

UNIVERZA V LJUBLJANI  
FAKULTETA ZA RAČUNALNIŠTVO IN INFORMATIKO

Matjaž Pogačnik

**Spodbujevano učenje na impulznih  
nevronskih mrežah**

DIPLOMSKO DELO

UNIVERZITETNI ŠTUDIJSKI PROGRAM  
PRVE STOPNJE  
RAČUNALNIŠTVO IN INFORMATIKA

MENTOR: prof. dr. Zoran Bosnić

Ljubljana, 2025

To delo je ponujeno pod licenco *Creative Commons Priznanje avtorstva-Deljenje pod enakimi pogoji 2.5 Slovenija* (ali novejšo različico). To pomeni, da se tako besedilo, slike, grafi in druge sestavine dela kot tudi rezultati diplomskega dela lahko prosto distribuirajo, reproducirajo, uporabljajo, priobčujejo javnosti in predelujejo, pod pogojem, da se jasno in vidno navede avtorja in naslov tega dela in da se v primeru spremembe, preoblikovanja ali uporabe tega dela v svojem delu, lahko distribuira predelava le pod licenco, ki je enaka tej. Podrobnosti licence so dostopne na spletni strani [creativecommons.si](http://creativecommons.si) ali na Inštitutu za intelektualno lastnino, Streliška 1, 1000 Ljubljana.



Izvorna koda diplomskega dela, njeni rezultati in v ta namen razvita programska oprema je ponujena pod licenco GNU General Public License, različica 3 (ali novejša). To pomeni, da se lahko prosto distribuira in/ali predeluje pod njenimi pogoji. Podrobnosti licence so dostopne na spletni strani <http://www.gnu.org/licenses/>.

*Besedilo je oblikovano z urejevalnikom besedil L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X.*

**Kandidat:** Matjaž Pogačnik

**Naslov:** Spodbujevano učenje na impulznih nevronske mrežah

**Vrsta naloge:** Diplomski naloga na univerzitetnem programu prve stopnje  
Računalništvo in informatika

**Mentor:** prof. dr. Zoran Bosnić

**Opis:**

Besedilo teme diplomskega dela študent prepíše iz študijskega informacijskega sistema, kamor ga je vnesel mentor. V nekaj stavkih bo opisal, kaj pričakuje od kandidatovega diplomskega dela. Kaj so cilji, kakšne metode naj uporabi, morda bo zapisal tudi ključno literaturo.

**Title:** Reinforcement learning on spiking neural networks

**Description:**

opis diplome v angleščini



# Kazalo

**Povzetek**

**Abstract**

<b>1</b>	<b>Uvod</b>	<b>1</b>
1.1	Motivacija . . . . .	1
1.2	Cilji . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Pregled področja in sorodnih del</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Modeliranje nevronov in sinaps</b>	<b>5</b>
3.1	Nevronski model . . . . .	5
3.2	STDP Sinaptični model . . . . .	12
<b>4</b>	<b>Spodbujevano učenje na impulznih nevronske mrežah</b>	<b>17</b>
4.1	R-STDP učenje . . . . .	17
4.2	TD učenje in model actor-critic . . . . .	27
<b>5</b>	<b>Implementacija in uporabljena orodja</b>	<b>45</b>
<b>6</b>	<b>Možne razširitve</b>	<b>47</b>
6.1	Izognitveno obnašanje ( <i>angl. aversive behaviour</i> ) . . . . .	47
6.2	Rekurenčne povezave . . . . .	48
<b>7</b>	<b>Zaključek</b>	<b>51</b>

**8 Ekstra**

**53**

**Viri**

**55**

# Seznam uporabljenih kratic

kratica	angleško	slovensko
<b>SNN</b>	Spiking neural network	Impulzna nevronska mreža
<b>R-STDP</b>	Reward modulated spike timing dependent plasticity	Sinaptična plastičnost odvisna od nagrajevanja in časovne razporeditve impulzov
<b>TD</b>	Temporal difference	Časovna razlika





# Povzetek

**Naslov:** Spodbujevano učenje na impulznih nevronske mrežah

**Avtor:** Matjaž Pogačnik

V tem diplomskem delu obravnavamo spodbujevalno učenje na impulznih nevronske mrežah, tipu nevronske mreže, ki se obnašajo podobno kot človeški možgani. Ker tu ne moremo uporabiti klasičnih algoritmov spodbujevalnega učenja, postopoma razvijemo kompleksen sistem, navdihnjen z dopaminergičnimi mehanizmi v človeških možganih, ki omogoča učenje na podlagi časovne razlike. Pri tem postopoma rešujemo izzive pri učenju impulznih nevronske mreže in na koncu uspešno rešimo problem tako s takojšnjo kot z oddaljeno nagrado.

**Ključne besede:** impulzne nevronske mreže, spodbujevano učenje, R-STDP učenje, TD učenje.



# Abstract

**Title:** Reinforcement learning on spiking neural networks

**Author:** Matjaž Pogačnik

In this diploma thesis, we explore reinforcement learning in spiking neural networks, a type of neural network that resembles the human brain. As classic reinforcement learning algorithms cannot be directly applied to spiking neural networks, we gradually develop a complex system inspired by dopaminergic mechanisms in the human brain, which implements a form of temporal difference learning. During the development of the final system, we propose solutions to various problems associated with reinforcement learning in spiking neural networks and ultimately solve a problem involving both immediate and delayed rewards.

**Keywords:** spiking neural networks, reinforcement learning, R-STDP learning, TD learning.



# Poglavje 1

## Uvod

### 1.1 Motivacija

Impulzne nevronske mreže so v večini implementacij poskus modeliranja bioloških značilnosti nevronov in sinaps v možganih. Kot izjemno močan računski stroj, so možgani navdih za številne sodobne koncepte v umetni inteligenci. Najbolj očiten primer so nevronske mreže, vendar se po mehanizmi, prisotnih v možganih, lahko zgledujemo tudi pri metodah spodbujevanega učenja.

Delovanje možganov je kljub številnim raziskavam še vedno precej slabo razumljeno, njihovo računalniško modeliranje pa je v času pisanja še razmeroma mlado področje. Odkrivanje mehanizmov in vzorcev, ki se pojavijo med delovanjem in učenjem impulznih nevronske mreže, ter uporaba teh pri modeliranju mehanizmov, za katere vemo, da so prisotni v možganih, predstavlja velik doprinos tako k področju računske nevroznanosti kot tudi psihoanalizi in sorodnim področjem. V neposredni povezavi s psihoanalizo raziskovanje impulznih nevronske mreže predstavlja raziskovanje temeljnih vprašanj o človeškem dojemanju in delovanju možganov nasploh.

## 1.2 Cilji

V tej diplomski nalogi razvijemo kompleksnega agenta, ki je zmožen reševati probleme tako s takojšnjimi kot zakasnjjenimi nagradami in temelji izključno na impulznih nevronskih mrežah in spodbujevanem učenju. V poglavju 3 so predstavljeni in ovrednoteni različni modeli bioloških značilnosti nevronov in sinaps. Nato se posvetimo spodbujevanemu učenju, kjer v poglavju 4.1 razvijemo agenta, ki uporablja model sinaptične plastičnosti, odvisne od nagrajevanja in časovne razporeditve impulzov (angl. R-STDP, primer Izhikevich, E. M. 2007), in se je sposoben naučiti igranja igre Pong. Tak agent ni sposoben učenja nalog z zakasnjjenimi nagradami, zato v poglavju 4.2 uporabimo TD učenje. Za ta namen modeliramo nevronska vezja in določene mehanizme iz človeškega dopaminskega sistema. S pomočjo TD modela akter-kritik se naučimo poti do zakasnjene nagrade pri nalogi, kjer se premikamo po mreži.

## Poglavje 2

# Pregled področja in sorodnih del

Na temo impulznih nevronske mreže v Sloveniji do časa pisanja še ni bila napisana nobena diplomska ali magistrska naloga, doktorska disertacija ali znanstveni članek, kar dodatno motivira pisanje diplomske naloge na to temo. Impulzne nevronske mreže zaradi zahtevnosti učenja (v času pisanja) niso pogosto uporabljene, vse bolj uporabna metoda v umetni inteligenci pa je spodbujevanje učenja, ki je tudi prevladujoča in biološko podprta metoda za učenje impulznih nevronske mreže.

Na temo spodbujevanja učenja je na voljo več slovenskih znanstvenih del. Pri spodbujevanju učenja predstavimo svoj sistem kot agenta, ki izvaja aktivnosti nad okoljem, to pa mu kot odziv vrača nagrado in novo stanje okolja. Med drugim je uporabno pri problemih, kot so navigacija in reševanje problemov z roboti, na kar se nanaša članek pod avtorstvom prof. dr. Danijela Skočaja, rednega profesorja na FRI, in dr. Mateja Dobrevskega (Dobrevski M, Skočaj D 2021). Objavljenih je tudi več diplomskih in magistrskih nalog o simuliranih problemih, kot so uporaba spodbujevanja učenja za simulacijo psa ovčarja T 2022, reševanje problemov sorodnih problemu vozička s palico (Svete A 2020), igranje iger (Šutar M 2023) in uporaba TD (angl. Temporal Difference) učenja v Monte Carlo preiskovanju dreves (Deleva A 2015). V

vseh navedenih primerih se zgledujemo po raznolikem procesiranju podatkov iz zunanjega okolja, kjer je v robotiki in podatkih iz resničnega sveta prisoten tudi šum, ki je tako potrebna kot tudi težavna komponenta pri učenju impulznih nevronske mreže.

Pri spodbujanem učenju, zlasti v resničnem svetu, imajo impulzne nevronske mreže lahko določene prednosti. Impulzne nevronske mreže namreč naravno upoštevajo časovno komponento in procesirajo sekvenčne podatkovne tokove. Ker so dogodki v teh mrežah v osnovi le propagiranje impulzov sosednjim nevronom v naslednjem časovnem intervalu, je računanje lahko učinkovito in preprosto. Zaradi tega se pojavljajo tudi trdo-ožičene implementacije impulznih nevronske mreže. V delu Wunderlich T, et al. 2019 je raziskana uporaba TD učenja na trdo-ožičeni impulzni nevronske mreži, kjer je končna naloga igranje igre Pong. Tudi v tej diplomski nalogi bo končna naloga enaka, vendar bodo uporabljeni računalniški in ne trdo-ožičeni modeli ter naprednejši učni algoritmi osnovani na spodbujanem učenju.

V tej diplomski nalogi je poudarek na simulacijah in snovanju algoritmov za spodbujano učenje na impulznih nevronske mrežah ter modeliranju različnih bioloških procesov in možganskih nevronske vezij. Pri tem je dober zgled delo Izhikevich, E. M. 2007, ki poleg modela nevronov in sinaps vpeljuje še način pripisovanja odgovornosti sinapsam za določeno aktivnost nevronske mreže. V postopku nadgradnje algoritmov učenje poteka tudi na osnovi TD učenja in njegove biološko bolj neposredne implementacije akter-kritik (Wiebke P, et al. 2011). V tem postopku implementiramo nevronske vezje odgovorno za nagrajevanje, kot je bilo to raziskano v človeških možganih.



## Poglavje 3

# Modeliranje nevronov in sinaps

Impulzne nevronske mreže so definirane tako z modelom nevrona kot z modelom sinapse, ki nevrone povezujejo. Modelov je sicer veliko, v nadaljevanju pa bosta predstavljena in primerjana dva modela nevronov, glede na njuno uporabnost pri spodbujanem učenju na impulznih nevronskih mrežah. Prav tako bo predstavljen model sinapse primeren za spodbujevano učenje, ki bo uporabljen v sistemih razvitih v nadaljevanju.

### 3.1 Nevronski model

Nevronski modeli modelirajo električne lastnosti celične membrane nevrona v možganih. Nevroni bodo preko sinaps sprejemali izhodne (postsinaptične) tokove nevronov s katerimi so povezani in skozi čas glede na utež sinapse posodabljali membranski potencial. Tok, ki preko sinapse s pozitivno utežjo od nevrona na začetku sinapse (presinaptičnega nevrona) prihaja do nevrona na koncu (postsinaptičnega nevrona) bo povzročil naraščanje membranskega potenciala. Ko membranski potencial nevrona naraste čez vrednost  $V_{th}$ , se proži impulz, kjer ta nevron sprosti svoj postsinaptični tok na sinapso. Vrednost membranskega potenciala se neglede na vhodne tokove skozi čas manjša glede na uhajalsko prevodnost  $g_L$ . Takim nevronskim modelom pravimo tokovno gnani modeli uhajajočega integrirajočega nevrona (*angl. leaky integrate-and-*

*fire model* ali *leaky IAF*). Po impulzu velikost postsinaptičnega toka sledi krivulji, ki jo definira izbrano jedro modela. Primerjali bomo leaky IAF model z eksponentnim in z alfa jedrom. Njuna postsinaptična tokova sta prikazana na sliki 3.1, kjer sta oba definirana z enakimi hiperparametri predstavljenimi v nadaljevanju.

