

Chapitre 1

Les robots parallèles à câbles

Ce premier chapitre est consacré à la présentation d'une architecture de robot très particulière, les robots parallèles à câbles.

Deux objectifs animent l'ensemble de ce travail : il s'agit dans un premier temps de perfectionner les fonctionnalités de saisie et manipulation d'objets de ces robots, et de les rendre dans un deuxième temps robustes aux variabilités des environnements. L'utilisation d'un asservissement visuel exploitant les particularités des robots parallèles devra répondre à ces deux exigences.

Afin de présenter les spécificités des robots parallèles à câbles, nous évoquons dans une première section les avantages et inconvénients des structures parallèles comparativement aux structures en série. Les spécificités des manipulateurs à câbles sont introduites dans une deuxième section, suivie d'un rappel de leurs modèles géométriques et cinématiques. Nous présentons ensuite dans une troisième section la classe des manipulateurs de type N-1, à laquelle appartient le prototype sur lequel nous avons effectué nos expérimentations et validations.

1.1 Manipulateurs série et parallèles

Incontestablement, l'industrie aura été le principal vecteur de développement de la robotique ces deux derniers siècles. L'introduction des robots dans les usines s'inscrit dans une démarche d'augmentation de la productivité et d'amélioration des performances. Cela aura permis dès lors de soulager le travailleur humain dans des situations de travail pénible et/ou répétitif, et d'augmenter ses compétences en permettant par exemple une précision qu'il ne saurait fournir seul, ou la possibilité de déplacer des charges élevées. Si la grande diversité que recouvre aujourd'hui le terme de *robot* rend extrêmement difficile l'élaboration d'une définition générique, nous pouvons cependant en dériver des sous-catégories plus faciles à appréhender. Parmi celles-ci, nous distinguons en particulier la classe des manipulateurs dont la principale fonctionnalité sera le déplacement et positionnement d'objets dans l'espace.

1.1.1 Définitions

Un manipulateur est constitué de manière générale d'une base et d'un organe terminal, reliés par une ou plusieurs chaînes cinématiques plus ou moins élaborées.

Une chaîne cinématique est caractérisée par une succession de solides reliés par des articulations simples ou complexes. Les articulations simples peuvent être de nature *prismatique* (Fig.1.1a) – permettant la translation d'un solide par rapport à l'autre – ou *rotoïdes* (Fig.1.1b) – effectuant un mouvement de rotation autour d'un axe donné. Des articulations complexes sont obtenues à partir de la combinaison de mouvements prismatiques et/ou rotoïdes : une articulation cylindrique (Fig.1.1c) permet par exemple la combinaison d'un mouvement de translation selon un axe donné et d'un mouvement de rotation autour de ce même axe ; autre exemple, une articulation sphérique (Fig.1.1d) combinera quant à elle trois rotations.

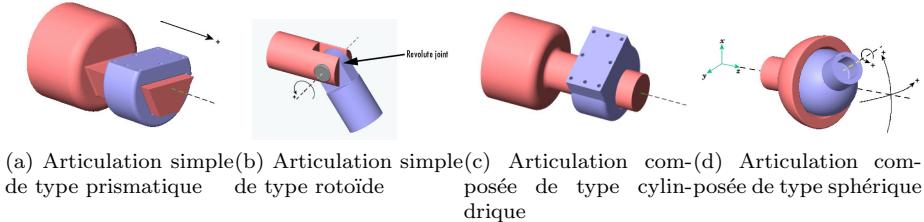


Figure 1.1: Différents exemples d'articulations.

On appelle *coordonnées articulaires* l'ensemble des valeurs prises par les paramètres permettant de décrire l'état des articulations à un instant donné. Les coordonnées articulaires sont exprimées dans un *espace articulaire* propre à chaque articulation. Le nombre de paramètres indépendants nécessaires à la description des coordonnées articulaires est appelé *degré de liberté* du robot. Certaines articulations ont des variables articulaires contrôlables par des actionneurs ; on parle alors d'*articulations actionnées*. S'il n'y a aucun actionnement d'une articulation, on utilise le terme d'*articulation passive*.

De la même manière, on parlera des *coordonnées opérationnelles* pour définir la pose de l'organe terminal, exprimées par rapport à un référentiel de référence. Les paramètres nécessaires à l'expression des coordonnées opérationnelles sont généralement au nombre de 3 pour un point (ses coordonnées dans l'espace cartésien) et de 6 pour un solide (position cartésienne complétée par trois angles de rotation). A nouveau, nous pouvons définir les degrés de liberté de l'organe terminal comme le nombre de paramètres contrôlés pour le déplacer dans l'espace. Cette notion est à distinguer de la mobilité de l'organe terminal, permettant d'exprimer les déplacements non-bloqués. Si l'on décide par exemple de contrôler les mouvements en translation, de bloquer deux rotations mais d'en laisser une complètement libre, alors la mobilité sera de 4, mais le nombre de degrés de libertés ne sera que de 3.

Enfin, on peut définir pour chaque segment son *degré de connexion* comme étant le nombre de solides auxquels il est relié par une articulation passive ou actionnée. Lorsque l'ensemble des segments ont un degré de connexion égal à 2 à l'exception de la base et de l'organe terminal qui ont de degré de connexion

égal à 1, on parle de *chaîne cinématique ouverte* (Fig.1.2a). Lorsque l'un des segments au moins (différent de la base) possède un degré de connexion supérieur ou égal à 3, nous avons une *chaîne cinématique fermée* (Fig.1.2b) [6]. Les chaînes cinématiques complexes sont constituées de plusieurs chaînes fermées et/ou ouvertes.

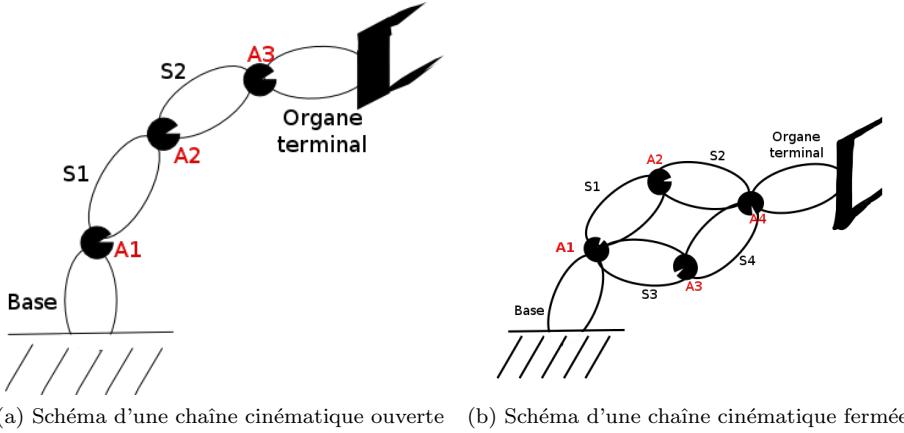


Figure 1.2: Exemples de chaînes cinématiques ouvertes et fermées : les S_i représentent les différents segments intermédiaires, tandis que les A_i correspondent aux articulations. Dans Fig.1.2a, tous les segments S_i ont un degré de connexion égal à 2 ; seuls la base et l'organe terminal ont un degré de connexion égal à 1. On peut voir au contraire dans Fig.1.2b que tous les segments S_i – à l'exception donc de la base et de l'organe terminal – possèdent un degré de connexion égal à 3.

1.1.2 Architectures séries

On appelle robot série un système constitué d'une chaîne cinématique ouverte dont chaque segment est relié au suivant par une articulation simple (Fig.1.3). Longtemps dominants dans l'industrie, les robots séries ont été privilégiés grâce à une relative simplicité de la commande et un espace de travail important.

