

# Exercices corrigés

L. Ben Ayed

$\{a^n b^n, n \geq 0\}$  est un langage non contextuel  
et non régulier

$$W_0 = \varepsilon$$

$$W_1 = ab = aW_0b$$

$$W_2 = aabb = aW_1b$$

$$W_i = a^i b^i = aW_{i-1}b$$

$$S \sqsubseteq \varepsilon$$

$$S \sqsubseteq aSb$$

$S(n)$

{ si  $n \neq 0$  alors  
    écrire(a)  $S(n-1)$   
    écrire(b)  
}

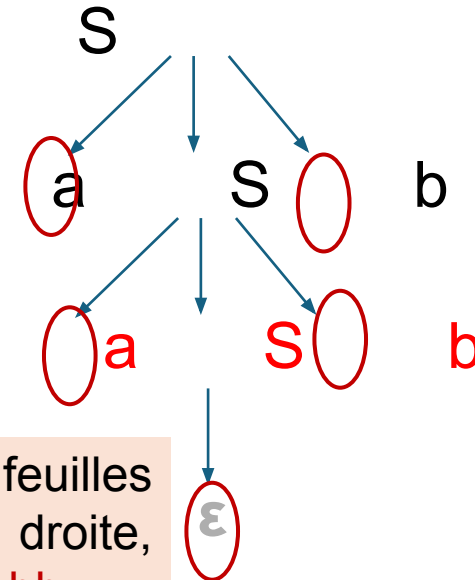
# Exemples de grammaires et d'arbres syntaxiques

$G = (V, T, S, R)$   $V = \{S\}$ ,  $T = \{a, b\}$

$R = \{S \rightarrow \varepsilon$

$S \rightarrow aSb\}$

$S \Rightarrow aSb$   
 $\Rightarrow aaSbb$   
 $\Rightarrow aa\varepsilon bb$



Montrer que le mot **aabb** est généré par la grammaire avec les règles de productions données ci-dessus

Lorsqu'on parcourt les feuilles de l'arbre de gauche à droite, nous trouvons le mot **aabb**.

Ainsi la grammaire génère aabb

**aabb** est syntaxiquement correcte

$aa\varepsilon bb = aabb$

**ε** Est l'élément neutre de la concaténation

La

G génère la chaîne  $x2 + ((x1 * x2) + x1)$   
par la dérivation suivante

nt

Exemple :