Membranski potencial se spreminja glede na ravnovesje med kapacitivnostjo in uhajanjem preko membranske prevodnosti, vhodne tokove  $I_{\text{syn}}$  ter zunanji šum  $I_e$ . Model membrane, ki določa kako se spreminja membranski potencial je definiran z naslednjimi hiperparametri.

- $E_L$  — **mirovalni membranski potencial**

Električni potencial, proti kateremu membrana pasivno relaksira v odsotnosti od vhodnih tokov.

- $C_m$  — **membranska kapacitivnost**

Kapacitivnost membrane, ki določa, kako hitro se membranski potencial odziva na vhodne tokove.

- $\tau_m$  — **membranska časovna konstanta**

Čas, v katerem membrana pasivno integrira tok; definiran kot razmerje med kapacitivnostjo  $C_m$  in uhajalsko prevodnostjo  $g_L$  (*leakage conductance*).  $\tau_m$  lahko definiramo tudi kot produkt med kapacitivnostjo in uporom membrane  $\tau_m = C_m R_m = \frac{C_m}{g_L}$

- $t_{ref}$  — **refraktorno obdobje**

Čas, v katerem se nevron po sprožitvi akcijskega potenciala ne more ponovno prožiti.

- $V_{th}$  — **prag proženja**

Membranski potencial, pri katerem nevron sproži akcijski potencial.

- $V_{reset}$  — **potencial ponastavitve**

Ponastavitveni membranski potencial.

- $V_{\min}$  — **spodnja meja membranskega potenciala**

Absolutna spodnja meja za membranski potencial.

- $I_e$  — **zunanji konstantni tok**

Dodani tok, ki modelira stalni zunanji šum.

Formalno zapisano se membranski potencial  $V_m$  pri tokovno gnanih modelih uhajajočega integrirajočega nevrona spreminja po enačbi

$$\frac{dV_m}{dt} = -\frac{V_m - E_L}{\tau_m} + \frac{I_{\text{syn}} + I_e}{C_m} \quad (3.1)$$

Če je utež sinapse pozitivna bo membranski potencial glede na postsinaptični tok naraščal proti pragu proženja. Pravimo, da je taka povezava vzbujajoča. Obratno, če je utež sinapse negativna, bo membranski potencial padal. Taki povezavi pravimo inhibitorna povezava. Skupni tok  $I_{\text{syn}}$ , ki ga postsinaptični nevron prejme preko vseh sinaps je zato sestavljen iz excitatorne in inhibitorne komponente.

$$I_{\text{syn}}(t) = I_{\text{syn, ex}}(t) + I_{\text{syn, in}}(t)$$

kjer

$$I_{\text{syn, X}}(t) = \sum_j w_j \sum_k i_{\text{syn, X}}(t - t_j^k - d_j),$$

kjer  $j$  teče po vzbujajočih ( $X = \text{ex}$ ) in inhibitornih ( $X = \text{in}$ ) sinapsah z utežmi  $w_j$  do presinaptičnih nevronov,  $k$  pa teče po časih impulzov nevrona  $j$ .  $d_j$  predstavlja zakasnitev zaradi potovanja signala po sinapsi do nevrona  $j$ .  $i_{\text{syn, X}}(t - t_j^k - d_j)$  predstavlja postsinaptični tok nevrona  $j$ , ki je neglede na izbrano jedro definiran z naslednjima parametroma

- $\tau_{\text{syn, ex}}$  — **sinaptična časovna konstanta (vzbujajoča)**

Čas, ki določa hitrost naraščanja postsinaptičnega toka po proženju. Pri modelu z alfa-jedrom (alfa oblikovan postsinaptični tok) predstavlja čas dviga alfa-funkcije; pri eksponentnem jedru pa čas padca eksponentne funkcije, pri kateri je čas dviga sicer neskončno majhen.

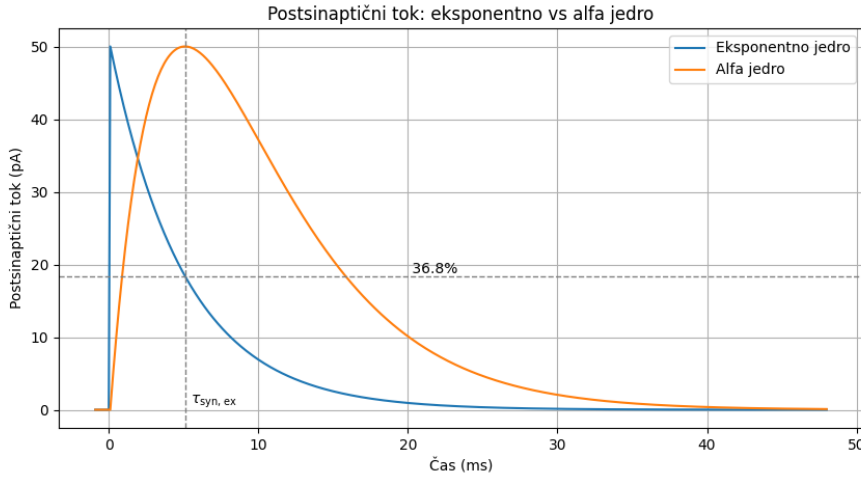
- $\tau_{\text{syn}, \text{in}}$  — **sinaptična časovna konstanta (inhibitorna)**

Čas, ki določa hitrost naraščanja postsinaptičnega toka po proženju, vendar za inhibitorne sinapse.

Na sliki 3.1 je poleg  $\tau_{\text{syn}, \text{ex}}$  označenih tudi 36.8% maksimalnega postsinaptičnega toka. V kolikor eksponentno jedro predstavlja preprosto eksponentno funkcijo, bo postsinaptični tok dosegel to vrednost natanko pri  $\tau_{\text{syn}, \text{ex}}$ , kar smo izračunali po naslednji enačbi

$$i_{\text{syn}, \text{ex}}(t) = we^{-\frac{t}{\tau_{\text{syn}, \text{ex}}}} \quad (3.2)$$

$$i_{\text{syn}, \text{ex}}(\tau_{\text{syn}, \text{ex}}) = we^{-1} \approx 0.3679w \quad (3.3)$$



Slika 3.1: Postsinaptični tok modela z alfa in eksponentnim jedrom, pri sinaptični uteži  $w = 50$  in  $\tau_{\text{syn}, \text{ex}} = 5$  ms.

### 3.1.1 Model z eksponentnim jedrom

V simulatorju NEST je model z eksponentnim jedrom (*iaf\_psc\_exp*) definiran po sistemu diferencialnih enačb prvega reda, ki jih navaja Tsodyks, Uziel in Markram 2000. Postsinaptični tok  $i(t)$  se spreminja po sistemu

$$\frac{dx}{dt} = \frac{z}{\tau_{rec}} - ux\delta(t - t_{sp}) \quad (3.4)$$

$$\frac{di}{dt} = -\frac{i}{\tau_{syn, X}} + ux\delta(t - t_{sp}) \quad (3.5)$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{i}{\tau_{syn, X}} - \frac{z}{\tau_{rec}} \quad (3.6)$$

kjer  $t_{sp}$  predstavlja čas presinaptičnega impulza,  $\tau_{rec}$  čas povrnitve sinaptičnih virov,  $u$  delež sinaptičnih virov porabljenih pri impulzu in  $\delta(t - t_{sp})$  delta porazdelitev, za instantne posodobitve ob impulzih.

Preverimo, če postsinaptični tok po impulzu res sledi preprosti eksponentni funkciji. Če opazujemo samo spominjanje  $i(t)$  skozi čas brez novih impulzov, bo  $\delta(t - t_{sp}) = 0$  in se diferencialna enačba za  $i$  poenostavi v

$$\frac{di}{dt} = -\frac{i}{\tau_{syn, X}} \quad (3.7)$$

rešitev te diferencialne enačbe je tako

$$i(t) = i_0 e^{-t/\tau_{syn, X}} \quad (3.8)$$

kjer vidimo, da je jedro res eksponentna funkcija z začetkom v  $i_0$ . Skok potenciala po impulzu je definiran z utežjo sinapse  $w$  zato je  $i_0 = w$ , postsinaptični tok pa je definiran z vrednostjo  $\tau_{syn, X}$ .

Zdaj lahko izračunamo količino naboja, ki ga po impulzu prenesemo po sinapsi. Ta nam bo prišel prav pri primerjavi in izbiri ustreznega modela za sisteme razvite v nadaljevanju (poglavje 3.1.3). Skupni naboj  $q$  izračunamo kot

$$q = \int_0^\infty i_{syn, X}(t) dt = \tau_{syn, X} \cdot i_0$$

### 3.1.2 Model z alfa jedrom

Model z alfa jedrom predstavlja kompleksnejši in biološko bolj realističen model postsinaptičnih tokov. V simulatorju NEST je postsinaptični tok modela z alfa jedrom (*iaf\_psc\_alpha*) definiran kot

$$i_{\text{syn}, X}(t) = \frac{e}{\tau_{\text{syn}, X}} t e^{-\frac{t}{\tau_{\text{syn}, X}}} \Theta(t)$$

kjer je  $\Theta(x)$  enotina stopnica. Postsinaptični tokovi so ob času  $\tau_{\text{syn}, X}$  normalizirani v enotski maksimum.

$$i_{\text{syn}, X}(t = \tau_{\text{syn}, X}) = 1.$$

Skupni naboj  $q$ , ki ga prenese postsinaptični tok pri alfa jedru izračunamo po naslednji enačbi

$$q = \int_0^\infty i_{\text{syn}, X}(t) dt = e\tau_{\text{syn}, X}.$$

### 3.1.3 Izbira modela nevrona

V sistemih, ki jih bomo implementirali v nadaljevanju skušamo pri modeliranju mehanizmov v človeških možganih uporabiti čimmanj poenostavitev ali posplošitev. Za to je bolj primeren model nevrona z alfa jedrom, ki ima biološko bolj realistično obliko postsinaptičnega toka. V nadaljevanju sta kljub temu uporabljena oba modela, saj se zaradi različnih oblik postsinaptičnega toka za spodbujevanje učenja odvisno od nagrade bolje obnese model z eksponentnim jedrom kot bomo videli v nadaljevanju.

Za nas sta najpomembnejši razlika v količini prenesenega naboja  $q$ . Kot je opisano v poglavju 4.1 to namreč vpliva na to, koliko lahko zunanji šum vpliva na frekvenco impulzov. Količina prenesenega naboja  $q_{\text{alfa}}$  je pri alfa jedru večja od prenesenega naboja pri eksponentnem jedru  $q_{\text{exp}}$  za faktor  $\frac{q_{\text{alfa}}}{q_{\text{exp}}} = e$ . To razliko lahko prilagodimo z nižjimi vrednostmi uteži sinaps, razlika v vplivu na frekvence impulzov pa je posledica različno dolgega časovnega

intervala, kjer je postsinaptični tok blizu maksimalne vrednosti. Pri alfa jedru je ta interval večji kot pri eksponentnem jedru, zaradi česar bodo zaporedni postsinaptični impulzi skozi čas precej bolj prekrivni. Pri integriranju različnih postsinaptičnih tokov sozi čas tako pride do učinka nizko prepustnega filtra, ki ublaži nenadne spremembe v amplitudi skupnega toka na vходу v postsinaptični nevron. Če se nevron proži z določeno stalno frekvenco, bo ob dodanem šumu varianca v frekvenci impulzov pri alfa jedru tako manjša kot pri eksponentnem.

Primerjamo varianco frekvence obeh modelov tekom 5000ms preko 5 postsinaptičnih nevronov v katere neodvisno injeciramo šum. Biološko najbolj realističen je Poissonski šum, saj neposredno predstavlja impulze nevronov.

$$P(k \text{ impulzov v } \Delta t) = \frac{(\lambda \Delta t)^k e^{-\lambda \Delta t}}{k!}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.9)$$

Da dosežemo karseda enako osnovno frekvenco impulzov postsinaptičnih nevronov pri obeh jedrih, je utež sinapse med nevroni z alfa jedrom  $w_{\text{alfa}}$  za faktor  $e$  manjša od uteži sinaps do nevronov z eksponentnim jedrom  $w_{\text{eksp}}$ . Vsi parametri simulacije so navedeni v tabeli 3.1.3. Iz rezultatov simulacije prikazanih v tabeli 3.1.3 pričakovano opazimo večjo varianco pri eksponentnem jedru.

Parameter	Vrednost
Število postsinaptičnih nevronov	5
Trajanje simulacije	5000 ms
$C_m$	250.0 pF
$\tau_m$	20.0 ms
$E_L$	0.0 mV
$V_{th}$	20.0 mV
$V_{reset}$	0.0 mV
$t_{ref}$	2.0 ms
$\tau_{syn,ex}$	5.0 ms
$w_{eksp}$	25.0
$w_{alfa}$	25.0 / $e \approx 9.20$
Frekvenca Poissonskega šuma	8000 Hz na nevron

Tabela 3.1: Parametri simulacije uporabljeni pri primerjavi modelov nevronov.

Jedro	Povprečje (ms)	Varianca (ms <sup>2</sup> )
Exponentno	$7.846 \pm 0.021$	<b><math>0.402 \pm 0.028</math></b>
Alfa	$7.800 \pm 0.023$	<b><math>0.270 \pm 0.006</math></b>

Tabela 3.2: Povzetek statistike medimpulznih intervalov nevronov z alfa in eksponentnim jedrom. Povprečje in standardni odklon sta izračunana na vseh postsinaptičnih nevronih.