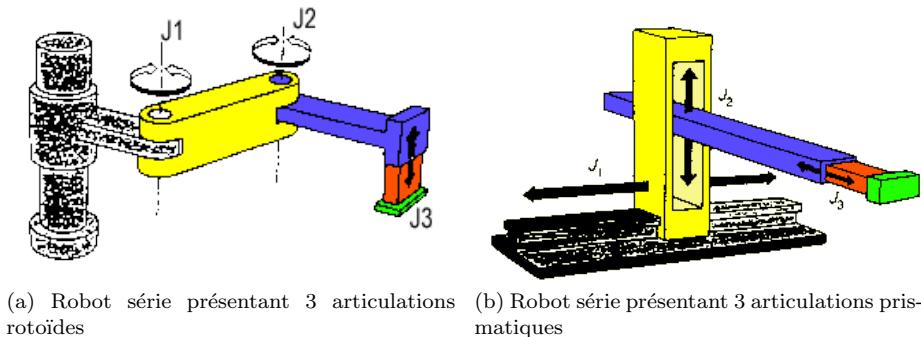


Figure 1.3: Exemples de robots séries (type SCARA et cartésien)

Une architecture série présente toutefois plusieurs inconvénients non négligeables dans un contexte industriel tels que :

- chaque segment et articulation supporte le poids de tous ceux qui leur succèdent dans la chaîne cinématique : segments et articulations doivent donc être rigidifiés et deviennent plus lourds, ce qui pénalise la dynamique.
- les erreurs de positionnement se propagent de segments en segments en raison des effets de bras de levier ; la précision tout comme la répétabilité du manipulateur en sont affectées.
- les charges manipulables ne peuvent être élevées, en raison des sollicitations en flexion sur les segments et de l'effet de bras de levier sur les segments.

Ainsi, une architecture série impose souvent un dispositif imposant, dont la précision, la dynamique et la faible capacité de charges se révèlent insuffisants pour certaines tâches requises en particulier par l'industrie moderne.

Constituées de plusieurs chaînes cinématiques fermées, les architectures parallèles présentent une alternative efficace aux limites des robots séries. Leurs caractéristiques, sur lesquelles nous allons à présent nous pencher, ont contribué à ce qu'elles s'installent progressivement dans le paysage de la robotique.

1.1.3 Architectures parallèles

Une définition des robots parallèles est donnée dans [12] :

Un manipulateur parallèle est constitué d'un organe terminal à n degrés de liberté et d'une base fixe, reliés entre eux par au moins deux chaînes cinématiques indépendantes, la motorisation s'effectuant par n actionneurs simples.

Parmi les exemples les plus cités dans la littérature, nous trouvons la plate-forme de Gough-Stewart [7], [14] (Fig.1.4a,1.4b) et le robot Delta [5] (Fig.1.4c).

Initialement développée pour des applications liées à l'industrie automobile (Fig.1.4a), la plate-forme de Gough-Stewart a par la suite été utilisée dans des applications diverses parmi lesquelles les simulateurs de vols (Fig.1.4b). Sa plate-forme mobile peut être déplacée selon 6 degrés de liberté (3 translations + 3 rotations) à l'aide de six jambes indépendantes actionnées par des vérins. Les articulations la reliant à la base (cardan) et à la plate-forme (rotule) sont quant à elles laissées libres.

Le robot Delta (Fig.1.4c) permet un déplacement de sa plateforme selon les trois degrés de liberté de translation. Trois jambes sont utilisées pour cela, chacune étant reliée à la base par une articulation rotative à un levier, ce levier étant lui-même relié à un parallélogramme par une seconde articulation rotative, une troisième articulation rotative liant ce segment à l'organe terminal. Le robot Delta peut atteindre des vitesses allant jusqu'à 10 m/s et supporter des accélérations jusqu'à 20G, ce qui le rend particulièrement adapté pour des tâches de conditionnement.

De manière générale, les manipulateurs parallèles présentent les caractéristiques suivantes permettant de les comparer avantageusement aux manipulateurs séries :

- une précision accrue par un mécanisme de **compensation** des erreurs entre les différentes chaînes cinématiques (parfois appelées *jambes*),



(a) Plateforme de Gough utilisée dans une usine de pneumatiques



(b) Plateforme de Gough-Stewart utilisée pour des simulateurs de vols



(c) Robot Delta, particulièrement adapté aux tâches de conditionnement ou de "pick and place"

Figure 1.4: Exemples de robots parallèles

- une capacité de charge élevée due à la **répartition** de la charge sur les différentes jambes,
- une rigidité élevée car les éléments de chaînes sont en général sollicités en traction/compression plutôt qu'en flexion.
- une dynamique élevée conséquente de la **coopération** des différentes jambes dans le positionnement de l'organe terminal.

Toutefois, les mécanismes parallèles possèdent plusieurs inconvénients qui doivent être pris en compte lors du choix d'une architecture :

- des relations complexes entre entrées et sorties,

- des positions dites *singulières* pouvant conduire à une perte de contrôle du manipulateur, et qui limite l'espace de travail.
- un espace de travail restreint par les limites de variation des variables articulaires (Fig.1.5). A titre d'exemple, la variation d'altitude d'une plate-forme de Gough-Stewart ne peut excéder la course des actionneurs linéaires des jambes.

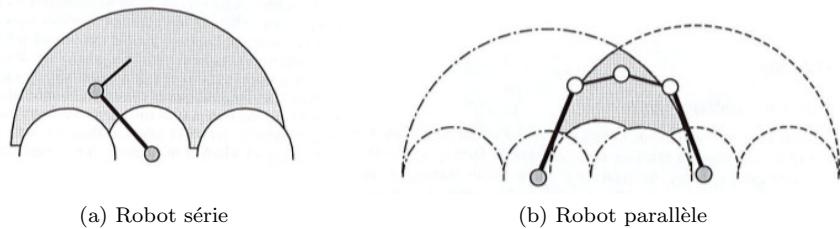


Figure 1.5: Espaces de travail d'un robot série (à gauche) et d'un robot parallèle (à droite) pour des limites articulaires égales.

L'architecture des robots parallèles à câbles que nous allons présenter dans la section suivante a été proposée dans le but de s'affranchir de la contrainte de limitation de l'espace de travail, qui est une contrainte forte des mécanismes parallèles [2], [8]. L'intégralité des travaux présentés dans ce manuscrit étant consacré à l'étude et au développement de cette catégorie particulière de manipulateurs, nous utiliserons dorénavant pour les désigner les noms de robots, manipulateurs, robots parallèles à câbles ou CDPR (pour *cable-driven parallel robot*).

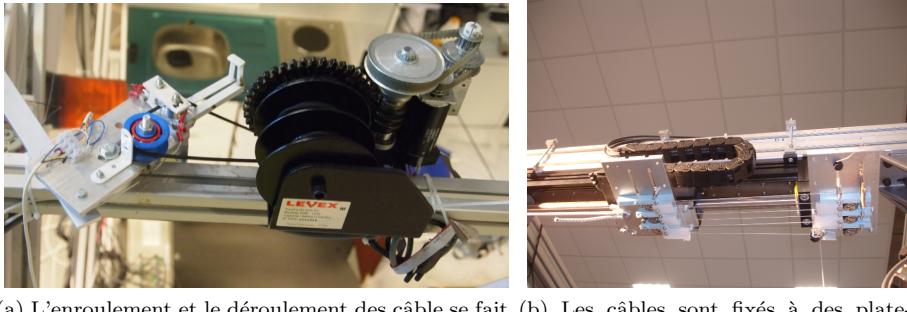
1.2 Les manipulateurs parallèles à câbles

Les manipulateurs parallèles à câbles présentent une structure en chaînes cinématiques fermées, la base et la plate-forme étant reliées au moyen de câbles. Les actionneurs sont en général positionnés sur la base et leur fonction consiste à contrôler la longueur des câbles.

