

تمرین: فرض کنید  $x$  برداری  $n$  تایی و  $A$  ماتریسی متقارن  $n \times n$  باشد و  $x \in R^n$  و  $A \in R^{n \times n}$

۱. با در نظر گرفتن  $n = 2$  تابع  $f(x) = x^T A x$  را بسط بدهید.
۲. برای  $n = 3$  شکل بسط یافته تابع را بنویسید.
۳. در حالت کلی تابع را بنویسید. درجه تابع بر حسب مولفه های بردار  $x$  چند است؟
۴. مشتق تابع بر حسب هر مولفه  $x$  را هم در حالت  $n = 2$  و هم در حالت  $n = 3$  و سپس در حالت کلی بنویسید.
۵. مشتقات بدست آمده را با استفاده از بردار و ماتریس (و نه به صورت مولفه ای) نمایش دهید.
۶. این تابع را به صورت ضرب داخلی بنویسید و در مورد علامت تابع (مثبت، منفی، صفر) بحث کنید. می توانید از مثال های عددی هم برای ماتریس  $A$  استفاده کنید. از ماتریس های قطری دو در دو و سه در سه، ماتریس همانی، ماتریس دوران و ماتریس انعکاس کمک در این بحث استفاده کنید.
۷. معادله  $f(x) = 1$  را با در نظر گرفتن یک ماتریس ساده مشخص مثلا ماتریس قطری با درایه های قطری مثبت و با در نظر گرفتن  $n=2$  (در فضای دو بعدی) و نیز  $n=3$  (در فضای سه بعدی) رسم کنید. یک بار هم برخی درایه های قطری را اعداد منفی بگیرید و تابع را رسم کنید.