## 3.2 STDP Sinaptični model

V sistemih, ki bodo implementirani v tej nalogi bomo uporabljali prilagojeno sinapso s plastičnostjo odvisno od nagrade in časovne razporeditve impulzov (*angl. reward-modulated-spike-timing-dependent plasticity* ali *R-STDP*). Časovna razporeditev impulzov (*STDP*) prilagaja sinaptične uteži glede na relativni čas impulzov pre- in postsinaptičnih nevronov. V svoji klasični



obliki STDP uresničuje Hebbov princip:

“Nevroni, ki se skupaj prožijo, se povežejo.”

Če se presinaptični nevron sproži **pred** post-sinaptičnim ( $\Delta t > 0$ ), se sinapsa **okrepi** (potencira). Če se pre-sinaptični nevron sproži **po** post-sinaptičnem ( $\Delta t \leq 0$ ), se sinapsa **oslabi** (depresira).

Matematično je to opisano s funkcijo okna STDP:

$$\text{STDP}(\Delta t) = \begin{cases} A_+ e^{-|\Delta t|/\tau_+}, & \text{če } \Delta t > 0 \text{ (pre-sinaptični pred post-sinaptičnim)} \\ A_- e^{-|\Delta t|/\tau_-}, & \text{če } \Delta t \leq 0 \text{ (post-sinaptični pred pre-sinaptičnim)} \end{cases}$$

kjer so:

- $A_+$  in  $A_-$  multiplikatorja za potenciranje in depresijo,
- $\tau_+$  in  $\tau_-$  časovne konstante, ki določajo okno vpliva časovnih razlik.

## Dopaminska modulacija

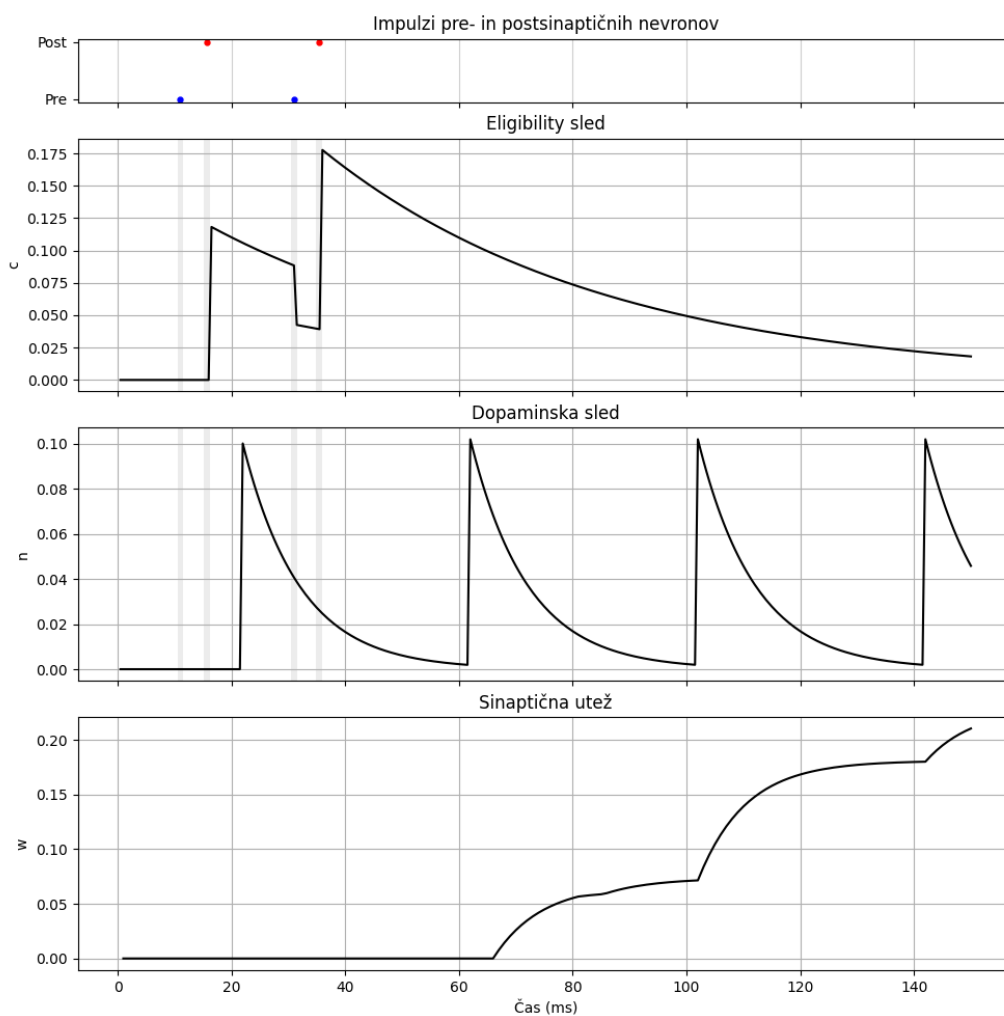
V vseh sistemih razvitih v tej diplomski nalogi, za osnovo uporabljamo model R-STDP sinapse kot jo definira Izhikevich, E. M. 2007. V tem modelu odvisnost od nagrade vpeljemo z nevromodulatorjem dopaminom. Pogosto se koncentracija dopamina obravnava kot neposredni odraz količine nagrade oziroma vrednosti stanja v katerem se nahaja agent, vendar dopamin modulira samo plastičnost sinaps oziroma učenje. Dopamin je tako potreben tudi pri učenju izoginitve neželenim stanjem, vendar to v sklopu te naloge ne bo obravnavano. Pri nevromodulirani STDP dopaminska koncentracijo predstavlja vrednost  $n$ . Ta neposredno modulira velikost in smer sinaptične plastičnosti tj. velikost in predznak posodobitve uteži povezave. Sinaptična dinamika je opisana z enačbami po Potjans, Morrison in Diesmann 2010:

$$\begin{aligned} \dot{w} &= c(n - b) \\ \dot{c} &= -\frac{c}{\tau_c} + \text{STDP}(\Delta t) \delta(t - s_{\text{pre/post}}) C_1 \\ \dot{n} &= -\frac{n}{\tau_n} + \frac{\delta(t - s_n)}{\tau_n} C_2 \end{aligned}$$

kjer so:

- $w$  — sinaptična utež,
- $c$  — *eligibility trace* spremlja pare sproženih pre in postsinaptičnih nevronov in aproksimira odgovornost sinapse za proženje postsinaptičnega nevrona kot posledica proženja presinaptičnega nevrona.
- $n$  — dopaminska koncentracija/sled,
- $b$  — bazalna dopaminska koncentracija,
- $s_{\text{pre/post}}$  — čas pre- ali post-sinaptičnega impulza,
- $s_n$  — čas impulzov dopaminskih nevronov,
- $C_1, C_2$  — konstante,
- $\tau_c, \tau_n$  — časovne konstante odtekanja *eligibility* in dopaminskih sledi.

Slika 3.2 prikazuje spreminjanje *eligibility* sledi  $c$  in uteži sinapse  $w$  v odvisnosti od proženja pre- in postsinaptičnega nevrona ter dopaminske sledi  $n$ . Dopaminski nevroni, ki določajo dopaminsko sled se prožijo na 40ms.



Slika 3.2: *eligibility* sled  $c$ , dopaminska sled  $n$  in evolucija sinaptične uteži pri presinaptičnih impulzih pri  $[10.0, 30.0]$  ms in postsinaptičnih impulzih pri  $[12.0, 32.0]$  ms, simulirane preko 150 ms pri R-STDP sinapsi s  $\tau_c = 50.0$  ms,  $\tau_{c,\text{delay}} = 50.0$  ms,  $\tau_n = 10.0$  ms,  $\tau_{\text{plus}} = 10.0$  ms,  $b = 0.0$ ,  $A_{\text{plus}} = 0.2$ ,  $A_{\text{minus}} = 0.2$ , in sinaptično zakasnitvijo 0.5 ms.



## Poglavje 4

# Spodbujevano učenje na impulznih nevronskih mrežah

Imamo klasičnega agenta spodbujevanega učenja, ki dobi informacijo o zunanjem okolju preko stimulacije vhodnih nevronov, nato pa kot odziv na trenutno stanje izbere akcijo, ki zunanje okolje spremeni. V kolikor smo se znašli v nagrajenem stanju bomo agenta nagradili z nagrado. Preko nagrajevanja in interagiranja z okoljem se bo agent naučil akcij, ki privedejo do nagrade v določenem stanju.

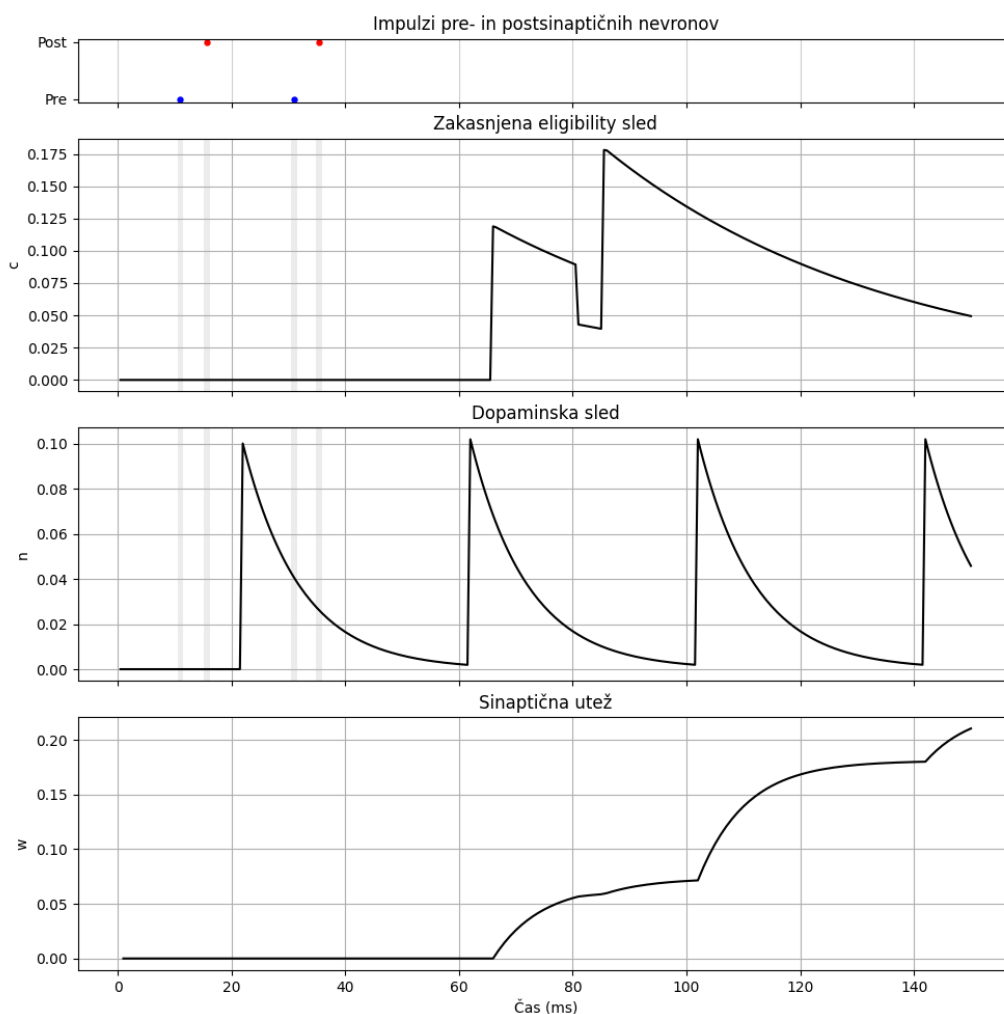
### 4.1 R-STDP učenje

Za začetek bo naš agent sestavljen iz  $N_{in}$  vhodnih nevronov, ki predstavljajo možna stanja in bodo povezani z  $N_a$  nevroni na izhodu. Vhod in izhod sta povezana po režimu *all-to-all*, kjer so vsi nevroni vhoda povezani z vsemi nevroni izhoda. Ob prihodu v določeno stanje ustrezen vhodni nevron stimuliramo tako, da ta se za čas 200 ms proži s frekvenco 100 Hz. Akcijo izberemo na koncu intervala, glede na aktivnost izhodnih nevronov, ki predstavljajo možne akcije. Med njimi izberemo nevron, ki je tekom trenutnega stanja imel najvišje število impulzov. V kolikor vstopimo v nagrajeno stanje, bomo  $N_{dopa}$  dopaminskih nevronov stimulirali s 600 pA tokom. Dopaminski

nevroni ob impulzu projecirajo dopamin enakomerno med vse povezave med vhodnimi in izhodnimi nevroni.