Afin de contrôler la longueur des câbles, plusieurs types de systèmes peuvent être utilisés, parmi lesquels :

- un tambour actionné par un moteur rotatif sur lequel s'enroule ou se déroule le câble (Fig.1.6a). La mesure de la longueur du câble déroulé est obtenue en mesurant la rotation du tambour ; cette mesure est relativement imprécise si l'enroulement n'est pas guidé.
- le câble est attaché au chariot d'un actionneur linéaire, un système de démultiplication à poulies permettant d'amplifier le déplacement du câble (Fig.1.6b). La mesure du déplacement du chariot permet une estimation précise de la longueur du câble [9].

Dans tous les cas, ces systèmes permettent d'obtenir une très large variation sur les longueurs des câbles, solutionnant ainsi le problème de l'espace de travail.



(a) L'enroulement et le déroulement des câbles se fait ici par un système de poulie actionnée par un moteur
(b) Les câbles sont fixés à des plate-formes pouvant se déplacer linéairement sur des rails, permettant un contrôle de la longueur

Figure 1.6: Deux types d'articulations et d'actionnement pour un robot à câble

On a pu ainsi construire des robots travaillant sur des volumes de $100m \times 35m \times 35m$ (**Marionet-Crane**, [11] Fig.1.7).

Toutefois, quelque-soit le type d'articulation et d'actionnement choisis, la force que peut exercer un seul câble sur l'organe terminal est nécessairement unilatérale : *un câble peut tirer, mais ne peut pas pousser la plate-forme*. Il faut donc, pour pouvoir contrôler le mouvement dans son intégralité, que les câbles subissent une opposition. Il a ainsi été montré que $n+1$ câbles au minimum sont requis pour assurer le contrôle de n degrés de liberté [13]. On peut cependant considérer la gravité comme une force unilatérale et la représenter comme un câble virtuel jouant le rôle d'opposition : il est ainsi possible de n'utiliser que n câbles pour n degrés de liberté.



Figure 1.7: Le robot de sauvetage **Marionet-Crane** déployé dans les locaux d'INRIA

On distingue donc deux types de configurations pour un robot parallèle à câbles :

- en *configuration suspendue* (Fig.1.8b), la gravité agit comme un câble virtuel : les actionneurs sont fixés généralement au point le plus haut du dispositif, et n suffisent pour déplacer et orienter l'organe terminal selon n degrés de liberté. On retrouve parfois ce type de configuration dans la littérature sous le nom de *grue/crane*. A titre d'exemple, le manipulateur

Nist Spider [1] présente une configuration suspendue.

- en *configuration pleinement contrainte* (Fig.1.8a), les câbles travaillent en opposition et $n + 1$ sont nécessaires pour assurer des déplacements et l'application de forces correspondant à n degrés de liberté.

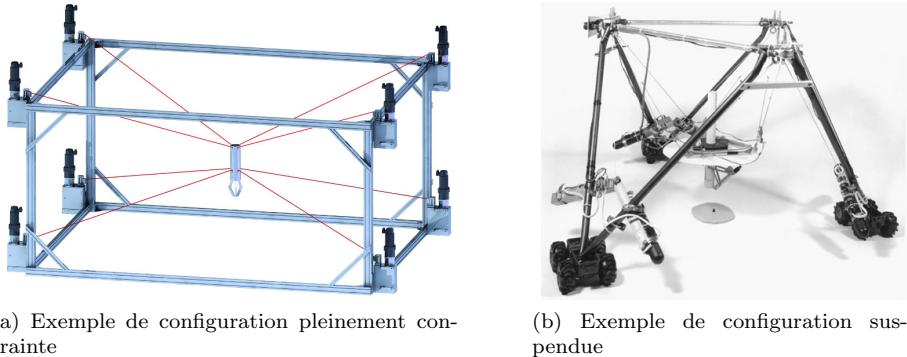


Figure 1.8: Deux configurations possibles pour un robot parallèle à câble

Une caractéristique particulière des manipulateurs parallèles à câbles qui les différencie des manipulateurs parallèles classiques est la **non-rigidité des jambes**. Sous certaines conditions, un ou plusieurs câbles peuvent être détendus, ce qui a pour effet qu'ils n'exercent plus de force sur la plate-forme. Nous reviendrons plus loin sur ce point essentiel.

Comparativement donc aux robots parallèles classiques, les robots parallèles à câbles présentent les caractéristiques suivantes :

- la structure parallèle permet de conserver les propriétés de compensation des erreurs, de répartition des charges et des efforts, de coopération des chaînes cinématique pour l'exécution d'un mouvement
- l'espace de travail est considérablement agrandi par rapport aux robots parallèles à jambes rigides
- l'équipage mobile est très léger, ce qui favorise la dynamique
- le comportement des câbles (non-déformables, élastiques, pesants, ...) peut complexifier sérieusement le modèle du robot
- l'unilatéralité des forces implique que nous puissions nous retrouver dans une situation avec un ou plusieurs câbles détendus, ce qui doit être pris en compte dans le contrôle.

1.2.1 Robots parallèles à câbles représentatifs

NIST Robocrane :

blabla



Figure 1.9: Exemples de robots parallèles à câbles

SEGESTA :

blabla

CoGiRo :

blabla

1.2.2 Marionet-Assist

Les **Marionet** sont une classe de robots à câbles développés par l'EPI Hephaistos pour des applications diverses [10] :

- **Marionet-Crane** (Fig.1.10a) : intervention à grande échelle pour des opérations de sauvetage dans des situations de catastrophe naturelle
- **Marionet-VR** (Fig.1.10b) : utilisation en dans des environnements de réalité virtuel en tant que génératrice de mouvement et comme interface haptique.

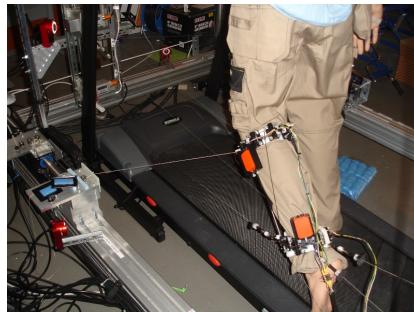
- **Marionet-Rehab** (Fig.1.10c) : rééducation et assistance à la personne ; pouvant atteindre des vitesses allant jusqu'à 100m/s, il est également possible de l'utiliser pour des opérations de transfert ultra-rapides
- **Marionet-School** (Fig.1.10d) : pédagogie et diffusion ; ces robots sont utilisés entre autres pour illustrer de manière ludique des propriétés géométriques et mathématiques auprès des publics jeunes



(a) **Marionet-Crane** : son espace de travail peut aller jusqu'à $15m \times 15m \times 15m$, et la légèreté de son équipement garantit un déploiement rapide



(b) **Marionet-VR** : utilise des actionneurs linéaires pour une précision accrue dans un espace de travail de $6m \times 5m \times 3m$



(c) **Marionet-Rehab** : utilise des actionneurs linéaires pour de la mesure de mouvements (mode passif) et des tâches de réhabilitation (mode actif)



(d) **Marionet-School** : aisément transportable et déployable, il est utilisé pour des interventions pédagogiques

Figure 1.10: Exemples d'utilisation des robots Marionet

Le robot **Marionet-Assist** a été développé dans un objectif d'assistance aux personnes à mobilités réduites, et plus spécifiquement dans une démarche d'amélioration de l'autonomie des publics concernés. Il doit pouvoir répondre à des situations tout aussi diverses que :

- soutien ponctuelle au déplacement pour une personne âgée expérimentant une fatigue articulaire (par exemple pour la passage de la baignoire) (Fig.1.11a)
- aide au transfert d'une position à une autre pour une personne (des toilettes au fauteuil par exemple) (Fig.1.11b)

- aide aux aidants pour le transfert de personnes atteintes de tétraplégie (déplacement du lit vers un fauteuil par exemple) afin de réduire la pénibilité de leur tâche. (Fig.1.11c)

