

0.1 Introduction

Il s'agit dans ce chapitre d'introduire les problématiques et méthodologies qui nous guideront dans notre étude de l'utilisation de l'asservissement visuel pour les robots parallèles à câbles. Notre objectif est double: il s'agit dans un premier temps d'ajouter des fonctionnalités de saisie et manipulation d'objets à nos prototypes existants, et d'améliorer les propriétés de ces mêmes prototypes dans un second temps.

Pour cela, nous évoquons dans une première section les avantages et inconvénients des structures parallèles comparativement aux structures en série. Les spécificités des manipulateurs à câbles sont introduites dans une deuxième section, suivie par un rappel des modèles géométriques et cinématiques des manipulateurs parallèles à câbles, avant d'introduire dans une troisième section quelques notions fondamentales pour la suite. Nous présentons dans une quatrième section le prototype sur lequel nos expérimentations et validations ont été effectuées,

Dans une cinquième section, à la suite d'un rappel des modèles d'asservissement visuel, nous introduirons les spécificités de notre choix de configuration. Nous expliquerons donc une sixième section de quelle manière il se démarque des travaux existants dans ce domaine précis. Nous pourrons alors dans une section terminale conclure par l'exposition des problématiques à partir desquelles nous nous sommes proposé de mener cette étude, ainsi que des choix méthodologiques qui en auront guidée la réalisation.

0.1.1 Manipulateurs série et parallèles

C'est incontestablement l'industrie qui aura été le principal vecteur de développement de la robotique ces deux derniers siècles. L'introduction des robots dans les usines s'inscrit dans une démarche d'augmentation de la productivité et d'amélioration de la manufacture. Cela aura permis dès lors de soulager le travailleur humain dans des situations de travail pénible et/ou répétitif, et d'augmenter ses compétences en permettant par exemple une précision qu'il ne saurait fournir seul, ou la possibilité de déplacer des charges élevées. Si la grande diversité que recouvre aujourd'hui le terme de *robot* rend extrêmement difficile l'élaboration d'une définition générique, nous pouvons cependant en dériver des sous-catégories plus faciles à appréhender. Parmi celles-ci, nous distinguons en particulier la classe des manipulateurs dont l'objectif sera le déplacement et positionnement d'objets dans l'espace.

Définitions

Un manipulateur sera constitué de manière générale d'une base et d'un organe terminal, reliés par une ou plusieurs chaînes cinématiques plus ou moins élaborées.

Une chaîne cinématique est caractérisée par une succession de solides reliés par des articulations simples ou complexes. Les articulations simples peuvent être de nature *prismatique* (Fig.1a) – permettant la translation d'un solide par rapport à l'autre – ou *rotoïdes* (Fig.1b) – effectuant un mouvement de rotation autour d'un axe donné. Des articulations complexes sont obtenues à partir de la combinaison de mouvements prismatiques et/ou rotoïdes : une articulation

cylindrique (Fig.1c) permet par exemple la combinaison d'un mouvement de translation selon un axe donné et d'un mouvement de rotation autour de ce même axe ; autre exemple, une articulation sphérique (Fig.1d) combinera quant à elle trois rotations.

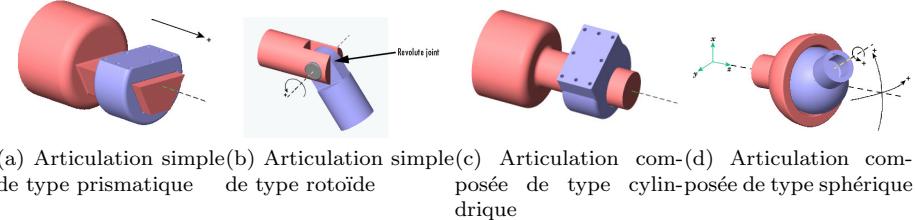


Figure 1: Différents exemples d'articulations.

On appelle *coordonnées articulaires* l'ensemble des valeurs prises par les paramètres permettant de décrire l'état des articulations à un instant donné. Les coordonnées articulaires sont exprimées dans un espace articulaire propre à chaque articulation. Les paramètres nécessaires à l'expression des coordonnées articulaires sont généralement au nombre de 3 pour un point (ses coordonnées dans l'espace cartésien) et de 6 pour un solide (position cartésienne complétée par trois angles de rotation). Le nombre de paramètres non fixés par la géométrie du robot et nécessaires à la description exhaustive des coordonnées d'une articulation est appelé *degré de liberté*. Lorsque les articulations ne sont pas laissées libres, leur valeur dans l'*espace articulaire* sera contrôlée par des *actionneurs* : on distinguera donc les *articulations actionnées* des *articulations libres*.

De la même manière, on parlera des *coordonnées opérationnelles* pour définir la position de l'organe terminal, exprimées dans le repère de l'organe terminal. A nouveau, nous pouvons définir les degrés de liberté de l'organe terminal comme le nombre de paramètres contrôlés pour le déplacer dans l'espace. Cette notion est à distinguer de la mobilité de l'organe terminal, qui correspond aux possibilités de déplacement de l'organe terminal, contrôlées ou laissées libres. Si l'on décide par exemple de contrôler les mouvements en translation, de bloquer deux rotations mais d'en laisser libre une, la mobilité sera de 4, mais le nombre de degrés de libertés ne sera que de 3.

Enfin, on peut définir pour chaque segment son *degré de connexion* comme étant le nombre de solides auxquels il est relié par une articulation libre ou actionnée. Lorsque l'ensemble des segments ont un degré de connexion égal à 2 à l'exception de la base et de l'organe terminal qui ont de degré de connexion égal à 1, on parle de *chaîne cinématique ouverte* (Fig.2a). Lorsque l'un des segments au moins (différent de la base) possède un degré de connexion supérieur ou égal à 3, nous avons une *chaîne cinématique fermée* (Fig.2b) [8]. Les chaînes cinématiques complexes sont constituées de plusieurs chaînes fermées et/ou ouvertes.

