{\mathbf{X}} \quad (1.12)$$

Si  $\left( \frac{\partial H_2}{\partial \Theta} \right)$  est bien inversible, nous pouvons définir une matrice  $J^{-1}$  de manière à obtenir la relation suivante :

$$\dot{\Theta} = J^{-1} \dot{\mathbf{X}} \quad (1.13)$$

Le vecteur  $\dot{\mathbf{X}}$  est alors appelé le torseur cinématique et correspond à la variation instantanée des paramètres de pose par rapport au temps. La matrice  $J^{-1}$  est également appelée *Jacobienne inverse* du robot, et dépend à la fois des paramètres de pose et des coordonnées articulaires.

### 1.3 Les robots N-1

#### 1.4 Présentation du Marionet-Assist

Les Marionet sont une classe de robots à câbles développés par l'EPI Hephaistos pour des applications diverses :

- **Marionet-Crane** (Fig.1.8a) : intervention à grande échelle pour des opérations de sauvetage dans des situations de catastrophe naturelle
- **Marionet-Rehab** (Fig.1.8b) : rééducation et assistance à la personne ; pouvant atteindre des vitesses allant jusqu'à 100m/s, il est également possible de l'utiliser pour des opérations de transfert ultra-rapides
- **Marionet-School** (Fig.1.8c) : pédagogie et diffusion ; ces robots sont utilisés entre autres pour illustrer de manière ludique des propriétés géométriques et mathématiques auprès des publics jeunes

Le robot **Marionet-Assist** a été développé dans un objectif d'assistance aux personnes à mobilités réduites, et plus spécifiquement dans une démarche d'amélioration de l'autonomie des publics concernés. Il doit pouvoir répondre à des situations tout aussi diverses que :

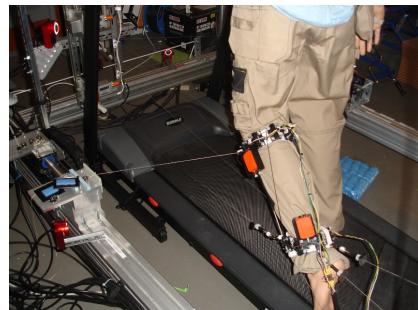
- soutien ponctuelle au déplacement pour une personne âgée expérimentant une fatigue articulaire (par exemple pour la passage de la baignoire) (Fig.1.9a)
- aide au transfert d'une position à une autre pour une personne atteinte de paraplégie (des toilettes au fauteuil par exemple) (Fig.1.9b)
- soutien des aidants lors du transfert de personnes atteintes de tétraplégie (déplacement du lit vers un fauteuil par exemple) (Fig.1.9c)

Un dispositif répondant à ces impératifs doit présenter les caractéristiques suivantes :

- pouvoir supporter des charges correspondant au poids d'une personne
- avoir un espace de travail équivalent à la taille d'une pièce de vie



(a) Marionet-Crane description



(b) Marionet-Rehab description



(c) Marionet-School description

Figure 1.8: Exemples d'utilisation des robots Marionet

- être léger et suffisamment discret et modulaire pour ne pas bouleverser l'environnement de l'utilisateur
- avoir une précision suffisante pour permettre un positionnement garantissant la sécurité, l'efficacité et le confort des opérations de transfert et d'attachement/détachement de l'utilisateur à la plate-forme.

Le choix d'utilisation d'un robot parallèle à câbles semble donc le plus compatible avec l'ensemble de ces exigences. **Marionet-Assist** a ainsi été conçu et déployé dans un appartement-témoin (Fig.1.12a,1.12b) situé dans les locaux d'INRIA. Les câbles permettant le contrôle de la plate-forme sont fixés sur le plafond de l'appartement. Dans sa configuration actuelle, **Marionet-Assist** est équipé de 4 câbles, mais peut en contrôler jusqu'à 6. Plusieurs stratégies sont envisageables au niveau des points de fixation sur la plate-forme :

- les points d'attaches des câbles sont tous différents, il est alors possible

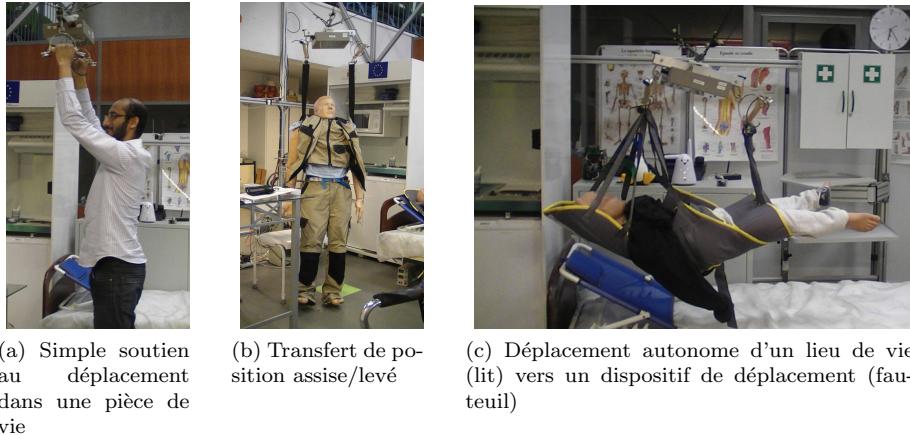


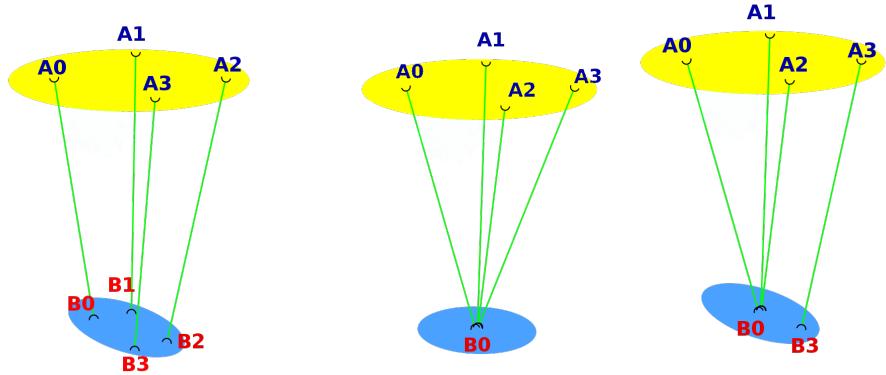
Figure 1.9: Différents types de fragilités motrices dans des situation de la vie quotidienne

avec  $n$  câbles de contrôler  $n$  degrés de liberté. Cette configuration sera notée  $N - N$  (Fig.1.10a).

- les câbles sont attachés en un même point à la plate-forme : il est possible à partir de 3 câbles de contrôler les déplacement en translation de la plate-forme ; l'utilisation de plus de 3 câbles permet alors d'augmenter la taille de l'espace de travail. On parle dans ce cas de configuration  $N - 1$  (Fig.1.10b).
- certains câbles seulement sont attachés en un même point sur la plate-forme. Dans le cas par exemple d'une disposition pour laquelle 3 câbles sont attachés en un même point  $B_0$  et un quatrième câble relié à la plate-forme en un point  $B_1$ , cette configuration sera notée  $4 - 3 - 1$  (Fig.1.10c).

Pour l'ensemble des expériences menées dans le cadre de ce travail, nous avons utilisé la configuration  $4 - 1$  (Fig.1.12c) qui nous permet de contrôler les déplacements en translation, le quatrième ayant été ajouté pour augmenter l'espace de travail de manière à pouvoir se déplacer dans la quasi-totalité de l'appartement-témoin. La figure (Fig.1.11) montre l'espace de travail atteignable pour chaque triplet de câbles en tension : on note qu'en tout point qui ne se trouve pas sur l'une des deux diagonales définies par les points ( $A_0 - A_2$ ) et ( $A_1 - A_3$ ), il existe pour chaque pose deux configurations possibles avec trois câbles en tension, et qu'à l'exception du point d'intersection de ces diagonales, au moins une configuration avec trois câbles tendus existe.

Les câbles sont en Kevlar, ce qui nous permet de négliger leur élasticité et de pouvoir les modéliser comme des jambes rigides lorsque leur tension est strictement positive. Le contrôle des longueurs se fait à l'aide de poulies actionnées par des moteurs rotatifs (Fig.1.12d). Toutefois, en l'absence de guide pour l'enroulement, il existe des incertitudes sur la longueur déroulée ; afin de pallier à cet inconvénient, des référentiels ont été disposés sur les câbles à intervalles connus, ce qui permet lors de leur détection de réactualiser la valeur estimée de la longueur déroulée.



(a) Configuration 4 - 4 : chaque câble est relié à la plate-forme en un point distinct

(b) Configuration 4-1 : Les 4(c) Configuration 4-3-1 : 3 câbles sont reliés à la plate-câbles sont reliés à la plate-forme un un seul point forme en un même point, le quatrième est relié en un point distinct

Figure 1.10: Exemples de configurations avec 4 câbles

Dans cette configuration, nous ne contrôlons que les trois degrés de liberté correspondant aux translations le long des axes du référentiel global. Pour un triplet de trois câbles en tension strictement positive, la solution au *MGD* est unique et peut être calculée analytiquement. La *Jacobienne inverse* possède en outre une forme relativement simple : ses lignes correspondent aux vecteurs  $s = A_i B_i$  normalisés par la longueur  $\rho_i$

$$\mathbf{J}_i^{-1} = \begin{bmatrix} s_x & s_y & s_z \\ \rho_i & \rho_i & \rho_i \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

Ces propriétés font de **Marionet-Assist** un robot adapté au contexte pour lequel il a été conçu. Nous avons cependant souhaité améliorer ses fonctionnalités de manipulation en lui permettant de ne pas seulement déplacer une personne, mais également des objets de la vie quotidienne. Il peut s'agir par exemple de ramasser un objet tombé au sol, ou d'amener à l'utilisateur un objet (des lunettes par exemple) localisé à un endroit de la pièce éloigné de celui auquel il se trouve. Afin de localiser l'objet, puis de guider le robot dans son déplacement et dans la manipulation de l'objet cible, une caméra a été ajoutée sur la plate-forme, de manière à utiliser des techniques d'asservissement visuel. Ce sont ces dernières que nous allons à présent introduire, avant d'indiquer d'une part les problématiques posées par leur utilisation dans ce contexte particulier, et d'autre part les différentes possibilités d'améliorations que cela autorise concernant le contrôle des robots parallèles à câbles.

## 1.5 Asservissement visuel

La vision représente pour les humains environ 70% des données issues des perceptions sensorielles externes [35] : d'une richesse incroyable, c'est aussi, par conséquent, une source d'erreurs inépuisable. La vision artificielle ne déroge pas à ses deux principes, d'où l'importance du traitement du signal d'une part

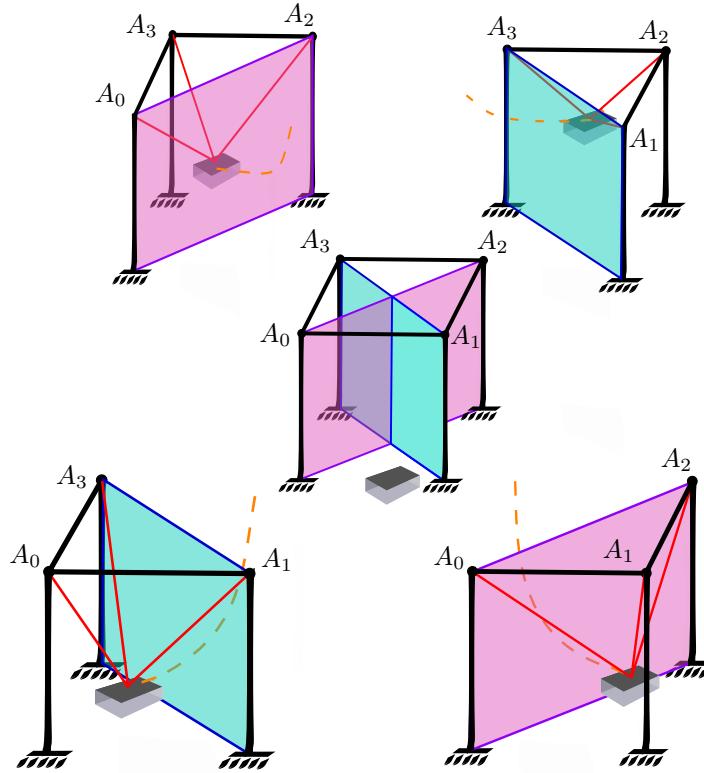


Figure 1.11: La figure au centre représente le robot Marionet-Assist ; en bas à gauche est représenté l'espace de travail atteignable lorsque les câbles attachés aux points  $A_0$ ,  $A_1$ ,  $A_3$  sont en tension, en bas à droite l'espace de travail atteignable pour les câbles reliés aux points  $A_0$ ,  $A_1$ ,  $A_2$ . En haut à gauche, nous avons l'espace de travail correspondant aux câbles  $A_0$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  en tension, et en haut à droite l'espace de travail atteignable pour les câbles attachés aux points  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ .

(dans le but de recueillir et interpréter dans cette grande variété d'informations ce qui est pertinent pour une tâche prescrite) et d'une stratégie d'asservissement d'autre part (afin de stabiliser une tâche malgré les erreurs et incertitudes sur les données). Nous allons donc dans un premier temps présenter le mode d'acquisition des images, puis nous continuerons sur les modèles de perception utilisés. Une fois que nous aurons détaillé la manière dont une scène est projetée sur une image, nous pourrons distinguer plusieurs configurations et exposer différentes stratégies d'asservissement pouvant être utilisées. Nous développerons enfin les caractéristiques spécifiques à celle que nous avons sélectionnée dans le contexte de ces travaux.

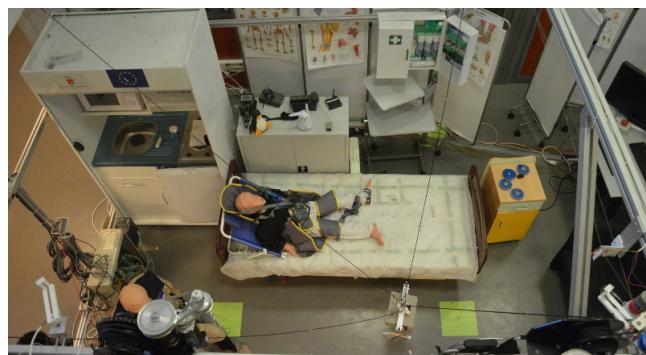
### 1.5.1 Modèles de capteurs et projections

#### De l'œil à la caméra

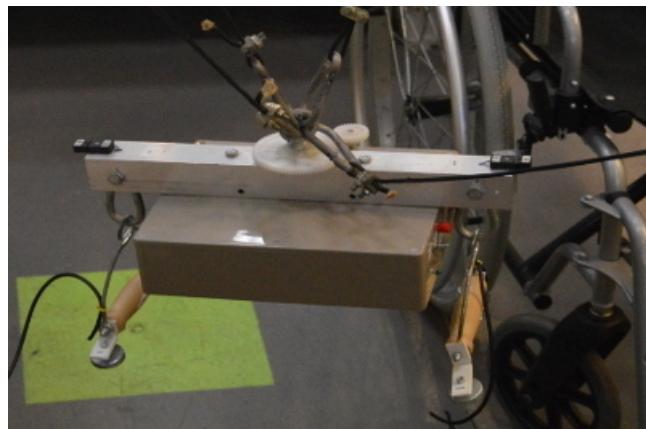
Sans pour autant chercher à imiter la vision humaine, la vision artificielle s'en inspire néanmoins fortement pour ce qui concerne l'acquisition d'une image. Ainsi, pour une caméra, le diaphragme joue le rôle de l'iris et de la pupille et



(a) Vue globale de l'appartement-témoin



(b) Vue aérienne de l'appartement-témoin



(c) Plateforme de Marionet-Assist



(d) Système d'enroulement et actionneurs pour un câble

Figure 1.12: Marionet-Assist

détermine la quantité de lumière qui pourra être enregistrée sur un intervalle de temps donné. Par la suite, la lentille joue un rôle équivalent à la cornée et au cristallin, en faisant converger les rayons lumineux vers la rétine sur laquelle sont disséminés environ 125 millions de photorécepteurs : c'est au niveau de ces derniers que l'acquisition est véritablement effectuée. On distingue parmi les photorécepteurs :

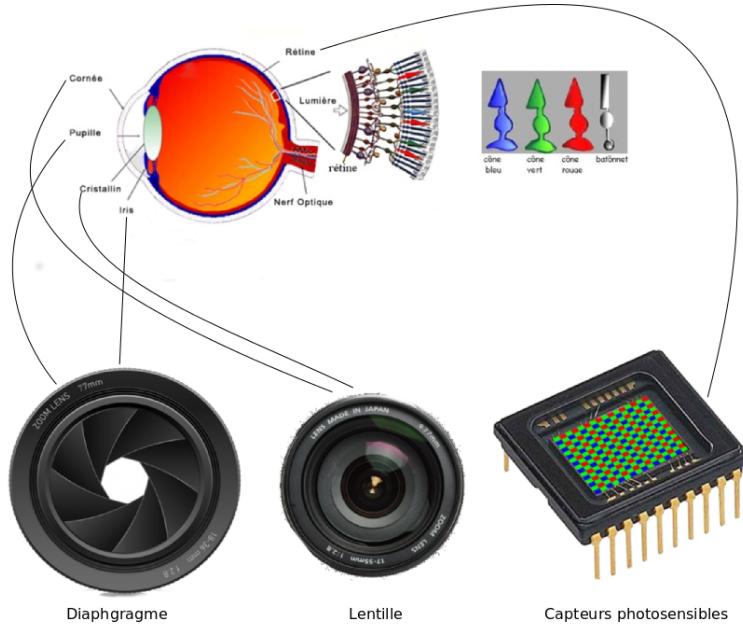


Figure 1.13: Oeil humain vs vision artificielle

- les cônes, généralement impliqués dans la vision diurne. Les cônes présentent 3 types de pigments leur permettant de réagir à des longueurs d'ondes spécifiques (qui ne recouvrent pas exactement le triplet RGB traditionnellement utilisé en traitement d'image)
- les bâtonnets, impliqués dans la vision nocturne. Ne possédant qu'un seul type de pigments, ils ne peuvent pas discriminer les longueurs d'ondes. En revanche, ils sont en moyenne 1000 fois plus sensibles à la lumière que les cônes, et leur population correspond à 20 fois celle des cônes.