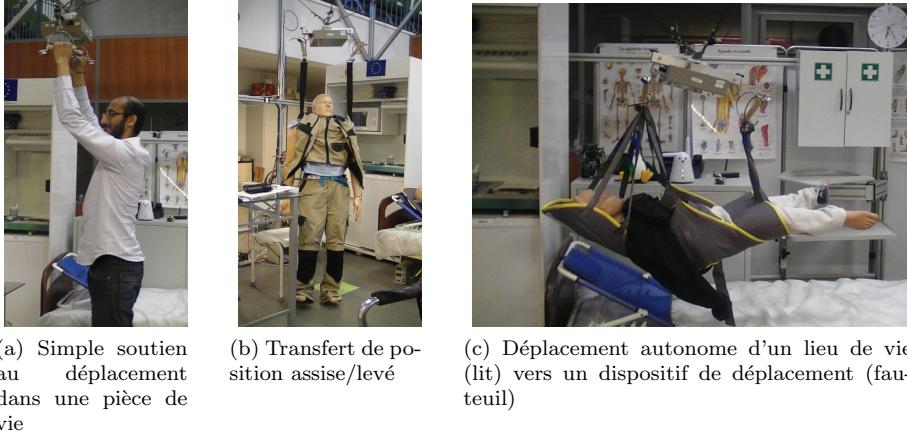


Figure 1.11: Différents types de fragilités motrices dans des situation de la vie quotidienne

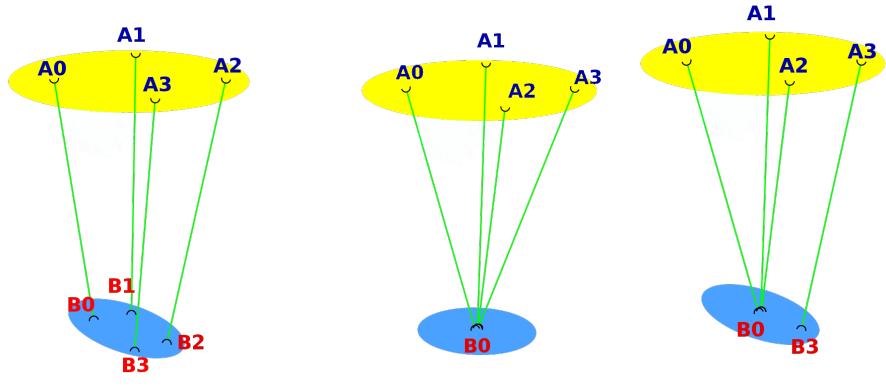
Un dispositif répondant à ces impératifs doit présenter les caractéristiques suivantes :

- pouvoir supporter des charges correspondant au poids d'une personne
- avoir un espace de travail équivalent à la taille d'une pièce de vie
- être léger et suffisamment discret et modulaire pour ne pas bouleverser l'environnement de l'utilisateur
- avoir une précision suffisante pour permettre un positionnement garantissant la sécurité, l'efficacité et le confort des opérations de transfert et d'attachement/détachement de l'utilisateur à la plate-forme.

Le choix d'utilisation d'un robot parallèle à câbles semble donc le plus compatible avec l'ensemble de ces exigences. **Marionet-Assist** a ainsi été conçu et déployé dans un appartement-témoin (Fig.1.14a,1.14b) situé dans les locaux de l'INRIA. Les câbles permettant le contrôle de la plate-forme sont fixés au plafond de l'appartement. Dans sa configuration actuelle, **Marionet-Assist** est équipé de 4 câbles, mais peut en contrôler jusqu'à 6. Plusieurs stratégies sont envisageables au niveau des points de fixation sur la plate-forme :

- les points d'attaches des câbles sont tous différents, il est alors possible avec n câbles de contrôler n degrés de liberté. Cette configuration sera notée $N - N$ (Fig.1.12a).
- les câbles sont attachés en un même point à la plate-forme : il est possible à partir de 3 câbles de contrôler les déplacement en translation de la plate-forme, mais plus son orientation ; l'utilisation de plus de 3 câbles permet alors d'augmenter la taille de l'espace de travail. On parle dans ce cas de configuration N-1. (Fig.1.12b).

- certains câbles seulement sont attachés en un même point sur la plate-forme. Dans le cas par exemple d'une disposition pour laquelle 3 câbles sont attachés en un même point B_0 et un quatrième câble relié à la plate-forme en un point B_1 , cette configuration sera notée 4-3-1 (Fig.1.12c).



(a) Configuration 4-4 : chaque câble est relié à la plate-forme en un point distinct

(b) Configuration 4-1 : Les 4(c) Configuration 4-3-1 : 3 câbles sont reliés à la plate-câbles sont reliés à la plate-forme en un seul point forme en un même point, le quatrième est relié en un point distinct

Figure 1.12: Exemples de configurations avec 4 câbles

Pour l'ensemble des expériences menées dans le cadre de ce travail, nous avons utilisé la configuration 4 – 1 (Fig.1.14c) qui nous permet de contrôler les déplacements en translation, le quatrième câble ayant été ajouté pour augmenter la taille l'espace de travail de manière à pouvoir se déplacer dans la quasi-totalité de l'appartement-témoin. Pour un triplet de câbles en tension, il est facile de montrer que l'équilibre statique est satisfait si le point **B** à sa projection dans le plan des $\mathbf{A}_i, \mathbf{A}_j, \mathbf{A}_k$ à l'intérieur du triangle constitué par ces trois points. La figure (Fig.1.13) montre alors l'espace de travail atteignable pour chaque triplet de câbles en tension : on note qu'en tout point dont la projection verticale ne se trouve pas sur l'une des deux diagonales définies par les points $(A_0 - A_2)$ et $(A_1 - A_3)$, il existe pour chaque pose deux configurations possibles avec trois câbles en tension. Si la projection se trouve sur une diagonale, il existe une configuration qui a deux câbles en tension, à l'exception de l'intersection des diagonales pour laquelle nous avons deux configurations avec seulement deux câbles avec des $\tau > 0$.

Les câbles sont en Kevlar, ce qui nous permet de négliger leur élasticité et de pouvoir les modéliser comme des jambes rigides lorsque leur tension est strictement positive. Le contrôle des longueurs se fait à l'aide de tambours actionnées par des moteurs rotatifs (Fig.1.14d). Toutefois, en l'absence de guide pour l'enroulement, il existe des incertitudes sur la longueur déroulée ; afin de pallier à cet inconvénient, des repères en aluminium ont été disposés sur les câbles à des longueurs connues, ce qui permet lors de leur détection au point \mathbf{A}_i de réactualiser la valeur estimée de la longueur déroulée.