Architectures séries

On appelle *robot série* un système constitué d'**une chaîne cinématique ouverte dont chaque segment est relié au suivant par une articulation**

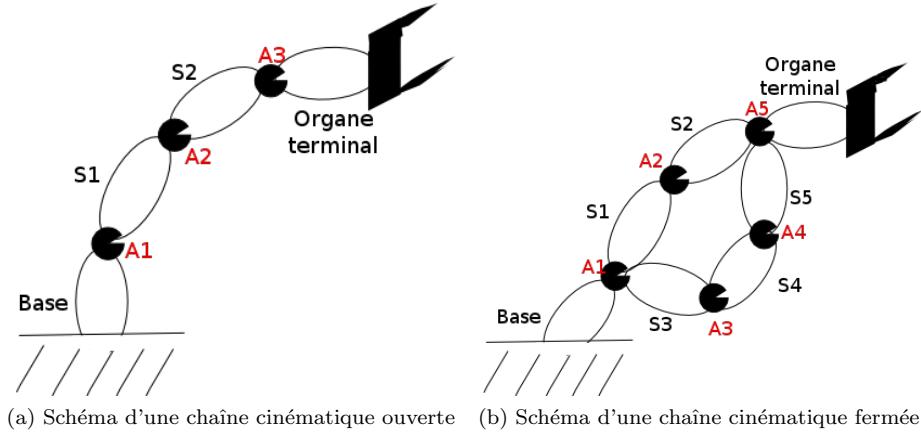


Figure 2: Exemples de chaînes cinématiques ouvertes et fermées : les S_i représentent les différents segments intermédiaires, tandis que les A_i correspondent aux articulations. Dans Fig.2a, tous les segments S_i ont un degré de connexion égal à 2 ; seuls la base et l'organe terminal ont un degré de connexion égal à 1. Il est visible dans Fig.2b que tous les segments à l'exception de S_4 possèdent un degré de connexion égal à 3.

simple (Fig.3). Longtemps dominants dans l'industrie, les robots séries ont pu être privilégiés grâce aux deux caractéristiques suivantes :

- sous certaines conditions, le modèle cinématique inverse des robots séries peut être résolu analytiquement [17]
- leur espace de travail peut rapidement devenir assez conséquent.

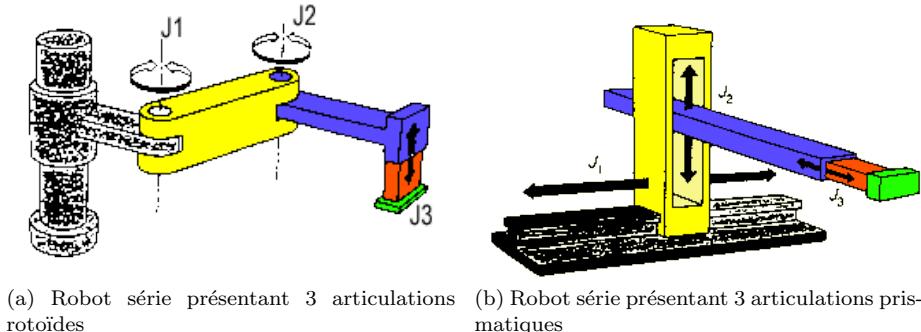


Figure 3: Exemples de robots séries

Une architecture série présente toutefois plusieurs inconvénients non négligeables dans un contexte industriel tels que :

- chaque segment et articulation porte la charge de tous ceux qui leur succèdent dans la chaîne cinématique. En particulier, cela affaiblit la dynamique lors de l'actionnement des articulations : segments et articulations doivent être rigidifiés, ils sont donc plus lourds,

- les erreurs se propagent de segments en segments ; la précision tout comme la répétabilité du manipulateur en sont affectées,
- les charges manipulables ne peuvent être excessives, car elles seront supportées par l'ensemble des segments et articulations.

Ainsi, une architecture série impose souvent un dispositif imposant, dont la précision, la dynamique et la faible capacité de charges se révèleront insuffisants pour un grand nombre de tâches requises en particulier par l'industrie moderne.

Une alternative possible consiste en l'utilisation de chaînes cinématiques fermées permettant

- une répartition des charges (segment ultérieurs et poids de l'objet manipulé),
- une compensation des erreurs entre chaque “branche” de la chaîne cinématique fermée,
- une plus grande flexibilité des articulations, impliquant une dynamique plus grande.

Les architectures parallèles en particulier présentent une des réalisations possibles de chaînes cinématiques fermées, et leurs caractéristiques – sur lesquelles nous allons nous pencher par la suite – ont contribué à ce qu'elles s'installent progressivement dans le paysage de la robotique.

Architectures parallèles

Une définition des robots parallèles est donnée dans [15] :

Un manipulateur parallèle est constitué d'un organe terminal à n degrés de liberté et d'une base fixe, reliés entre eux par au moins deux chaînes cinématiques indépendantes, la motorisation s'effectuant par n actionneurs simples.

Parmi les exemples les plus cités dans la littérature, nous trouvons la plate-forme de Gough-Stewart [9], [18] et le robot Delta [5].