$R = \{ E \rightarrow E + T \quad (1)$

$E \rightarrow T \quad (2)$

$T \rightarrow T * F \quad (3)$

$T \rightarrow F \quad (4)$

$F \rightarrow (E) \quad (5)$

$F \rightarrow x1 \quad (6)$

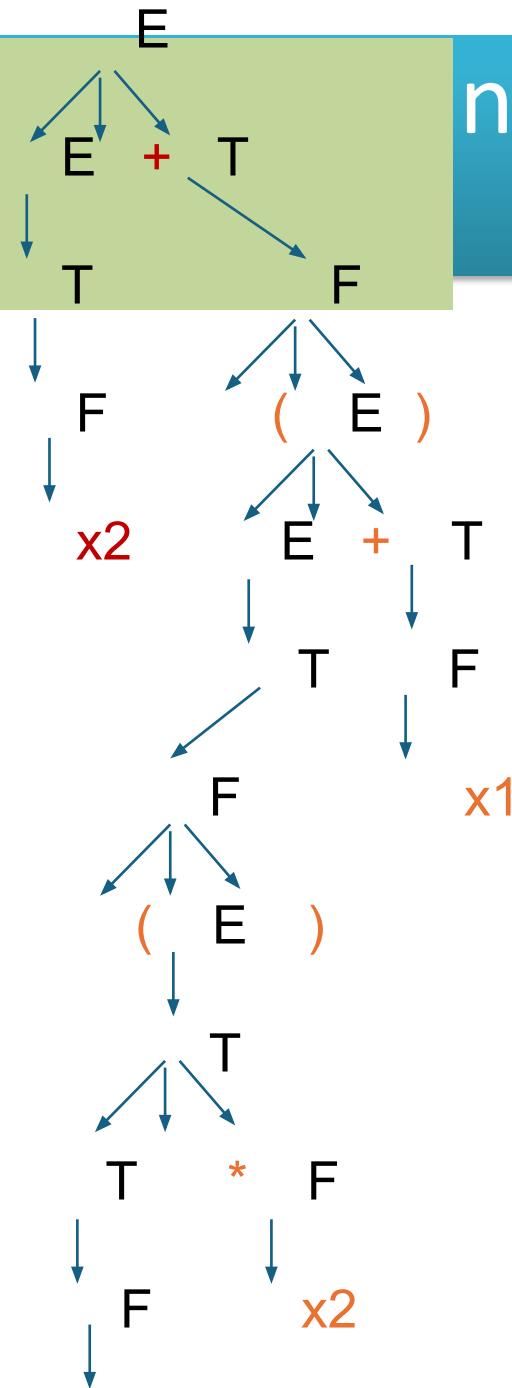
$F \rightarrow x2 \quad (7)$

}

$G = (V, X, E, R)$

$V = \{T, F, E\}$

$X = \{x1, x2, +, *, (, )\}$



G génère la chaîne  $(x1*x2+x1)*x1$  par la dérivation suivante

## Exemple :

$$R = \{ E \rightarrow E + T \quad (1)$$

$$E \rightarrow T \quad (2)$$

$$T \rightarrow T * F \quad (3)$$

$$T \rightarrow F \quad (4)$$

$$F \rightarrow (E) \quad (5)$$

$$F \rightarrow x1 \quad (6)$$

$$F \rightarrow x2 \quad (7)$$

}

$$G = (V, X, E, R)$$

$$V = \{T, F, E\}$$

$$X = \{x1, x2, +, *, (, )\}$$

$$E \Rightarrow T$$

$$\Rightarrow$$

$$T \Rightarrow F$$

$$F \Rightarrow (E) * F$$

$$\Rightarrow$$

$$(E + T) * F$$

$$\Rightarrow (T * F + T) * F$$

$$\Rightarrow (F * F + T) * F$$

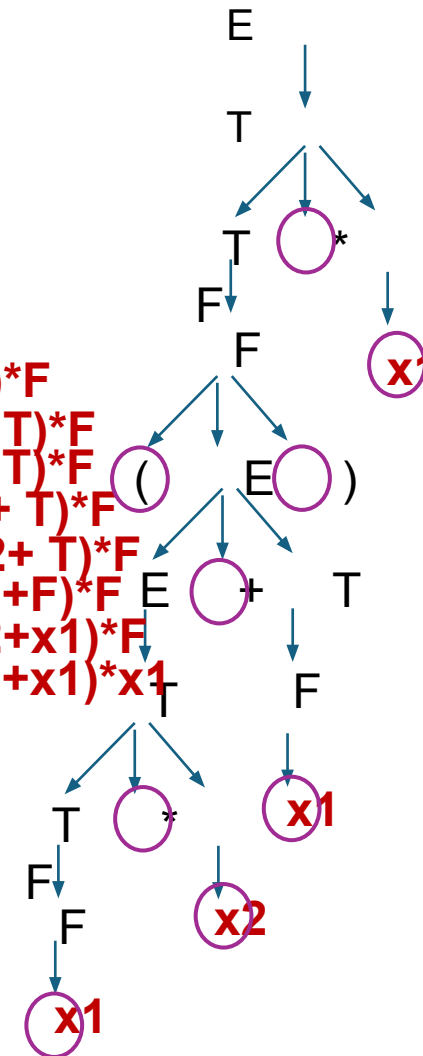
$$\Rightarrow (x1 * F + T) * F$$

$$\Rightarrow (x1 * x2 + T) * F$$

$$\Rightarrow (x1 * x2 + F) * F$$

$$\Rightarrow (x1 * x2 + x1) * F$$

$$\Rightarrow (x1 * x2 + x1) * x1$$



$$a^*$$

$$A \sqsubseteq \varepsilon$$

$$A \sqsubseteq aA$$

$$a^+$$

$$A \sqsubseteq a$$

$$A \sqsubseteq aA$$

La

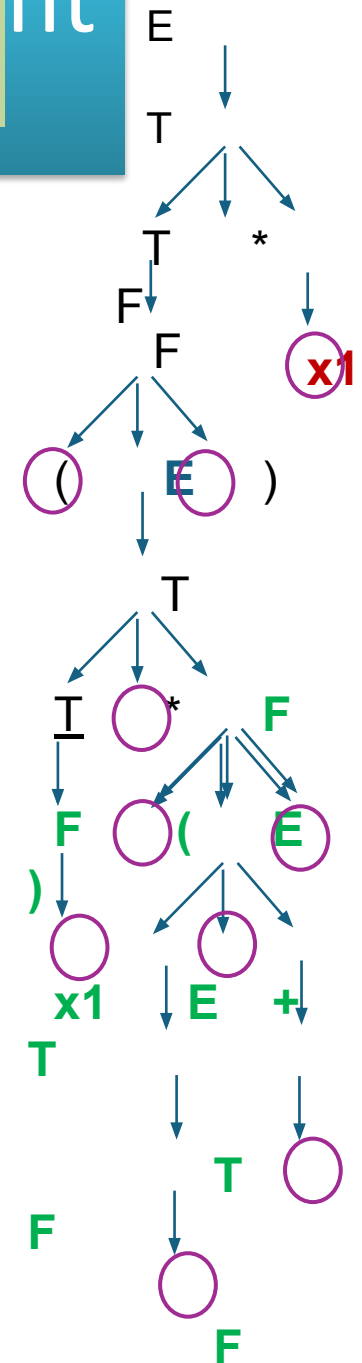