Ob pravilni akciji agenta želimo povezave, ki so bile najbolj odgovorne za izbiro akcije okrepiti. To bomo dosegli tako, da bodo pri enaki koncentraciji dopamina preko vseh povezav najmočnejše povezave, ki bodo povzročile največ kavzalnih parov pre- in postsinaptičnih impulzov imele najvišjo vrednost *eligibility* sledi  $c$  in bodo tako najbolj okrepljene. Agent bo ob prihodu v določeno stanje izbral naslednjo akcijo, kjer bo morebitna nagrada na voljo šele ob prihodu v naslednje stanje, zato hočemo posodobiti povezave, ki so bile odgovorne za akcijo, ki nas je do tega stanja pripeljala.

Pri zvišani koncentraciji dopamina, ob prihodu v nagrajeno stanje, bi lahko posodabljali že povezave, ki so aktivne v novem stanju, da se temu izognemo pa bomo onemogočili posodabljanje povezav za katere je nagrada prišla prehitro. R-STDP sinpaso bomo zato prilagodilo tako, da bomo celotno *eligibility* sled premaknili za vrednost  $\tau_{c,\text{delay}}$  in s tem onemogočili posodabljanje zaradi nagrad, ki so prispele v času krajšem od  $\tau_{c,\text{delay}}$  po aktivnosti sinapse. Dinamika prilagojene sinapse je prikazana na sliki 4.1.



Slika 4.1: *eligibility* sled  $c$ , dopaminska sled  $n$  in evolucija sinaptične uteži pri presinaptičnih impulzih pri  $[10.0, 30.0]$  ms in postsinaptičnih impulzih pri  $[12.0, 32.0]$  ms, simulirane preko 150 ms pri R-STDP sinapsi z  $\tau_c = 50.0$  ms,  $\tau_{c,\text{delay}} = 50.0$  ms,  $\tau_n = 10.0$  ms,  $\tau_{\text{plus}} = 10.0$  ms,  $b = 0.0$ ,  $A_{\text{plus}} = 0.2$ ,  $A_{\text{minus}} = 0.2$ , in sinaptično zakasnitvijo 0.5 ms.

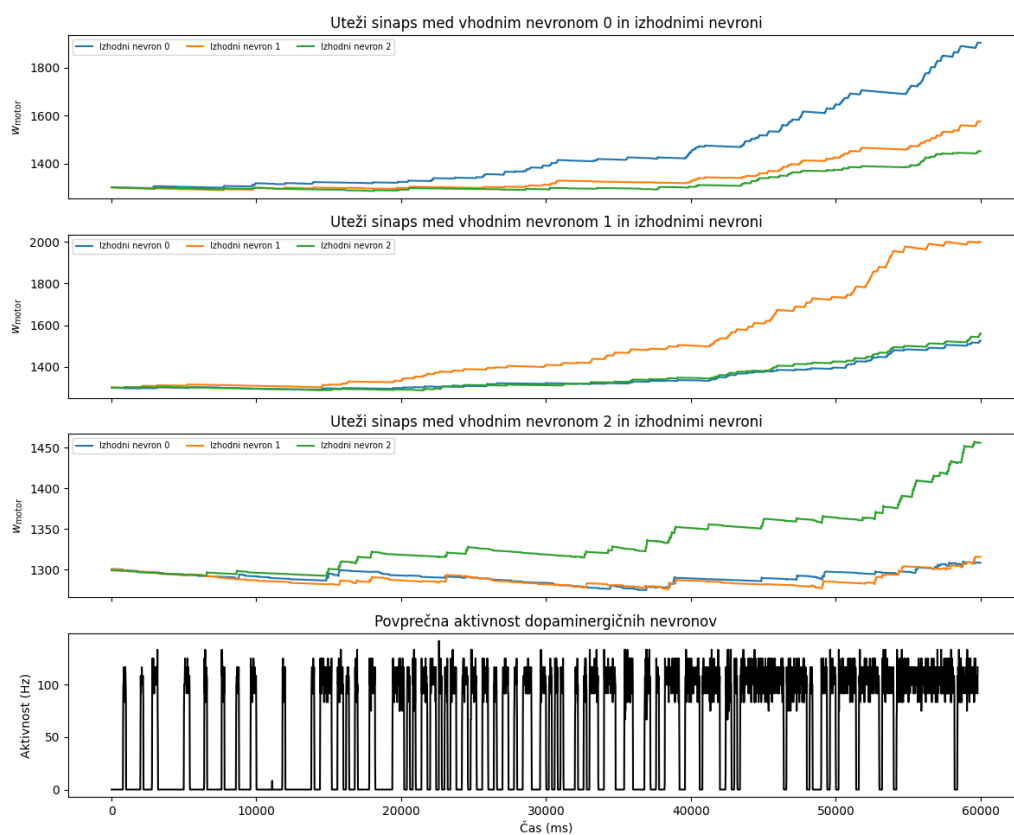
Nagrada, ki jo predstavlja aktivnost dopaminskih nevronov bo vedno veljša ali enaka 0, kar pomeni, da se bodo skozi čas sinapse samo krepile. Povezave, ki predstavljajo izbiro določene akcije v določenem stanju morajo zato med seboj tekmovati za prevlado. Pri tem moramo omogočiti dovolj

veliko varianco med impulzi izhodnih nevronov predvsem v začetni fazi, ko so vse povezave približno enako velike. V nasprotnem primeru bodo vse povezave posodobljene za približno enako vrednost glede na R-STDP. Varianco med impulzi pri enakih povezavah dosežemo z zunanjim Poissonskim šumom. Naš agent bo uporabljal model nevrona z eksponentnim jedrom, saj tako Poissonski šum povzroči večjo varianco izhodnih nevronov kot model z alfa jedrom, kar smo demonstrirali v poglavju 3.1.3. V začetni fazi bodo tako akcije v večini izbrane naključno, ob majhnem številu izhodnih impulzov pa bo razlika variance relativno večja kot pri višji aktivnosti izhodnih nevronov. Tako bo v kasnejših fazah učenja izbira akcije čedalje manj odvisna od šuma. Za začetek R-STDP učenje in obnašanje razvitega sistema preverimo na preprosti nalogi s tremi stanji. Prehod v vsako stanje je naključno, v vsakem stanju pa je samo ena izbira akcije nagrajena. V stanju 0, ki ga predstavlja vhodni nevron 0 je nagrajena akcija 0 (izhodni nevron 0), v stanju 1 akcija 1, v stanju 2 pa akcija 2. Na sliki 4.1 je razvidna prevlada pravih sinaps in višanje divergence v sinapsah skozi čas ter višanje povprečne nagrade tekom učenja. V simulaciji uporabljamo privzete NEST parametre za nevrone tipa *iaf\_psc\_exp* ter zakasnjene dopaminsko modulirane sinapse. Ostali parametri sistema so navedeni v tabeli 4.1.



Simbol	Pomen	Vrednost
$t_{\text{SIM}}$	Trajanje simulacije	60000 ms
	Minimalna utež sinaps	
$w_{\text{motor, min}}$	med vhodnimi in izhodnimi nevroni	500
	Maksimalna utež sinaps	
$w_{\text{motor, max}}$	med vhodnimi in izhodnimi nevroni	2000
$\tau_c$		5 ms
$\tau_{c,\text{delay}}$		200 ms
$\tau_n$	Odtekanje dopaminske sledi	10 ms
$\tau_+ = \tau_-$	Pozitivna STDP konstanta	20 ms
$b$	Bazalna dopaminska koncentracija	0.1
$A_+$	Pozitivni STDP multiplikator	0.7
$A_-$	Negativni STDP multiplikator	0.3
$d$	Zakasnitev sinaps	0.5 ms
$\lambda_{\text{motor}}$	Povprečna hitrost Poissonskega šuma	1000 Hz
$w_{\text{Poisson}}$	Uteži sinaps Poissonskega šuma	100
	Začetne uteži sinaps	
$w_{\text{init, motor}}$	med vhodnimi in izhodnimi nevroni	$w_{\text{init, motor}} \sim \mathcal{N}(1300, 1)$

Tabela 4.1: Parametri simulacije R-STDP učenja na preprostem problemu.



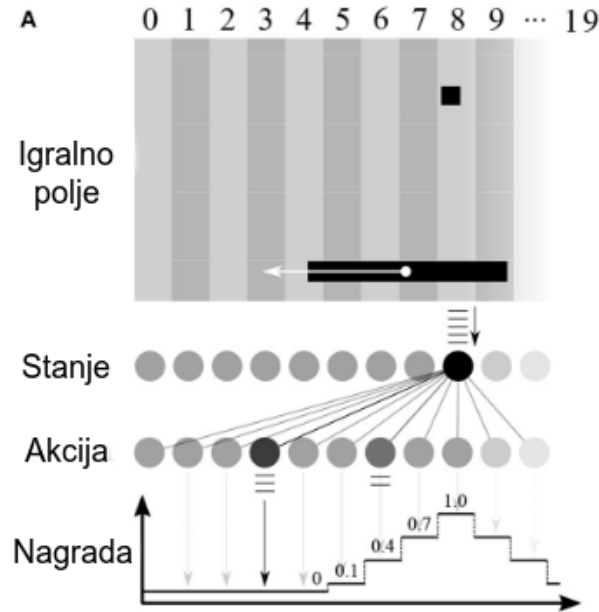
Slika 4.2: Prikaz uteži sinaps med vhodnimi in izhodnimi nevroni ter povprečne aktivnosti dopaminergičnih nevronov tekom simulacije R-STDP učenja na preprostem problemu.

### 4.1.1 Igra Pong

V nadaljevanju bomo R-STDP učenje predstavili na agentu, ki igra *Pong*. R-STDP učenje je kratkovidno, ker se bomo naučili akcij, samo če nagrada sledi nemudoma, ne pa, če je nagrada zakasnjena. Za zakasnjene nagrade uporabljamo TD (*angl. Temporal Difference*) učenje, ki ga implementiramo v poglavju ???. Igra Pong v osnovi zahteva veliko predvidevanja, vendar lahko igranje igre poenostavimo v obliko, ki se je lahko naučimo z R-STDP učenjem. Igro bomo v nadaljevanju definirali tako, da ima žogica stalno hitrost, določeno smer in pozicijo v x, y ravnini. Na levi strani igrišča bo naš agent premikal platformo v vertikalni smeri, na desni strani pa je stena od katere se prožno odbije žogica. V kolikor bi od agenta zahtevali predvidevanje, bi morali stanja definirati kot kartezični produkt x,y pozicije žogice, njene smeri in y pozicije platforme. Problem bomo poenostavimo v problem sledenja žogici kot v delu Wunderlich T, et al. 2019, kjer agent izira željeno ciljno točko platforme in predvidevanje ni potrebno. Tako stanja kot akcije agenta so diskretizirane možne y pozicije žogice. Stanje je nagrajeno s stimulacijo dopaminskih nevronov s tokom  $I_R$ , ki je sorazmeren razliki med nagrado  $R_b$  izračunani glede na oddaljenost željene pozicije  $j$  od trenutne y pozicije žogice  $j$  in povprečno nagrado  $\bar{R}_i$  v iteraciji  $i$ . Takšna konfiguracija je prikazana na sliki 4.1.1. S pomočjo povprečne nagrade omejimo krepitev sinaps v kolikor te ne izboljšajo trenutne politike.

$$R_b = \begin{cases} 1 - |j - k| \cdot 0.3 & \text{if } |j - k| \leq 3, \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (4.1)$$

$$I_R = \max(R_b - \bar{R}_i, 0) \cdot 600 \text{ pA} \quad (4.2)$$

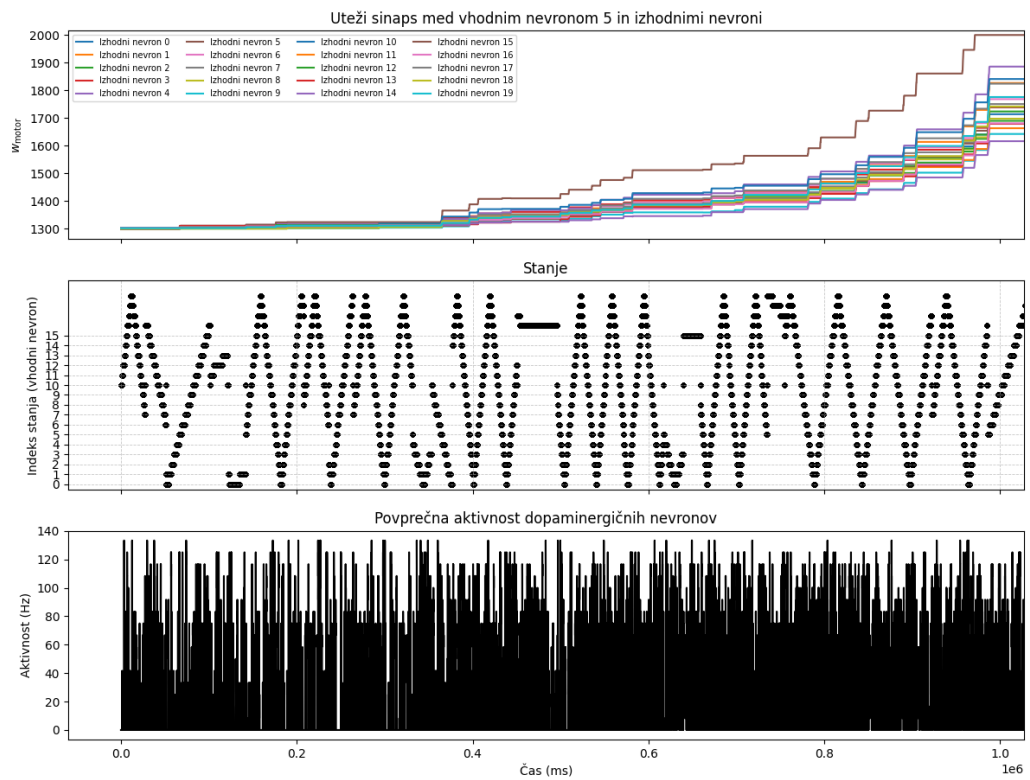


Slika 4.3: Grafična predstavitev agenta in okolja (Wunderlich T, et al. 2019)

Pričakujemo, da bodo sorazmerno oddaljenosti v posameznih stanjih prevladale sinapse, ki iz vhodnega nevrona vodijo do akcij okrog istoležnega izhodnega nevrona. Polje smo po y osi diskretizirali na 20 stanj. Po simulaciji tekom 6000 ms na sliki 4.1.1 vidimo graf povezav med vhodnim nevrom, ki predstavlja  $y = 5$  pozicijo in 20 izhodnimi neuroni, kjer tekom učenja prevladuje izhodni nevron 5. Izhodna nevrona 4 in 6 pa sta druga po vrsti. Za simulacijo smo uporabili enake parametre kot pri primeru R-STDP učenja na preprostem problemu.