Initialement développée pour des applications dans l'industrie automobile (Fig.4a), la plate-forme de Gough-Stewart a par la suite été utilisée dans des applications diverses au rang desquelles les simulateurs de vols (Fig.4b). Sa plate-forme mobile peut être déplacée selon 6 degrés de liberté (3 translations + 3 rotations) à l'aide de six jambes indépendantes actionnées par des vérins pneumatiques. Les articulations reliant à la base (cardan) et à la plate-forme (rotule) sont quant à elles laissées libres.

Le robot Delta (Fig.4c) permet un déplacement de sa plate-forme selon les trois degrés de liberté correspondant aux translations. Trois jambes sont utilisées pour cela, chacune étant reliée à la base par une articulation rotative à un levier, lui-même relié à un segment parallélogramme par une seconde articulation rotative, une troisième articulation rotative liant ce segment à l'organe terminal. Il peut atteindre des vitesses allant jusqu'à 10 m/s et des accélérations jusqu'à 20G, ce qui le rend particulièrement adapté pour des tâches de conditionnement.

De manière générale, les manipulateurs parallèles présentent les caractéristiques suivantes permettant de les comparer avantageusement aux manipulateurs séries :



(a) Plateforme de Gough utilisée dans une usine de pneumatiques



(b) Plateforme de Gough-Stewart utilisée pour des simulateurs de vols



(c) Robot Delta, particulièrement adapté aux tâches de conditionnement ou de “pick and place”

Figure 4: Exemples de robots parallèles

- une précision accrue par un mécanisme de **compensation** des erreurs entre les différentes chaînes cinématiques (autrement appelées *jambes*),
- une capacité de charge élevée due à la **répartition** de la charge sur les différentes jambes,
- une grande rigidité provenant de la taille réduite des chaînes cinématiques,
- une dynamique élevée conséquente de la **coopération** des différentes jambes dans le positionnement de l'organe terminal.

Toutefois, les mécanismes parallèles possèdent plusieurs inconvénients qui doivent être pris en compte lors du choix d'une architecture :

- des modèles géométriques directs complexes, dont la résolution algébrique n'est pas toujours possible,
- de nouveaux types de singularités par rapport aux robots séries, pouvant conduire à une perte de contrôle du manipulateur,
- la répartition entre les jambes des forces appliquées sur la plateforme n'est qu'en de très rares cas uniforme ; certaines positions peuvent affecter le contrôle, la rigidité et la précision du mécanisme,
- un espace de travail restreint inférieur à l'intersection des espaces atteignables par chaque jambe.

On peut distinguer deux types de stratégies concernant la résolution des modèles géométriques directs : une première consiste à utiliser des outils numériques tels l'analyse par intervalles [13], une seconde à choisir une géométrie pour laquelle une résolution algébrique est possible [12]. Concernant les diverses singularités, la difficulté peut être contournée par exemple par l'utilisation de méthodes de planification de trajectoires [4], [6] ou à nouveau grâce à la détermination de géométries adaptées [7].

Il est évidemment possible de renforcer la structure des jambes et des actionneurs pour assurer la rigidité des chaînes cinématiques en toutes circonstances ; il est également possible, lorsque pour une position de l'organe terminal donnée, plusieurs configurations articulaires sont possibles, de choisir celle qui garantit le meilleur fonctionnement du robot [19] : ainsi, l'existence de plusieurs solutions au modèle géométrique direct devient un avantage plus qu'en inconvénient, en ce que cela permet d'optimiser certains critères – ici la répartition des forces exercées sur la plateforme – pour un meilleur contrôle du robot.

La problématique d'un espace de travail réduit subsiste et reste une contrainte forte des mécanismes parallèles. Bien qu'ils présentent des spécificités propres pour chacune des caractéristiques déjà évoquées (rigidité, précision, charge nominale, ...), la classe des robots parallèles à câbles a principalement été développée afin de conserver les propriétés des robots parallèles pour des applications exigeant un mécanisme léger possédant un volume de travail de taille conséquente, par exemple pour intervenir lors de catastrophes naturelles ou dans des environnements toxiques [1]. C'est à l'étude et au développement de cette catégorie particulière de manipulateurs que seront consacrés l'essentiel des travaux présentés dans ce manuscrit et pour laquelle nous emploierons désormais indistinctement les noms de robots, manipulateurs, robots parallèles à câbles ou CDPR (pour *cable-driven parallel robot*).

0.1.2 Les manipulateurs parallèles à câbles

Les manipulateurs parallèles à câbles présentent une structure en chaînes cinématiques fermées, la base et la plateforme étant reliées exclusivement au moyen de câbles. Les actionneurs sont en général positionnés sur la base et leur fonction consiste à contrôler la longueur des câbles. On peut donc les considérer comme des articulations prismatiques dont la course peut s'avérer rapidement atteindre des longueurs remarquables, augmentant considérablement l'espace de travail du manipulateur.

Afin de contrôler la longueur des câbles, plusieurs types d'articulations peuvent être utilisés, parmi lesquels :

- des poulies actionnées par des moteurs rotatifs autour desquelles s'enrouleront ou se dérouleront les câbles (Fig.5a) ; cette solution a l'avantage d'être extrêmement légère et aisément déployable, mais présente l'inconvénient du contrôle de la longueur enroulée lorsque le câble n'est pas guidé : il est dès lors impossible d'éviter une superposition lors de l'enroulement, et dès lors de connaître le diamètre réel pour une couche donnée.
- les câbles sont reliés à des plateformes se déplaçant sur des rails, ce qui permet d'en contrôler la longueur [14] ; la multiplication des plateformes en mouvement permet en théorie un contrôle plus rapide et plus précis (Fig.5b).