Afin de simuler l'activité des photorécepteurs de l'oeil humain, les dispositifs technologiques les plus récents adoptent des stratégies basées sur l'utilisation de filtres placés en amont des capteurs photosensibles, permettant ainsi une acquisition en séquence (un même récepteur recevra successivement les réponses des filtres correspondants aux longueurs d'ondes distinguées) ou simultanée (les réponses sont envoyées sur des capteurs photosensibles dédiés).

L'information contenue dans les données ainsi recueillies est riche et multiple : elle peut-être de nature colorimétrique, géométrique, elle permet de caractériser des déplacements, des déformations. Toutefois, ce qui est vu n'est jamais qu'une représentation de ce qui est observé : il est dès lors fondamental

d'exploiter les données recueillies de manière à nous rapprocher de la réalité de la scène initiale projetée sur les capteurs.

### De la scène à l'image

Nous avons privilégié le modèle *pinhole* qui offre une approximation fiable des caméras perspectives (telles que celles que nous avons utilisées) tout en restant formellement simple [16] [21], sous les hypothèses du respect des conditions de Gauss (angles de faibles incidences), et – c'est notre cas – d'une absence de distorsion de la caméra.

Soient  $\mathbf{P} = (X, Y, Z)$  les coordonnées 3-D d'un point dans l'espace et  $\mathbf{p} = (x_m, y_m)$  ses coordonnées métriques dans l'image. Le modèle de projection perspective consiste en une projection centrale de centre  $\mathcal{C}$ , portée par l'axe  $\mathbf{z}_c$  représentant l'axe optique de la caméra. On appelle *plan image* le plan se trouvant à distance focale  $f$  de la caméra, soit  $Z = f$ . On définit également un point de référence  $\mathbf{c}(x_c, y_c)$  dans le plan image comme étant le point d'intersection de l'axe optique et du plan image (Fig.1.14).

En plus du *référentiel-base*  $\mathcal{R}_b$  et du référentiel de l'organe terminal  $\mathcal{R}_e$  (cf. Section 1.2.1) s'ajoutent un *référentiel-caméra* noté  $\mathcal{R}_c$ , un *référentiel-objet*  $\mathcal{R}_o$ , ainsi qu'un *référentiel-image*  $\mathcal{R}_i$ . Nous noterons également  $l_x$  et  $l_y$  respectivement la longueur et la hauteur d'un pixel dont nous aurons besoin pour la suite.

A partir des coordonnées d'un point  $\mathbf{P}(X, Y, Z)$  exprimées dans le référentiel de la caméra, les coordonnées projetées sur le plan images sont déduites de la manière suivante :

$$x_m = f \frac{X}{Z}, y_m = f \frac{Y}{Z} \quad (1.15)$$

ou, sous forme matricielle :

$$Z \begin{bmatrix} x_m \\ y_m \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

soit  $\tilde{\mathbf{p}} = \mathbf{A}\mathbf{P}$ , avec  $\tilde{\mathbf{p}} = Z\mathbf{p}$ .

Un point dans l'image est généralement représenté par ses coordonnées pixelliques (l'origine du référentiel étant supposée localisée en haut à gauche de l'image).

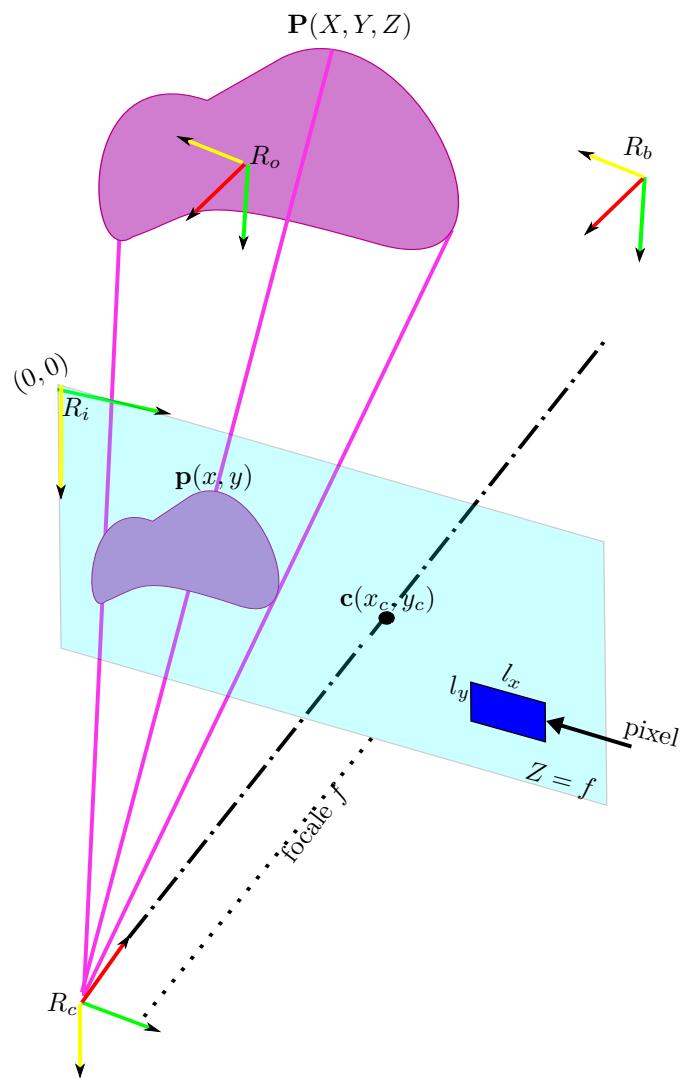
La conversion entre les coordonnées métriques  $(x_m, y_m)$  et les coordonnées pixelliques  $(x_p, y_p)$ , se fait selon la relation suivante :

$$\begin{cases} x_p = x_c + x_m/l_x \\ y_p = y_c + y_m/l_y \end{cases} \quad (1.17)$$

ce qui donne sous une forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{l_x} & 0 & x_c \\ 0 & \frac{1}{l_y} & y_c \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1.18)$$

soit  $\mathbf{p}_p = \mathbf{B}\mathbf{p}$ .

Figure 1.14: Modèle de projection *pinhole*

On obtient la relation suivante entre les coordonnées métriques 3-D du point et les coordonnées pixelliques dans l'image :

$$Z \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_x & 0 & x_c \\ 0 & \alpha_y & y_c \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (1.19)$$

avec  $\alpha_x = f/l_x$  et  $\alpha_y = f/l_y$ . Les paramètres  $(\alpha_x, \alpha_y, x_c, y_c)$  de la matrice  $\mathbf{K} = \mathbf{AB}$  ainsi construite sont généralement obtenus par calibration [3], [41], [39]. La matrice  $\mathbf{K}$  nous permet de faire le lien entre les informations géométriques disponibles dans l'image et la projection de la scène observée. En particulier, nous pouvons à présent définir les coordonnées normalisées ainsi :

$$\begin{cases} x = X/Z \\ y = Y/Z \end{cases} \quad (1.20)$$

indépendantes de la focale, et pouvant être déduites des coordonnées pixelliques en utilisant la matrice  $K$ .

Il nous reste à établir une relation entre le référentiel-caméra et le référentiel-objet afin d'établir une correspondance entre la scène réelle et sa projection dans l'image. Pour cela, il suffit de déterminer les paramètres du changement de référentiel.

Soient  ${}^c\mathbf{P} = ({}^cX, {}^cY, {}^cZ)$  les coordonnées du point  $\mathbf{P}$  exprimées dans le référentiel  $\mathcal{R}_c$  et  ${}^o\mathbf{P} = ({}^oX, {}^oY, {}^oZ)$  ses coordonnées dans le référentiel  $\mathcal{R}_o$ . Le passage d'un référentiel à l'autre est effectué en utilisant la relation  ${}^c\mathbf{P} = {}^c\mathbf{t}_o + {}^c\mathbf{R}_o {}^o\mathbf{P}$ , avec  ${}^c\mathbf{t}_o$  le vecteur  $3 \times 1$  de translation entre les deux référentiels,  ${}^c\mathbf{R}_o$  la matrice  $3 \times 3$  de rotation correspondant à la rotation des axes du référentiel. En utilisant les coordonnées homogènes  $\tilde{\mathbf{P}}$  de  $\mathbf{P}$ , il est possible de factoriser cette transformation en une seule opération matricielle :

$${}^c\tilde{\mathbf{P}} = {}^c\mathbf{M}_o {}^o\tilde{\mathbf{P}} \quad (1.21)$$

soit :

$$\begin{bmatrix} {}^cX \\ {}^cY \\ {}^cZ \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^c\mathbf{R}_o & {}^c\mathbf{t}_o \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^oX \\ {}^oY \\ {}^oZ \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

On appelle  ${}^c\mathbf{M}_o$  la *matrice homogène de transformation* du référentiel  $\mathcal{R}_o$  au référentiel  $\mathcal{R}_c$ , dont l'inverse s'exprime simplement sous la forme :

$${}^o\mathbf{M}_c = \begin{bmatrix} {}^c\mathbf{R}_o^T & -{}^c\mathbf{R}_o^T {}^c\mathbf{t}_o \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \quad (1.23)$$

Nous sommes dès lors en mesure d'établir une relation entre la scène observée exprimées dans son référentiel propre et sa projection dans l'image, exprimée en coordonnées pixelliques, métriques et normalisées. Le lecteur remarquera cependant que, s'il est possible directement, connaissant  $\mathbf{K}$  et  ${}^o\mathbf{M}_c$ , de déduire à partir des propriétés de la scène les caractéristiques de sa projection, l'opération inverse est dépendante dans ce modèle d'une estimation pour chaque point de sa coordonnée  ${}^cZ$ , ce que nous aurons à considérer plus tard.

### 1.5.2 Configurations et stratégies d'asservissement visuel

#### Positionnement de la caméra

Nous ne considérons dans la suite que l'utilisation d'une caméra unique dans le cas d'une scène fixe. Le contexte étant celui d'un manipulateur dont on veut asservir la saisie et le déplacement d'un objet, plusieurs stratégies s'offrent à nous. Une première décision à prendre concerne par exemple le positionnement de la caméra. On distingue ainsi une configuration déportée (Fig.1.15a) d'une configuration embarquée (Fig. 1.15b).

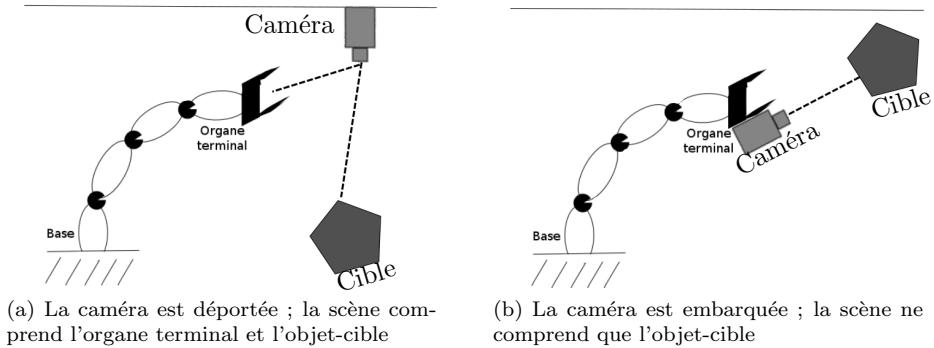


Figure 1.15: Positionnements de caméra

Dans le cas d'une caméra déportée, on connaît les transformations permettant de passer du référentiel-base  $\mathcal{R}_b$  au référentiel-caméra  $\mathcal{R}_c$ , et du référentiel-caméra au référentiel-objet  $\mathcal{R}_o$ . Seul l'organe terminal bouge dans la scène observée. Dans le cas d'une caméra embarquée, la transformation permettant de passer du référentiel de l'organe terminal  $\mathcal{R}_e$  au référentiel-caméra  $\mathcal{R}_c$  est connue. Toutefois, l'ensemble de la scène est affecté lors d'un déplacement de l'organe terminal (et donc de la caméra).

#### Asservissements en position, basés images et hybrides

De manière générale, une stratégie d'asservissement visuel peut être décomposée de la manière suivante :

1. on sélectionne dans un premier temps un ensemble  $\mathbf{s}$  de paramètres à partir desquels on peut estimer soit directement la pose de l'organe terminal, soit le déplacement nécessaire à l'obtention de cette pose. L'ensemble des paramètres dépend d'une part de la valeur des primitives extraites de l'image et d'autre part d'un ensemble de connaissances *a priori*, telles que les propriétés de la caméra, ou encore un modèle de la cible.
2. on définit ensuite la valeur désirée  $\mathbf{s}^*$  des paramètres, correspondant à l'état que l'on souhaite atteindre.
3. à partir de données extraites de l'image, on calcule la valeur courante des paramètres
4. on calcule alors une erreur  $\mathbf{e} = \mathbf{s} - \mathbf{s}^*$ , dont on souhaite qu'elle converge vers 0.

5. on établit enfin une relation entre la variation  $\dot{e}$  de l'erreur et la commande qui sera ensuite envoyée au manipulateur.
6. la commande est effectuée, et l'on boucle les étapes 3 à 6 jusqu'à obtention d'une valeur seuil de l'écart entre les valeurs courantes des paramètres et les valeurs désirées.

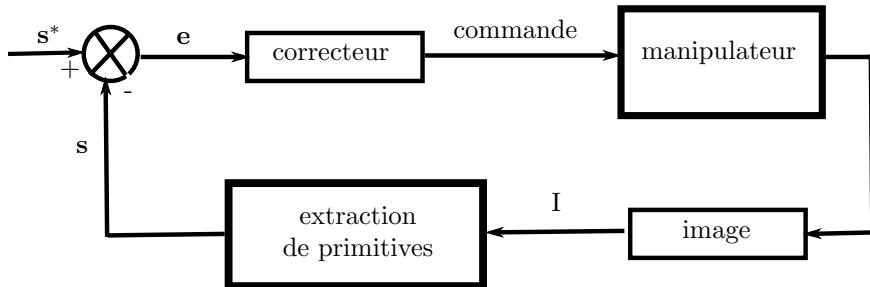


Figure 1.16: Schéma des étapes de l'asservissement visuel

On distinguera ici deux grandes classes de stratégies d'asservissement : la première est basée sur l'estimation des paramètres de pose de l'organe terminal (PBVS : position-based visual servo), tandis que la seconde utilise directement les primitives extraites de l'image (IBPS : image-based visual servo). Il est également possible de mixer ces deux approches, ce que l'on appellera un asservissement hybride.

Dans le cas de l'asservissement en position, une connaissance du modèle 3-D de la cible est nécessaire (on parle d'ailleurs parfois d'asservissement 3-D). De l'écart entre les valeurs courantes d'un ensemble de primitives et leurs valeurs estimées pour une pose désirée, on déduira les paramètres de pose de l'organe terminal. Cela revient à faire varier un référentiel courant de l'organe terminal  $\mathcal{R}_e$  vers un référentiel correspondant à la pose prescrite  $\mathcal{R}_e^*$ , soit la détermination d'une matrice homogène de transformation  ${}^{e^*}\mathbf{M}_e$ . Comme nous l'avons vu, cette matrice est composée d'une translation et d'une rotation, qui peuvent être décrites à l'aide de 6 paramètres. Dans ce cas, le vecteur  $s$  est constitué de mesures permettant de construire cette matrice de transformation de repère. On pourra d'ailleurs noter que dans une configuration avec caméra embarquée, le problème est équivalent à la détermination d'une matrice de transformation  ${}^{c^*}\mathbf{M}_c$  entre les référentiels courants et désirés de la caméra.

L'asservissement basé-image repose quant à lui sur l'exploitation direct des informations extraites de l'image pour établir la commande qui sera envoyée au manipulateur. Il ne nécessite pas de connaissance *a priori* du modèle 3-D de l'objet, mais exploite des primitives pour lesquelles on possède un modèle de comportement lorsqu'elles évoluent dans l'espace. On parlera dès lors d'asservissement 2-D, ou d'asservissement 2-D 1/2 lorsque une connaissance du modèle 3-D est néanmoins utilisée (approche hybride).

Quelque-soit la situation, l'objectif de l'asservissement visuel est de traduire un ensemble de mesures effectuées dans une série d'image en loi de commande qui sera envoyée au manipulateur.