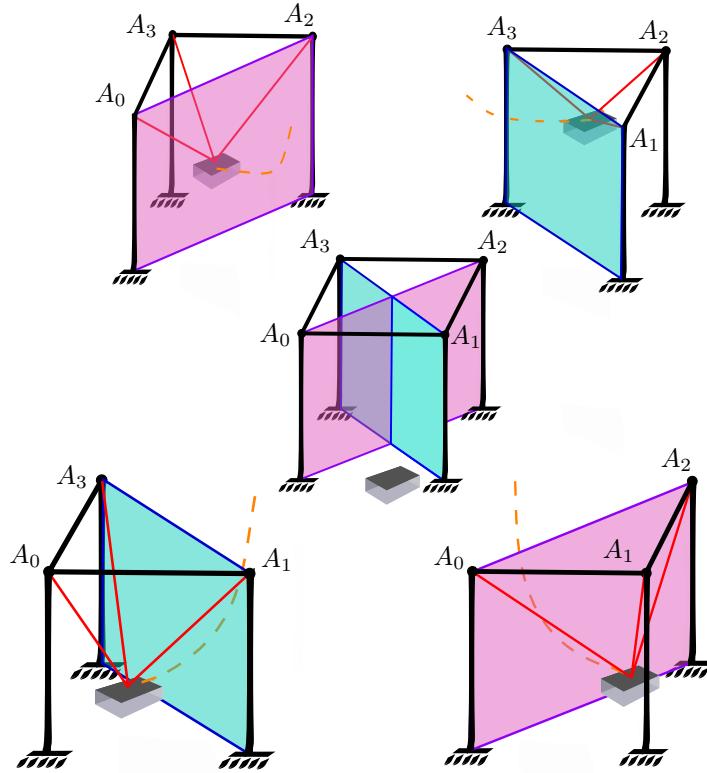


Figure 1.13: La figure au centre représente le robot Marionet-Assist ; en bas à gauche est représenté l'espace de travail atteignable lorsque les câbles attachés aux points A_0 , A_1 , A_3 sont en tension, en bas à droite l'espace de travail atteignable pour les câbles reliés aux points A_0 , A_1 , A_2 . En haut à gauche, nous avons l'espace de travail correspondant aux câbles A_0 , A_2 , A_3 en tension, et en haut à droite l'espace de travail atteignable pour les câbles attachés aux points A_1 , A_2 , A_3 .

Ces propriétés font de Marionet-Assist un robot adapté au contexte pour lequel il a été conçu. Nous avons cependant souhaité améliorer ses fonctionnalités de manipulation en lui permettant de ne pas seulement déplacer une personne, mais également des objets de la vie quotidienne. Il peut s'agir par exemple de ramasser un objet tombé au sol, ou d'amener à l'utilisateur un objet (des lunettes par exemple) localisé à un endroit de la pièce éloigné de celui auquel il se trouve. Afin de localiser l'objet, puis de guider le robot dans son déplacement et dans la manipulation de l'objet cible, une caméra a été ajoutée sur la plate-forme, de manière à utiliser des techniques d'asservissement visuel.

1.3 Modèles géométriques et cinématiques des robots parallèles à câbles

Après avoir introduit quelques notations, nous allons à présent décrire les modèles géométriques direct et inverse, cinématiques ainsi que l'équilibre statique pour les robots parallèles à câble. Ceci nous permettra de lister tant que faire se peut

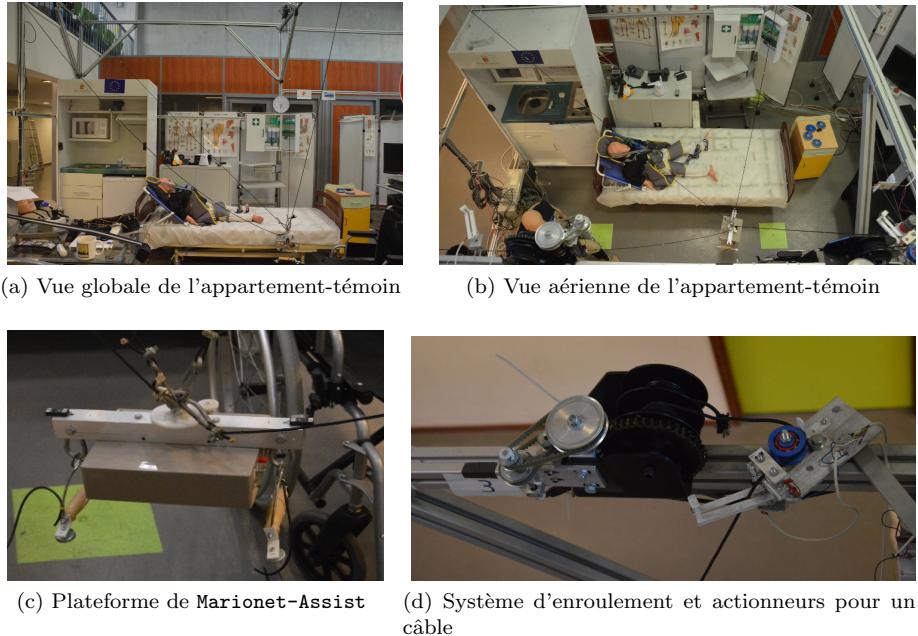
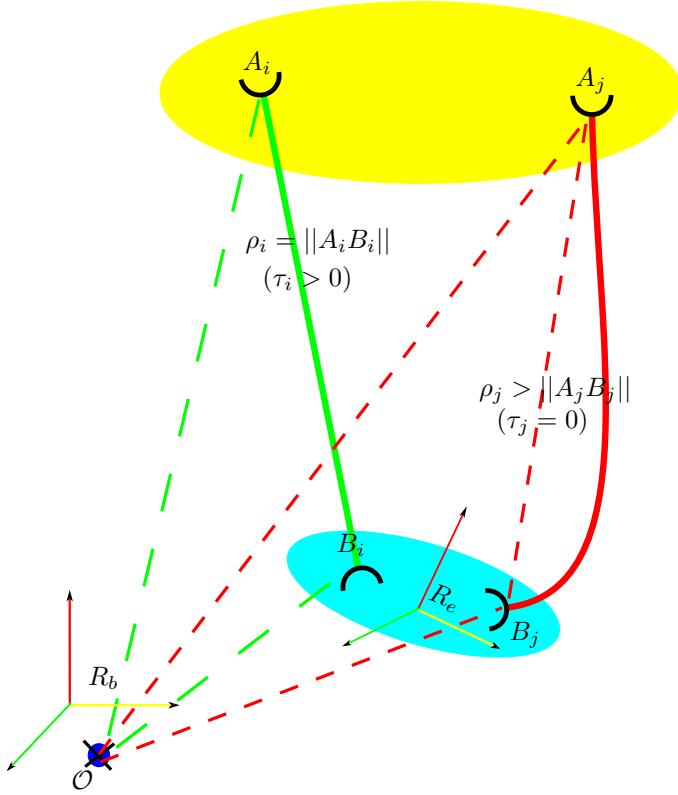


Figure 1.14: Marionet-Assist

l'ensemble des difficultés posées par ce type de manipulateur et auxquelles nous avons été confrontées dans le cadre de nos recherches.

1.3.1 Notations

- R_b : référentiel de la base
- R_e : référentiel de l'organe terminal
- A_i : point d'attache du $i^{\text{ème}}$ câble à la base ; le terme de *point de sortie* sera également utilisé. Nous supposerons que ce point est fixe.
- B_i : point d'attache du $i^{\text{ème}}$ câble à l'organe terminal
- C : un point arbitraire de l'organe terminal utilisé comme référence pour sa position
- ρ_i : longueur réelle du câble i
- l_i : longueur déroulée du câble i
- \mathcal{F} : vecteur des forces exercées sur l'organe terminal
- τ_i : tension exercée sur l'organe terminal par le câble i
- \mathbf{J} : jacobienne du robot (définie ultérieurement)



Enfin, on utilisera la notation \mathbf{J}^{-1} pour exprimer la jacobienne inverse, et \mathbf{J}^{-T} sera utilisé comme raccourci de notation pour sa transposée.

Sauf mention du contraire, **nous supposerons dans la suite que les câbles sont non-pesants et non-élastiques**, ce qui est une hypothèse adéquate pour le robot que nous avons utilisé. Dans ce cas, nous avons $\rho_i = l_i$.

1.3.2 Modèle géométrique inverse

Le modèle géométrique inverse consiste à déterminer les coordonnées articulaires à partir des coordonnées opérationnelles. Dans le cas des robots parallèles à câbles, les coordonnées articulaires correspondent aux longueurs ρ des câbles. Lorsque ceux-ci sont tendus, cette longueur doit être égale à la distance entre les points de sortie \mathbf{A}_i et le point d'attache à la plate-forme \mathbf{B}_i . Dans le cas où le câble est détendu, la longueur sera supérieure à cette distance (Fig.1.15a).