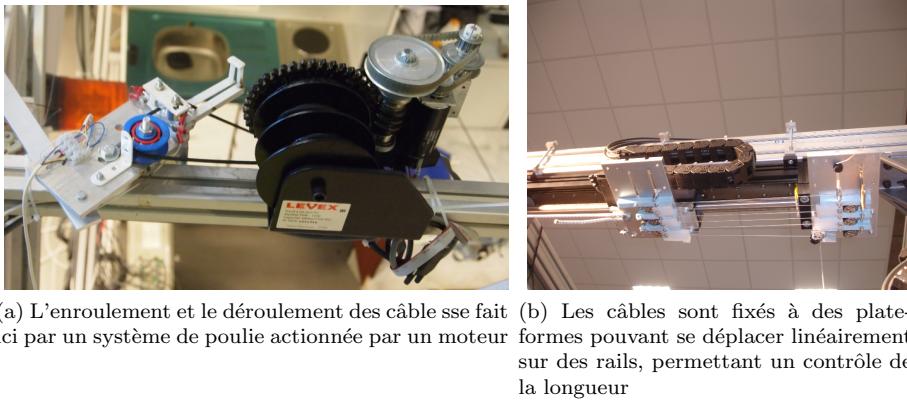


Figure 5: Deux types d'articulations et d'actionnement pour un robot à câble

Toutefois, quelque-soit le type d'articulation et d'actionnement choisis, la force que peut exercer un seul câble sur l'organe terminal est nécessairement unilatérale : un câble seul peut tirer, mais ne peut pas pousser la plateforme. Il faut donc, pour pouvoir contrôler le mouvement dans son intégralité, que les câbles travaillent en opposition. Il a ainsi été montré que $n + 1$ câbles au minimum sont requis pour assurer le contrôle de n degrés de liberté [16]. On peut cependant considérer la gravité comme une force unilatérale et la représenter comme un câble virtuel : il est ainsi possible de n'utiliser que n câbles pour n degrés de liberté.

On distingue donc deux types de configurations pour un robot parallèle à câbles :

- en *configuration pleinement contrainte* (Fig.6a), les câbles travaillent en opposition et $n + 1$ sont nécessaires pour assurer des déplacements et l'application de forces correspondant à n degrés de liberté.
- en *configuration suspendue* (Fig.6b), la gravité agit comme un câble virtuel : les câbles sont fixés généralement au point le plus haut du dispositif, et n suffisent pour déplacer et orienter l'organe terminal selon n degrés de liberté. On retrouve parfois ce type de configuration dans la littérature sous le nom de *grue/crane*. Pour exemple, le manipulateur *Nist Spider* [1] mentionné précédemment présente une configuration suspendue.

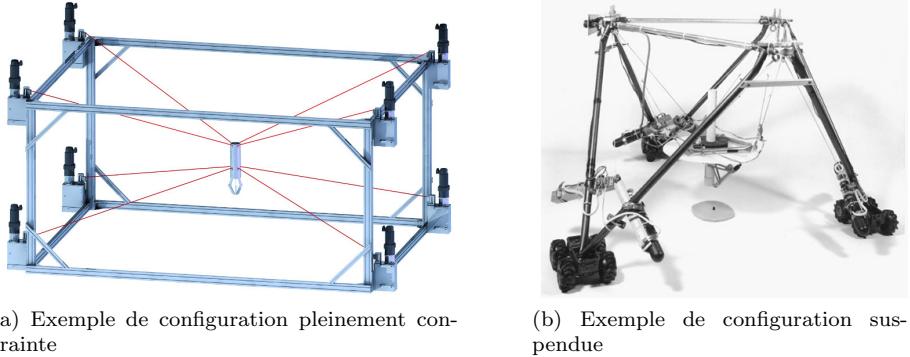


Figure 6: Deux configurations possibles pour un robot parallèle à câble

Une caractéristique sensible des manipulateurs parallèles à câbles qui les différencie des manipulateurs parallèles classiques est la **non-rigidité des jambes**. Sous certaines conditions, un ou plusieurs câbles peuvent être détendus, ce qui a pour effet 1/ de modifier leur géométrie, 2/ ils n'exercent plus de force sur la plateforme. Pour certaines configurations, il peut d'ailleurs être montré qu'il existera toujours au moins un câble détendu quelque-soit la position de l'organe terminal et les forces exercées sur celui-ci [2]. Le prototype sur lequel nous avons conduit nos expériences présentant cette particularité d'avoir toujours au moins un câble avec une tension nulle, nous reviendrons plusieurs fois largement sur ce point.

Enfin, lorsqu'un câble est sous tension, un modèle complet doit pouvoir prendre en compte son élasticité, sa masse, ... qui affecteront sa longueur réelle et donc la précision avec laquelle le manipulateur est contrôlé.

Comparativement donc aux robots parallèles classiques, les robots parallèles à câbles présentent les caractéristiques suivantes :

- la structure parallèle permet de conserver les propriétés de compensation des erreurs, de répartition des charges et des efforts, de coopération des chaînes cinématique pour l'exécution d'un mouvement
- l'espace de travail est considérablement agrandi malgré la conservation de la légèreté du dispositif.
- la modélisation des câbles ainsi que le choix des articulations et actionneurs complexifient le modèle du robot ; une simplification du modèle en négligeant certaines de ces caractéristiques est alors source d'imprécisions qui devront être intégrées au schéma de contrôle.
- l'unilatéralité des forces suppose que nous puissions nous retrouver dans une situation avec un ou plusieurs câbles détendus. Nous verrons cependant qu'il est possible de prendre avantage de cette situation afin d'améliorer le contrôle de l'organe terminal pour une trajectoire donnée.