### Construction d'une loi de commande

Nous reprenons ici les bases de construction d'une loi de commande [15]. Le lecteur les retrouvera développées par exemple dans [6] et [7]. Nous nous contenterons ici d'exposer les principes généraux d'outils que nous avons utilisés tout au long de nos travaux.

Soient  $\mathbf{s}$  un ensemble de mesures réalisées au sein de l'image sur des primitives choisies, et  $\mathbf{s}^*$  les valeurs désirées de ces mesures. On construit le vecteur  $\mathbf{e} = \mathbf{s} - \mathbf{s}^*$  représentant l'erreur de mesure, soit la différence entre les valeurs courantes et les valeurs désirées.

On choisit ici de construire une loi de commande en vitesse. Soit le torseur cinématique  $\mathbf{v}_c = (\nu_c, \omega_c)$ , avec  $\nu_c$  et  $\omega_c$  les vitesses instantanées respectivement linéaires et angulaires. Il est nécessaire dans un premier temps de déterminer les variations  $\dot{\mathbf{s}}$  des mesures pour un déplacement donné  $\mathbf{v}_c$  de la caméra. Cette relation, lorsqu'elle existe, prend la forme algébrique d'une matrice  $\mathbf{L}_s \in \mathcal{M}_{k \times 6}$  que l'on appelle *matrice d'interaction* [14],  $k$  représentant le nombres de mesures effectuées. A partir de tous ces éléments nous pouvons établir :

$$\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{L}_s \mathbf{v}_c \quad (1.24)$$

Notre cible étant fixe, nous avons  $\dot{\mathbf{e}} = \dot{\mathbf{s}}$ . Nous pouvons dès lors immédiatement déduire de (Equ.1.24) la relation suivante :

$$\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{L}_e \mathbf{v}_c \quad (1.25)$$

Nous souhaitons que notre erreur  $\mathbf{e}$  de mesure décroisse de manière exponentielle, soit :  $\dot{\mathbf{e}} = -\lambda \mathbf{e}$ ,  $\lambda$  étant appelé le *gain*, permettant de régler la vitesse de convergence. La loi de commande suivante peut alors être construite :

$$\mathbf{v}_c = -\lambda \mathbf{L}_e^+ \mathbf{e} \quad (1.26)$$

où  $\mathbf{L}_e^+ \in \mathcal{M}_{6 \times k}$  représente la matrice pseudo-inverse de Moore-Penrose, soit  $\mathbf{L}_e^+ = (\mathbf{L}_e^T \mathbf{L}_e)^{-1} \mathbf{L}_e^T$ . Lorsque  $k = 6$  et que  $\det \mathbf{L}_e \neq 0$ , on pourra choisir d'utiliser la loi  $\mathbf{v}_c = -\lambda \mathbf{L}_e^{-1} \mathbf{e}$ .

En pratique, il est difficile de connaître avec exactitude  $\mathbf{L}_e$ , qui peut être dépendante de la pose de la caméra. On utilisera dès lors une approximation de la matrice d'interaction, la loi de commande finale devenant :

$$\mathbf{v}_c = -\lambda \widehat{\mathbf{L}}_e^+ \mathbf{e} \quad (1.27)$$

Toutes les fois où cela est possible, on préférera utiliser des primitives dont la matrice d'interaction correspondante exhibe des propriétés algébriques intéressantes (triangulaire, inversible, ...). Le choix préalable des primitives obéit donc à un double impératif :

- on attend qu'elles soient aisément identifiables dans l'image et que les mesures puissent être réalisées de manière robuste
- les caractéristiques de la matrice d'interaction qu'elles complètent doivent comporter des qualités algébriques qui permettront d'améliorer les calculs tout autant que de ne pas propager les erreurs de mesures sur une primitive particulière aux autres mesures.

### 1.5.3 Contexte de l'étude et choix de stratégie pour l'asservissement visuel

Nous avons vu que l'utilisation d'un robot parallèle à câbles nous permet d'évoluer dans un espace de travail conséquent. En particulier, le robot **Marionet-Assist** que nous avons utilisé pour nos expérimentations évolue dans un cube de  $4m \times 3m \times 3m$ , et le volume atteignable par un robot de type **Marionet-Crane** peut aller jusqu'à  $100m \times 35m \times 35m$ . Dans ces circonstances, l'utilisation d'une caméra embarquée a été privilégiée pour deux raisons :

- le champs de vision d'une seule caméra fixe déportée pourra se révéler insuffisant pour couvrir l'ensemble de l'espace de travail
- le déploiement d'un robot à câble pouvant être effectué dans des milieux nocifs, ou difficilement atteignables (suite par exemple à une catastrophe naturelle), l'utilisation d'une caméra déportée est souvent difficilement envisageable.

Ajoutons que le robot **Marionet-Assist** a été pensé pour être utilisé dans des pièces de vie de personnes à la mobilité fragilisée. Dans ce cadre, une caméra déportée peut paraître inutilement intrusive. Le champs de vision d'une caméra embarquée étant limité, cela nous a semblé, conformément à cette application, un choix plus respectueux de l'intimité des personnes.

De la même manière, les environnements d'utilisation des robots à câbles de la famille **Marionet** sont généralement dynamiques. A ce titre, nous avons privilégié une stratégie d'asservissement basé-image, à nouveau pour deux raisons distinctes :

- elle ne nécessite pas une connaissance complète du modèle 3-D de la cible
- l'asservissement en position repose souvent sur l'utilisation de plusieurs caméras (ou de capteurs de type RGB-D) pour garantir une mesure fiable des primitives permettant une reconstruction du modèle 3-D de la cible. Or, pour des raisons toujours liées au contexte d'application des robots de la famille **Marionet**, cela ne correspond pas aux choix de capteurs que nous avons effectués

Enfin, il était envisageable dans cette étude d'utiliser les caméras soit comme capteur intéroceptif, soit comme capteur extéroceptif. Le choix d'une observation des articulations d'un robot parallèle à câbles a été effectué par [2] pour des robots parallèles classiques, et plus récemment pour des robots parallèles à câble [11], [10]. Ces études correspondant à ce jour au principal travail effectué dans le domaine de l'asservissement visuel des robots parallèles à câbles, nous reviendrons dès lors dessus à l'occasion de la section suivante, au sein de laquelle nous définirons nos problématiques et pistes de travail. Nous pouvons relever toutefois que la démarche développée dans leurs recherches consiste à améliorer le positionnement de l'organe terminal, ce qui suppose que la position de la cible est connue avec suffisamment de précision. Il s'agit donc d'un environnement contrôlé. Or, le contexte d'application de nos robots implique au contraire une incertitude non-négligeable sur les propriétés de la cible. Dès lors, la caméra est tout autant utilisée pour la construction d'une loi de commande que pour la localisation de l'objet et l'actualisation de ses propriétés lorsque celles-ci diffèrent

d'une première estimation. Le choix d'utilisation des caméras comme capteurs extéroceptifs s'est donc imposé dans notre approche.

Il nous reste en introduction à présenter les avantages et les spécificités d'une utilisation de l'asservissement visuel dans le contexte particulier des robots parallèles à câbles. La section suivante introduira les pistes d'amélioration de contrôle que nous avons repérées, les problématiques auxquelles nous avons été confrontées et la manière dont nous proposons de les résoudre. Nous évoquerons également de quelle manière les spécificités des robots parallèles nous permettent d'assouplir les contraintes de l'asservissement tout en garantissant un contrôle optimal.

## 1.6 Asservissement visuel des robots parallèles à câbles

Nous avons vu que plusieurs caractéristiques des robots parallèles à câbles peuvent altérer la qualité de la manipulation. Ainsi, la complexité des modèles géométriques et cinématiques par rapport aux robots séries et aux robots parallèles rigides menace d'une part la précision des opérations de manipulation lors de la résolution numérique, et d'autre part l'effectuation en temps réel. De plus, la nécessaire vérification de l'équilibre statique pour toutes les configurations de câbles en tension strictement positive impacte également la contrainte de réalisation en temps réel d'une tâche ; surtout, il est tout autant difficile de prévoir quels câbles seront en tension lors d'un déplacement prescrit, que de garantir la constance du caractère positif ou nul de la tension d'un câble sur l'intégralité d'un déplacement. Enfin, les incertitudes mécaniques – telles par exemple le diamètre réel de la couche d'enroulement d'un câble autour des tambours – ont également une influence sur la précision du manipulateur.

Il est donc nécessaire, afin de garantir l'efficacité d'une tâche de manipulation, de simplifier la résolution numérique des modèles, de développer une stratégie de contrôle de la tension dans les différents câbles, et de corriger enfin la trajectoire du manipulateur lorsque les incertitudes et erreurs perturbent celle-ci.

L'utilisation de capteurs supplémentaires a été proposée à de nombreuses reprises afin de résoudre un ou plusieurs des problèmes énoncés. Dans le contexte des robots parallèles à jambes rigides, plusieurs suggestions ont été faites :

- mesurer directement la pose de l'organe terminal à l'aide de systèmes de lasers et miroirs [23], [22] ou d'une caméra déportée [9], [33] : cela permet tout autant une simplification des modèles qu'une correction des erreurs et imprécisions.
- utiliser des capteurs proprioceptifs afin d'obtenir une représentation fidèle de l'état des variables articulaires [28], [34], ce qui permet également une simplification des modèles pouvant aboutir à une exécution en temps réel.
- un contrôle référencé vision basé sur l'exploitation de mesures des directions des jambes du robot [2] : dans cette dernière méthode, une stratégie IBVS est utilisée pour définir un contrôle cinématique. Elle permet de s'affranchir du calcul du MGD, ce qui la rend *a priori* robuste aux erreurs de modèles et de calibrations.

En particulier, cette dernière méthode a été déclinée récemment pour le contrôle de robots parallèles à câbles. Elle fait suite à une première approche [12] consistant à mettre dans un premier temps en place un asservissement visuel 3-D (PBVS) sur l'organe terminal, puis à élaborer un schéma de contrôle dynamique utilisant la vision pour estimer la pose et la vitesse de la plate-forme. Malgré des résultats prometteurs obtenus en simulation, il reste à valider cette approche sur un prototype réel.

Les mêmes auteurs ont donc par la suite proposé une approche analogue au suivi de jambes des robots parallèles classiques [10], en exploitant cette fois-ci les directions de départs des câbles, complétant ainsi un système de mesures utilisant des capteurs de forces (afin d'estimer la tension dans les câbles), ainsi que plusieurs caméras déportées pour estimer la pose de la plate-forme. Le schéma d'ensemble utilise donc un premier ensemble de quatre caméras filmant un motif sur l'organe terminal pour proposer un asservissement 3-D donnant le torseur cinématique de l'organe terminal, puis quatre caméras stéréos donnant la direction tangente aux départs de câbles, permettant ainsi de simplifier le contrôle cinématique du robot. A nouveau, les résultats présentés en simulation nous paraissent tout-à-fait prometteurs, mais doivent encore à notre connaissance être validés expérimentalement.

Nous avons toutefois choisi de ne pas poursuivre dans la même voie pour les trois raisons suivantes :

- pour des raisons d'intrusivité et de coût propres aux conditions d'applications des prototypes sur lesquels nous avons travaillé, le dispositif de mesure nous a paru trop conséquent ; nous avons de plus privilégié des configurations embarquées comme mentionné précédemment.
- bien qu'ils fassent durant leurs travaux l'hypothèse de câbles non-élastiques, les auteurs supposent une précision des mesures de tension qui nous semble difficilement atteignable pour des robots de cette envergure. Il ne s'agissait évidemment pas du sujet de leur étude, mais nous pensons néanmoins que certaines situations que nous avons rencontrées pourraient affecter la qualité des résultats annoncés.
- enfin, le schéma de contrôle repose sur l'estimation et l'inversion de la matrice d'interaction d'une part, et sur l'estimation de la Jacobienne inverse d'autre part, se présentant donc sous la forme :

$$\dot{\mathbf{q}} = -\lambda \widehat{\mathbf{J}}^{-1} \widehat{\mathbf{L}}_e^+ \mathbf{e} \quad (1.28)$$

Nous pensons qu'il est possible d'unifier ces deux étapes à la condition d'exécuter un contrôle cinématique à l'aide d'une caméra embarquée, soit une seule matrice :

$$\dot{\mathbf{q}} = -\lambda \widehat{\mathbf{K}} \mathbf{e} \quad (1.29)$$

ne nécessitant pas plus de connaissance précise de la pose  $X$  que des valeurs des variables articulaires  $\rho$ .

Bien que nous ne puissions garantir que cette simplification du schéma de contrôle puisse s'appliquer à toutes les configurations de robots à câbles, elle s'avère efficace dans notre contexte, particulièrement pour les robots  $N - 1$ . Sa mise en place implique toutefois certaines conditions qui peuvent se révéler

## 1.6. ASSERVISSEMENT VISUEL DES ROBOTS PARALLÈLES À CÂBLES29

incompatibles avec un ensemble d'applications, ce que nous exposerons lors du chapitre qui sera consacré à son étude.

Le travail qui est présenté ici a pour objectif d'améliorer la qualité de manipulation d'un robot parallèle à câbles. Pour cela, nous avons distingué quatre critères qui nous permettront d'évaluer notre contribution, à savoir :

1. la **stabilité** de la plate-forme lors d'un déplacement
2. la **précision** de la pose finale
3. la **robustesse** aux imprécisions et erreurs de modèle, aux erreurs et imprécisions des estimations des paramètres de contrôle
4. la **simplicité** du schéma de contrôle

Dans ce but, nos travaux seront présentés de la manière suivante :

- dans un premier temps, nous présenterons une stratégie de contrôle des câbles en tension, qui nous permettra d'améliorer la stabilité des mouvements, ainsi que la précision des déplacements.
- une fois cette stabilité assurée, nous montrerons que l'utilisation d'un asservissement visuel améliore la précision du positionnement de l'organe terminal, mais également la robustesse du contrôle
- nous utiliserons ensuite les spécificités des architectures parallèles pour développer une loi de contrôle simplifiée, ce qui nous permettra de gagner ici en robustesse et en simplicité de calcul.
- enfin, un chapitre présentera plusieurs simulations et expérimentations sur notre prototype. Ceci nous permettra de valider nos différentes approches, mais également d'en présenter les limites, ce qui nous permettra en conclusion de faire le point sur les perspectives s'ouvrant en continuité de ces travaux.



## Chapitre 2

# Contrôle des configurations de câbles

Nous proposons dans ce chapitre une méthode permettant de contrôler les câbles qui seront en tension le long d'une trajectoire donnée. Dans une première section, nous expliquerons les motivations qui nous ont conduits à développer une telle méthode de contrôle, puis nous introduirons les concepts nécessaires à son développement. La seconde section de ce chapitre est consacrée à l'élaboration de critères qui nous serviront à sélectionner les configurations optimisant la stabilité et la précision d'une trajectoire. Enfin, la troisième et dernière section de ce chapitre introduira dans un premier temps l'analyse par intervalle dont nous nous sommes servis afin de garantir notre démarche ; puis nous présenterons les principes de l'algorithme développé et concluerons par l'exposition des résultats théoriques qui seront validés dans le chapitre consacré aux simulations et expérimentations.

### 2.1 Notions introductives

#### 2.1.1 Contexte

Nous avons vu que l'une des spécificités des manipulateurs parallèles à câbles est que – pour une pose donnée – l'équilibre statique peut être obtenu sans que l'ensemble des câbles soient en tension. De plus, il arrive dans certains cas qu'il soit impossible, quelle que soit la pose du robot, que l'ensemble des câbles aient une tension strictement positive : ainsi, pour une configuration N-1 ( $N$  câbles distincts reliés en un seul point  $B$  à la plateforme), avec  $N > 3$  et des câbles non-élastiques, il est prouvé que 3 câbles au maximum auront une tension strictement positive, les  $N - 3$  autres étant détendus [29].

Pour l'ensemble des contrôleurs proposés dans la littérature, ce phénomène est ignoré : soit le contrôle est positionnel, auquel cas les  $\rho_i$  sont ajustés sur la distance  $\|\mathbf{A}_i \mathbf{B}\|$ , soit il s'agit d'un contrôle en force sans trop se soucier de savoir si toutes les tensions sont commandables, soit éventuellement un contrôleur hybride/position sous les mêmes hypothèses. Or, le résultat peut-être le plus important ici est donné dans [27], l'auteur montrant qu'il est impossible en pratique de prévoir les modifications du caractère strictement positif ou nul de

la tension pour l'ensemble des câbles lors d'une trajectoire donnée. Ainsi, une modification infime de la longueur du câble en tension nulle dont nous avons réglé la longueur de manière à ce que  $\rho_i = A_i B_i$  pourra changer complètement la nature de la tension dans les autres câbles et surtout modifier la pose de l'organe terminal.

La conséquence de ces phénomènes mécaniques est double : d'une part nous pouvons nous retrouver dans des configurations sous-contraintes, nous perdons alors le contrôle d'un ou plusieurs degrés de libertés et la trajectoire n'est plus stable ; d'autre part les modifications soudaines des tensions perturbent les mouvements de la plate-forme et la précision du positionnement est affectée.

Dans le cas du robot 4 – 1, la figure 2.1 permet de comprendre pourquoi l'équilibre statique n'est possible avec trois câbles en tension que si le point **B** correspondant à la pose de la plate-forme appartient à la projection verticale du triangle formé par les points de sortie des trois câbles. En effet, si ce n'est pas le cas, que le point est en dehors du triangle, on voit bien que les forces ne s'opposent pas dans au moins une direction, rompant ainsi l'équilibre statique.