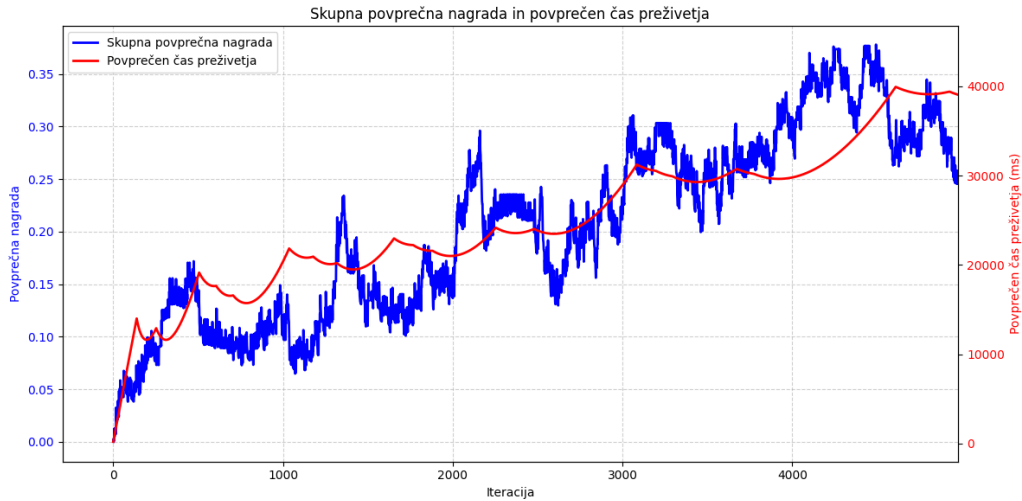
## Rezultati

Učenje spremljamo preko povprečnega časa preživetja, ki pomeni čas, ki je minil od zadnje zgrešitve žogice oziroma od začetka igre. Pričakujemo, da oblika krivulje skupne povprečne nagrade sledi povprečnemu času preživetja, saj povprečna nagrada raste v kolikor se je agent uspešno naučil slediti žogici. Iz slike 4.1.1 lahko to potrdimo. Tako bi lahko za poljuben problem kvaliteto



Slika 4.4: Graf uteži povezav med vhodnim nevronom 5 in izhodnimi nevroni ter povprečna aktivnost dopaminergičnih nevronov med 6000 ms simulacijo igranja igre Pong.

učenja spremljali le preko skupne povprečne nagrade.



Slika 4.5: Skupna povprečna nagrada  $\bar{R}_i$  in povprečen čas preživetja tekom 6000 iteracij po 200 ms

R-STDP učenje je v takšni obliki učinkovito samo pri nagradah, ki niso oddaljene, oziroma drugače povedano, se agent ne bo naučil potencialne poti skozi različna nenagrajena stanja, da pride do končne nagrade. Primer problema z oddaljeno nagrado je iskanje poti do nagrade v mreži, kjer se lahko agent premika v sosednja polja levo, desno, gor in dol. Agent se bo pri trenutni implementaciji naučil prehoda samo iz stanj neposredno ob nagrajenem stanju.

Ob učenju bomo agenta nagradili ko preide v končno stanje in ga po tem postavili v naključno stanje. Trenutno politiko agenta bomo predstavili s puščicami s smerjo, ki jo določa normaliziran vektor  $\hat{x}_i$  v vsakem od stanj  $i$ , ki predstavljajo preferenco akcije glede na medsebojne razlike v utežeh

sinaps.

$$\begin{aligned}\vec{x}_i &= \sum_{j=0}^3 w_{ij} \cdot \vec{d}_j, \\ L_i &= \|\vec{x}_i\|, \\ \hat{x}_i &= \begin{cases} \frac{\vec{x}_i}{L_i} & \text{if } L_i > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases},\end{aligned}$$

kjer je  $w_{ij}$  utež sinapse iz vhodnega nevrona  $i$  do izhodnega nevrona  $j$  in  $\vec{d}_j$  smerni vektor, ki predstavlja akcijo izhodnega nevrona  $j$

$$\vec{d}_0 = (0, 1), \quad \vec{d}_1 = (0, -1), \quad \vec{d}_2 = (-1, 0), \quad \vec{d}_3 = (1, 0).$$

Za prikaz “samozavesti” pri izbiri akcije v stanju  $i$  kot rezultat učenja, bomo polja ustrezno obarvali glede na maksimalno razliko med utežmi med vhodnim nevronom  $i$  in vsakim od izhodnih nevronov. Slika 4.6 prikazuje rezultat učenja po 500 iteracijah, ki potrjuje, da se agent ni sposoben naučiti poti do nagrade iz poljubnega stanja, temveč samo iz stanj neposredno ob nagradi.

## 4.2 TD učenje in model actor-critic

Časovno razlikovalno učenje (angl. Temporal Difference Learning, TD) je metoda spodbujevanega učenja, ki posodablja oceno vrednosti stanj ali parov stanje–akcija sproti, med interakcijo z okoljem.

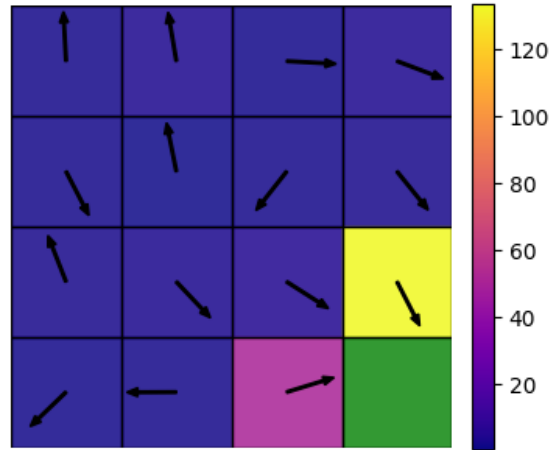
Osnovna posodobitvena enačba za vrednostno funkcijo stanja

$$V(s_t) \leftarrow V(s_t) + \alpha \delta_t,$$

kjer je  $\alpha$  hitrost učenja, TD-napaka  $\delta_t$  pa je definirana kot

$$\delta_t = r_{t+1} + \gamma V(s_{t+1}) - V(s_t).$$

V izrazu je  $r_{t+1}$  nagrada ob prehodu iz stanja  $s_t$  v stanje  $s_{t+1}$ , faktor  $\gamma \in [0, 1]$  pa določa relativno težo prihodnjih nagrad. TD-napaka predstavlja razliko med izboljšano napovedjo vrednosti in prejšnjo oceno.



Slika 4.6: Prikaz politike po 500 iteracijah po 200 ms. Končno stanje je obarvano z zeleno.

#### 4.2.1 Model actor-critic

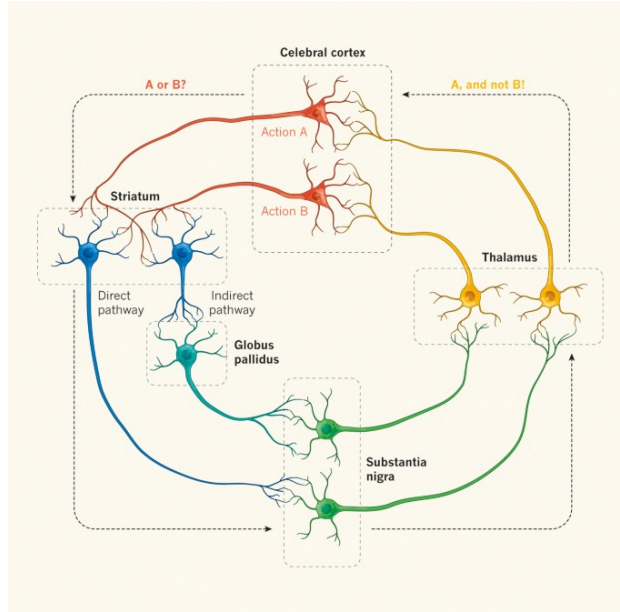
TD učenje bomo implementirali z modelom akter-kritik (*angl. actor-critic*), po zgledu Wiebke P, et al. 2011 na nalogi z mrežo. Model akter-kritik je sestavljen iz dveh delov, akterja - dopaminsko moduliranega RSTDP dela, kot smo ga že implementirali in pa kritika, ki ocenjuje vrednost trenutnega stanja. Celoten model je navdihnjen po dopaminskem sistemu prisotnem v človeških možganih oziroma bolj konkretno bazalnih ganglijih. Bazalni gangliji so skupina jedrov v možganih, ki igrajo ključno vlogo pri nadzoru gibanja, učenju akcij in odločanju, poleg tega pa realizira obliko TD učenja. Model akter-kritik je poenostavitev in abstrakcija resničnih mehanizmov v možganih, ki nam to omogočajo. V bazalnih ganglijih, kot so prikazani na sliki 4.7 pri tem



sodeluje več skupin nevronov in povezav, ki so v modelu akter-kritik, kot ga predstavlja Wiebke P, et al. 2011 logično združeni v *korteks*, ki predstavlja vhodne nevrone, *motorične nevrone*, ki predstavljajo izhodne nevrone in možne akcije ter skupine nevronov kritika; *striatum*, *ventralni pallidum* in dopaminergične nevrone. *substantia nigra* in *talamus* bazalnih ganglijev sta funkcionalno združena v dopaminergične nevrone, ki projecirajo dopamin do povezav med vhodom in striatumom in vhodom in izhodnimi motoričnimi nevroni. Tako v bazalnih ganglijih kot v modelu akter-kritik, kot ga predstavlja Wiebke P, et al. razlikujemo dve glavni poti: direktno in indirektno pot, ki vodita iz skupine nevronov imenovane *striatum* do dopaminergičnih nevronov. Direktna pot je zakasnjena inhibitorna pot, ki poteka neposredno iz striatuma do dopaminergičnih nevronov, indirektna pot pa je inhibitorna do skupine nevronov imenovane *ventralni pallidum*, posebne skupine nevronov, ki inhibira aktivnost dopaminergičnih nevronov. *ventralni pallidum* se nahaja ventralno od *globusa pallidusa* prikazanega na klasičnem prikazu bazalnih ganglijev in je povezan s pričakovanjem nagrade in odločanjem, zato Wiebke P, et al. za skupino nevronov na indirektni poti izbere to poimenovanje.