Après avoir introduit quelques notations utiles, nous allons à présent décrire les modèles géométriques directs et indirects, cinématiques ainsi que l'équilibre statique pour les robots parallèles à câble. Ceci nous permettra de lister tant

que faire se peut l'ensemble des difficultés posées par ce type de manipulateur et auxquelles nous avons été confrontées dans le cadre de ces recherches.

Notations

- R_b : référentiel de la base
- R_e : référentiel de l'organe terminal
- A_i : point d'attache du $i^{\text{ème}}$ câble à la base ; le terme de *point de sortie* sera également utilisé.
- B_i : point d'attache du $i^{\text{ème}}$ câble à l'effecteur
- C : un point arbitraire de l'effecteur utilisé comme référence pour sa position
- ρ_i : longueur réelle du câble i
- l_i : longueur déroulée du câble i
- \mathcal{F} : vecteur des forces exercées sur l'effecteur
- \mathbf{J} : jacobienne du robot

Enfin, on utilisera la notation J^{-1} pour exprimer la jacobienne inverse, et J^{-T} sera utilisé comme raccourci de notation pour sa transposée.

Modèle géométrique indirect

Le modèle géométrique indirect consiste à déterminer les coordonnées articulaires à partir des coordonnées opérationnelles. Dans le cas des robots parallèles à câbles, les coordonnées articulaires correspondent aux longueurs des câbles. Lorsque ceux-ci sont tendus, cette longueur doit être égale à la distance entre les points de sortie A_i et le point d'attache à la plateforme B_i . Dans le cas où le câble est détendu, la longueur sera supérieure à cette distance (Fig.7a).

Nous partons donc des relations suivantes :

$$\rho_i = \|A_iB_i\|, \text{ if } \tau_i > 0 \quad (1)$$

$$\rho_i \geq \|A_iB_i\|, \text{ if } \tau_i = 0 \quad (2)$$

Notons que les câbles peuvent être élastiques : ainsi, lorsqu'ils sont en tension, la longueur déroulée pourra être inférieure à la distance $d_i = \|A_iB_i\|$ (Fig.7b). Plusieurs modèles de câbles peuvent être utilisés pour estimer le rapport entre la longueur réelle et la longueur déroulée [10], [11]. A titre d'exemple, le modèle linéaire suivant peut-être utilisé lorsque la masse des câbles est négligeable devant les forces appliquées sur la plateforme :

$$\tau_i = \kappa(\rho_i - l_i)$$

où κ est un coefficient correspondant à la raideur linéaire du câble.

Pour être complet, le modèle géométrique inverse doit donc envisager toutes les configurations possibles de répartition de tension dans les câbles et, le cas

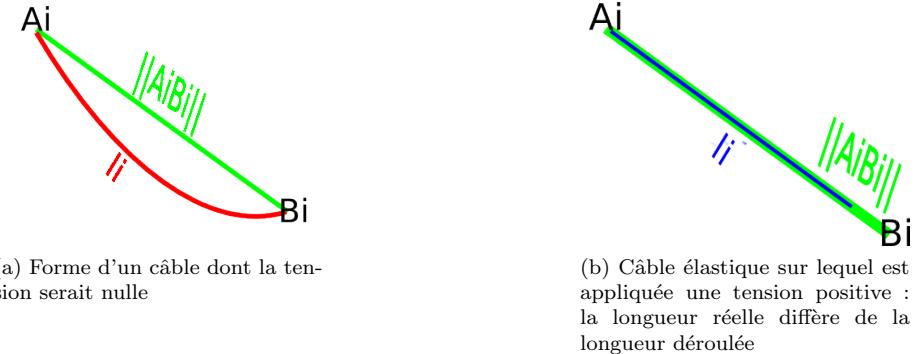


Figure 7: Dans le cas d'un câble détendu (tension nulle), la longueur déroulée sera supérieure à la distance entre les deux points d'attache ; de plus, la forme du câble sera telle qu'il y a risque d'intersection avec d'autres câbles, l'environnement, Dans le cas d'un câble élastique tendu (tension strictement positive), la longueur déroulée sera inférieure à la distance entre les points d'attache correspondant à la longueur réelle du câble

échéant, intégrer la modélisation des câbles dans le processus de résolution. Il est donc fondamental de vérifier la tension exercée dan chaque câble, et en avoir une estimation suffisante selon le modèle d'élasticité des câbles choisi. Nous parlerons donc avec [3] de modèle géométrico-statique indirect, requérant l'étude de l'équilibre statique.

Equilibre statique

On dit pour un solide au repos qu'il est en équilibre statique si l'ensemble des forces exercées s'annulent de manière à ce qu'il ne puisse générer ni de mouvement dans l'espace ni de rotation :

$$\mathbf{F}_{\text{ext}} = \vec{0} \quad (3)$$

L'hypothèse est émise selon laquelle les forces de frottement, de résistance, ... sont négligeables. Nous ne prenons en compte dès lors que la force de gravité appliquée sur la plateforme, les efforts exercés sur chacun des câbles, ainsi que les couples qui doivent être nuls.

Soit W_i le torseur d'efforts correspondant aux efforts et couples exercés sur le câble i :

$$W_i = (\mathbf{u}_i^T, (\mathcal{R}\mathbf{b}_i \times \mathbf{u}_i)^T)^T \quad (4)$$

avec $\mathbf{u}_i = \frac{\mathbf{A}_i \mathbf{B}_i}{\rho_i}$ la direction dans laquelle l'effort est exercé (de B_i vers A_i).

En posant $\mathcal{F} = [0, 0, -mg, 0, 0, 0]^T$ pour le câble virtuel modélisant la force de gravité exercée sur la plateforme, (4) devient :

$$\mathcal{F} + \mathbf{W}\tau = 0 \quad (5)$$

avec $\tau = (\tau_1, \tau_2, \dots)^T$ le vecteur d'efforts et \mathbf{W} la matrice composée des vecteurs des forces appliquées sur les câbles.