La démonstration de l'impossibilité d'avoir plus de 3 câbles en tension simultanée repose également sur l'équilibre statique. Dans [29], ceci est démontré pour toute configuration à  $N > 3$  câbles. Le cas à quatre câbles est relativement simple et peut être exposé ainsi :

### 1. bla

Il existe donc pour un robot 4 – 1 quatre ensembles distincts de 3 câbles en tension strictement positives, et dans aucune de ces situations les trois câbles ne permettent d'atteindre l'intégralité de l'espace de travail en maintenant l'équilibre statique.

A titre d'exemple, la figure 2.2 montre qu'il existe des trajectoires qui peuvent être effectuées sans que l'on n'ait besoin de changer la nature de la tension dans les câbles, mais qu'il existe également pour lesquelles nous n'aurons d'autres choix que de modifier les câbles en tension. Dans cet exemple, le point **P<sub>1</sub>** peut soit utiliser les câbles 0, 1, et 3, soit les câbles 0, 2, et 3. Le point **P<sub>2</sub>** peut être atteint quant à lui en utilisant les câbles 0, 2, 3 et 1, 2, 3. On voit alors que nous pouvons aller de **P<sub>1</sub>** à **P<sub>2</sub>** en utilisant uniquement les câbles 0, 2 et 3. Si nous étions par contre partis de **P<sub>1</sub>**, avec les câbles 0, 1 et 3 en tension, nous aurions du changer. Le point **P<sub>3</sub>** correspond à aux situations pour lesquelles les câbles 0, 1, 2 ou 1, 2, 3 peuvent être utilisés. Il est donc possible d'aller de **P<sub>2</sub>** à **P<sub>3</sub>** avec les seuls câbles 1, 2 et 3, mais il n'y a par contre aucune possibilité d'aller de **P<sub>1</sub>** à **P<sub>3</sub>** sans changer la nature de la tension des câbles.

Les comportements décrits correspondent toutefois à une situation idéale. Dans les faits, l'utilisation d'un contrôleur discret basé sur une loi de commande voulant imposer une valeur  $\rho_i = \|\mathbf{A}_i \mathbf{B}\|$  ne permet pas de prédire ce qui se déroulera durant la période d'échantillonnage, durant laquelle le système est libre et n'obéit qu'à ses propres lois mécaniques.

La figure 2.3 montre ce qu'il se passe durant la période d'échantillonnage de 0.2 secondes d'un contrôleur discret. Si la trajectoire était parfaitement suivie, nous devrions avoir une valeur  $\tau_n$  nulle sur l'ensemble de la période. Or, la trajectoire réelle ne suit pas exactement la trajectoire théorique. Dès lors, même avec des mesures de longueurs parfaites, le système passe immédiatement de poses pour lesquelles la tension est nulle à des poses pour lesquelles la tension devient strictement positive. Il faut alors en tirer les conclusions suivantes :

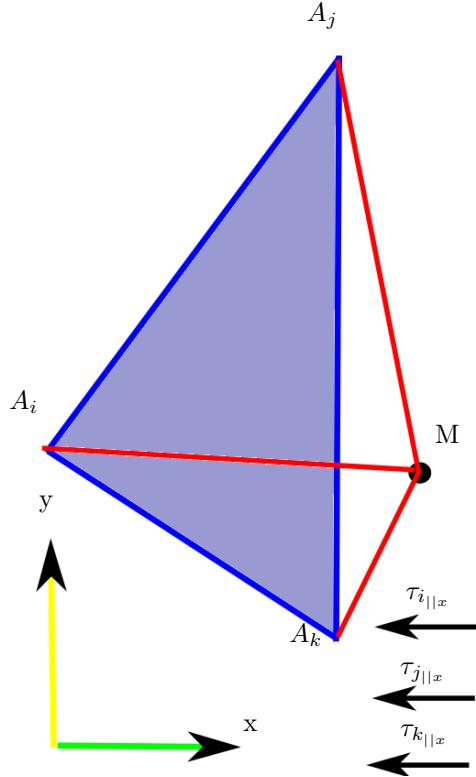


Figure 2.1: Lorsque le point sort des limites du triangle généré par les droites reliant les sorties de câbles, les tensions ne sont plus en opposition dans toutes les directions : l'équilibre statique ne peut dès lors être maintenu.

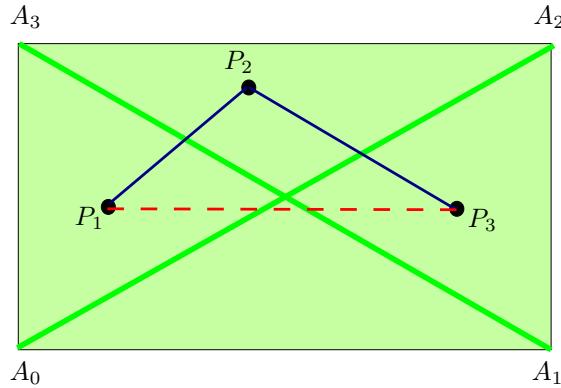


Figure 2.2: Exemples de trajectoires réalisables avec une seule configuration de câbles (lignes bleues pleines) et nécessitant un changement de configuration de câbles (ligne rouge en pointillés)

- si  $\tau_n \neq 0$  alors qu'il devait être nul, les valeurs des autres tensions sont différentes des prédictions
- les câbles étant soumis à des alternances entre tension nulle et tension positive, ils s'usent plus rapidement

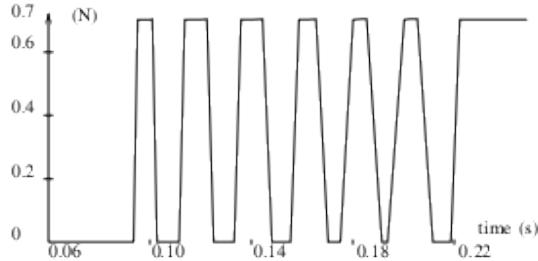


Figure 2.3: Comportement des tensions dans un câble pour une durée d'échantillonnage de 0.2 secondes

- les variabilités de tensions affectent la précision du manipulateur ; l'erreur reste cependant assez faible.
- un contrôleur en tension ne prenant pas en compte ces propriétés ne peut pas vraiment fonctionner.

Nous avons de plus plusieurs fois constaté que ces changements subits engendraient des mouvements indésirables au niveau de l'organe terminal. Principalement, puisque les degrés de libertés en rotation ne sont pas contraints sur notre prototype, des mouvements pendulaires ont parfois été générés, conduisant à la perte de la cible dans l'image, et donc l'échec de l'asservissement.

Il nous a donc paru nécessaire dans un premier temps de mettre en place une stratégie permettant de garantir la stabilité des déplacements et la précision des positionnements toutes les fois où cela était possible, et de pouvoir identifier les situations pour lesquelles il n'y a d'autre solution que d'adopter un mode de fonctionnement dégradé.

### 2.1.2 Les configurations de câbles

Nous appelons *configuration de câbles*, ou  $CC$ , la donnée de l'ensemble des câbles qui sont en tension strictement positive. Ainsi, pour un robot à  $n$  câbles pour  $d$  degrés de liberté, nous noterons  $CC_{k_1, k_2, \dots, k_m}$  la configuration pour laquelle les câbles  $k_1, k_2, \dots, k_m$  sont en tension strictement positive et – si  $m < n$  – les câbles  $k_{m+1}, \dots, k_n$  sont détendus. Si la configuration est telle qu'elle permet avec les  $m$  câbles en tension de contrôler les  $d$  de degrés de libertés, nous la noterons  $\overline{CC}_{k_1, k_2, \dots, k_m}$ .

Si l'ensemble  $k_1, \dots, k_p$  est strictement inclus dans l'ensemble  $k_1, \dots, k_m$ , on pourra écrire  $CC_{k_1, \dots, k_p} < CC_{k_1, \dots, k_m}$ .

Prenons l'exemple d'un robot 4 – 1 dont les câbles 0, 1, 2, 3 sont disposés de manière à ce qu'aucun triplet  $A_i A_j A_k$  de points d'attaches ne soit aligné. Les configurations possibles pour un tel robot sont :  $\overline{CC}_{012}, \overline{CC}_{013}, \overline{CC}_{023}, \overline{CC}_{123}, CC_{01}, CC_{02}, CC_{03}, CC_{12}, CC_{13}, CC_{23}, CC_0, CC_1, CC_2, CC_3$ . On notera ici que la configuration  $CC_{0123}$  n'a pas de sens sur ce robot particulier.

Nous appelons *coordonnées situées*  ${}^s\mathbf{P}$  d'un point  $\mathbf{P}$  la donnée de ses paramètres de pose  $\mathbf{X}$  et de la configuration de câbles dans laquelle il se trouve :

$${}^s\mathbf{P} := (\mathbf{X}; CC_{k_1, \dots, k_m})$$

L'ensemble des points  $\mathbf{P}$  tels qu'il existe  ${}^s\mathbf{P} := (\mathbf{X}; CC_{k_1, \dots, k_m})$  pour  $CC_{k_1, \dots, k_m}$  fixé est appelé l'*espace légal* de  $CC_{k_1, \dots, k_m}$ , noté  $El(CC_{k_1, \dots, k_m})$ . Nous noterons de plus  $\overline{El}(CC_{k_1, \dots, k_m})$  la fermeture de  $El(CC_{k_1, \dots, k_m})$ , à savoir l'ensemble :

$$\overline{El}(CC_{k_1, \dots, k_m}) := \bigcup El(CC_{k_1, \dots, k_p}), \quad CC_{k_1, \dots, k_p} < CC_{k_1, \dots, k_m}$$

De la même manière, pour un même point  $\mathbf{P}$ , l'ensemble  $Sl$  correspond à l'ensemble des configurations de câbles  $CC_{k_1, \dots, k_m}$  telles qu'il existe  ${}^s\mathbf{P} \in El(CC_{k_1, \dots, k_m})$ . Ici,  $\overline{Sl}$  représentera l'ensemble des  $\overline{CC}_{k_1, \dots, k_m}$  pour lesquelles il existe  ${}^s\mathbf{P} \in El(\overline{CC}_{k_1, \dots, k_m})$ .

Soit maintenant  $\mathcal{O}(\mathbf{S}, \mathbf{G})$  l'ensemble des points  $\mathbf{P}_i$  qui constituent une trajectoire allant du point  $\mathbf{S}$  au point  $\mathbf{G}$ . Nous noterons  $\mathcal{O}(\mathbf{S}, \mathbf{G}) \triangleleft El(CC_{k_1, \dots, k_m})$  la situation pour laquelle  $\forall \mathbf{P}_i \in \mathcal{O}(\mathbf{S}, \mathbf{G}), \exists {}^s\mathbf{P}_i \in El(CC_{k_1, \dots, k_m})$ , soit que la trajectoire appartient intégralement à l'espace légal de  $CC_{k_1, \dots, k_m}$ .

Lorsque nous n'avons pas cette relation, nous avons besoin de définir des régions de transferts. Soit deux configurations de câbles  $CC_{k_1, \dots, k_m}$  et  $CC_{l_1, \dots, l_p}$ , que pour un instant nous noterons respectivement  $CC_i$  et  $CC_j$ . Nous définissons l'ensemble  $\overset{\circ}{Tr}_{ij} = El(CC_i) \cap El(CC_j)$  comme l'ensemble des points  $\mathbf{P}$  pour lesquels il existe  ${}^sP_i \in El(CC_i)$  et  ${}^sP_j \in El(CC_j)$ . Un changement de coordonnées situées de  ${}^sP_i$  vers  ${}^sP_j$  sera dans ce cas appelé un *transfert simple*. Lorsque  $\overset{\circ}{Tr}_{ij} = \emptyset$ , mais qu'il existe, pour un point  $\mathbf{P}$ ,  ${}^sP_i \in \overline{El}(CC_i)$  et  ${}^sP_j \in \overline{El}(CC_j)$ , nous appellerons  $\partial Tr_{ij}$  l'ensemble des points de *transfert marginal* entre les configurations  $CC_i$  et  $CC_j$ . L'espace de transfert total  $Tr_{ij}$  est alors la réunion des espaces de transferts simple et marginal correspondants.

Supposons par exemple que  $\mathbf{S} \in El(CC_1)$ ,  $\mathbf{G} \in El(CC_2)$  et qu'il existe un point  $\mathbf{M}$  tel que  $\mathcal{O}(\mathbf{S}, \mathbf{M}) \triangleleft El(CC_1)$  et  $\mathcal{O}(\mathbf{M}, \mathbf{G}) \triangleleft El(CC_2)$ , alors on pourra écrire  $\mathcal{O}(\mathbf{S}, \mathbf{G}) \triangleleft El(CC_1) \cup \overset{\circ}{Tr}_{12} \cup El(CC_2)$ . De la même manière, si un point  $\mathbf{M}$  est tel que  $\mathcal{O}(\mathbf{S}, \mathbf{M}) \triangleleft \overline{El}(CC_1)$  et  $\mathcal{O}(\mathbf{M}, \mathbf{G}) \triangleleft \overline{El}(CC_2)$ , alors nous pourrons écrire  $\mathcal{O}(\mathbf{S}, \mathbf{G}) \triangleleft El(CC_1) \cup \partial Tr_{12} \cup El(CC_2)$ . Nous appellerons *trajet* l'ensemble des configurations de câbles et régions de transferts nécessaires au parcours d'une trajectoire. On distinguera les situations suivantes :

- *trajet trivial* : l'intégralité de la trajectoire peut être réalisée à partir d'une seule configuration de câbles.
- *trajet simple* : la trajectoire requiert au moins un transfert ; tous les transferts sont simples.
- *trajet partiellement marginal* : la trajectoire requiert au moins un transfert ; il existe au moins un transfert simple et un transfert marginal.
- *trajet marginal* : la trajectoire requiert au moins un transfert ; tous les transferts sont marginaux.

Lorsque plusieurs trajets existent, nous essaierons alors de définir des relations d'ordre nous permettant de sélectionner le meilleur trajet possible en fonction d'un ou plusieurs critères préalablement définis : ce sera l'objet de la seconde section de ce chapitre.

### 2.1.3 Robots dérivés et robot intégral

Soit un robot  $4 - 3 - 1$ , contrôlé par 4 câbles dont 3 (les câbles  $i, j, k$ ) sont attachés au même point  $\mathbf{B}_1$  sur l'organe terminal, et un quatrième (câble  $l$ ) relié à celle-ci en un point  $\mathbf{B}_2 \neq \mathbf{B}_1$ . Il a été montré dans [26] que pour une pose donnée, nous pouvons nous retrouver dans des configurations telles que l'un des câbles  $i, j$  ou  $k$  est détendu – auquel cas l'auteur parle de configuration 3-2-1 – ou encore le câble  $l$  – il s'agira alors d'une configuration 3-1. Ces deux situations présentent des différences non négligeables du point de vue des propriétés du robot, tout autant au niveau du contrôle que des différents modèles géométriques et cinématiques. La question se pose alors de savoir s'il est plus pertinent d'adopter une démarche *top-down* consistant à rechercher les propriétés du robot 4-3-1 et les décliner ensuite selon les situations, ou au contraire une démarche *bottom-up* qui partirait des propriétés spécifiques à chaque possibilité de configuration pour ensuite construire un fonctionnement global.

Un second argument en faveur de cette interrogation est soulevé dans [29]. Pour rappel, l'équilibre statique s'exprime par la formule suivante :  $\mathbf{F} = \mathbf{J}^{-T}\boldsymbol{\tau}$ . Or, afin de déterminer les tensions dans les différents câbles, il faut inverser cette relation. Lorsque la matrice jacobienne n'est pas inversible (*a fortiori* lorsqu'elle n'est pas carrée), l'auteur montre que l'utilisation de la matrice pseudo-inverse n'est pas appropriée et donne des résultats qui peuvent être faux. On peut se demander dès lors si l'expression de cette première jacobienne est la plus pertinente, s'il n'existe pas une autre approche de la modélisation du robot qui en permettrait une meilleure intuition et utilisation.

Soit  $A^{n,m}$  un manipulateur parallèle à  $m$  câbles développé pour contrôler au plus  $n$  degrés de libertés, que nous appellerons *robot maximal*. Le couple  $n, m$  représente la *signature* du robot et sera ici appelée sa *signature maximale*.

Associé à un espace de travail  $W$ , nous dirons qu'il est

- réalisable s'il existe une pose dans  $W$  telle que l'ensemble des câbles sont en tension
- *concrêt* si pour toute pose de  $W$  l'ensemble des câbles sont en tension
- *abstrait* si il n'existe aucune pose dans  $W$  telle que l'ensemble des câbles sont en tension

Nous définissons une première opération appelée *concrétisation* consistant pour un robot réalisable à lui associer le sous-espace de  $W_i \subset W$  pour lequel il pourra être dit concrét.

Nous établissons ensuite la liste des sous-configurations de câbles possibles. Nous appelons alors *sous-robot*  $A_i$  associé à la configuration de câbles  $CC_i$  le robot virtuel défini à partir des seuls câbles correspondant à sa configuration de câbles. Un tel sous-robot pourra à son tour être abstrait, réalisable ou concrét.