G génère la chaîne  $(\underline{x1}*(x2+x1))*x1$  par la dérivation suivante

nt

Exemple :

 $R = \{ E \rightarrow E + T \quad (1)$  $E \rightarrow T \quad (2)$  $T \rightarrow T * F \quad (3)$  $T \rightarrow F \quad (4)$  $F \rightarrow (E) \quad (5)$  $F \rightarrow x1 \quad (6)$  $F \rightarrow x2 \quad (7)$ 

}

 $G = (V, X, E, R)$  $V = \{T, F, E\}$  $X = \{x1, x2, +, *, (, )\}$ 

# Langage hors contexte ou indépendant du contexte

Exemple :

$R = \{$   
 $\quad \mathbf{P} \rightarrow \text{Begin } L\_I \text{ end.} \quad (1)$   
 $\quad L\_I \rightarrow I \quad (2)$   
 $\quad L\_I \rightarrow I L\_I \quad (3)$   
 $\quad I \rightarrow \text{id} := E; \quad (4)$   
 $\quad E \rightarrow E \text{ op } E \quad (5)$   
 $\quad E \rightarrow \text{id} \quad (6)$   
 $\quad E \rightarrow \text{nb} \quad (7)$   
 $\quad \}$

$R = \{$   
 $\quad \mathbf{P} \rightarrow \text{Begin } L\_I \text{ end.}$   
 $\quad L\_I \rightarrow I \mid I L\_I$   
 $\quad I \rightarrow \text{id} := E;$   
 $\quad E \rightarrow E \text{ op } E \mid \text{id} \mid \text{nb}$   
 $\quad \}$

Op représente + ou \* ou / ou -

$G = (V, X, \mathbf{P}, R)$

$V = \{ P, L\_I, I, E \}$

$T = \{ \text{Begin, end, ., id, :=, ;, op, nb} \}$

Montrer que le mot m suivant est  
généré par G:

m : **Begin id := id op nb; id := nb; end.**

$a^*$

$A \rightarrow e$

$A \rightarrow aA$

$a^+ \quad \mathbf{A} \rightarrow a$

$A \rightarrow aA$

$\mathbf{L\_I} \rightarrow I$

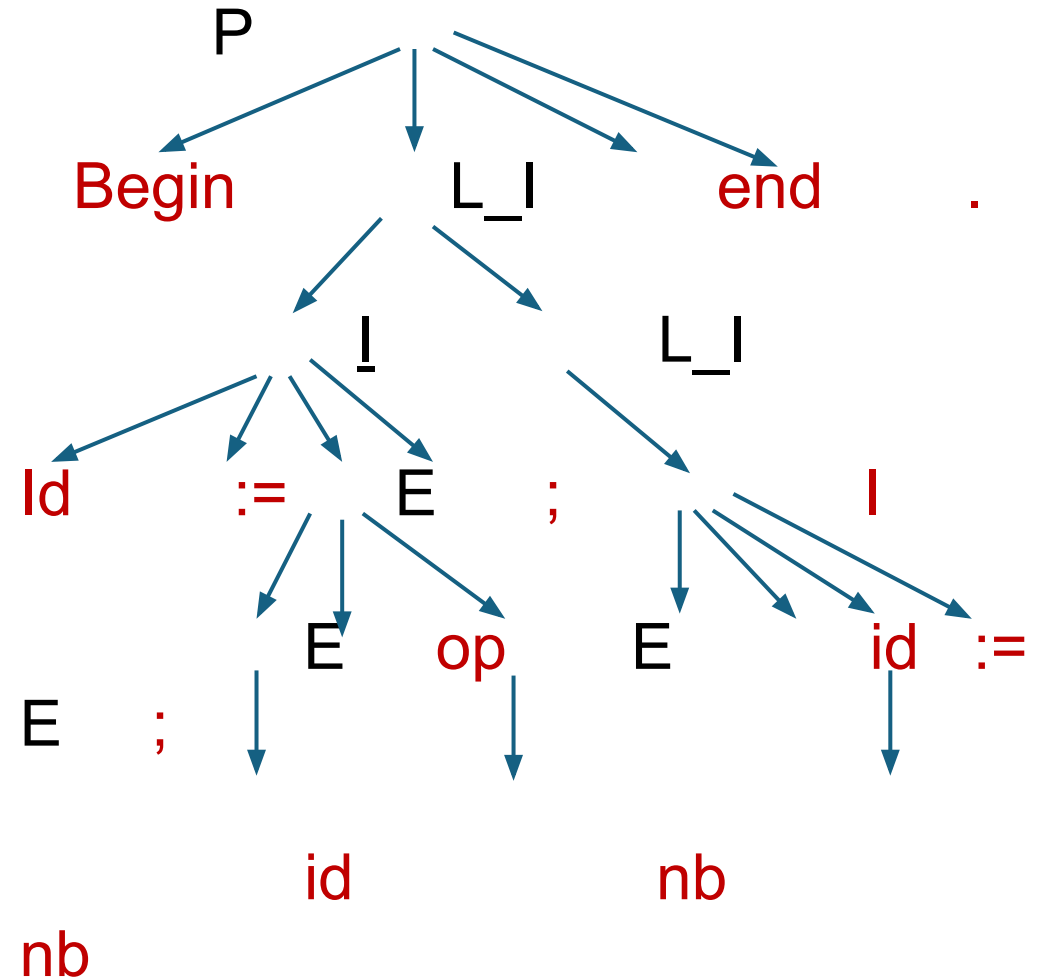
$L\_I \rightarrow I L\_I$

# Exemple :

$R = \{$   
   $P \rightarrow \text{Begin } L\_I \text{ end.} \quad (1)$   
   $L\_I \rightarrow I \quad (2)$   
   $L\_I \rightarrow I \mid L\_I \quad (3)$   
   $I \rightarrow \text{id} := E; \quad (4)$   
   $E \rightarrow E \text{ op } E \quad (5)$   
   $E \rightarrow \text{id} \quad (6)$   
   $E \rightarrow \text{nb} \quad (7)$   
 $\}$

Construire un arbre syntaxique pour  
le mot suivant:

Begin id := id op nb; id := nb; end.





## Exercice1 :

Soit la grammaire G avec les règles de production suivantes

R = {

**P → Begin L\_I end. (1)**

**L\_I → I (2)**

**L\_I ? I L\_I (3)**

**I → id := E; (4)**

**E → E op E (5)**

**E → id (6)**

**E → nb (7)**

}

1. Donner de résultat de l'Analyseur lexical sur le mot suivant:

**Begin a:= b1+ 12; b1:=20; end.**

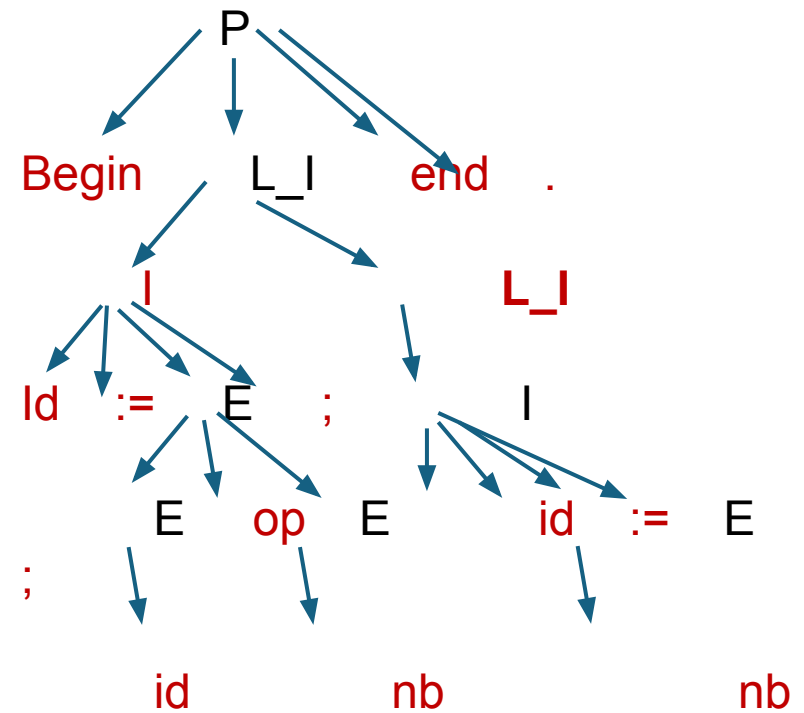
2. Montrer que le résultat retourné par l'analyseur lexical est syntaxiquement valide.