En posant $\mathbf{J}^{-T} = -\mathbf{W}$, la relation (5) s'écrit encore :

$$\mathcal{F} = \mathbf{J}^{-T}\tau \quad (6)$$

où J^{-1} est une matrice que l'on appelle *jacobienne inverse*.

La détermination des tensions correspondantes à l'équilibre statique correspond à la résolution du système posé par (6).

Modèle géométrico-statique inverse (ou MGSI)

Soit m le nombre de câbles et n le nombre de degrés de liberté du robot. Le MGSI est un problème à $2m$ inconnues (m longueurs + m tensions) et à $n+m$ équations (le modèle géométrique indirect en fournit m et l'équilibre statique en donne n). Si $m > n$, le système est sous-constraint. La stratégie consiste dans ce cas à considérer tous les n -uplets de câbles et vérifier pour chacun la positivité des tensions à l'équilibre statique.

Doivent être considérées également les situations où l'équilibre n'est réalisé qu'avec $m < n$ câbles en tension positive. C'est une situation pour laquelle le système est sur-constraint et peut ne présenter aucune solution. Il peut toutefois être résolu pour un *mode dégradé du système*, à savoir la perte de contrôle d'un ou plusieurs degrés de liberté. On parlera alors de *singularité* pour caractériser le fait que dans cette position, le contrôle de la plateforme n'est plus possible pour l'ensemble des degrés de liberté du robot.

On comprend ici que le choix d'utiliser des câbles redondants peut être dicté tout autant par des stratégies d'optimisation de la répartition des tensions (lorsque c'est possible) que par la volonté de garantir en tout point de l'espace de travail l'existence d'une solution au MGSI pour laquelle l'ensemble des degrés de liberté de la plateforme est parfaitement contrôlé.

On peut remarquer enfin que lorsque la composition des câbles est telle que leur elasticité est négligeable pour un espace de travail donné, ils peuvent être assimilés à des jambes rigides et l'on se retrouve dès lors dans une situation équivalente à la résolution du MGI classique des robots parallèles rigides dont on retrouvera une étude complète dans [15].

Modèle géométrico-statique direct (références et schémas à ajouter de partout !!!)

Le modèle géométrique direct consiste à déterminer les coordonnées opérationnelles à partir des coordonnées articulaires. Il s'agit donc dans le contexte d'un robot parallèles à câbles de calculer la pose de la plateforme (position et orientation) à partir des longueurs des câbles. C'est un problème qui a posé et pose encore de nombreux défis mathématiques et algorithmiques dans le cas des robots parallèles rigides [15].

Les choses ne s'arrangent pas avec l'utilisation des câbles. Supposons que notre manipulateur soit en configuration suspendue avec 6 câbles. Nous cherchons à déterminer les paramètres de pose (au nombre de 6) et nous trouvons une solution telle qu'elle nous donne une pose avec les 6 câbles tendus. Si nous lançons la plateforme, avec des longueurs déroulées de câbles correspondant aux données du problème, il est possible que la plateforme arrive à la position calculée, mais il est tout aussi probable qu'elle se retrouve dans une position complètement différente. Deux types de phénomènes peuvent d'être produits :

- il existe, comme pour les robots parallèles rigides, plusieurs solutions au MGD, parmi lesquelles celle que nous avons calculée. Chaque équation

du *MGD* est en effet un polynôme quadratique en ses 6 variables, soit potentiellement de degré 2^6 .

- nous pouvons constater que dans une des poses prise par la plateforme, un ou plusieurs câbles sont mous. Dans cette situation, moins de 6 câbles exercent une force sur la plateforme, et nous perdons le contrôle de degrés de liberté. Néanmoins, ces solutions existent et doivent être prises en compte.

Si l'on veut résoudre le *MGD* pour un robot à câbles, l'ensemble des situations doit être considéré, à savoir :

- tous les câbles sont en tension, mais il existe plusieurs solutions
- un câble n'est pas en tension, le *MGD* doit être résolu pour $m - 1$ câbles
- 2, 3, ... câbles ne sont pas en tension, le *MGD* doit être résolu pour $m - 2$, $m - 3$, ... câbles

Nous avons besoin à nouveau de l'équilibre statique, et ce, à deux niveaux :

- vérifier que l'équilibre statique existe pour p câbles parmi les m
- compléter les équations du *MGD* classique afin d'avoir un système contraint.

Supposons en effet que nous cherchions à déterminer l'ensemble des paramètres de pose (translations et rotations) pour un robot à 6 câbles. Le *MGD* est alors un problème à 6 variables. Si nous avons 6 (ou plus) câbles tendus, nous avons 6 (ou plus) équations. La statique possède également 6 variables (les tensions) et 6 équations (les forces et couples dans chaque direction). On vérifie l'existence de l'équilibre avec la statique, puis nous pouvons déterminer l'ensemble des poses possibles pour les longueurs de câbles données.

Considérons maintenant que l'un des câbles est mou. Le *MGD* nous donne 5 équations pour 6 variables. La statique par contre nous donne 6 équations (toujours les forces et couples exercés sur la plateforme) mais pour désormais 5 variables (les 6 - 1 câbles tendus). Nous nous retrouvons donc avec un système à 11 équations contenant 11 inconnues.

Et ainsi de suite : pour $p < 6$ câbles, nous aurons p équations à 6 inconnues fournies par le *MGD* et 6 équations à p inconnues grâce à l'équilibre statique. Soit $p + 6$ équations à $6 + p$ inconnues.

