

Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский университет ИТМО»  
Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники

Лабораторная работа №6  
Работа с системой компьютерной вёрстки T<sub>E</sub>X  
Вариант: 7

*Выполнил:*  
Девярых Павел Леонидович  
Группа Р3110  
*Проверил:*  
Практик по предмету информатика:  
Рыбаков Степан Дмитриевич

Санкт-Петербург, 2023

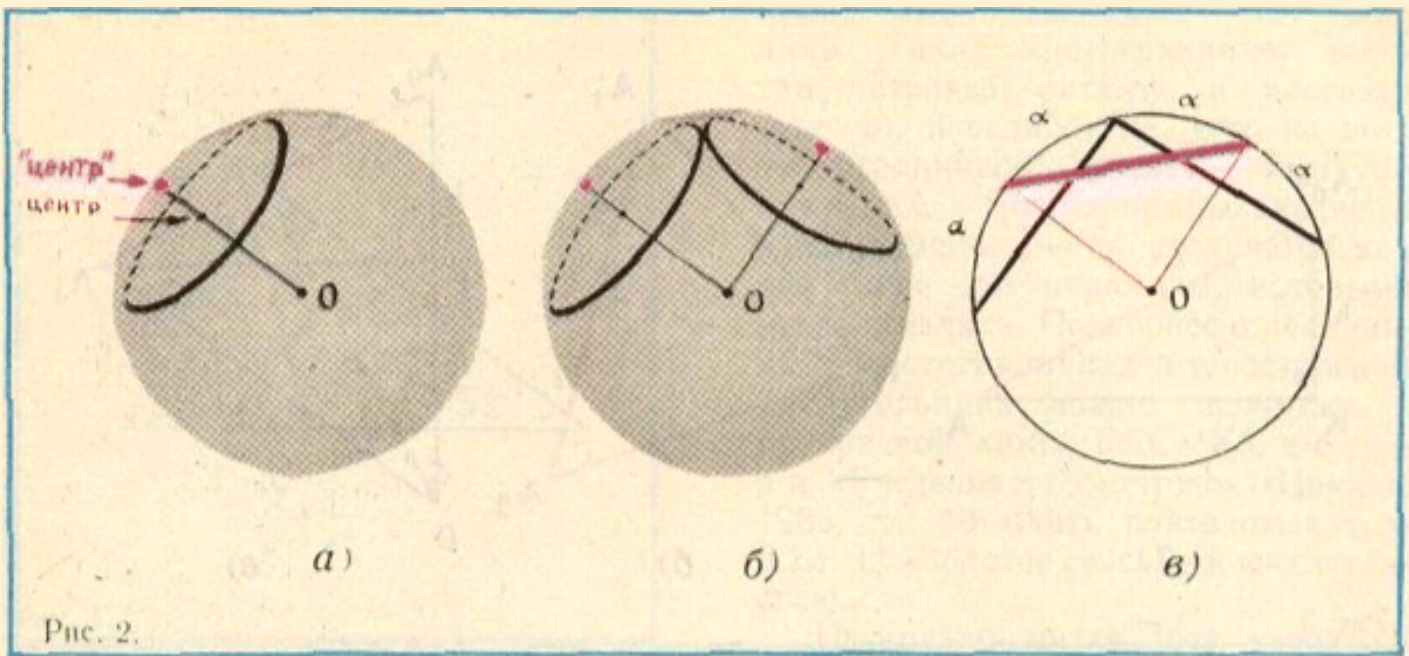


Рис. 2.

Отсюда из леммы вытекает, что из чётных сомножителей можно ограничиться *только* двойками, четвёрками и восьмёрками. Далее ясно, что  $2 \cdot 2$  хуже, чем 4, поскольку

$$\left(\left[\frac{2}{2}\right] + 1\right)^2 = 4 > \left[\frac{4}{2}\right] + 1 = 3. \quad \text{Выгодно}$$

$2 \cdot 4$  *заменить* на 8, поскольку  $2 \cdot 3 = 6 > 5$ ;  $4 \cdot 4$  лучше, чем  $2 \cdot 8$ , поскольку  $3 \cdot 3 = 9$ ;  $2 \cdot 5 = 10$  и, наконец,  $4 \cdot 4 \cdot 4$  менее выгодно, чем  $8 \cdot 8$ , поскольку  $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ ;  $5 \cdot 5 = 25$ , так что больше двух четвёрок оставлять нельзя.