Lorsque pour deux configurations de câbles  $CC_i$  et  $CC_j$  nous avons  $CC_i < CC_j$ , alors le sous-robot  $A_i$  associé à  $CC_i$  sera considéré comme *dérivé* de  $A_j$ . S'il existe un ensemble  $CC_\alpha$  et un robot  $A_j$  associé à la configuration de câbles  $CC_j$  tels que  $\forall CC_i \in CC_\alpha, CC_i < CC_j$  et  $\forall CC_k \notin CC_\alpha, CC_i \not< CC_j$ , alors on dira de  $A_j$  qu'il est un *robot intégral* des robots associés aux configurations de câbles  $CC_i \in CC_\alpha$ .

Pour chaque robot  $A_i$  dérivé ou intégral, nous pouvons, lorsqu'il est réalisable, lui associer son sous-espace concrétisé  $W_i$ . Notons que si  $A_i$  dérive de  $A_j$ , cela

ne signifie pas pour autant que  $W_i \subset W_j$ . Nous adjoindrons également à tout robot  $A_i$  une signature  $(p, q)$ ,  $q$  représentant le nombre de degrés de libertés qu'il est possible de contrôler grâce à sa configuration de  $p$  câbles.

Nous partons donc du robot maximal pour en déduire les différents sous-robots possibles. Parmi ceux-ci, nous distinguons ceux qui entretiennent des relations de dérivation et intégration tels que nous les avons définies. Puis il nous faut pour chaque sous-robot étudier ses propriétés propres et s'interroger sur la manière dont elles évoluent entre robots dérivés et intégraux. Il doit alors être possible en fonction d'une tâche prescrite d'obtenir une relation d'ordre entre les sous-robots et de choisir celui qui nous semble le plus approprié à la réalisation de cette tâche.

Parmi les propriétés qui peuvent être déduites par relations de dérivation et intégrations, la détermination de la Jacobienne nous intéresse particulièrement dans le cadre de ce travail. Nous définissons dès lors les opérateurs suivantes :

- *dérivateur* : soient  $A_i$  et  $A_j$  tels que le premier dérive du second, et  $\mathbf{J}_i^{-1}$ ,  $\mathbf{J}_j^{-1}$  leurs matrices jacobienes inverses respectives ; on appelle *dérivateur* la matrice  $\mathbf{D}$  telle que  $\mathbf{D}\mathbf{J}_j^{-1} = \mathbf{J}_i^{-1}$ .
- *intégrateurs* : soit  $A_j$  un robot intégral des robots  $A_{i_1}, \dots, A_{i_p}$  ; on appelle *intégrateurs* les matrices  $\mathbf{I}_1, \dots, \mathbf{I}_p$  tels que  $\sum_{k=1}^p \mathbf{I}_k \mathbf{J}_k^{-1} = \mathbf{J}_j^{-1}$ , avec  $\mathbf{J}_k^{-1}$  les matrices jacobienes inverses respectives des robots  $A_{i_k}$ .

#### 2.1.4 Illustration avec le robot Marionet-Assist

Equipé de 4 câbles reliés en un même point à l'organe terminal (indexés dans le sens trigonométrique en partant du coin bas-gauche), les différentes configurations de câbles pouvant être obtenues à partir de **Marionet-Assist** sont :

- 4 CC à 1 câble :  $CC_0, CC_1, CC_2, CC_3$
- 6 CC à 2 câbles :  $CC_{01}, CC_{12}, CC_{23}, CC_{30}, CC_{02}, CC_{13}$ , les deux dernières présentant la caractéristique que  $El(CC_{02}) \cap El(CC_{13}) \neq \emptyset$  (il existe donc un transfert simple à 2 degrés de liberté entre ces deux configurations).
- 4 CC à 3 câbles :  $\overline{CC}_{012}, \overline{CC}_{013}, \overline{CC}_{023}, \overline{CC}_{123}$ . Il existe de plus des régions de transferts simples entre plusieurs de ces configurations de câbles.

Ces relations sont reprises dans la Fig.2.4. Le graphe ainsi obtenu permet par exemple de définir les *trajets* possibles pour une séquence donnée, et de calculer le *trajet* optimisant un critère en attribuant les poids correspondants aux noeuds et flèches du graphe. On voit par exemple que pour passer de  $\overline{CC}_{013}$  à  $\overline{CC}_{123}$ , il est possible d'utiliser un trajet à une *transition marginale* via  $CC_{13}$ , ou encore deux trajets à une transition simple, l'un passant par  $\overline{CC}_{012}$  et l'autre par  $\overline{CC}_{023}$ , ou bien encore d'autres combinaisons marginales et partiellement marginales.

Le robot maximal et ses sous-robots sont représentés dans la Fig.2.5, ainsi que leurs relations de dérivation et d'intégration. Dans le cas du robot **Marionet-Assist**, le robot maximal est abstrait, et il existe 4 robots réalisables dans  $A^{3,3}$ , 6 dans  $A^{2,2}$  et quatre dans  $A^{1,1}$ . Pour chacun des robots réalisables, l'espace de concrétisation correspond à l'ouvert obtenu par projection verticale

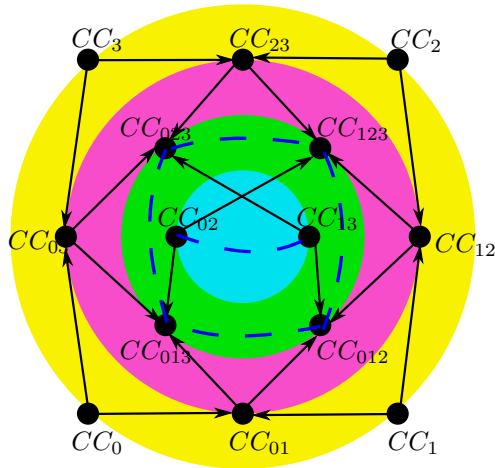


Figure 2.4: Les différentes configurations de câbles du Marionet-Assist : les flèches noires représentent les inclusions et les lignes en pointillés bleus indiquent une région de transfert simple.

des droites reliant les points d'attaches correspondant aux configurations de câbles associées. Ainsi, l'espace de concrétisation de  $A_{012}^{3,3}$  est obtenu par projection verticale du triangle issu des droites  $\mathbf{A}_0\mathbf{A}_1$ ,  $\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2$  et  $\mathbf{A}_0\mathbf{A}_2$ , à l'exception de la projection verticale de ces mêmes droites. De la même manière, l'espace de concrétisation du robot  $A_{01}^{2,2}$  est obtenu par projection verticale de la droite  $\mathbf{A}_0\mathbf{A}_1$ , à l'exception de la projection verticale des points  $\mathbf{A}_0$  et  $\mathbf{A}_1$ .

Soit  $\mathbf{B}$  le point d'attache des câbles à la plate-forme,  $\mathbf{A}_0$ ,  $\mathbf{A}_1$ ,  $\mathbf{A}_2$  et  $\mathbf{A}_3$  les points de sorties respectifs des 4 câbles, et  $\rho_0$ ,  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  et  $\rho_3$  les longueurs de câbles associées. La jacobienne inverse du robot est donnée par la matrice dont les lignes sont les vecteurs  $\frac{\mathbf{A}_i \mathbf{B}}{\rho_i}$ . La *jacobienne inverse maximale* est donc :

$$\mathbf{J}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{A}_{0_x} \mathbf{B}_x}{\rho_0} & \frac{\mathbf{A}_{0_y} \mathbf{B}_y}{\rho_0} & \frac{\mathbf{A}_{0_z} \mathbf{B}_z}{\rho_0} \\ \frac{\mathbf{A}_{1_x} \mathbf{B}_x}{\rho_1} & \frac{\mathbf{A}_{1_y} \mathbf{B}_y}{\rho_1} & \frac{\mathbf{A}_{1_z} \mathbf{B}_z}{\rho_1} \\ \frac{\mathbf{A}_{2_x} \mathbf{B}_x}{\rho_2} & \frac{\mathbf{A}_{2_y} \mathbf{B}_y}{\rho_2} & \frac{\mathbf{A}_{2_z} \mathbf{B}_z}{\rho_2} \\ \frac{\mathbf{A}_{3_x} \mathbf{B}_x}{\rho_3} & \frac{\mathbf{A}_{3_y} \mathbf{B}_y}{\rho_3} & \frac{\mathbf{A}_{3_z} \mathbf{B}_z}{\rho_3} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

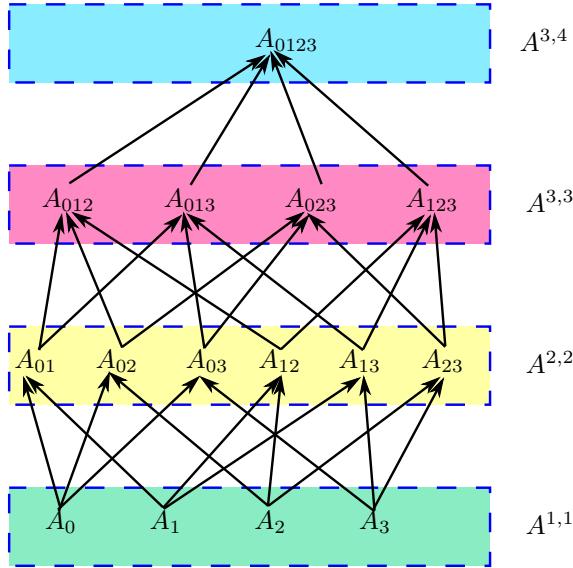


Figure 2.5: Schéma de dérivation/intégration du robot **Marionet-Assist** : s'il existe une flèche allant de  $CC_i$  à  $CC_j$ , alors  $CC_i$  dérive de  $CC_j$  ;  $CC_j$  sera le robot intégral de l'ensemble des robots  $CC_k$  qui en dérivent.

Le déivateur permettant de déduire la jacobienne inverse associée au robot  $A_{0,1,2}^{3,3}$  à partir de la jacobienne inverse maximale sera la matrice :

$$\mathbf{D}_{012/3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Le déivateur permettant de déduire la jacobienne inverse du robot  $A_{0,1}^{2,2}$  à partir de  $J_{012}^{-1}$  sera :

$$\mathbf{D}_{01/2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Les intégrateurs permettant par exemple de déduire  $A_{0,1,2}^{3,3}$  à partir de  $A_{0,1}^{2,2}$ ,  $A_{0,2}^{2,2}$  et  $A_{1,2}^{2,2}$  seront respectivement :

$$\mathbf{I}_{01+2} = 1/2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{I}_{02+1} = 1/2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{I}_{12+0} = 1/2 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

ce qui nous donne bien  $\mathbf{J}_{012}^{-1} = \mathbf{I}_{01+2}\mathbf{J}_{01}^{-1} + \mathbf{I}_{02+1}\mathbf{J}_{02}^{-1} + \mathbf{I}_{12+0}\mathbf{J}_{12}^{-1}$ .

Nous prenons dès lors le parti de n'accorder une pertinence physique qu'aux seules jacobiniennes de robots concrètes.

Prenons l'exemple d'un robot dont les coordonnées des points d'attaches sont  $\mathbf{A}_0 = (0.0, 0.0, 1.0)$ ,  $\mathbf{A}_1 = (1.0, 0.0, 1.0)$ ,  $\mathbf{A}_2 = (1.0, 1.0, 1.0)$  et  $\mathbf{A}_3 = (0.0, 1.0, 1.0)$ . Soit  $\mathbf{S} = (0.2, 0.7, 0.8)$  le point de départ d'une trajectoire et  $\mathbf{G} = (0.8, 0.6, 0.6)$  son point d'arrivée. La projection horizontale de  $\mathbf{S}$  appartient aux triangles dont les sommets respectifs sont  $\mathbf{A}_0\mathbf{A}_1\mathbf{A}_3$  et  $\mathbf{A}_0\mathbf{A}_2\mathbf{A}_3$  ; la

projection horizontale de  $\mathbf{G}$  appartient quant à elle aux triangles dont les sommets respectifs sont  $\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2\mathbf{A}_3$  et  $\mathbf{A}_0\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2$ . Supposons que pour  $\mathbf{S}$  nous partions de  $\overline{CC}_{013}$ . Une première solution visible dans (Fig.2.4) pourrait être de passer par une transition marginale correspondant à  $CC_{13}$  de manière à continuer avec  $\overline{CC}_{123}$ . Une autre possibilité consiste à se mettre en configuration  $\overline{CC}_{023}$  (transfert simple) puis d'utiliser un transfert simple de  $\overline{CC}_{023}$  vers  $\overline{CC}_{123}$ . Une troisième enfin propose un seul transfert simple de  $\overline{CC}_{013}$  vers  $\overline{CC}_{012}$ , mais ne peut être parcourue en ligne droite. Deux questions se posent alors :

- à quel point de la trajectoire opérer le transfert ?
- deux transferts simples valent-ils mieux qu'un seul transfert marginal ? qu'un seul transfert simple mais dont la trajectoire est plus complexe ?

Répondre à ces questions nécessite dans un premier temps de pouvoir comparer les propriétés locales des sous-robots associés à chaque configuration de câbles impliquée, mais surtout de pouvoir pondérer les configurations et transferts de manière à déterminer le trajet optimal. Nous proposons donc dans la suite de ce chapitre d'étudier plusieurs critères permettant une optimisation des trajets.

## 2.2 Critères d'optimisation et d'évaluation

### 2.2.1 Travaux préliminaires

Au contraire des CDPR pleinement contraints dont la pose est déterminée par les longueurs des câbles (quand un nombre suffisant de ceux-ci sont en tension), les robots en configuration suspendue utilisent la gravité pour contraindre la pose. Si ce choix de configuration possède plusieurs avantages, dont celui d'utiliser un nombre inférieur de câbles (ce qui réduit par exemple les possibilités de collision), il rend cependant le système plus sensible aux perturbations, ce qui affecte la qualité du mouvement du robot.

Le choix d'une configuration de câbles peut se faire lorsque plusieurs d'entre-elles sont possibles pour une même pose. Nous partirons donc du postulat que pour une pose  $\mathbf{X}$  il existe un ensemble  $CC_\alpha$  de  $p$  configurations  $CC_i$  telles que  $\forall i \in [1, pN], \mathbf{X} \in El(CC_i)$ . Certaines - voire toutes - parmi ces configurations supposent qu'un câble au moins est en tension nulle.

La stratégie généralement utilisé dans le contrôle des manipulateurs parallèles à câbles consiste à leur imposer une longueur la plus proche possible de la distance  $\|\mathbf{A}_i\mathbf{B}\|$ . Or, nous avons évoqué à plusieurs reprises que l'incertitude sur les longueurs ne permettait pas de savoir quelle configuration allait succéder au moment  $t + 1$  à celle prise effectivement par les câbles au moment  $t$ . Il est donc extrêmement difficile - pour ne pas dire généralement impossible - d'avoir un contrôle sur les trajets (successions de configurations). Pour autant, l'analyse des sous-robots correspondants aux différentes configurations ne manquera pas de révéler qu'à l'exception de cas rares, les propriétés du manipulateur ne sont pas équivalentes pour la pose  $\mathbf{X}$ .

Dès lors, plutôt que de tenter de garder les longueurs aussi proches que possible de leur valeurs théoriques, nous avons proposé dans [36] de forcer la

sélection d'une configuration en ajoutant volontairement aux câbles qu'elle suppose moins une longueur supplémentaire qui assure – en fonction de l'incertitude sur les longueurs – qu'il ne changera pas d'état.

La première étape consiste donc à déterminer pour une pose donnée l'ensemble des configurations de câbles dans lesquelles elle peut se retrouver. En hiérarchisant ensuite ces configurations à partir des propriétés des sous-robots, on en choisit une, puis on ajoute aux câbles qui n'interviennent pas dans la définition du sous-robot une longueur supplémentaire, ceci tant que l'on ne souhaite pas modifier la configuration.

L'analyse – lors d'une trajectoire – en parallèle des propriétés des sous-robots associés aux configurations possibles permet de déterminer les poses pour lesquelles il est souhaitable de changer de configuration. Au point de transfert déterminé par la comparaison des critères respectifs, il suffit alors de redonner aux câbles impliqués dans la configuration postérieure leur longueur théorique, et d'ajouter à ceux dont on ne veut plus se servir une longueur supplémentaire.

Une façon alternative de considérer ce processus consiste à envisager que nous utilisons une flotte de robots coopérants les uns avec les autres lors d'une trajectoire. On comprend alors que le transfert d'un robot à un autre est un moment particulier du contrôle. Il implique entre-autres que la vitesse du déplacement soit ralentie en ce point particulier de manière à minimiser l'influence des perturbations.

Si ce ralentissement peut être considéré comme un inconvénient, il offre toutefois deux avantages majeurs, à savoir :

- l'existence pour une pose de plusieurs configurations de câbles possibles devient ici un atout, puisqu'il est permis de choisir celle qui optimisera un critère préétabli, alors que nous ne pouvions précédemment que nous référer au *pire des cas*
- en divisant la tâche en sous-robots distincts dont nous décidons lequel prend en charge le déroulement d'un partie de la trajectoire, nous pouvons améliorer les caractéristiques du robot global, dès lors que celles-ci ne sont plus minorées par la situation la pire sur l'espace de travail, mais uniquement sur le minimum parmi les meilleures situations en chaque point de l'espace.

Nous allons à présent voir successivement comment nous proposons d'améliorer la stabilité puis la précision du manipulateur.