Ce qu'il faut retenir ici, c'est que, en l'absence de stratégie de contrôle de la répartition des tensions dans les câbles, il est impossible lors d'un déplacement de prévoir à l'avance quels câbles seront en tension en chaque point de la trajectoire. Cela signifie trois choses :

- nous pouvons traverser des régions pour lesquelles nous aurons un fonctionnement dégradé (l'ensemble des degrés de liberté n'étant plus contrôlés)
- si l'une de ces poses est instable, le manipulateur peut basculer vers une pose autre que celle que nous désirions
- des mouvements perturbateurs peuvent apparaître (moments ?)

Les points que nous venons d'évoquer sont en général considérés comme des inconvénients majeurs à l'utilisation des robots parallèles à câbles. Le premier chapitre de ce travail montrera qu'il est possible d'élaborer une stratégie qui permet au contraire d'en tirer avantage pour améliorer le contrôle et la stabilité du système pour la grande majorité des situations.

Modèle cinématique

Le modèle cinématique consiste à établir une relation entre les variations des coordonnées articulaires Θ et celles des coordonnées opérationnelles \mathbf{X} .

Nous avons vu que le vecteur A_iB_i peut être calculé de deux manières différentes :

- connaissant la pose de la plateforme et sa géométrie, les coordonnées de B_i sont données ; A_i étant connu par la géométrie du robot, on peut définir une fonction H_1 dépendante uniquement de la pose telle que :

$$\mathbf{A}_i\mathbf{B}_i = H_{1|_i}(\mathbf{X}) \quad (7)$$

- à partir des coordonnées articulaires (et éventuellement de la pose si l'intervention de l'équilibre statique est requise), le MGSD permet de définir la relation suivante :

$$\mathbf{A}_i\mathbf{B}_i = H_{2|_i}(\mathbf{X}, \Theta) \quad (8)$$

Si \mathbf{AB} est le vecteur composé des différents $\mathbf{A}_i\mathbf{B}_i$, alors on obtient en combinant (Equ.7) et (Equ.8) :

$$\begin{aligned} \mathbf{AB} &= H_1(\mathbf{X}) \\ \mathbf{AB} &= H_2(\mathbf{X}, \Theta) \\ \Rightarrow H_1(\mathbf{X}) &= H_2(\mathbf{X}, \Theta) \end{aligned} \quad (9)$$

En différentiant (Equ.9), on obtient :

$$\frac{\partial H_1}{\partial \mathbf{X}} \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{T}} = \frac{\partial H_2}{\partial \mathbf{X}} \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{T}} + \frac{\partial H_2}{\partial \Theta} \frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{T}} \quad (10)$$

soit :

$$\dot{\Theta} = \left(\frac{\partial H_2}{\partial \Theta} \right)^{-1} \left(\frac{\partial H_1}{\partial \mathbf{X}} - \frac{\partial H_2}{\partial \mathbf{X}} \right) \dot{\mathbf{X}} \quad (11)$$

Si $(\frac{\partial H_2}{\partial \Theta})$ est bien inversible, nous pouvons définir une matrice J^{-1} de manière à obtenir la relation suivante :

$$\dot{\Theta} = J^{-1} \dot{\mathbf{X}} \quad (12)$$

Cette matrice est également appelée *Jacobienne inverse* du robot, et dépend à la fois des paramètres de pose et des coordonnées articulaires.

0.1.3 Configurations de câbles et corobots

Nous avons plusieurs fois évoqué la situation propre aux robots parallèles à câbles pour laquelle un ou plusieurs câbles ne sont pas en tension. Commençons par distinguer deux situations :

- le robot possède plus de câbles que requis pour le contrôle de l'ensemble des degrés de liberté (soit $m > n + 1$ en configuration pleinement contrainte, $m > n$ en configuration suspendue)¹. Ce choix peut procéder de deux stratégies :
 - plus de $n + 1$ (ou n) câbles peuvent être en tension positive en même temps ; il y a alors redondance et il est possible d'avoir une distribution des tensions sur les câbles permettant de minimiser la force exercée sur chacun d'entre-eux.
 - les câbles en excès ont été placés de manière à augmenter l'espace de travail total ; tous ne seront pas (et dans certains cas ne pourront pas) être en tension en même temps.
- le robot est dans une situation où $m < n - 1$ (resp $m < n$) câbles sont en tension dans une configuration pleinement contrainte (resp. suspendue) ; il est alors en mode de fonctionnement dégradé et perd le contrôle d'un ou plusieurs degrés de liberté.

Nous appellerons par la suite *configuration de câbles* (ou *c.c.*) le sous-ensemble des câbles en tension. Ainsi, pour un robot à 4 câbles, les différentes configurations de câbles correspondront aux sous-ensembles

- $\{0\}, \{1\}, \{2\}, \{3\}$ pour des configurations à 1 câble tendu,
- $\{0, 1\}, \{0, 2\}, \{0, 3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$ avec 2 câbles tendus,
- $\{0, 1, 2\}, \{0, 1, 3\}, \{0, 2, 3\}, \{1, 2, 3\}$ avec 3 câbles tendus,
- $\{0, 1, 2, 3\}$ avec l'ensemble des 4 câbles tendus.

et seront notées respectivement $C_0, C_1, C_2, C_3, C_{01}, C_{02}, C_{03}, C_{12}, C_{13}, C_{23}, C_{012}, C_{013}, C_{023}, C_{123}, C_{0123}$. Ainsi, il existe au plus $2^m - 1$ configurations de câbles pour un robot à m câbles.