Nous partons donc des relations suivantes :

$$\rho_i = \|\mathbf{A}_i\mathbf{B}_i\|, \text{ si } \tau_i > 0 \quad (1.1)$$

$$\rho_i \geq \|\mathbf{A}_i\mathbf{B}_i\|, \text{ si } \tau_i = 0 \quad (1.2)$$

Comme on le voit, l'existence d'une relation algébrique entre ρ_i et \mathbf{B}_i dépend de la valeur des tensions τ_i . Dès lors, tout comme dans l'approche développée

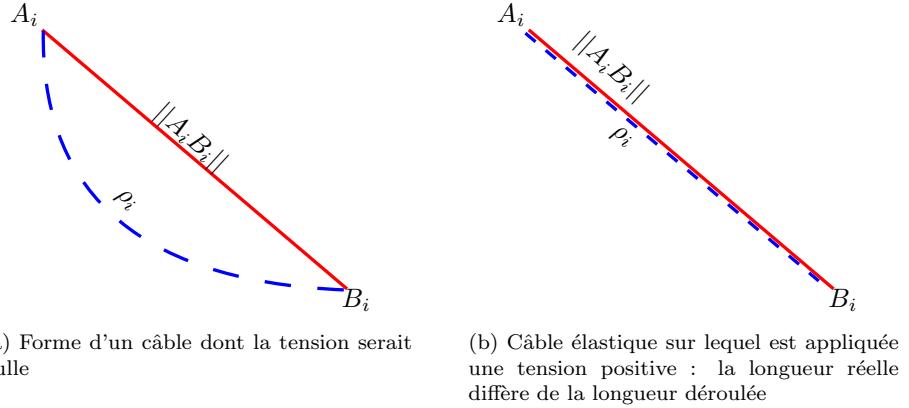


Figure 1.15: Dans le cas d'un câble détendu (tension nulle), la longueur réelle (en bleu pointillé) sera supérieure à la distance entre les deux points d'attache (en rouge plein) ; de plus, la forme du câble sera telle qu'il y a risque d'intersection avec d'autres câbles, l'environnement, ... Dans le cas d'un câble tendu (tension strictement positive), la longueur réelle ρ_i (en bleu pointillé) sera égale à la distance entre les points d'attache correspondant à la longueur réelle du câble ρ_i (en rouge plein)

par [3], nous parlerons donc de modèle géométrico-statique inverse, requérant l'étude de l'équilibre statique.

1.3.3 Equilibre statique

On dit d'un solide au repos qu'il est en équilibre statique lorsque l'ensemble des forces $\mathbf{F}_{\text{ext}_i}$ qui s'exercent sur lui s'annulent, ce qui se traduit par la relation suivante :

$$\sum_i \mathcal{F}_{\text{ext}_i} = \mathbf{0} \quad (1.3)$$

Sous l'hypothèse que les forces mécaniques de frottement et de résistance peuvent être ici négligées, nous considérons que les forces appliquées sur la plate-forme sont la gravité et les efforts exercés par chacun des câbles au points \mathbf{B}_i .

La direction dans laquelle un câble de longueur ρ_i relié à la base au point \mathbf{A}_i et à la plate-forme au point \mathbf{B}_i exerce une force sur la plate-forme est donnée par le vecteur $\mathbf{u}_i = \frac{\mathbf{A}_i \mathbf{B}_i}{\rho_i}$. On peut dès lors définir pour ce câble un torseur \mathbf{W}_i correspondant aux efforts et couples exercés par celui-ci sur la plate-forme :

$$\mathbf{W}_i = -(\mathbf{u}_i^T, (p_i \times \mathbf{u}_i)^T)^T \quad (1.4)$$

où p_i est un vecteur allant d'un premier point de référence arbitraire C localisé sur la plate-forme au point \mathbf{B}_i . La force exercée par le câble sur la plate-forme est alors $\tau_i \mathbf{W}_i$, où τ_i est un scalaire positif représentant l'intensité de la tension.

Soit \mathbf{W}_g le torseur indiquant la direction dans laquelle la gravité est exercée

dans le référentiel choisi, pour n câbles, (Equ.1.3) s'écrit pour nous :

$$[\mathbf{W}_1 \quad \mathbf{W}_2 \quad \dots \quad \mathbf{W}_n \quad \mathbf{W}_g] \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \vdots \\ \tau_n \\ mg \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (1.5)$$

En posant $\tau = (\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n)^T$, \mathbf{W} la matrice $6 \times n$ dont les colonnes sont les n vecteurs \mathbf{W}_i , et en isolant \mathbf{F} , la relation (Eq.1.5) s'écrit également :

$$\mathbf{F} + \mathbf{W}\tau = \mathbf{0} \quad (1.6)$$

soit

$$\mathbf{F} = \mathbf{J}^{-T}\tau \quad (1.7)$$

où $\mathbf{J}^{-1} = -\mathbf{W}^T$ est une matrice que l'on appelle *jacobienne cinématique inverse*.

1.3.4 Modèle géométrico-statique inverse (MGI)

Connaissant les paramètres de pose de la plate-forme, on veut en déduire les longueurs ρ_i des câbles : c'est le modèle géométrique inverse. Dans le cas où nous avons $m \geq 6$ câbles, connaissant la pose \mathbf{B} et les points de sorties \mathbf{A}_i , on peut calculer les longueurs, uniques, ρ_i . Si $m = 6$, la solution de l'équilibre statique est unique ; si les τ_i sont tous positifs, alors le MGI a une solution unique. Si $m > 6$, l'équilibre statique possède en théorie une infinité de solutions (nous ne devons toutefois considérer que les ensembles de solutions pour lesquelles les τ_i sont tous strictement positifs). Toutefois, l'applicabilité de ces solutions revient à supposer un contrôle parfait des ρ_i : si la longueur ρ_i réelle est inférieure à la valeur calculée et que la tension dans ce câble est non-nulle, alors la plate-forme ne sera pas dans la pose souhaitée. A l'inverse, si la longueur réelle ρ_i est supérieure à la valeur calculée, alors la tension dans ce câble sera nulle si la pose est atteinte.

Il est aussi nécessaire d'envisager les possibilités pour lesquelles moins de 6 câbles sont en tension. Nous avons dès lors $m < 6$, et nous ne pouvons donc plus spécifier que m degrés de libertés : il faut alors faire intervenir la statique afin de calculer les $6 - m$ degrés de liberté. Plusieurs méthodes s'offrent à nous, dont :

- par résolution inverse de l'équilibre statique, on élimine les τ correspondant aux câbles mous, puis on reporte dans les équations du modèle géométrique inverse, ce qui nous donne $6 - m$ équations.
- L'équilibre statique est vérifié uniquement si l'ensemble des déterminants $(m+1) \times (m+1)$ de la matrice \mathbf{W} sont nuls [4]. Si tous les τ_i sont strictement positifs, le modèle géométrico-statique possède alors une solution, mais correspondant à un mode dégradé du système.

1.3.5 Modèle géométrico-statique direct

Résoudre le modèle géométrique direct consiste à calculer les coordonnées opérationnelles à partir de la donnée des coordonnées articulaires actionnées. Il s'agit

donc dans le contexte d'un robot parallèles à câbles de déduire la pose de la plate-forme (position et orientation) à partir des longueurs des câbles. C'est un problème qui a posé de nombreux défis mathématiques et algorithmiques dans le cas des robots parallèles rigides [12], et nous allons voir qu'il peut être encore plus complexe dans le cas des CDPR.