Итак, окончательный ответ такой: пусть  $N = 2^d p_1 \dots p_m$ , где  $m \geq 0, d \geq 0$  — целые,  $p_1, \dots, p_m$  — нечётные простые числа. Обозначим произведение

$$\frac{p_1 + 1}{2} \dots \frac{p_m + 1}{2} \quad \text{через } P.$$

Тогда наименьшее число сторонников Мирафлореса, достаточное для победы, равно

$$\begin{aligned} B &= 2P, \text{ если } d = 1 \quad (\text{т. е. } N = 2p_1 \dots p_m); \\ B &= 5^n P, \text{ если } d = 3n \quad (N = 8^n p_1 \dots p_m); \\ B &= 3 \cdot 5^n P, \text{ если } d = 3n + 2 \quad (N = 4 \cdot 8^n p_1 \dots p_m); \\ B &= 9 \cdot 5^n P, \text{ если } d = 3n + 4 \quad (N = 4^2 \cdot 8^n p_1 \dots p_m); \end{aligned}$$

здесь  $n$  — целое число,

Этот ответ нашли ученик 9-го класса из Томска А. Гришков и (в другой форме) ещё несколько читателей. В частности, для  $N = 20\,000\,000 = 2^8 \cdot 5^7 = 4 \cdot 8^2 \cdot 5^7$  получаем  $B = 3 \cdot 5^2 \cdot 3^7 = 164\,025$ .

**М2.** Дана сфера радиуса 1. На ней расположены равные окружности  $\gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_n$  радиуса  $r$  ( $n \geq 3$ ). Окружность  $\gamma_0$  касается всех окружностей  $\gamma_1, \dots, \gamma_n$ ; кроме того, касаются друг друга окружности  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$ ;  $\gamma_2$  и  $\gamma_3$ ;  $\dots$ ;  $\gamma_n$  и  $\gamma_1$ ;

При каких  $n$  это возможно? Вычислить соответствующий радиус  $r$ .

О т в е т:  $n = 3, 4, 5$ .

$$r = \sqrt{1 - \frac{1}{4 \sin^2 \frac{\pi}{n}}}$$

Каждой окружности на сфере можно сопоставить её «центр на сфере» — конец радиуса сферы, проходящего через центр окружности (никогда не лежащий на сфере). Эту точку мы будем называть «центром» окружности в кавычках, подчеркивающих, что это не «обычный» центр (рис. 2, а).

Заметим для точности, что такого определённого «центра» нет у окружностей двух больших кругов сферы, у которых центр совпадает с центром сферы. Но окружности, о которых идет речь в условии задачи, заведомо не могут иметь радиус 1, потому что окружности двух больших кругов не могут друг друга касаться, — они всегда пересекают друг друга в двух диаметрально противоположных точках сферы.

Точка касания двух окружностей, расположенных на сфере (см. рис. 2, б), лежит в плоскости  $p$ , проходя-

|  |                |                |                 |                 |                 |       |       |                 |                 |
|--|----------------|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-------|-------|-----------------|-----------------|
| Ранг группы $r$  | 1              | 2              | 3               | 4               | 5               | 6     | 7     | 8               | 9               |
| Общее число групп ранга $r$  | 5              | $5^2$          | $5^3$           | $5^4$           | $5^5$           | $5^6$ | $5^7$ | $2^4 \cdot 5^7$ | $2^8 \cdot 5^7$ |
| Сколько из них чёрных  | 3              | $3^2$          | $3^3$           | $3^4$           | $3^5$           | $3^6$ | $3^7$ | $3^9$           | $3^{11}$        |
| Сколько человек в одной группе ранга $r$                             | $4 \cdot 10^6$ | $8 \cdot 10^5$ | $16 \cdot 10^4$ | $32 \cdot 10^3$ | $64 \cdot 10^2$ | 1280  | 256   | 16              | 1               |
| На сколько групп ранга $(r + 1)$ разбивается каждая группа ранга $r$ | 5              | 5              | 5               | 5               | 5               | 5     | 16    | 16              | -               |
| Сколько чёрных подгрупп ранга $(r + 1)$ у чёрной группы ранга $r$    | 3              | 3              | 3               | 3               | 3               | 3     | 9     | 9               | -               |