### 2.2.2 Amélioration de la stabilité : minimiser les tensions

Améliorer la stabilité est primordial pour deux raisons :

- lorsque le manipulateur est utilisé dans son contexte originel d'aide au déplacement des personnes, cela permet d'une part d'assurer la sécurité du processus, en évitant la perte de contrôle d'un ou plusieurs degrés de liberté, d'autre part l'aisance de l'utilisation en négociant les changements de configurations de câbles de manière souple
- lors d'une opération impliquant un asservissement visuel avec caméra embarquée, la moindre perturbation modifie la situation du référentiel caméra par rapport au référentiel de l'organe terminal. Dès lors, la conversion

des mesures effectuées sur l'image en commande pour le manipulateur est faussée et l'asservissement échoue. Une perturbation trop forte peut également faire sortir la cible de l'image, ce qui conduit fatallement à l'impossibilité de poursuivre l'utilisation de l'asservissement visuel.

Pour deux configurations données, les tensions exercées sur les câbles de chacune d'entre elles différeront.

Prenons l'exemple du robot 4 – 1 dont les points d'attache sont répartis aux quatre coins les plus hauts d'un cube d'un mètre de côté. Fixons un point **B** de coordonnées  $(0.20, 0.30, 0.80)^T$  (Fig.2.6).

En ce point, deux configurations de câbles sont possibles :  $\overline{CC}_{013}$  (Fig.2.6a) et  $\overline{CC}_{023}$  (Fig.2.6b). Ces deux configurations permettent de contrôler les trois degrés de libertés en translation.

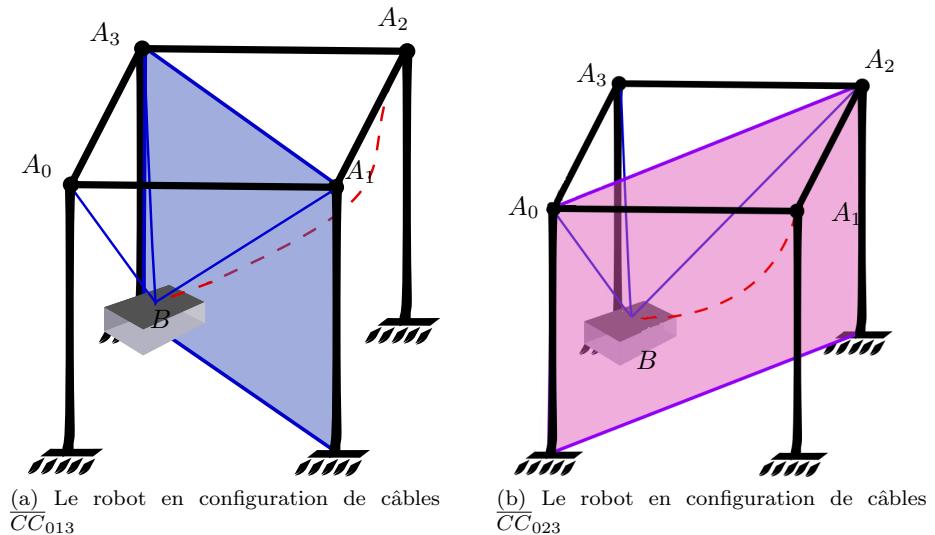


Figure 2.6: Les deux configurations de câbles possibles pour une pose  $\mathbf{B} = (0.2, 0.3, 0.8)^T$

Les jacobiniennes inverses respectives sont :

$$\begin{aligned}\mathbf{J}_{013}^{-1} &= \begin{bmatrix} 0.4851 & 0.7276 & -0.4851 \\ -0.9117 & 0.3419 & -0.2279 \\ 0.2649 & -0.9272 & -0.2649 \end{bmatrix} \\ \mathbf{J}_{023}^{-1} &= \begin{bmatrix} 0.4851 & 0.7276 & -0.4851 \\ -0.7396 & -0.6472 & -0.1849 \\ 0.2649 & -0.9272 & -0.2649 \end{bmatrix}\end{aligned}\tag{2.5}$$

En posant  $m = 1/g$ , nous avons  $\mathcal{F} = (\mathbf{0}, \mathbf{0}, -1)^T$ , ce qui nous donne :

$$\tau_{013} = \begin{bmatrix} 1.0308 \\ 0.8775 \\ 1.1325 \end{bmatrix}, \quad \tau_{023} = \begin{bmatrix} 1.4431 \\ 1.0817 \\ 0.3775 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Nous pouvons déjà vérifier qu'un passage non-contrôlé d'une configuration à l'autre produit des variations de tensions discontinues, alors même que les deux configurations ont en commun deux câbles sur trois.

De plus, la variance des tensions est plus importante pour la configuration  $\overline{CC}_{023}$ , ce qui dénote une répartition inégale des efforts sur les câbles.

Nous proposons donc de considérer la norme des tensions théoriques obtenues comme critère, et de choisir la configuration qui offre ainsi une meilleure répartition, soit dans ce cas  $\overline{CC}_{023}$ .

Ainsi, en chaque pose, nous calculons pour toutes les configurations de câbles  $CC_i$  correspondant à une situation d'équilibre statique la mesure  $\mathcal{M}_{\text{stab}_i}$  :

$$\mathcal{M}_{\text{stab}_i} = \|J_i^T \mathcal{F}\|_2 \quad (2.7)$$

Posons à présent  $B = (0.3, 0.3, 0.3)^T$ . Dans ce cas, les deux configurations de câbles possibles sont  $\overline{CC}_{013}$  et  $CC_{02}$ .

Les jacobiniennes inverses correspondantes sont :

$$\begin{aligned} J_{013}^{-1} &= \begin{bmatrix} 0.3665 & 0.3665 & -0.8552 \\ -0.6767 & 0.2900 & -0.6767 \\ 0.2900 & -0.6767 & -0.6767 \end{bmatrix} \\ J_{02}^{-1} &= \begin{bmatrix} 0.3665 & 0.3665 & -0.8552 \\ -0.5774 & -0.5774 & -0.5774 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.8)$$

En utilisant, pour  $A_{02}^{2,2}$  le sous-robot associé à la configuration de câbles  $CC_{01}$ , la pseudo-inverse de Moore-Penrose pour calculer les tensions théoriques correspondantes, nous obtenons :

$$\tau_{013} = \begin{bmatrix} 0.4677 \\ 0.4433 \\ 0.4433 \end{bmatrix}, \quad \tau_{02} = \begin{bmatrix} 0.8185 \\ 0.5196 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Les mesures respectives sont  $\mathcal{M}_{\text{stab}_{013}} = 0.7822$  et  $\mathcal{M}_{\text{stab}_{02}} = 0.9695$ , soit une sélection de la configuration  $\overline{CC}_{013}$ .

Toutes ces mesures pouvant être réalisées en amont, elles n'impactent pas le temps de calcul de la commande. Ainsi, pour notre robot 4 – 1 cubique, pour une valeur de  $Z = 0.5$  fixée, les figures (2.7a et 2.7b) montrent quelle configuration de câbles sera privilégiée en tout point de l'espace de travail, et les figures (2.7c et 2.7d) l'évolution du critère sur l'ensemble de celui-ci.

### 2.2.3 Amélioration de la précision : minimiser l'influence des incertitudes articulaires

La précision actuelle du Marionet-Assist sur lequel nous avons conduits nos expérimentations n'excède pas **0.10m** pour un espace de travail d'approximativement **3mx3mx4m**. Nous avons en effet entrepris de placer le manipulateur dans une pose préalablement décidée, puis exécuté deux aller-retours en

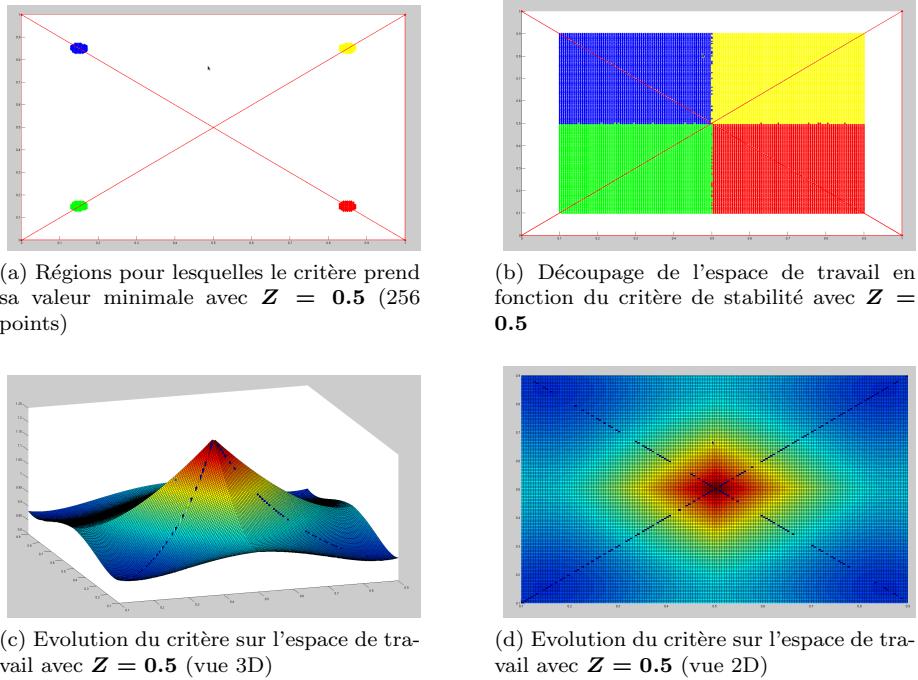


Figure 2.7: Les deux figures en haut montrent comment (pour  $Z = 0.5$ ) l'espace de travail est réparti entre les sous-robots associés aux configurations de câbles  $\overline{CC}_i$ : en rouge la configuration  $\overline{CC}_{012}$ , en vert la configuration  $\overline{CC}_{013}$ , en bleu la configuration  $\overline{CC}_{023}$  et en jaune la configuration  $\overline{CC}_{123}$ . Les figures du bas montrent (toujours pour  $Z = 0.5$ ) l'évolution du critère  $\mathcal{M}_{\text{stab}}$  sur l'essentiel de l'espace de travail.

mesurant les écarts avec la position initiale une fois les retours accomplis. Les résultats – que l'on peut lire dans le tableau (2.1) – montrent que l'on atteint rapidement une erreur dont la norme  $L^2$  est de **0.048m**. Rapporté à la taille de l'espace de travail, une telle précision est plutôt performante, et satisfait les exigences requises pour l'usage originel du manipulateur. Toutefois, dès lors que nous avons entrepris d'ajouter des fonctionnalités de manipulation d'objets du quotidien, la précision requise doit être inférieure à **0.01m**. Nous verrons dans le chapitre suivant que l'asservissement visuel permet une telle amélioration des performances du robot, mais également que la qualité de l'asservissement dépend de la configuration de câbles dans laquelle on se trouve. En effet, une incertitude sur les longueurs et leurs variations aura un effet sur la trajectoire et le positionnement. Même si l'utilisation de l'asservissement en boucle fermée permettra de corriger ces erreurs, il est évidemment souhaitable de pouvoir les minimiser en amont, de manière à ce que l'utilisation de la vision permette des corrections mineures pour des trajectoires stables.

	$\mathbf{X}_1$	$\mathbf{X}_2$	$\mathbf{X}_3$
position(m)	(1.53,1.00,1.21)	(1.51,1.00,1.23)	(1.57,1.02,1.19)
error(m)	(0,0,0)	(-0.02,0.00,0.02)	(0.04,0.02,-0.02)

Table 2.1: La position  $\mathbf{X}_1$  correspond à la position initiale, la position  $\mathbf{X}_2$  à la position atteinte après un premier aller-retour (vers un point  $\mathbf{Y} = (\mathbf{2.03}, \mathbf{1.00}, \mathbf{1.21})$ ),  $\mathbf{X}_2$  la position après le second aller-retour.

Pour deux configurations de câbles données, nous définissons la précision associée comme l'erreur maximale sur la pose pour une incertitude sur les longueurs des câbles donnée. Autrement dit, il s'agit de caractériser l'influence des incertitudes articulaires sur les performances opérationnelles.

Pour cela, nous utilisons la relation suivante :

$$\Delta \mathbf{X} = \mathbf{J} \Delta \Theta \quad (2.10)$$

Entre deux configurations de câbles, nous souhaitons privilégier celle dont l'erreur maximale sur la pose en fonction de l'incertitude sur les longueurs de câbles sera inférieure à toutes les autres.

Notre second critère devrait donc être, avec  $\delta \Theta$  une incertitude maximale fixée sur les coordonnées articulaires :

$$\mathcal{M}_{\text{acc}} = \|\mathbf{J} \delta \Theta\|_\infty \quad (2.11)$$

que nous chercherons à minimiser

Sinon reprenons l'exemple utilisé dans la section précédente au point  $\mathbf{B} = (\mathbf{0.2}, \mathbf{0.3}, \mathbf{0.8})^T$ , et que nous fixons  $\delta \Theta$  à **0.10m** pour chacun des câbles<sup>1</sup>, nous obtenons pour les configurations  $\overline{CC}_{013}$  et  $\overline{CC}_{023}$  respectivement :

$$\mathcal{M}_{\text{acc}_{013}} = \|(-0.0465, -0.0343, -0.3041)^T\|_{\max} = \mathbf{0.3041}$$

$$\mathcal{M}_{\text{acc}_{023}} = \|(-0.0327, -0.0343, -0.2902)^T\|_{\max} = \mathbf{0.2902}$$

<sup>1</sup>en pratique, la valeur de  $\delta \Theta$  importe peu et peut-être fixée à un scalaire non-nul près puisque nous n'utilisons la relation que dans un objectif de comparaison.

L'erreur maximale est donc réalisée en profondeur, ce qui s'explique notamment par le fait que nous supposons les oppositions de forces se manifestent dans la jacobienne dans le plan, mais pas en profondeur car c'est la gravité qui agit alors dans ce cas, et elle n'intervient pas dans la définition de la jacobienne.

Dès lors, nous nous retrouvons ici avec un biais que nous corrigerons en ne considérant que les erreurs de positionnement dans le plan, émettant donc l'hypothèse que les erreurs sur la profondeur leur seront homogènes.

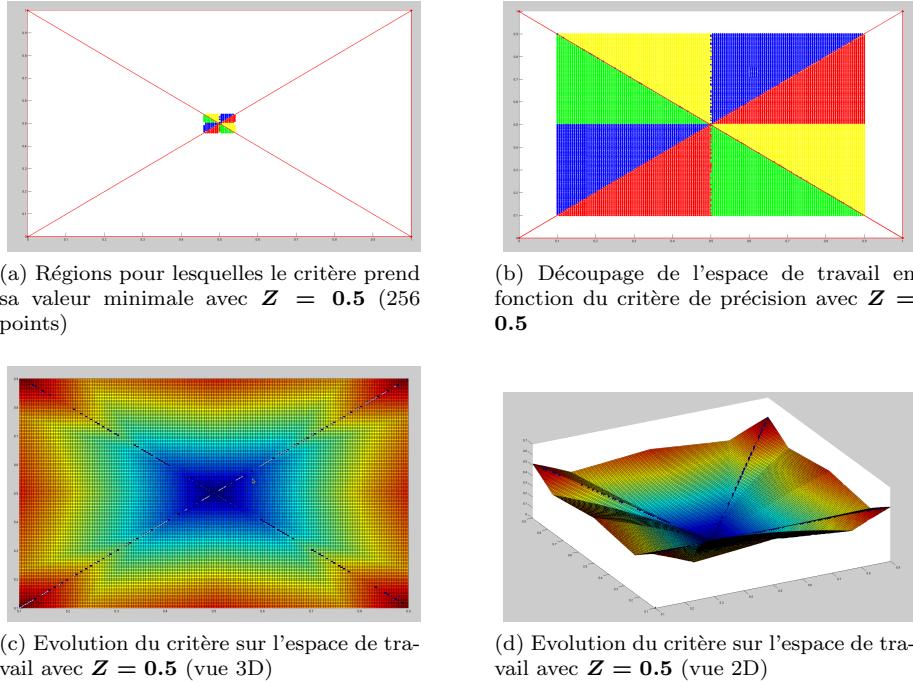


Figure 2.8: Les deux figures en haut montrent comment (pour  $Z = 0.5$ ) l'espace de travail est réparti entre les sous-robots associés aux configurations de câbles  $\overline{CC}_i$ : en rouge la configuration  $\overline{CC}_{012}$ , en vert la configuration  $\overline{CC}_{013}$ , en bleu la configuration  $\overline{CC}_{023}$  et en jaune la configuration  $\overline{CC}_{123}$ . Les figures du bas montrent (toujours pour  $Z = 0.5$ ) l'évolution du critère  $\mathcal{M}_{\text{acc}}$  sur l'essentiel de l'espace de travail.

Le second critère est alors

$$\mathcal{M}_{\text{acc}} = \max_{x,y} |\mathbf{J}\delta\Theta| \quad (2.12)$$

Dans ce cadre,  $\mathcal{M}_{\text{acc}_{013}} = 0.0465$  et  $\mathcal{M}_{\text{acc}_{023}} = 0.0343$ , ce qui revient à sélectionner la configuration  $\overline{CC}_{023}$  (ce qui était déjà le cas lorsque nous considérions les erreurs sur la profondeur à partir de la relation 2.10).