On distinguera les cas suivants :

- $m > 6$: dans le cas où nous avons $m > 6$ câbles, les inconnues sont les 6 paramètres de pose de \mathbf{X} . Si l'on suppose tous les câbles tendus, les équations du modèle géométrique inverse constituent un système surconstraint qui n'admet en général pas de solutions. Il est alors nécessaire de supposer qu'au moins $m - 6$ câbles sont non-tendus.
- $m = 6$: dans ce cas, les équations géométriques et celles de la statique sont découplées : cette situation peut être ramenée à son équivalent pour les robots parallèles classiques. La géométrie nous donne les poses \mathbf{X} , et on vérifie la validité de celles-ci avec la statique.
- $m < 6$: ici, nous avons 6 inconnues (les paramètres de pose \mathbf{X}), et le modèle géométrique inverse ne fournit que $m < 6$ équations. On complètera dès lors ce système avec les équations de l'équilibre statique. Dans cette nouvelle situation, nous avons $6 + m$ inconnues (6 paramètres de pose et m tensions) pour $6 + m$ équations (dont m sont fournies par le modèle géométrique et 6 par l'équilibre statique). On obtient alors bien un système carré. Dans le cas $m = 5$, on a en effet 11 équations pour les robots parallèles à câbles, contre 6 pour les robots parallèles rigides. Toutefois, le système de $n + 6$ équations à $n + 6$ inconnues ainsi obtenu n'est valide qu'à la condition que tous les câbles soient tendus, soit que $\forall i \in [1, m], \rho_i = \|\mathbf{A}_i \mathbf{B}_i\|$. On ne peut pas exclure que la plate-forme soit dans une pose pour laquelle $\exists i \in [1, m], \rho_i > \|\mathbf{A}_i \mathbf{B}_i\|$. Dans ce cas, une ou plusieurs des équations du modèle géométrique ne sera plus valide. Il faut donc considérer la combinatoire des systèmes carrés avec $6 + m - p$ équations ($p \in [1, m - 1]$) et vérifier la validité de leurs solutions, c'est-à-dire des résultats $\tau_i > 0$ et $\rho_i > \|\mathbf{A}_i \mathbf{B}_i\|$ pour les câbles non-tendus.

Ce qui doit être retenu ici est qu'il est difficile lors d'un déplacement de prévoir à l'avance quels câbles seront en tension en chaque point de la trajectoire ainsi que la valeur des tensions.

Ce point, très peu mentionné dans la littérature, est un des inconvénients majeurs de l'utilisation des robots parallèles à câbles. Le premier chapitre de ce travail montrera qu'il est toutefois possible d'élaborer une stratégie prenant ce problème en compte pour améliorer le contrôle et la stabilité du système pour la grande majorité des situations.

1.3.6 Modèle cinématique

Le modèle cinématique consiste à établir une relation entre les vitesses articulaires $\dot{\Theta}$ et la vitesse (translation et angulaire) de la plate-forme Ω .

Nous avons vu que le vecteur $\mathbf{A}_i \mathbf{B}_i$ peut être calculé de deux manières différentes :

1.3. MODÈLES GÉMOTRIQUES ET CINÉMATIQUES DES ROBOTS PARALLÈLES À CÂBLES19

- connaissant la pose de la plate-forme et sa géométrie, les coordonnées de \mathbf{B}_i sont données ; \mathbf{A}_i étant connu par la géométrie du robot, on peut définir une fonction H_1 dépendante uniquement de la pose telle que :

$$\mathbf{A}_i \mathbf{B}_i = H_{1|i}(\mathbf{X}) \quad (1.8)$$

- à partir des coordonnées articulaires (et éventuellement de la pose si l'intervention de l'équilibre statique est requise), le MGSD permet de définir la relation suivante :

$$\mathbf{A}_i \mathbf{B}_i = H_{2|i}(\mathbf{X}, \Theta) \quad (1.9)$$

Si \mathbf{AB} est le vecteur composé des différents $\mathbf{A}_i \mathbf{B}_i$, alors on obtient en combinant (Equ.1.8) et (Equ.1.9) :

$$\begin{aligned} \mathbf{AB} &= H_1(\mathbf{X}) \\ \mathbf{AB} &= H_2(\mathbf{X}, \Theta) \\ \implies H_1(\mathbf{X}) &= H_2(\mathbf{X}, \Theta) \end{aligned} \quad (1.10)$$

En différentiant (Equ.1.10), on obtient :

$$\frac{\partial H_1}{\partial \mathbf{X}} \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial t} = \frac{\partial H_2}{\partial \mathbf{X}} \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial t} + \frac{\partial H_2}{\partial \Theta} \frac{\partial \Theta}{\partial t} \quad (1.11)$$

soit :

$$\dot{\Theta} = \left(\frac{\partial H_2}{\partial \Theta} \right)^{-1} \left(\frac{\partial H_1}{\partial \mathbf{X}} - \frac{\partial H_2}{\partial \mathbf{X}} \right) \dot{\mathbf{X}} \quad (1.12)$$

Si $\left(\frac{\partial H_2}{\partial \Theta} \right)$ est bien inversible, nous pouvons définir une matrice \mathbf{J}^{-1} de manière à obtenir la relation suivante :

$$\dot{\Theta} = \mathbf{J}^{-1} \dot{\mathbf{X}} \quad (1.13)$$

Toutefois, le vecteur $\dot{\mathbf{X}}$ ainsi déterminé ne correspond pas à Ω , il dépend de la paramétrisation choisie pour les paramètres de pose. En particulier, si nous utilisons les angles d'Euler pour paramétriser l'orientation de la plate-forme, nous pouvons exprimer la vitesse d'un point \mathbf{B} en fonction de la vitesse d'un point \mathbf{C} de référence de la plate-forme avec la relation suivante :

$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_C + \mathbf{B}\mathbf{C} \times \omega_c \quad (1.14)$$

où \mathbf{V}_C dénote la vitesse de la plate-forme au point \mathbf{C} , et ω_c le vecteur des vitesses angulaires.

Ainsi, comme \mathbf{A}_i est fixé, nous avons pour le câble i :

$$\dot{\mathbf{A}}_i \mathbf{B}_i = \mathbf{v}_C + \mathbf{B}_i \mathbf{C} \times \omega_c \quad (1.15)$$

En posant :

$$\dot{\mathbf{X}} = \frac{\mathbf{V}_C}{\omega_c} \quad (1.16)$$

nous construisons ainsi une relation entre les vitesses articulaires et les vitesses de translation et d'orientation, ces dernières paramétrées par les angles d'Euler.

La matrice \mathbf{J}^{-1} ainsi construite est appelée *Jacobienne inverse paramétrée* par les angles d'Euler. On notera qu'elle dépend à la fois des paramètres de pose et des coordonnées articulaires : il requiert dès lors la résolution des modèles géométriques direct et inverse.

1.4 Les robots N-1

On parle de configuration N-1 pour un robot parallèle à câbles en configuration suspendue lorsque l'ensemble des câbles sont reliés à la plate-forme en un même point \mathbf{B} . Cette architecture présente les caractéristiques suivantes :

- puisque l'ensemble des points \mathbf{B}_i sont confondus, le contrôle en orientation n'est plus possible : c'est donc une architecture dédiée aux déplacements en translation. Entre autres avantages, nous n'avons plus à nous préoccuper des interférences entre câbles.
- si $N > 3$, seuls trois câbles au plus seront en tension positive et permettront de contrôler les déplacements de la plate-forme ; le cas N-4 sera expliqué en détail à l'occasion du chapitre consacré aux configurations de câbles.
- les tensions n'étant réparties qu'entre au plus trois câbles, l'ajout de câbles supplémentaires ne peut servir à soulager les autres câbles. Par contre, il est possible d'envisager de choisir le meilleur triplet en fonction d'un critère donné, parmi tous ceux que l'utilisation de $N > 3$ câbles rend possible (4 triplets au plus pour 4 câbles, 10 pour 5 câbles, 20 pour 6 câbles, ···). De plus, l'utilisation de câbles supplémentaires permet d'augmenter l'espace de travail du robot, lorsque le point d'attache du câble ajouté est placé en dehors de celui-ci.