1. Begin a := b1 + 12; b1 := 20; end.

Devient

Begin id := id op nb; id := nb; end.

- 2.



## Exercice 1 : terminaux modifiés

Soit la grammaire G avec les règles de production suivantes

Aff à la place de := et pv à la place de ;

R = {

**P** → **Begin L\_I end.** (1)

**L\_I** → **I** (2)

**L\_I** ? **I L\_I** (3)

**I** → **id aff E pv** (4)

**E** → **E op E** (5)

**E** → **id** (6)

**E** → **nb** (7)

} aff représente :=

Pv représente ;

1. Donner de résultat de l'Analyseur lexical sur le mot suivant:

**Begin a:= b1+ 12; b1:=20; end.**

1. Begin a := b1 + 12; b1 := 20; end.

Devient

Begin id **aff** id op nb **pv** id **aff** nb **pv**  
end.

## Exercice 2.

Soit la grammaire G avec les règles de production suivantes:

$I \rightarrow \text{si } B \text{ alors } I \text{ sinon } I \mid \text{id} := E;$   
 $B \rightarrow E \text{ opr } E \mid \text{non } B \mid B \text{ et } B \mid B \text{ ou } B$   
 $E \rightarrow \text{nb} \mid \text{id} \mid E \text{ opa } E \mid (E)$

1. Donner l'ensemble des terminaux (unités lexicales de G).
2. Donner le résultat de l'AL sur le mot suivant:

**si b>10 alors si a>b alors a :=b; sinon b:=0; sinon a :=0 ;**

3. Montrer que le résultat obtenu en 2 est syntaxiquement valide (généré par G).

1.

$T = \{\text{si, alors, sinon, id, nb, :=, ,, opr, non, et, ou, opa, (, )}\}$

2.

si id opr nb alors si id opr id alors  
Id := id ; sinon id := nb; sinon id := nb;

# Exercice 2.

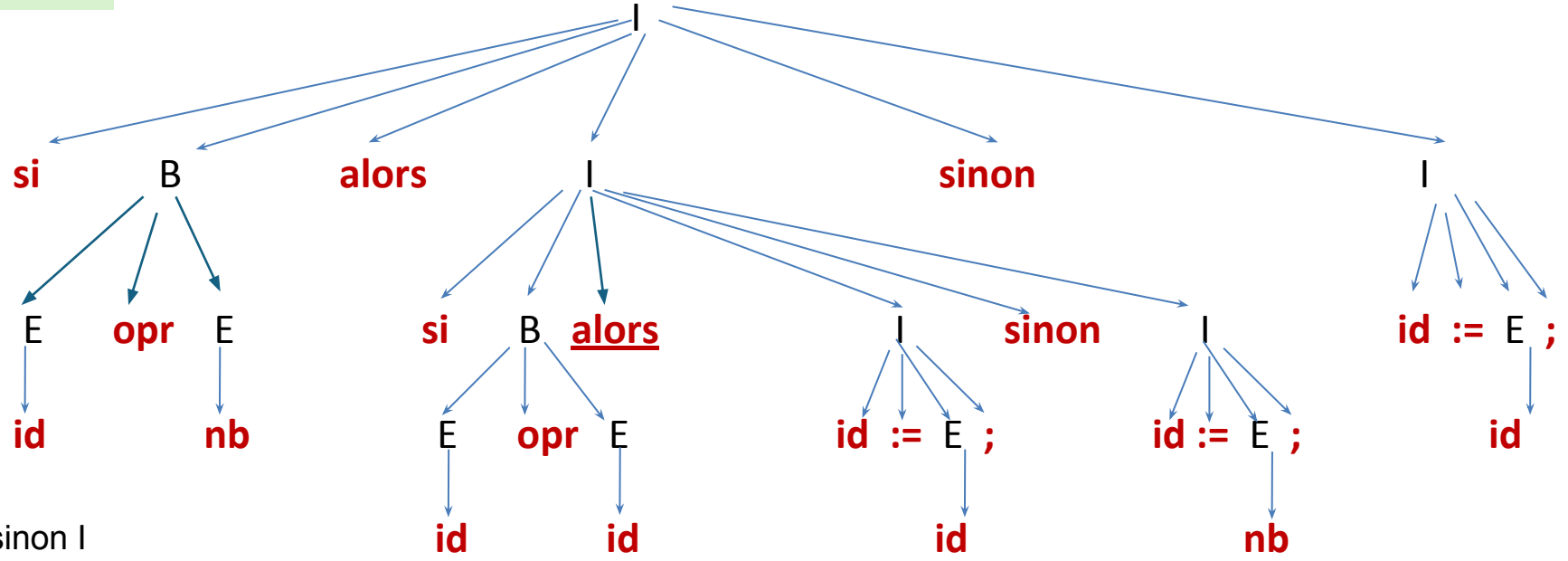
3. Montrer que le résultat obtenu en 2 est syntaxiquement valide (généré par G).