Pour le point  $\mathbf{B} = (0.3, .3, 0.3)^T$  dont les configurations de câbles possibles sont  $\overline{CC}_{013}$  et  $CC_{02}$ , nous avons :

$$\mathcal{M}_{\text{acc}_{013}} = \max_{x,y} |(-0.0216, -0.0216, -0.1354)^T| = 0.0216$$

$$\mathcal{M}_{\text{acc}_{02}} = \max_{x,y} |(-0.0197, -0.0197, -0.1338)^T| = 0.0197$$

Ici, la configuration  $\mathbf{CC}_{02}$  est préférée. Il s'agit toutefois d'un critère établi pour une pose donnée, alors que nous évoluons dans le cadre d'une trajectoire. Dans l'algorithme final qui sera présenté et illustré en fin de chapitre, nous ajouterons une pénalité à tout changement de configuration. Ainsi, si la trajectoire se déroule dans notre cas intégralement dans le plan issu de la diagonale  $\mathbf{A}_0\mathbf{A}_2$ , il y aura du sens à rester dans certaines situations dans la configuration de câbles qui en est issue ; dans le cas contraire la pénalité de transfert devrait conduire à basculer (ou rester) en configuration  $\overline{\mathbf{CC}}_{013}$ .

Nous pouvons observer en (Fig.2.8) la répartition de l'espace de travail pour chaque sous-robot, ainsi que l'évolution du critère. Contrairement au critère de stabilité, nous trouvons de nombreux transferts de type marginaux. Les figures (2.8a et 2.8b) montrent en particulier que la précision augmente d'autant plus que nous nous rapprochons du centre de l'espace de travail, ce qui n'était pas le cas dans le cas de la recherche de stabilité. Pour une incertitude de l'ordre de **0.10m**, nous avons mesuré sur l'espace de travail une moyenne d'incertitude de la pose égale à **0.0283m** avec la sélection de configurations de câbles, pour une moyenne de **0.0322m** en nous basant sur le *pire des cas* (à savoir la plus mauvaise configuration de câbles en chaque point ; 1 chance sur 2 dans le cas du 4-1 qui possède en chaque pose deux configurations possibles).

## 2.3 Certification de la méthode

Nous avons jusqu'ici considéré que nous connaissons avec précision la pose de l'organe terminal et donc des longueurs de câbles associées. En particulier, même lorsque nous avons observé les influences des incertitudes sur les coordonnées articulaires sur la pose, les valeurs des jacobiniennes utilisées (qui dépend à la fois de la pose et des longueurs de câbles) supposaient une exactitude parfaite des différentes coordonnées. Dans le même temps, nous avons pu observer que cette hypothèse n'était pas tenable pour deux raisons :

- la pose n'est connue qu'à une certaine imprécision près, que nous pouvons certes améliorer, mais qui implique néanmoins que nous devions la prendre en compte dans l'ensemble des calculs
- près des zones de transferts, une erreur de pose peut conduire à un changement de configuration de câbles indésirable, et nous faire perdre donc les avantages gagnés jusqu'ici.

De plus, nous avons considéré un robot idéal, dont nous connaissons parfaitement les points d'attaches formant un carré parfait. Or, les robots parallèles à câbles et les Marionet en particulier présentent l'avantage de pouvoir être rapidement déployés du fait de la légèreté de l'équipement – c'est le cas par exemple des robots conçus pour des interventions en situations de catastrophes naturelles – et donc pouvoir s'adapter à leurs environnements. Nous devons en conséquence ajouter des incertitudes sur les points d'attache, sans quoi nous ne serions pas robustes aux variabilités des environnements.

Afin de compléter la méthode, nous devons donc nous assurer que les résultats sont valides malgré les différentes incertitudes et imprécisions. Il s'agit dès lors de *garantir* notre algorithme. Nous avons pour cela utilisé l'analyse par intervalles dont nous allons présenter les caractéristiques principales.

### 2.3.1 L'analyse par intervalles

L'analyse par intervalles a été proposée par [37] afin de prendre en compte les incertitudes dans les calculs. L'encadrement des variables et paramètres permet de propager les incertitudes et d'obtenir ainsi des résultats certifiés. L'analyse par intervalle a récemment été utilisée pour de l'étalonnage de robots à câbles [38], pour le calcul de l'espace de travail de robots parallèles à câbles [19], pour la résolution du MGD des robots parallèles [24] ou encore l'étalonnage de robots parallèles à l'aide de la vision [13]. Les algorithmes utilisant des intervalles présentent de plus l'avantage d'être généralement parallélisables et donc d'exploiter pleinement les possibilités du calcul distribué.

On définit un intervalle  $[x] = [\underline{x}, \bar{x}]$  comme étant l'ensemble des réels  $x$  tels que  $\underline{x} \leq x \leq \bar{x}$ . On utilisera les notations suivantes :

- $\text{Min}([x]) = \underline{x}$
- $\text{Max}([x]) = \bar{x}$
- $\text{Mid}([x]) = (\bar{x} + \underline{x})/2$
- $\text{Diam}([x]) = \bar{x} - \underline{x}$
- $\text{Rad}([x]) = (\bar{x} - \underline{x})/2$

L'ensemble des intervalles à valeurs réelles est noté  $\mathbb{IR}$ .

Les opérations arithmétiques usuelles sont définies de la manière suivante :

- addition :  $[x] + [y] = [\underline{x}, \bar{x}] + [\underline{y}, \bar{y}] = [\underline{x} + \underline{y}, \bar{x} + \bar{y}]$
- soustraction :  $[x] - [y] = [\underline{x}, \bar{x}] - [\underline{y}, \bar{y}] = [\underline{x} - \bar{y}, \bar{x} - \underline{y}]$
- multiplication :  $[x]*[y] = [\underline{x}, \bar{x}]*[\underline{y}, \bar{y}] = [\min(\underline{x}\underline{y}, \underline{x}\bar{y}, \bar{x}\underline{y}, \bar{x}\bar{y}), \max(\underline{x}\underline{y}, \underline{x}\bar{y}, \bar{x}\underline{y}, \bar{x}\bar{y})]$
- division : if  $0 \notin [y]$ ,  $x/y = [\underline{x}, \bar{x}] * [1/\bar{y}, 1/\underline{y}]$

Un vecteur d'intervalles sera appelé une *boîte* :

$$[x] \in \mathbb{IR}^n, [x] = \begin{pmatrix} [\underline{x}_1] \\ \dots \\ [\underline{x}_n] \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

On dit de  $[f]$  qu'elle est une *extension de  $f$  aux intervalles* de la fonction  $f$  si :

$$\forall [x] \in \mathbb{IR}, \quad \{f(x), x \in [x]\} \subseteq [f]([x]) \quad (2.14)$$

$$\forall x \in \mathbb{R}^n, \quad f(x) = [f](x)$$

Une extension aux intervalles conduit de manière générale à une surestimation de son co-domaine. Une telle surestimation sera notée  $\square f = [f][x]$ . Afin de diminuer cette surestimation, de nombreuses méthodes ont été développées parmi lesquels les algorithmes de branchement et de contraction utilisés respectivement pour tester la présence de solutions dans un ensemble possible et réduire la taille de cet ensemble possible.

Il est possible de redéfinir toutes les fonctions à valeurs réelles. En particulier, puisque nous souhaitons utiliser les intervalles sur l'équilibre statique (critère de stabilité) et les équations de la cinématique (critère de précision), nous sommes

intéressés par l'extension aux intervalles de la résolutions des systèmes linéaires [20].

Soit  $[A]\mathbf{x} = [\mathbf{b}]$  un système linéaire dont les valeurs de  $[A]$  et  $[\mathbf{b}]$  sont des intervalles. La solution prend la forme d'un intervalle  $[\mathbf{x}]$  pouvant être de différentes natures selon le contexte dans lequel est posé le système :

- $[\mathbf{x}]_{\exists\exists} := \{\mathbf{x}; \exists A \in [A], \exists b \in [\mathbf{b}], Ax = b\}$
- $[\mathbf{x}]_{\exists\forall} := \{\mathbf{x}; \exists A \in [A], \forall b \in [\mathbf{b}], Ax = b\}$
- $[\mathbf{x}]_{\forall\forall} := \{\mathbf{x}; \forall A \in [A], \forall b \in [\mathbf{b}], Ax = b\}$
- $[\mathbf{x}]_{\forall\exists} := \{\mathbf{x}; \forall A \in [A], \exists b \in [\mathbf{b}], Ax = b\}$

Afin de faire converger le plus possible la surestimation du domaine de résolution  $\square\mathbf{x}$  vers  $[\mathbf{x}]$ , plusieurs méthodes ont été utilisées dans le cadre de travail :

- *Branch and Prune* (branchement) : une première boîte globale  $B_0$  est initialisée sur l'ensemble de recherche. Cette boîte est ensuite divisée en plusieurs sous-boîtes. On teste la présence de solution dans chacune des sous-boîtes : si la solution n'y figure pas, la boîte est rejetée. Sinon, elle est à son tour divisée en plusieurs boîtes sur lesquelles on testera la présence de solutions. L'algorithme est répété jusqu'à ce que la taille des boîtes soit inférieure à un certain seuil. On obtient ainsi un encadrement fin des solutions d'un système.
- *redondance des variables* (contraction) : lorsqu'une même variable est utilisée plusieurs fois, l'analyse par intervalle la considère cependant comme une variable indépendante et surestime dès lors la propagation des incertitudes sur cette variable. Ainsi, pour  $[\mathbf{x}] = [-1, 1]$ , le calcul de  $[\mathbf{x}] * [\mathbf{x}]$  donnera  $[-1, 1]$  alors que son co-domaine est  $[0, 1]$ . Une analyse plus fine du système prenant en compte la présence redondante d'une variable peut rapidement permettre de réduire la taille de l'espace des solutions. Nous reviendrons d'ailleurs spécifiquement dans la section suivante sur deux utilisations particulières de la redondance des variables dans notre algorithme.

En utilisant l'analyse par intervalles, nous assurons une robustesse aux erreurs et incertitudes, mais c'est au prix parfois d'une surestimation de leurs influences sur le modèle et la commande. L'algorithme que nous allons exposer constitue l'équilibre que nous avons trouvé entre garantie maximale des résultats et estimation la plus fidèle possible des espaces solutions.

### 2.3.2 Algorithme utilisant l'analyse par intervalle

Soit un robot 4 – 1. Nous définissons les incertitudes suivantes :  $\delta A$  représente l'incertitude sur la position des points de sortie des câbles,  $\delta \rho$  dénote l'incertitude sur les longueurs de câbles et  $\delta B$  correspond à l'incertitude sur la pose. Nous formons donc les intervalles suivants :

- $[A_i] = [A_i - \delta A/2, A_i + \delta A/2]$  l'intervalle des localisations possibles du point de sortie du câble  $i$

- $[\rho_i] = [\rho_i - \delta\rho/2, \rho_i + \delta\rho/2]$  l'intervalle des longueurs possibles pour le câble  $i$
- $[B] = [B_i - \delta B/2, B_i + \delta B/2]$  l'intervalle des poses possibles de l'organe terminal.

Nous noterons de plus  $\#B$  la projection verticale de  $B$  sur le plan généré par les points  $A_i$  (supposé horizontal). De la même manière,  $\#A_i$  correspondra en ces points aux seules coordonnées dans le plan.

Une ligne de la jacobienne inverse correspondante devient :

$$[J^{-1}]_i = \left( \frac{[B] - [A_i]}{[\rho_i]} \right)^T \quad (2.15)$$

### Détermination des sites légaux

Soient  $\mathcal{O}(SG)$  une séquence à réaliser.

Dans un premier temps, nous cherchons à déterminer les ensembles  $Sl(S)$  et  $Sl(G)$ , à savoir l'ensemble des configurations de câbles possibles pour chacun de ces points, en prenant en compte les différentes incertitudes.

Dans le cas du robot 4 – 1, trois situations sont possibles :

#### Configuration à 1 câble :

Pour chaque câble, nous testons si  $0 \in [\#B] - [\#A_i]$ . Si c'est le cas, la configuration de câbles est conservée dans l'ensemble des configurations possibles.

#### Configuration à 2 câbles :

Si  $B$  se trouve sur le segment de droite issu des points  $\#A_i$  et  $\#A_j$ , alors il existe  $\lambda \in ]0, 1[$  tel que  $\#B = \#A_i + \lambda \#A_i \#A_j$ . L'extension de cette relation aux intervalles est alors :

$$\begin{cases} [B_x] = [A_{i_x}] + \lambda([A_{j_x}] - [A_{i_x}]) \\ [B_y] = [A_{i_y}] + \lambda([A_{j_y}] - [A_{i_y}]) \end{cases} \quad (2.16)$$

soit :

$$\begin{cases} \lambda_1 = \frac{[B_x] - [A_{i_x}]}{[A_{j_x}] - [A_{i_x}]} \\ \lambda_2 = \frac{[B_y] - [A_{i_y}]}{[A_{j_y}] - [A_{i_y}]} \end{cases} \quad (2.17)$$

On peut remarquer que chaque ligne de l'équation est redondante concernant respectivement  $[A_{i_x}]$  et  $[A_{i_y}]$ . Il est alors possible de réécrire le système différemment, par exemple :

$$\begin{cases} \lambda_1 = \frac{[B_x] + [A_{j_x}]}{[A_{j_x}] - [A_{i_x}]} - 1 \\ \lambda_2 = \frac{[B_y] + [A_{j_y}]}{[A_{j_y}] - [A_{i_y}]} - 1 \end{cases} \quad (2.18)$$

et de considérer l'intersection des intervalles de solutions trouvées.

Nous obtenons donc deux intervalles  $[\lambda_1]$  et  $[\lambda_2]$ , dont nous allons prendre l'intersection  $[\lambda] = [\lambda_1] \cap [\lambda_2]$ . Nous testons ensuite si  $0 < \bar{\lambda}$  et  $\underline{\lambda} < 1$ . Si c'est

le cas, alors il existe dans notre intervalle une valeur pour laquelle le système est vérifié ; potentiellement,  $\mathbf{B} \in El(CC_{ij})$ , et nous retenons la configuration. Dans le cas contraire, elle sera rejetée.

Nous pouvons noter que dans le cas où nous aurions  $\mathbf{0} \in ([A_{j_x}] - [A_{i_x}])$  (ceci vaudra également pour  $\mathbf{0} \in ([A_{j_y}] - [A_{i_y}])$ ), le test deviendra :

$$\begin{aligned} \max(\overline{A_{i_x}}, \overline{A_{j_x}}) &> \overline{[B_x]}, \\ \min(\underline{A_{i_x}}, \underline{A_{j_x}}) &< \underline{[B_x]} \end{aligned} \quad (2.19)$$

afin de nous assurer que  $\mathbf{B}$  est potentiellement sur le segment  $\mathbf{A}_i \mathbf{A}_j$  mais bien dans les strictes limites de l'espace de travail.

### Configuration à 3 câbles :

Dans ce cas, nous devons vérifier que le point  $\mathbf{B}$  se situe bien dans le triangle issu des points  $\mathbf{A}_i$ ,  $\mathbf{A}_j$  et  $\mathbf{A}_k$ .

La relation que nous utilisons est la suivante : si  $\mathbf{B} \in \widehat{\mathbf{A}_i \mathbf{A}_j \mathbf{A}_k}$ , alors nous avons  $(\lambda, \mu)$  tels que  $0 < \lambda, 0 < \mu$  et  $\lambda + \mu < 1$  et :

$$\mathbf{A}_i \mathbf{B} = \mathbf{A}_i + \lambda \mathbf{A}_i \mathbf{A}_j + \mu \mathbf{A}_i \mathbf{A}_k \quad (2.20)$$

(à l'inversion près du rôle joué par les points, ce que nous utiliserons entre autre pour contourner la redondance des variables dans l'équation).

Nous déclinons cette relation pour chacune des coordonnées, et nous obtenons ainsi le système suivant :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B}_x - \mathbf{A}_{i_x} \\ \mathbf{B}_y - \mathbf{A}_{i_y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{A}_{j_x} - \mathbf{A}_{i_x}) & (\mathbf{A}_{k_x} - \mathbf{A}_{i_x}) \\ (\mathbf{A}_{j_y} - \mathbf{A}_{i_y}) & (\mathbf{A}_{k_y} - \mathbf{A}_{i_y}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda \\ \mu \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Un premier test à opérer est le calcul du déterminant de la matrice du système. Pour cela, nous faisons une évaluation par intervalles : si  $\mathbf{0} \in [\text{Det } \mathbf{A}]$ , alors nous intervertissons les rôles joués par les points, et si la situation se reproduit, alors nous rejetons la configuration.

Dans le cas d'un déterminant non-nul, nous inversons le système :

$$\begin{bmatrix} \lambda \\ \mu \end{bmatrix} = \frac{1}{\text{Det } \mathbf{A}} \begin{bmatrix} (\mathbf{A}_{k_y} - \mathbf{A}_{i_y}) & -(\mathbf{A}_{k_x} - \mathbf{A}_{i_x}) \\ -(\mathbf{A}_{j_y} - \mathbf{A}_{i_y}) & (\mathbf{A}_{j_x} - \mathbf{A}_{i_x}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{B}_x - \mathbf{A}_{i_x} \\ \mathbf{B}_y - \mathbf{A}_{i_y} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Nous obtenons alors  $[\lambda, \mu]$  sur lesquelles nous opérons deux types de tests :

- si  $0 < \lambda, \mu$  et  $\bar{\lambda} + \bar{\mu} < 1$ , alors  $\mathbf{B}$  appartient avec certitude à l'espace légal de la configuration de câbles testée.
- si  $0 < \bar{\lambda}, \bar{\mu}$  et  $\lambda + \mu < 1$ , alors il existe des couples  $(\lambda, \mu) \in [\lambda] \times [\mu]$  qui vérifient les conditions d'appartenance. Dès lors, nous ne pouvons exclure la possibilité que le robot puisse utiliser la configuration de câbles testée en cette pose aux incertitudes près. La configuration de câbles est donc conservée.