Ob prisotnosti neke osnovne, od 0 različne frekvence nevronov *ventralnega palliduma* bo indirektna pot imela vzbujač učinek na dopaminergične nevrone. Indirektna in direktna povezava delujeta konkurenčno. Indirektna pot ima minimalen zamik in aktivnost striatuma v trenutnem stanju neposredno preslika na povišano aktivnost dopaminergičnih nevronov. Hkrati v času nahajanja v trenutnem stanju direktna povezava inhibira dopaminergične nevrone sorazmerno z aktivnostjo striatuma, kot je ta bila v prejšnjem stanju, zaradi zakasnitve. Indirektna in direktna povezava tako skupaj računata TD-napako  $\delta_t$ , ki bo v trenutnem stanju glede na izračunan estimat vrednosti trenutnega stanja okrepila sinapse prejšnjega stanja, ki so izbrale aktivnost, ki nas je pripeljala v to stanje. Ta mehanizem je v nadaljevanju predstavljen na sliki 4.9. Povprečna teža sinaps med vhodnim nevronom  $i$  in striatumom

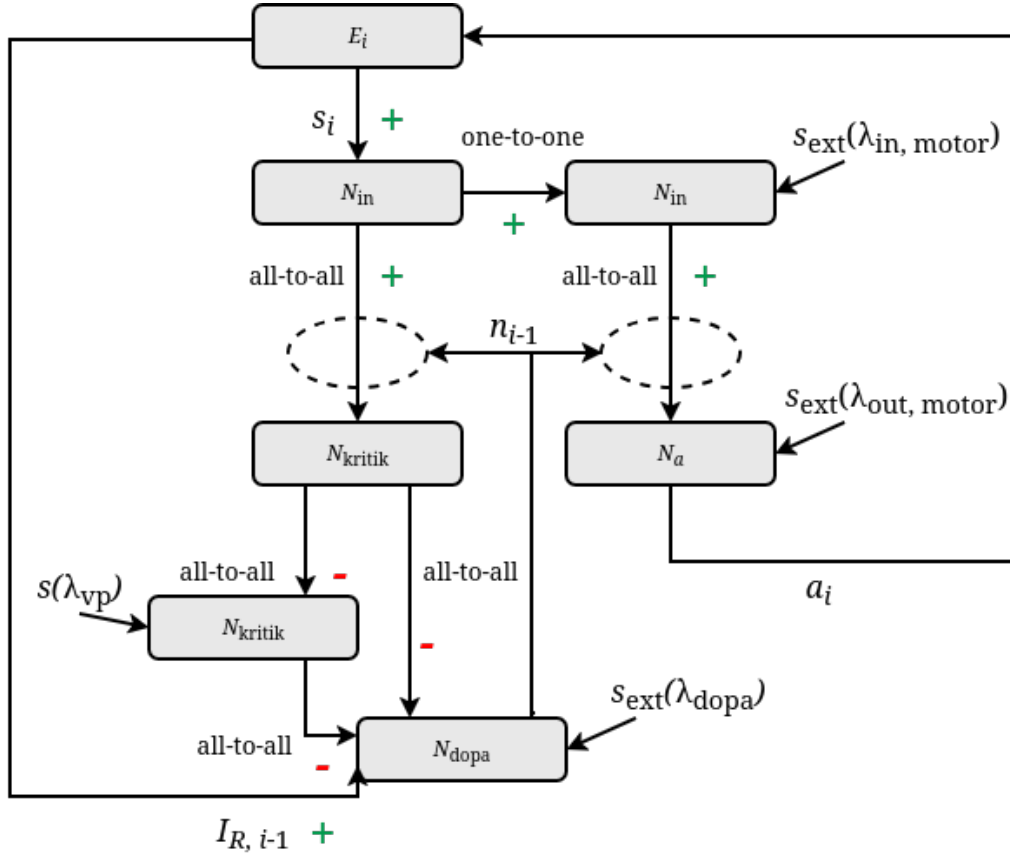
tako predstavlja estimirano vrednost stanja  $i$ . Ob prehodu iz stanja z visoko povprečno utežjo sinaps do striatuma v stanje z nizko, bo direktna povezava prevladala in bodo dopaminergični nevroni inhibirani in obratno. V primeru, da se premaknemo v stanje s približno isto povprečno utežjo povezave do striatuma pa se bosta direktna in indirektna povezava izničili, dopaminergični nevroni pa se bodo prožili po frekvenci, ki jo definira externi Poissonski šum.



Slika 4.7: Direktna in indirektna pot v baslnih ganglijah

Skupino vhodnih nevronov, oziroma korteks bo predstavljalo  $N_{in}$  nevronov, ki bodo povezani z  $N_a$  motoričnimi oziroma izhodnimi nevroni. V akterju bomo zaradi razlogov navedenih v poglavju 4.1 uporabljali model nevrona z eksponentnim jedrom, v kritiku, pa bomo uporabiti biološko bolj realistične nevrone z alfa jedrom. Ker bodo vhodni nevroni akterju in kritiku skupni, bomo med vhodnimi nevroni in izhodnimi nevroni dodali dodaten nivo  $N_{in}$  vhodnih motoričnih nevronov, ki so z vhodnimi nevroni preko statičnih povezav z utežmi  $w_{in \rightarrow in, motor}$  povezani po režimu *one-to-one*, oziroma en vhodni nevron z enim nevronom vmesnega nivoja. Ta nam bo omogočil prlagajanje

frekvence in šuma potrebnega za R-STDP učenje v akterju ločeno od kritika, kar nam bo olajšalo iskanje ustreznih hiperparametrov. Vmesni nevroni so po režimu *all-to-all* (vsak vhodni nevron je povezan z vsakim izhodnim) povezani z izhodnimi nevroni preko zakasnjene R-STDP sinapse z normalno porazdeljenimi utežmi. Prav tako so vhodni nevroni po režimu *all-to-all* povezani z  $N_{\text{kritik}}$  nevroni striatuma preko zakasnenih R-STDP sinaps z normalno porazdeljenimi utežmi. Striatum je preko statičnih inhibitornih povezav z utežmi  $w_{\text{str} \rightarrow \text{vp}}$  povezan z  $N_{\text{kritik}}$  nevroni ventralnega palliduma in preko statičnih inhibitornih povezav z utežmi  $w_{\text{str} \rightarrow \text{dopa}}$  in zakasnitvijo  $d_{\text{dir}}$  do  $N_{\text{dopa}}$  dopaminergičnih nevronov. Ventralni pallidum je z dopaminergičnimi nevroni prav tako povezan preko statičnih inhibitornih povezav, ki pa niso zakasnjene in imajo uteži  $w_{\text{vp} \rightarrow \text{dopa}}$ . Vse povezave kritika so povezane po režimu *all-to-all*. V nevrone vmesnega nivoja med vhodnimi in izhodnimi nevroni injeciramo Poissonske šum s povprečno hitrostjo  $\lambda_{\text{in, motor}}$ , v izhodne nevrone pa Poissonske šum s hitrostjo  $\lambda_{\text{out, motor}}$ . Prav tako Poissonske šum injeciramo v nevrone ventralnega palliduma s povprečno hitrostjo  $\lambda_{\text{vp}}$  in v dopaminergične nevrone s povprečno hitrostjo  $\lambda_{\text{dopa}}$ . Generatorji Poissonskega šuma so do posameznih skupin nevronov povezani preko statičnih povezav z utežmi  $w_{\text{ext, in}}$ ,  $w_{\text{ext, out}}$ ,  $w_{\text{ext, vp}}$  in  $w_{\text{ext, dopa}}$ . Hiperparametri R-STDP sinaps in modelov nevronov so skupaj z ostalimi hiperparametri navedeni v poglavju ???. Opisani model je predstavljen na sliki 4.8.



Slika 4.8: Prikaz implementiranega aktor-kritik sistema

Za razliko od izvirnega sistema, ki ga predstavijo ??, bomo za model sinapse uporabili našo zakasnjeno R-STDP sinapso kot smo jo razvili v poglavjih 3.2 in 4.1, ki poleg presinaptičnih impulzov upošteva tudi postsinaptične, po pravilu STDP. Tako bomo lahko kot akter uporabili R-STDP sistem, kot smo ga razvili v poglavju 4.1. Poleg tega se bo naša implementacija razlikovala tudi v načinu izbire stanja, kjer za izbrano akcijo vzamemo tisto, katere pripadajoč izhodni nevron ima najvišje število impulzov v trenutnem stanju. V izvirnem sistemu je akcija izbrana glede na prvi impulz pripadajočega izhodnega nevrona, ki se je sprožil kot rezultat stimulacije v trenutnem stanju. Za ta način moramo po prvem impulzu v karseda majhnem časovnem intervalu inhibirati vse ostale izhodne nevrone. Tako bomo sicer bolj direktno

okrepili povezave odgovorne za izbrano aktivnost, saj smo z inhibicijo izničili *eligibility* sled sinaps do ostalih izhodnih nevronov, poleg tega pa tudi ne bo potrebe po tekmovanju sinaps, kot pri naši metodi, vendar moramo za to preveriti impulze izhodnih nevronov v vsakem koraku simulatorja. V primeru simulatorja NEST je to vsakih 0.1 ms, kar pa je problematično, saj simulator teče v C++ zaledju, ki ga zapustimo takoj ko prekinemo simulacijo. Tako je bistvena razlika med tem, ali 100krat poženemo ukaz `nest.Simulate(0.1)` ali enkrat `nest.Simulate(10)`. Naš sistem bo za voljo hitrosti simulacije po številu nevronov manjši od izvirnega sistema.

### 4.2.2 Izbira parametrov

Parametri so bili izbrani eksperimentalno brez oziranja na biološko točnost. Ob spreminjanju velikosti posameznih skupin nevronov moramo pri izbiri parametrov paziti na ohranjanje osnovne frekvence dopaminergičnih nevronov in da sta inhibicija in vzbujanje zaradi direktne in indirektna povezave v ravnovesju. Zmanjšanje frekvence, ki jo opravlja plast nevronov med vhodnimi in izhodnimi, mora biti dovolj velika, da bo pri osnovnih utežeh sinaps med srednjo plastjo in izhodnimi nevroni šum omogočil učenje, kot je to razloženo v poglavju 4.1. V tabelah 4.2.2, 4.2.2, 4.2.2, 4.2.2, 4.2.2 in 4.2.2 so navedene konstante in parametri implementiranega modela. Parametri, ki niso prikazani v tabeli imajo privzete vrednosti NEST simulatorja.

Simbol	Pomen	Vrednost
POLL_TIME	Čas simulacije na iteracijo	200
$f(s_{in,i})$	frekvenca stimulacije vhodnega nevrona $i$	100 Hz

Tabela 4.2: Parametri simulacije

Simbol	Pomen	Vrednost
<b>Parametri skupin nevronov kritika</b>		
tip	Tip modela nevrone	<i>iaf_psc_alpha</i>
$C_{m,in}$	Membranska kapacitivnost	250.0 pF
$\tau_{m,in}$	Časovna konstanta membrane	10.0 ms
$V_{reset,in}$	Potencial ponastavitve	0.0 mV
$V_{th,in}$	Prag proženja	20.0 mV
$t_{ref,in}$	Refraktorna doba	0.5 ms
$\tau_{syn,ex,in} = \tau_{syn,in,in}$	Ekscitatorna in inhibitorna sinaptična konstanta	2 ms
$\tau_{-,a}$	Negativna STDP konstanta	20.0 ms
$V_{m,in}$	Začetni membranski potencial	0.0 mV
$E_{L,in}$	Mirovalni potencial	0.0 mV
<b>Parametri motoričnih nevronov</b>		
tip	Tip modela nevrone	<i>iaf_psc_exp</i>
$C_{m,a}$	Membranska kapacitivnost motornih nevronov	250.0 pF
$\tau_{m,a}$	Časovna konstanta membrane	10.0 ms
$V_{reset,a}$	Potencial ponastavitve	0.0 mV
$V_{th,a}$	Prag proženja	20.0 mV
$t_{ref,a}$	Refraktorna doba	0.1 ms
$\tau_{syn,ex,a} = \tau_{syn,in,a}$	Ekscitatorna in inhibitorna sinaptična konstanta	2 ms
$\tau_{-,a}$	Negativna STDP konstanta	20.0 ms
$V_{m,a}$	Začetni membranski potencial	0.0 mV
$E_{L,a}$	Mirovalni potencial	0.0 mV

Tabela 4.3: Parametri nevronov

Simbol	Pomen	Vrednost
<b>Parametri sinaps med vhodnimi in vhodnimi motoričnimi nevroni</b>		
tip	Tip sinapse	Privzeta konstantna NEST sinapsa
$w_{\text{in} \rightarrow \text{in, motor}}$	Uteži sinaps med vhodnimi in vhodnimi motoričnimi nevroni	120
<b>Parametri sinaps med vhodnimi in izhodnimi motoričnimi nevroni</b>		
tip	Tip sinapse	Zakasnjena dopaminsko modulirana STDP sinapsa
$\tau_c$	Odtekanje <i>eligibility</i> sledi	5 ms
$\tau_{c, \text{delay}}$	Zakasnitev sledi $c$	200 ms
$\tau_n$	Odtekanje dopaminske sledi	10 ms
$\tau_+$	Pozitivna STDP konstanta	20 ms
$b$	Bazalna dopaminska koncentracija	0.1
$A_+$	Pozitivni STDP multiplikator	1.5
$A_-$	Negativni STDP multiplikator	1.0
$W_{\text{min},a}$	Minimalna utež	500
$W_{\text{max},a}$	Maksimalna utež	4000
$w_{\text{in, motor} \rightarrow a}$	Začetne uteži sinaps med vhodnimi in izhodnimi motoričnimi nevroni	$\mathcal{N}(1300, 1)$

Tabela 4.4: Parametri sinaps med vhodnimi in motoričnimi nevroni



Simbol	Pomen	Vrednost
<b>Parametri sinaps med vhodnimi nevroni in striatumom</b>		
tip	Tip sinapse	Zakasnjena dopaminsko modulirana STDP sinapsa
$\tau_c$	Odtekanje <i>eligibility</i> sledi	5 ms
$\tau_{c, \text{delay}}$	Zakasnitev sledi $c$	200 ms
$\tau_n$	Odtekanje dopaminske sledi	10 ms
$\tau_+$	Pozitivna STDP konstanta	20 ms
$b$	Bazalna dopaminska koncentracija	0.1
$A_+$	Pozitivni STDP multiplikator	1.5
$A_-$	Negativni STDP multiplikator	1.0
$W_{\min, str}$	Minimalna utež	150
$W_{\max, str}$	Maksimalna utež	1000
$w_{\text{in} \rightarrow \text{str}}$	Začetne uteži sinaps med vhodnimi in striatum nevroni	$\mathcal{N}(150, 8)$