$I \rightarrow \text{si } B \text{ alors } I \text{ sinon } I \mid \text{id} := E;$   
 $B \rightarrow E \text{ opr } E \mid \text{non } B \mid B \text{ et } B \mid B \text{ ou } B$   
 $E \rightarrow \text{nb} \mid \text{id} \mid E \text{ opa } E \mid (E)$

si id opr nb alors si id opr id alors  
Id := id ; sinon id := nb; sinon id :=

nb;

- > si B alors I sinon I
- > si E opr E alors I sinon I
- > si id opr E alors I sinon I
- > si id opr nb alors I sinon I
- > si id opr nb alors si B alors I sinon I sinon I
- > si id opr nb alors si E opr E alors I sinon I sinon I
- > si id opr nb alors si id opr E alors I sinon I sinon I
- > si id opr nb alors si id opr id alors I sinon I sinon I
- > si id opr nb alors si id opr id alors id := E; sinon I sinon I
- > si id opr nb alors si id opr id alors id := id; sinon I sinon I
- > si id opr nb alors si id opr id alors id := id; sinon id:= E; sinon I
- > si id opr nb alors si id opr id alors id := E; sinon id := nb; sinon I
- > si id opr nb alors si id opr id alors id := E; sinon id := nb; sinon id := E;
- > si id opr nb alors si id opr id alors id := E; sinon id := nb; sinon id := nb;



### Exercice 3.

Construire une grammaire qui génère des séquences (non vides)  
d'instructions d'affectation.

$$G = (V, T, S\_Inst, R)$$
$$V = \{S\_Inst, Inst, Exp\}$$
$$T = \{id, :=, ;, +, *, -, /, (, ), nb\}$$
$$R = \{ \quad S\_Inst \rightarrow Inst \mid Inst \ S\_Inst$$
$$Inst \rightarrow id := Exp;$$
$$Exp \rightarrow Exp + Exp \mid Exp * Exp \mid Exp - Exp \mid Exp / Exp \mid (Exp) \mid id \mid nb$$
$$\}$$
$$Id : l(l+c)^*$$
$$nb:(c)^+$$

$l$  est une lettre alphabétique et  $c$  est un chiffre

## Donner un pseudo code pour l'AS

$I \rightarrow \text{si } B \text{ alors } I \text{ sinon } I \mid \text{id} := E;$   
 $B \rightarrow E \text{ opr } E \mid \text{non } B \mid B \text{ et } B \mid B \text{ ou } B$   
 $E \rightarrow \text{nb} \mid \text{id} \mid E \text{ opa } E \mid (E)$

description	Non	Code
si	si	1
alors	alors	2
$L(l+c)^*$	id	3
$:=$	aff	4
;	pv	5
$<, <=, >, >=, =, \diamond$	opr	6
Non	non	7
Et	et	8
C+	nb	9
$+, *, -, /$	opa	10
(	po	11
)	pf	12

```

Si symbole = t alors symbole := symbole_suivant();
Proc I()
{
    si symbole = si alors
        accepter(si); B(); accepter(alors); I();
        accepter(sinon) ; I();
    sinon si symbole = id
        alors accepter (id); accepter(aff); E();
        accepter(pv);
        sinon écrire(erreur si ou id manquants)
}

```

```

Proc E()
{
    Si symbole = nb) alors accepter(nb)
    sinon si symbole = id alors accepter(id)
    sinon si symbole = po alors
        accepter(po);
        E(); accepter(pf);

    sinon
        si symbole <> nb et symbole <> id et symbole <>
        po alors écrire (erreur id ou nb ou ( manquante);

```