1.4.1 Modèles géométriques et cinématiques

MGSD :

Soient N câbles dont nous connaissons les longueurs $\rho_0, \dots, \rho_{N-1}$. Puisque nous n'avons que 3 câbles au plus en tension, nous commençons par résoudre le modèle géométrique pour chaque triplet de câbles. Ne contrôlant pas les rotations, les paramètres de pose sont uniquement les coordonnées dans l'espace. Dès lors, nous avons 3 inconnues, et 3 équations. Les solutions fournies par la résolution du système seront ensuite validées par l'étude de l'équilibre statique. S'agissant des points d'intersections de trois sphères de centre \mathbf{A}_i et de rayon ρ_i , il y aura au maximum deux solutions pour chaque triplet de câbles, dont une au moins ne respectera pas l'équilibre statique. Il y a donc pour chaque triplet de câbles au plus une pose valide 1.16.

Il faut ensuite vérifier que nous n'ayons pas une pose valide avec moins de 3 câbles en tension : dans ce cas, nous avons deux équations données par la géométrique, pour les trois inconnues que constituent les paramètres de poses. En complétant avec la statique qui nous donne 3 équations pour deux inconnues qui sont les tensions dans les deux câbles testés. Toutefois, les trois équations de la statique seront linéairement dépendante. On ajoutera donc une dernière équation de contrainte stipulant que la pose doit se trouver sur la projection verticale de la droite issue des points \mathbf{A}_i et \mathbf{A}_j testés. On procèdera enfin de même pour l'étude des cas à un seul câble en tension positive.

MGSI :

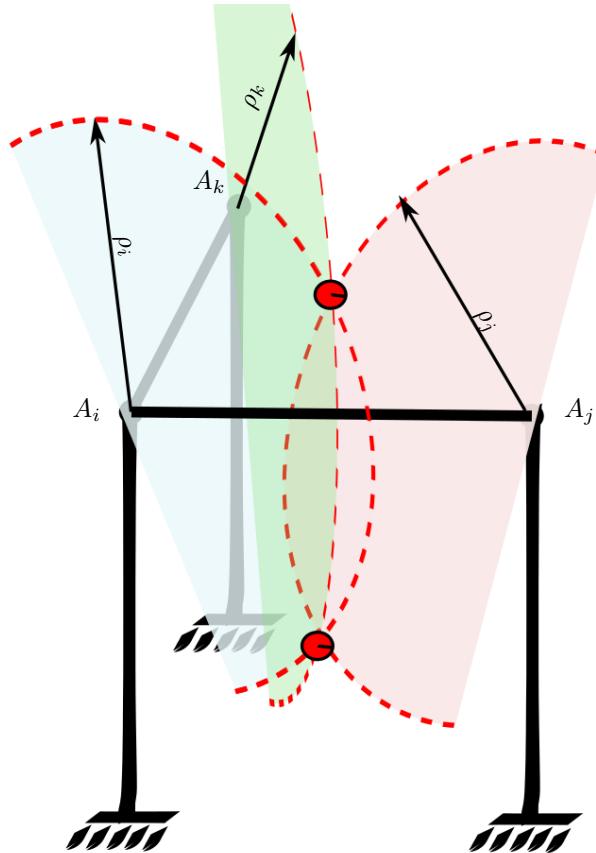


Figure 1.16: Représentation des points d'intersection des trois sphères de centre \mathbf{A}_i (resp. \mathbf{A}_j , \mathbf{A}_k) et de rayon ρ_i (resp. ρ_j , ρ_k). Dans ce cas précis, la solution la plus haute est haut-dessus du plan contenant les points \mathbf{A}_i , \mathbf{A}_j et \mathbf{A}_k : elle ne peut se retrouver en équilibre statique, aucun câble ne pouvant fournir une force opposée à la force de gravité.

Le modèle géométrico-statique indirect est relativement simple dans ce contexte. Connaissant les paramètres de pose, les longueurs de câbles peuvent être immédiatement déduite à partir de la relation

$$\rho_i = \|\mathbf{A}_i B\|^2 \quad (1.17)$$

La solution ainsi déterminée est unique du point de vue de sa localisation dans l'espace, mais peut correspondre à plusieurs situations de triplets de câbles en tension.

Cinématique :

Si nous dérivons la relation précédente 1.17, nous avons :

$$2\rho_i \partial \rho_i = 2x \partial x + 2y \partial y + 2z \partial z \quad (1.18)$$

avec $\mathbf{A}_i \mathbf{B} = \mathbf{X}_i = (x, y, z)$.

Dès lors, on obtient :

$$\partial \rho = \frac{x}{\rho} \partial x + \frac{y}{\rho} \partial y + \frac{y}{\rho} \partial z \quad (1.19)$$

On en déduira pour le câble i la ligne correspondante de la matrice Jacobienne inverse :

$$\mathbf{J}_i^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{B}_x - \mathbf{A}_{ix}}{\rho_i} & \frac{\mathbf{B}_y - \mathbf{A}_{iy}}{\rho_i} & \frac{\mathbf{B}_z - \mathbf{A}_{iz}}{\rho_i} \end{bmatrix} \quad (1.20)$$

Bibliography

- [1] J. Albus, R. Bostelman, and N. Dagalakis. The NIST SPIDER, a robot crane. *Journal of research of the National Institute of Standards and Technology*, 97(3):373–385, may 1992.
- [2] James S. Albus, Roger Bostelman, and Nicholas G. Dagalakis. The NIST robocrane. *J. Field Robotics*, 10(5):709–724, 1993.
- [3] M. Carricato and J-P. Merlet. Geometrico-static analysis of underconstrained cable-driven parallel robot. In *ARK*, pages 309–320, Piran, 28 june – 1 july 2010.
- [4] M. Carricato and J.P. Merlet. Stability analysis of underconstrained cable-driven parallel robots. *Robotics, IEEE Transactions on*, 29(1):288–296, Feb 2013.
- [5] R. Clavel. Delta, a fast robot with parallel geometry. In *18th Int. Symp. on Industrial Robots (ISIR)*, pages 91–100, Lausanne, 26-28 april 1988.
- [6] C. Gosselin and J. Angeles. The optimum kinematic design of a spherical three-degree-of-freedom parallel manipulator. *J. of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design*, 1989.
- [7] V.E. Gough. Contribution to discussion of papers on research in automobile stability, control and tyre performance, 1956-1957. Proc. Auto Div. Inst. Mech. Eng.
- [8] S.E. Landsberger and T.B. Sheridan. A new design for parallel link manipulator. In *Proc. Systems, Man and Cybernetics Conf.*, pages 812–814, Tucson, 1985.
- [9] J. P Merlet. Kinematics of the wire-driven parallel robot marionet using linear actuators. In *Robotics and Automation, 2008. ICRA 2008. IEEE International Conference on*, pages 3857–3862, May 2008.
- [10] J.-P. Merlet. Marionet, a family of modular wire-driven parallel robots. In Jadran Lenarcic and Michael M. Stanisic, editors, *Advances in Robot Kinematics: Motion in Man and Machine*, pages 53–61. Springer Netherlands, 2010.
- [11] Jean-Pierre Merlet and David Daney. A portable, modular parallel wire crane for rescue operations. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA 2010, Anchorage, Alaska, USA, 3-7 May 2010*, pages 2834–2839, 2010.

- [12] J.P. Merlet. *Les robots parallèles*. Collection robotique. Hermès, 1997.
- [13] A. Ming and T. Higuchi. Study on multiple degree of freedom positioning mechanisms using wires, part 2, development of a planar completely restrained positioning mechanism. *Int. J. Japan Soc. Prec. Eng.*, 28(3):235–242, september 1994.
- [14] D. Stewart. A platform with 6 degrees of freedom. *Proc. of the Institution of mechanical engineers*, 180(Part 1, 15):371–386, 1965.