Tabela 4.5: Parametri sinaps med vhodom in striatumom

Simbol	Pomen	Vrednost
tip	Tip sinapse	Privzeta konstantna NEST sinapsa
$w_{\text{str} \rightarrow \text{vp}}$	Uteži sinps med striatumom in ventral pallidumom	-50
$w_{\text{str} \rightarrow \text{dopa}}$	Uteži sinps med striatumom in dopaminergičnimi nevroni	-55
$w_{\text{vp} \rightarrow \text{dopa}}$	Uteži sinps med ventral pallidumom in dopaminergičnimi nevroni	-65
$d_{\text{dir}}$	Zakasnitev sinaps direktne povezave	200 ms

Tabela 4.6: Parametri sinaps kritika

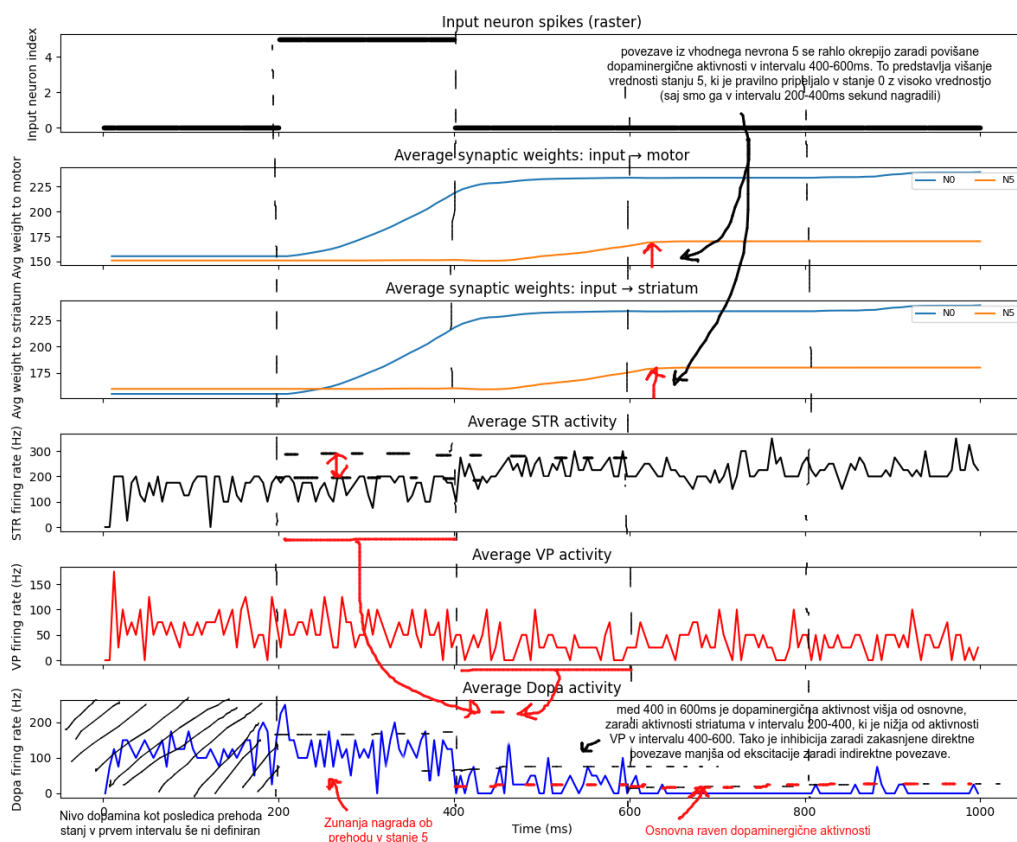
Simbol	Pomen	Vrednost
$\lambda_{vp}$	Povprečna hitrost šumnih impulzov nevronov ventral palliduma	5200
$\lambda_{dopa}$	Povprečna hitrost šumnih impulzov dopaminergičnih nevronov	4000
$\lambda_{in, motor}$	Povprečna hitrost šumnih impulzov vhodnih motoričnih nevronov	100 Hz
$\lambda_{out, motor}$	Povprečna hitrost šumnih impulzov izhodnih motoričnih nevronov	100 Hz
$w_{ext, in}$	Uteži statičnih povezav med generatorjem Poissonskega šuma in vhodnimi motoričnimi nevroni	50
$w_{ext, out}$	Uteži statičnih povezav med generatorjem Poissonskega šuma in izhodnimi motoričnimi nevroni	50
$w_{ext, vp}$	Uteži statičnih povezav med generatorjem Poissonskega šuma in nevroni ventralnega palliduma	50
$w_{ext, dopa}$	Uteži statičnih povezav med generatorjem Poissonskega šuma in dopaminergičnimi nevroni	50

Tabela 4.7: Parametri generatorjev šuma

### 4.2.3 Učenje

Stanja bomo razdelili v intervale dolžine 200 ms, ob prehodu stranj pa bomo vhodne nevrone stimulirali enako kot smo to počeli v poglavju 4.1. Pri

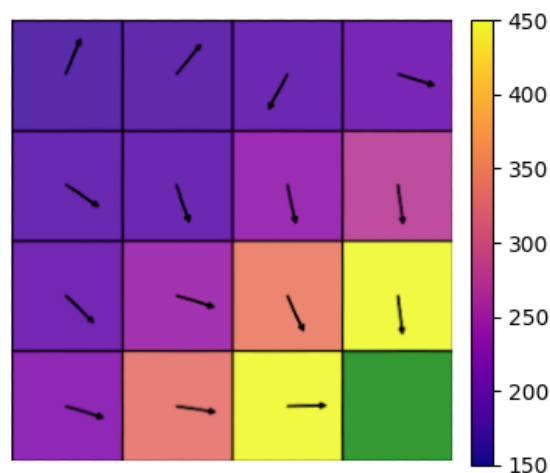
prehodu med stanji se ob dovolj visoki koncentraciji dopamina lahko okrepijo tudi sinapse do izhodnih nevronov, ki so povezane z vhodnimi nevroni prejšnjega stanja, saj *eligibility* sledi lahko ostanejo večje od 0 tudi preko več prehodov stanj. To v osnovi ni napačno in je posledica uporabe RSTDP sinapse, vendar bomo za bolj učinkovito učenje med prehodi stanj prekinili stimulacijo 50 ms pred stimulacijo novega stanja, saj so za našo nalogo stanja med seboj neodvisna. Za določeno stanje ni važno v katerem stanju smo se nahajali prej. Mehanizme, ki smo jih opisali v prejšnjem poglavju za začetek preverimo na sekvenci prehodov iz stanja 0, v neko nagrajeno stanje 5 in nazaj v stanje 0, kot je prikazano na sliki 4.9. Ob prehodu v nagrajeno stanje se bodo uteži povezav med vhodnimi nevroni, ki predstavljajo stanje 0 in striatumom okrepile. To neposredno predstavlja višjo vrednost stanja 0 kot posledica višje pričakovane nagrade. Zunanja nagrada, ki smo jo dovedli ob prehodu v nagrajeno stanje 5 ne pomeni tudi, da v stanju 5 pričakujemo visoko nagrado. Pričakovana nagrada se namreč zviša samo ob prehodu v stanje z višjo vrednostjo ali ob prisotnosti zunanje nagrade in je odvisna od akcije, ki jo izvedemo v tem stanju. Ob prehodu iz stanja 5 nazaj v stanje 0 tako preidemo iz stanja z osnovnimi utežmi do striatuma v stanje 0, ki pa ima sedaj okrepljene uteži do striatuma. To predstavlja prehod v stanje z višjo vrednostjo. Posledica tega je, napram osnovni frekvenci dopaminergičnih nevronov, povišana dopaminergična aktivnost, ki povzroči sorazmerno povišanje uteži sinaps do striatuma v stanju 5. V nadaljevanju ostajamo v stanju 0, kjer se ob prehodu iz stanja 0 v stanje 0 vrnemo k osnovni dopaminergični frekvenci.



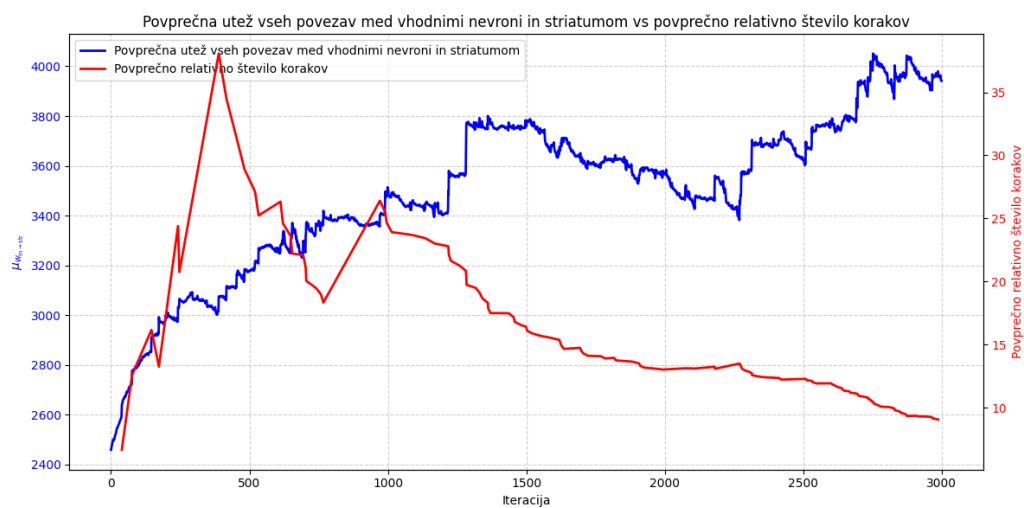
Slika 4.9: Prikaz sinaptičnih uteži med vhodnimi nevroni stanj 0 in 5 do izhodnih nevronov ter nevronov striatuma, povprečne aktivnosti nevronov striatuma, povprečne aktivnosti nevronov ventralnega palliduma ter povprečne dopaminergične aktivnosti tekom sekvence prehov med stanji 0 in 5.

#### 4.2.4 Rezultati

Naučeno politiko bomo prikazali podobno kot v poglavju 4.1, vendar bomo “samozavest” izbire akcije v določenem stanju prikazali skupaj s povprečno utežjo povezav med vhodnimi nevroni pripadajočega stanja in striatumom. Rezultat učenja na 4x4 mreži po 3000 iteracijah lahko vidimo na sliki ???. Izbira akcije je v posameznem polju razvidna iz smeri puščice, kjer vidimo, da se je agent naučil skoraj optimalne navigacije do cilja iz poljubnega stanja. Pričakovano imajo stanja neposredno ob nagrajenem stanju najvišjo pričakovano vrednost, dlje kot pa se oddaljimo od stanja, nižja je pričakovana nagrada stanj. Stanje 0, ki je najdlje od cilja, ima pri trenutno izbiri parametrov minimalno pričakovano nagrado. Propagiranje pričakovane nagrade od končnega stanja lahko pospešimo s tem, da povišamo amplitudo posodobitve povezav do striatuma, vendar bomo s tem zvišali tudi rast motoričnih sinaps. Te bodo zato rasle prehitro in zato tekmovanje sinaps, kot je opisano v poglavju 4.1 ne bo tako učinkovito. Z drugimi besedami, bomo stanja tako nagrajevali prehitro.



Podobno kot pri R-STDP učenju bomo učenje spremljali preko povprečne nagrade, vendar tokrat k nagradi ne bo prispevala samo zunanja nagrada temveč tudi pričakovane nagrade. Pričakujemo, da bodo tekom učenja pričakovane nagrade preko vseh stanj rasle. To preverimo proti bolj neposredni evalvaciji učenja na mreži, kjer po vsaki ponastavitvi stanja (ko dosežemo cilj) štejemo korake dokler zopet ne pridemo v ciljno stanje. Ker so različna stanja v katere naključno postavimo agenta različno oddaljena od cilja, bomo število korakov delili z manhattansko razdaljo do cilja. Tako bomo dobili “relativne korake”. Povprečno število relativnih korakov proti povprečni uteži vseh povezav med vhodnimi nevroni in nevroni striatuma tekom 3000 iteracij je prikazano na grafu 4.11, kjer vidimo, da povprečno število korakov, ki jih agent potrebuje, da pride do cilja res pada sorazmerno rasti povprečne pričakovane nagrade.



Slika 4.11: Povprečna utež preko sinaps med vsemi vhodnimi nevroni in striatumom tekom 3000 iteracij po 200 ms.