Pour une configuration de câble donnée, nous appellerons *corobot associé à la configuration $C_{ijk\dots}$* le robot virtuel défini sans les câbles qui ne sont pas en tension. Ainsi, une transition entre deux configurations de câbles sera équivalente au passage d'un corobot associé à la première au corobot associé à la seconde. Chaque corobot possède ses propriétés, son espace de travail. Les espaces de travaux de plusieurs corobots peuvent évidemment s'intersecter, celui d'un corobot peut inclure celui d'un autre.

En particulier, certains corobots pourront ne pas exister. C'est le cas par exemple lorsque l'ensemble des câbles ne peuvent être en tension en même temps : un robot à 4 câbles présentant cette propriété ne peut avoir de corobot associé à la configuration de câbles C_{0123} . On pourra dès lors procéder de manière

¹nous faisons ici l'hypothèse que la géométrie du robot permet de contrôler celui-ci avec un nombre minimal de câbles, soit $n+1$ en configuration pleinement contrainte, n en configuration suspendue

inverse : définir dans un premier temps les corobots possibles, puis le *robot enveloppant* dans un second temps comme la réunion des corobots possibles.

Cette nomenclature présente différents avantages :

- le *robot enveloppant* enveloppe également l'ensemble des singularités de ses corobots : pour autant, une pose peut correspondre à une singularité pour un corobot, mais pas pour un autre au sein duquel elle est pourtant possible. Lorsqu'un moyen existe de choisir la configuration de câble génératrice d'un corobot, il devient alors possible de choisir une situation avantageuse.
- lorsque l'ensemble d'une trajectoire donnée peut être effectuée au sein d'un seul corobot, il est inutile de considérer l'ensemble des paramètres, et on peut ainsi simplifier les modèles.
- il est permis de définir des relations d'ordre entre les différents corobots à partir de critères correspondant à des propriétés que l'on souhaite favoriser. En nous donnant les moyens de sélectionner la configuration de câbles associée au corobot présentant les meilleures caractéristiques, nous pouvons améliorer les propriétés du robot enveloppant.

0.1.4 Présentation du Marionet-Assist

Présentation

dksdj

Bibliography

- [1] J. Albus, R. Bostelman, and N. Dagalakis. The nist spider, a robot crane. *Journal of research of the National Institute of Standards and Technology*, 97(3):373–385, may 1992.
- [2] M. Carricato and J-P. Merlet. Direct geometrico-static problem of under-constrained cable-driven parallel robots with three cables. In *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pages 3011–3017, Shanghai, 9-13 may 2011.
- [3] Marco Carricato and Jean-Pierre Merlet. *Geometrico-static analysis of under-constrained cable-driven parallel robots*, pages 309–319. Springer, 2010.
- [4] C-T. Chen and H-W. Chi. Singularity-free trajectory planning of platform-type parallel manipulators for minimum actuating efforts and reactions. *Robotica*, 26(3):371–384, may 2008.
- [5] R. Clavel. Delta, a fast robot with parallel geometry. In *18th Int. Symp. on Industrial Robots (ISIR)*, pages 91–100, Lausanne, 26-28 april 1988.
- [6] B. Dasgupta and T.S. Mruthyunjaya. Singularity-free path planning for the stewart platform manipulator. *Mechanism and Machine Theory*, 33(6):711–725, august 1998.
- [7] F. Di Caprio and M. M. Stanisic. The kinematic control equations of a singularity-free six-degree-of-freedom manipulator. *Transactions of the ASME, Journal of Mechanical Design*, 116:17–21, 1994.
- [8] C. Gosselin and J. Angeles. The optimum kinematic design of a spherical three-degree-of-freedom parallel manipulator. *J. of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design*, 1989.
- [9] V.E. Gough. Contribution to discussion of papers on research in automobile stability, control and tyre performance, 1956-1957. Proc. Auto Div. Inst. Mech. Eng.
- [10] H. M. Irvine and T. K. Caughey. The Linear Theory of Free Vibrations of a Suspended Cable. *Royal Society of London Proceedings Series A*, 341:299–315, December 1974.
- [11] K. Kozak et al. Static analysis of cable-driven manipulators with non-negligible cable mass. *IEEE Trans. on Robotics*, 22(3):425–433, june 2006.

- [12] S. Krut. *Contribution ‘a l’etude des robots parallèles légers, 3T-1R et 3T-2R, ‘a forts d’ebattements angulaires.* PhD thesis, Université Montpellier II, Montpellier, 13 november 2003.
- [13] J.-P. Merlet. Solving the forward kinematics of a gough-type parallel manipulator with interval analysis, 2004.
- [14] J. P Merlet. Kinematics of the wire-driven parallel robot marionet using linear actuators. In *Robotics and Automation, 2008. ICRA 2008. IEEE International Conference on*, pages 3857–3862, May 2008.
- [15] J.P. Merlet. *Les robots parallèles.* Collection robotique. Hermès, 1997.
- [16] A. Ming and T. Higuchi. Study on multiple degree of freedom positioning mechanisms using wires, part 2, development of a planar completely restrained positioning mechanism. *Int. J. Japan Soc. Prec. Eng.*, 28(3):235–242, september 1994.
- [17] D.L. Pieper. *The Kinematics of Manipulators Under Computer Control.* Memo (Stanford artificial intelligence Laboratory). Department of Mechanical Engineering, Stanford University, 1968.
- [18] D. Stewart. A platform with 6 degrees of freedom. *Proc. of the Institution of mechanical engineers*, 180(Part 1, 15):371–386, 1965.
- [19] R. Verhoeven and M. Miller. Tension distribution in tendon-based stewart platform. In *ARK*, pages 117–124, Caldes de Malavalla, 29 june – 2 july 2002.