Nous nous trouvons à la fin de cette étape avec **3** types de situations : des configurations de câbles possibles sous-contraintes, des configurations de **3** câbles possibles, et des configurations de **3** câbles certaines.

Nous attribuons un score à chacune de ces situations, que nous notons  $\mathcal{M}_{CC}$ .

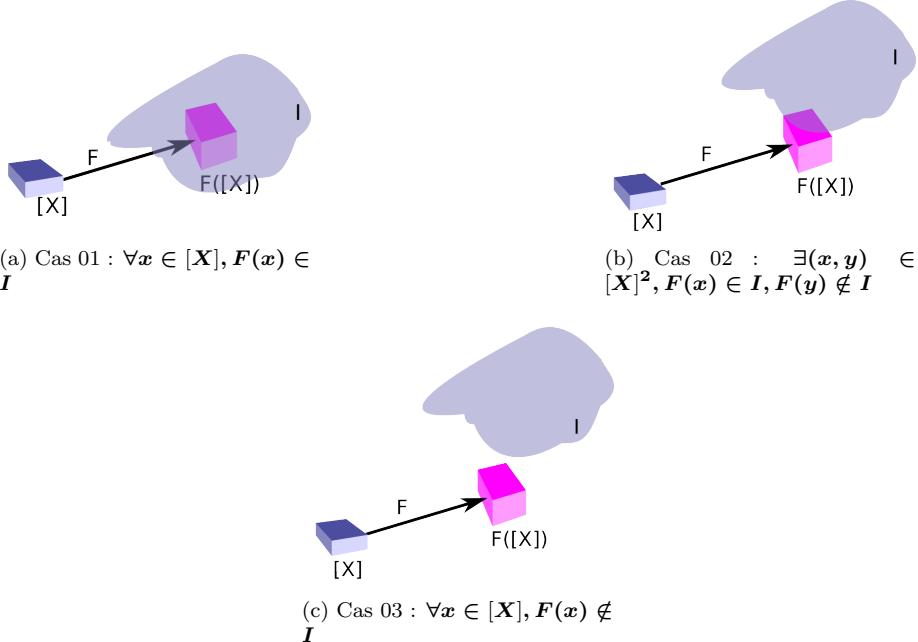


Figure 2.9: Trois situations de test d'appartenance : dans les cas **a** et **b**, l'image par  $[f]$  de  $[\underline{x}]$  permet de décider en toute certitude ; le cas **c** ne permet pas de conclure : aux incertitudes s'ajoutent la surestimation éventuelle de l'image de  $[X]$

### Mesure des critères

#### Stabilité :

La relation utilisée est  $\tau = \mathbf{J}^T \mathcal{F}$ . Nous considérons  $\mathcal{F}$  comme un intervalle dégénéré ( $\underline{x} = \bar{x}$ ), et utilisons la jacobienne inverse étendue aux intervalles. Dans le cas des configurations de 3 câbles, la formule d'inversion est connue et nous utilisons la redondance des variables pour contracter le vecteur d'intervalles solution pour les tensions. Le score calculé pour une configuration de câbles est alors :

$$\mathcal{M}_{\text{stab}} = \sqrt{\sum_i \bar{\tau}_i^2} \quad (2.23)$$

#### Précision :

Nous utilisons pour  $\Delta\Theta$  la boîte  $[-\delta\rho/2, \delta\rho/2]^3$  ainsi que la jacobienne inverse étendue aux intervalles. Le résultat obtenu est une boîte  $[\Delta X]$ , à partir de laquelle nous déduisons le score :

$$\mathcal{M}_{\text{acc}} = \max_{x,y} \text{Abs}([\Delta X]) \quad (2.24)$$

où  $\text{Abs}([X])$  est la fonction *valeur absolue* étendue aux intervalles.

### Hiérarchisation des séquences

#### Optimisation globale :

Nous n'avons considéré ici que les séquences en ligne droite. Partant de  $\mathbf{S}$ , nous recherchons l'ensemble des points  $\mathbf{M}_i$  intermédiaires constituant la trajectoire aboutissant à  $\mathbf{G}$ . Si l'ensemble de la trajectoire ne peut être réalisée avec une unique configuration de câbles, nous cherchons le meilleur point  $\mathbf{M}_i$  pour réaliser le transfert (ce point est unique dans le cadre d'un transfert marginal), et nous réitérons l'opération jusqu'à la réalisation de la trajectoire. Plusieurs trajets sont alors obtenus, dont les scores respectifs sont :

$$\mathcal{M}_{\text{traj}} = \left( \sum_{i=1}^p \alpha \mathcal{M}_{CC_i} + \beta \mathcal{M}_{\text{stab}_i} + \gamma M_{\text{acc}_i} \right) + \sum_{j=0}^{p-1} \mathcal{M}_{\text{trans}_j} \quad (2.25)$$

avec  $\mathcal{M}_{\text{trans}_j}$  le score du transfert entre deux configurations de câbles données, et  $\alpha, \beta, \gamma$  des poids pondérant l'influence des différents critères.

#### Optimisation locale :

Chaque point de la trajectoire est considéré indépendamment des autres ; on cherche alors à minimiser les critères sélectionnés localement, ce qui peut aboutir à plus de changements de configurations (contrôlés par l'ajout artificiel de longueurs supplémentaires pour les câbles que nous souhaitons disqualifier), mais à la sélection de la configuration optimale à chaque moment. Il n'y a plus dès lors de calcul préalable du trajet, mais une adaptation à chaque instant de la trajectoire. Cette approche est particulièrement adaptée aux asservissements en boucle fermée dont la trajectoire évolue en fonction des mesures effectuées à chaque itération.

## 2.4 Conclusions

Lors de nos premières expérimentations utilisant l'asservissement visuel pour des robots parallèles à câbles, nous avons rapidement réalisé que les changements de configurations de câbles en affectait la qualité, parfois jusqu'à en compromettre la réussite lorsque les perturbations générées par les changements nous faisaient perdre la cible dans l'image.

Nous avons dès lors entrepris de construire une stratégie nous permettant de choisir une configuration de câbles parmi toutes celles possibles en une pose donnée, puis de définir des critères de comparaisons entre chacune d'entre-elles.

Dans ce but, nous avons commencé par élaborer un formalisme propre aux configurations de câbles. Nous avons ensuite défini une méthode de détermination des propriétés d'un système en favorisant une approche *bottom-up* : le robot dit *maximal* est construit comme un système collaboratif de plusieurs unités pouvant se relayer une tâche dans des conditions déterminées. Nous avons alors proposé des critères autorisant la hiérarchisation des trajets, composés de trajectoires et de transferts.

Toutefois, afin d'assurer la robustesse de notre démarche aux incertitudes, nous avons complété l'approche par l'utilisation de l'analyse par intervalles.

Nous enfin enfin pr'äsenté les grandes lignes de l'algorithme final. Les simulations et expérimentations seront présentés dans le dernier chapitre de cette étude.

## Chapitre 3

# Asservissement visuel d'un robot parallèle à câbles

Dans un objectif de manipulation d'objets du quotidien dans des environnements dynamiques (lieux de vie des personnes) ou inconnus (lieux de catastrophes naturelles ou industrielles), la question se pose des divers avantages que peuvent offrir l'utilisation de la vision. Une caméra peut-être utilisée pour :

- mesurer des propriétés articulaires (ex : longueur, direction de départ des câbles)
- mesurer des propriétés opérationnelles (ex : pose de l'organe terminal)
- confirmer la présence d'un objet (ex : une mire pour étalonnage, une cible à saisir)
- mesurer les caractéristiques de cet objet (ex : aire, orientation, géométrie)
- ...

Afin de détecter la présence d'un objet, on peut soit utiliser une ou plusieurs caméras déportées couvrant l'ensemble de l'espace de travail du robot, soit une caméra embarquée. Or, ce qui détermine souvent le choix d'utilisation d'un robot parallèle à câbles est la possibilité d'évoluer dans un large espace de travail, qui nécessiterait donc plusieurs caméras de résolution respectable. Au contraire, une caméra embarquée permet à elle seule de couvrir l'ensemble de l'espace, et ses limites éventuelles de résolution peuvent être contournés par la diminution de la distance entre son support et sa cible. Lorsqu'il est question donc de manipulation dans un environnement dynamique pour un robot à câbles, le choix d'une caméra embarquée s'impose. La question se pose alors de l'utiliser seule ou de multiplier les dispositifs afin de multiplier les mesures. Le présent chapitre est consacré à montrer qu'une seule caméra embarquée est suffisante pour obtenir la précision requise aux opérations de manipulation et garantir une robustesse aux incertitudes diverses.

Pour cela, plusieurs décisions s'imposent dans l'élaboration du schéma de contrôle utilisé, présentées dans une première section. Nous nous attacherons dans une deuxième section à explorer plusieurs types d'informations visuelles à exploiter, pour finir dans une troisième section par présenter les améliorations de précision et robustesse qui sont ainsi permises.

### **3.1 Elaboration du schéma de contrôle**

**3.1.1 bla**

**3.1.2 bla**

**3.1.3 bla**

# Bibliography

- [1] J. Albus, R. Bostelman, and N. Dagalakis. The NIST SPIDER, a robot crane. *Journal of research of the National Institute of Standards and Technology*, 97(3):373–385, may 1992.
- [2] Nicolas Andreff, Tej Dallej, and Philippe Martinet. Image-based visual servoing of a Gough-Stewart parallel manipulator using leg observations. *Int. J. Rob. Res.*, 26(7):677–687, July 2007.
- [3] Duane C. Brown. Close-range camera calibration. *PHOTOGRAMMETRIC ENGINEERING*, 37(8):855–866, 1971.
- [4] M. Carricato and J-P. Merlet. Geometrico-static analysis of underconstrained cable-driven parallel robot. In *ARK*, pages 309–320, Piran, 28 june – 1 july 2010.
- [5] M. Carricato and J.P. Merlet. Stability analysis of underconstrained cable-driven parallel robots. *Robotics, IEEE Transactions on*, 29(1):288–296, Feb 2013.
- [6] François Chaumette and S. Hutchinson. Visual servo control, Part I: Basic approaches. *IEEE Robotics and Automation Magazine*, 13(4):82–90, 2006.
- [7] François Chaumette and S. Hutchinson. Visual servo control, Part II: Advanced approaches. *IEEE Robotics and Automation Magazine*, 14(1):109–118, 2007.
- [8] R. Clavel. Delta, a fast robot with parallel geometry. In *18th Int. Symp. on Industrial Robots (ISIR)*, pages 91–100, Lausanne, 26-28 april 1988.
- [9] T. Dallej, N. Andreff, Y. Mezouar, and P. Martinet. 3d pose visual servoing relieves parallel robot control from joint sensing. In *Intelligent Robots and Systems, 2006 IEEE/RSJ International Conference on*, pages 4291–4296, Oct 2006.
- [10] T. Dallej, M. Gouttefarde, N. Andreff, R. Dahmouche, and P. Martinet. Vision-based modeling and control of large-dimension cable-driven parallel robots. In *Intelligent Robots and Systems (IROS), 2012 IEEE/RSJ International Conference on*, pages 1581–1586, Oct 2012.
- [11] T. Dallej, M. Gouttefarde, N. Andreff, M. Michelin, and P. Martinet. Towards vision-based control of cable-driven parallel robots. In *Intelligent Robots and Systems (IROS), 2011 IEEE/RSJ International Conference on*, pages 2855–2860, Sept 2011.

- [12] Tej Dallej, Marc Gouttefarde, Nicolas Andreff, Micaël Michelin, and Philippe Martinet. Towards vision-based control of cable-driven parallel robots. In *IROS*, pages 2855–2860. IEEE, 2011.
- [13] David Daney, Nicolas Andreff, Gilles Chabert, and Yves Papegay. Interval method for calibration of parallel robots: Vision-based experiments. *Mechanism and Machine Theory*, 41(8):929–944, 2006.
- [14] B. Espiau, F. Chaumette, and Patrick Rives. A new approach to visual servoing in robotics. *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, 8(3):313–326, Jun 1992.
- [15] P.J. Esrom. Robot control (the task function approach), by c. samson, m. le borgne and b. espioxford university press, oxford, 1991, xvii + 364, references and index (£50.00). *Robotica*, 9:447–448, 12 1991.
- [16] Olivier Faugeras. *Three-dimensional Computer Vision: A Geometric Viewpoint*. MIT Press, Cambridge, MA, USA, 1993.
- [17] C. Gosselin and J. Angeles. The optimum kinematic design of a spherical three-degree-of-freedom parallel manipulator. *J. of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design*, 1989.
- [18] V.E. Gough. Contribution to discussion of papers on research in automobile stability, control and tyre performance, 1956-1957. Proc. Auto Div. Inst. Mech. Eng.
- [19] M. Gouttefarde, D. Daney, and J. P Merlet. Interval-analysis-based determination of the wrench-feasible workspace of parallel cable-driven robots. *Robotics, IEEE Transactions on*, 27(1):1–13, Feb 2011.
- [20] Eldon Hansen. Global optimization using interval analysis — the multi-dimensional case. *Numerische Mathematik*, 34(3):247–270, 1980.
- [21] R. I. Hartley and A. Zisserman. *Multiple View Geometry in Computer Vision*. Cambridge University Press, ISBN: 0521540518, second edition, 2004.
- [22] Theo A. G. Heeren and Frans E. Veldpaus. An optical system to measure the end effector position for on-line control purposes. *Int. J. Rob. Res.*, 11(1):53–63, February 1992.
- [23] W.F. Marantette. Machine tool position measurement employing multiple laser distance measurements, February 7 1995. US Patent 5,387,969.
- [24] J.-P. Merlet. Solving the forward kinematics of a gough-type parallel manipulator with interval analysis, 2004.
- [25] J. P Merlet. Kinematics of the wire-driven parallel robot marionet using linear actuators. In *Robotics and Automation, 2008. ICRA 2008. IEEE International Conference on*, pages 3857–3862, May 2008.
- [26] J.-P. Merlet. Kinematic analysis of the 4-3-1 and 3-2-1 wire-driven parallel crane. In *Robotics and Automation (ICRA), 2013 IEEE International Conference on*, pages 4635–4640, May 2013.

- [27] J-P. Merlet. Checking the cable configuration of cable-driven parallel robots on a trajectory. In *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pages 1586–1591, Hong-Kong, 2014.
- [28] Jean-Pierre Merlet. Closed-form resolution of the direct kinematics of parallel manipulators using extra sensors data. In *Proceedings of the 1993 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Atlanta, Georgia, USA, May 1993*, pages 200–204, 1993.
- [29] Jean-Pierre Merlet. The kinematics of the redundant N-1 wire driven parallel robot. In *ICRA*, pages 2313–2318. IEEE, 2012.
- [30] Jean-Pierre Merlet and David Daney. A portable, modular parallel wire crane for rescue operations. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA 2010, Anchorage, Alaska, USA, 3-7 May 2010*, pages 2834–2839, 2010.
- [31] J.P. Merlet. *Les robots parallèles*. Collection robotique. Hermès, 1997.
- [32] A. Ming and T. Higuchi. Study on multiple degree of freedom positioning mechanisms using wires, part 2, development of a planar completely restrained positioning mechanism. *Int. J. Japan Soc. Prec. Eng.*, 28(3):235–242, september 1994.
- [33] Flavien Paccot, Philippe Lemoine, Nicolas Andreff, Damien Chablat, and Philippe Martinet. A vision-based computed torque control for parallel kinematic machines. *CoRR*, abs/0810.2666, 2008.
- [34] V. Parenti-Castelli and R. Di Gregorio. A new algorithm based on two extra sensors for real-time computation of the actual configuration of the generalized stewart-gough manipulator. *ASME J. of Mechanical Design*, 122(3):294–298, september 2000.
- [35] D. Purves. *Neuroscience*. Sinauer Associates Incorporated, 2004.
- [36] R. Ramadour and J.-P. Merlet. Computing safe trajectories for an assistive cable-driven parallel robot by selecting the cables under tension and using interval analysis. In *Advanced Intelligent Mechatronics (AIM), 2014 IEEE/ASME International Conference on*, pages 1349–1354, July 2014.
- [37] R. D. Richtmyer. *Mathematics of Computation*, 22(101):pp. 219–222, 1968.
- [38] Julien Alexandre Dit Sandretto, David Daney, Marc Gouttefarde, Cédric Baradat, et al. Calibration of a fully-constrained parallel cable-driven robot. 2012.
- [39] G. P. Stein. Lens distortion calibration using point correspondences. In *Proceedings of the 1997 Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR '97)*, CVPR '97, pages 602–, Washington, DC, USA, 1997. IEEE Computer Society.
- [40] D. Stewart. A platform with 6 degrees of freedom. *Proc. of the Institution of mechanical engineers*, 180(Part 1, 15):371–386, 1965.

- [41] Roger Y. Tsai. An Efficient and Accurate Camera Calibration Technique for 3D Machine Vision. In *Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Miami Beach, FL*, pages 364–374, <http://www-cgi.cs.cmu.edu/afs/cs.cmu.edu/user/rgw/www/TsaiCode.html>, 1986.