## Poglavje 5

# Implementacija in uporabljena orodja

Rešitve so implementirane v jeziku Pythonu, kjer za simulacijo uporabljamo simulator NEST, ki ima zaledje implementirano v C++. Za simulator, ki ga uporabljamo preko Pythonovega vmesnika je v sklopu tega diplomskega dela implementiran tudi modul, ki je prav tako implementiran v C++. V sklopu te naloge uporaba impulznih nevronske mreže zunaj simuliranega okolja, na trdo-ožičenih nevronske čipih ali na robotih ni pokrito, zato posebna oprema za ta namen ni bila uporabljena. Sistemi, razviti v diplomski nalogi so poleg medsebojne primerjave ovrednoteni tudi z drugimi trenutno obstoječimi implementacijami spodbujevanja učenja na impulznih nevronske mrežah.

**Napiši več o pisanju modula za NEST simulator, s katerim smo v nadaljevanju implementirali zakasnjeno RSTDP sinapso.**

**Napiši par stavkov o komunikaciji z zaledjem NEST, ki nam je omogočala spremljanje internih parametrov sinaps.**



## Poglavje 6

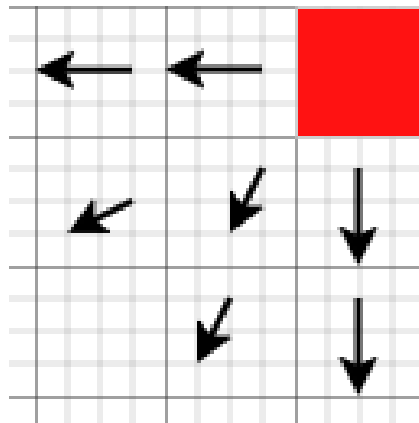
### Možne razširitve

#### 6.1 Izognitveno obnašanje (*angl. aversive behaviour*)

V večini del, ki se ukvarjajo s spodbujevanim učenjem se izognitev stanj, za katere želimo, da se jih agent izogiba, doseže s pomočjo negativne nagrade. Negativna nagrada v enačbi sinapse R-STDP obrne predznak posodobitve. Tako so sinapse, ki so odgovorne za vstop v neželeno stanje negativno posodobljene. V človeških možganih negativnega dopamina ni. Porodi se ideja, da je izogibanje negativnim stanjem prav tako posledica učenja, kjer je nivo dopamina  $n > 0$ . Dopamin namreč predstavlja učenje, ne nujno nagrade. Negativno nagrado bi tako lahko predstavili s posebnim vhodom, ki predstavlja nek negativen stimulus ali “bolečino”, ki jo tekom učenja želimo zmanjšati. Zopet lahko uporabimo načela R-STDP in TD učenja, kjer zmanjšanje nivoja bolečine predstavlja nagrado. Trenutnemu akter-kritik sistemu bi dodali še eno kopijo kritika, ki računa časovno razliko nivoja bolečine in deluje na dopaminergične nevrone, ki so skupni obema kritikoma. Oba kritika tako delujeta konkurenčno. Ob prehodu iz stanja z visokim nivojem negativnega stimulusa v stanje z nizkim, dopaminergične nevrone vzbudimo, v obratnem primeru pa inhibiramo. V primeru enakega nivoja dovedene negativnega stimulusa pa kritik negativne nagrade ne vpliva na dopaminergične nevrone.

Sistem se do negativnega stimulusa v tem primeru kljub uporabi časovne razlike obnaša kratkovidno. Nagrajene bodo samo povezave, ki so nas vodile stran od bolečine, ker pa je negativen stimulus vedno doveden samo iz zunanosti sistema, bodo nagrajene povezave samo v stanja neposredno ob negativnem stanju. Striatum za razliko od tega nivo dovedene nagrade napoveduje sam. Če želimo okrog negativnega stanja negativno označiti tudi stanja, ki nas potencialno vodijo vanj, bi morali v sistem dodati še skupino nevronov, ki stanja asociirajo z negativnim stimulusom in ga tako napovedujejo.

Pričakujemo, da bi tako oba kritika med seboj tekmovala za nagrajevanje tako akcij, ki vodijo bližje nagradi kot tudi teh, ki vodijo stran od negativnega stanja.



Slika 6.1: Pričakovana politika ob kritiku negativnih stanj (brez kritika nagrajenih stanj)

## 6.2 Rekurenčne povezave

Velika predpostavka sistemov razvitih v tej diplomski nalogi je ta, da rekurenčnih povezav ni. Tako so stanja časovno med seboj skoraj popolnoma neodvisna. V kolikor dodamo več vmesnih nivojev in rekurenčne povezave bodo stanja med seboj postala časovno odvisna. Pravzaprav stanja ne mo-

remo več definirati samo z aktivnostjo vhodnih nevronov, saj v vsakem trenutku stanje vsebuje tudi informacijo iz nevronov, ki so se prožili arbitrarno v preteklost in nosijo informacijo o nekem prejšnjem stanju. V primeru našega akter-kritik sistema bi tako v vsakem trenutku  $t$  kritik računal časovno razliko med dvema neskončno kratkima stanjema  $s_t$  in  $s_{t-d}$ , kjer je  $d$  zakasnitev direktne povezave. Kljub temu pričakujemo, da rezultat ne bi bil drugačen saj bi ob prisotnosti 200ms stimulacije, ki je do zdaj predstavljala stanje, vseeno v tem intervalu prevladala nevronska aktivnost, ki je neposredno posledica stimulacije vhodnih nevronov.

V eksperimentih izvedenih do sedaj, pravilna akcija določenega stanja ni bila odvisna od akcij, ki so nas privedle v to stanje oziroma zgodovine stanj. V primeru sprehajanja po mreži bomo končno stanje nagradili neglede na to iz katerega stanja vstopimo v nagrajeno stanje. Pričakujemo, da bi rekurenčne povezave predstavljale prednost pri nalogah, kjer je zgodovina stanj pomembna, oziroma kjer je nagrada stanja odvisna od prejšnjih stanj. Če bi v primeru sprehajanja po mreži premik v končno stanje iz stanja nad njim pripeljalo do nagrade, prehod iz stanja levo pa ne, bi lahko tako končno stanje obravnavali kot dva različna stanja, glede na prehod. Sistem z rekurenčnimi povezavami bi kljub informaciji samo o polju interno predstavljal stanja odvisna tudi od prejšnjih premikov.

Rekurenčne povezave pa predstavljajo tudi dodaten izziv. V primeru našega akter-kritik sistema bi bila na primer potrebna redefinicija trenutnega načina izbire akcij, saj sta lahko dva izhodna nevrona povezana med sabo in se bosta vedno prožila skupaj. Rešitev bi lahko bila dopuščanje izbire večih akcij hkrati, kjer takšno situacijo "kaznujemo".



## Poglavje 7

### Zaključek

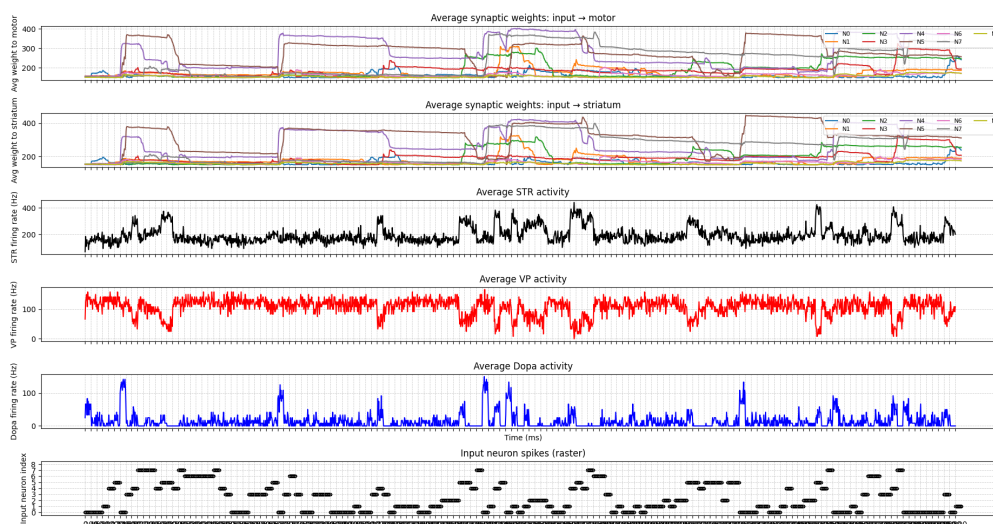
Namen te diplomske naloge je bil predstaviti in rešiti določene izzive pri učenju impulznih nevronske mreže. V nalogi razvijemo inovativne rešitve, ki upoštevajo tako zahtevnost simulacije, kot tudi smiselnost iz vidika nevrologije in resničnih mehanizmov v možganih. Dodatno smo se v nalogi izognili vpeljavi negativne nagrade oziroma negativne koncentracije dopamina, saj to v resničnih možganih ni mogoče. Tako smo razvili R-STDP sistem, ki temelji zgolj na tekmovanju med sinapsami, za probleme, kjer se želimo določenim stanjem izogibati, pa predlagamo razširitev, ki ne uporablja negativne koncentracije dopamina. Od biološko realističnega sistema se najbolj oddaljimo pri iskanju parametrov sistema. Parametre smo namreč iskali samo z obzirom na to, da smo dosegli željene mehanizme, ne pa tudi če se te vrednosti skladajo z vrednostmi izmerjenimi v resničnih možganih. To si dopuščamo tudi zato, ker se način proženja nevronov, prenos signalov po sinapsah ter konfiguracije nevronov kot so te v bazalnih ganglijah zdijo bolj skupne različnim živalskim vrstam kot parametri nevronov in sinaps. Center, odgovoren za sluh in modulacijo glasilk na primer, sta si po strukturi pri človeku in netopirju podobna, vendar pri netopirju te centri očitno delujejo na precej višji frekvenci. Nadaljnje iskanje hiperparametrov bi najverjetneje lahko privedlo do boljših rezultatov, kot te doseženi v tej diplomski nalogi. Pri sistemih brez rekurenčnih povezav in brez dodatnih popolno povezanih plasti nevro-

nov, kakršni so sistemi implementirani v tej nalogi, višanje števila nevronov v posamezni skupini ne bi nujno privedlo do boljših rezultatov, ni pa bilo to preverjeno v sklopu te diplomske naloge zaradi računske zahtevnosti.



# Poglavje 8

## Ekstra



Slika 8.1: Obnašanje sistema tekom učenja na 3x3 mreži. Polja so oštevilčena od leve proti desni od zgoraj navzdol. Cilj se nahaja na polju 8. Povezave vhoda do striatuma stanj 5 in 7 so pričakovano najvišje, sledi pa jim 4, ki neposredno vodi v 5 in 7

Iz zgornje kolekcije grafov izberi izseke, ki predstavljajo ključne situacije med učenjem opisane mehanizme ocenjevanja nagrade in učenja.



# Viri

- Deleva A (2015). “TD learning in Monte Carlo tree search : masters thesis”. Magistrska naloga. Fakulteta za računalništvo in informatiko, Univerza v Ljubljani.
- Dobrevski M, Skočaj D (2021). “Deep reinforcement learning for map-less goal-driven robot navigation”. V: *International Journal of Advanced Robotic Systems*. 2021 18.1. DOI: 10.1177/1729881421992621.
- Izhikevich, E. M. (2007). “Solving the distal reward problem through linkage of STDP and dopamine signaling”. V: *Cerebral cortex (New York, N.Y. : 1991)* 17.10. DOI: 10.1093/cercor/bh1152.
- Potjans, Wiebke, Abigail Morrison in Markus Diesmann (2010). “Enabling Functional Neural Circuit Simulations with Distributed Computing of Neuromodulated Plasticity”. V: *Frontiers in Computational Neuroscience* Volume 4 - 2010. ISSN: 1662-5188. DOI: 10.3389/fncom.2010.00141. URL: <https://www.frontiersin.org/journals/computational-neuroscience/articles/10.3389/fncom.2010.00141>.
- Šutar M (2023). “Uporaba predvidevanja akcij nasprotnika pri učenju inteligentnega agenta”. Diplomaska naloga. Fakulteta za računalništvo in informatiko, Univerza v Ljubljani.
- Svete A (2020). “Posplošitev problema vozička s palico na zahtevnejše domene”. Diplomaska naloga. Fakulteta za računalništvo in informatiko, Univerza v Ljubljani.

- T, Štromajer (2022). “Using machine learning to train a shepherd dog”. Magistrska naloga. Fakulteta za računalništvo in informatiko, Univerza v Ljubljani.
- Tsodyks, tMisha, Asher Uziel in Henry Markram (2000). “t Synchrony Generation in Recurrent Networks with Frequency-Dependent Synapses”. V: *Journal of Neuroscience* 20.1, RC50–RC50. ISSN: 0270-6474. DOI: 10.1523/JNEUROSCI.20-01-j0003.2000. eprint: <https://www.jneurosci.org/content/20/1/RC50.full.pdf>. URL: <https://www.jneurosci.org/content/20/1/RC50>.
- Wiebke P, et al. (2011). “An Imperfect Dopaminergic Error Signal Can Drive Temporal-Difference Learning”. V: *PLoS computational biology* 7.5. DOI: 10.1371/journal.pcbi.1001133.
- Wunderlich T, et al. (2019). “Demonstrating Advantages of Neuromorphic Computation: A Pilot Study”. V: *Frontiers in neuroscience* 13.260. DOI: 10.3389/fnins.2019.00260.