参 考 题 目

1、设$\sum=\{a,b,c\}$,，构造下列语言的文法。

(1) $L_1=\{a^n b^n \mid n\geq 0\}$。

解答：$G_1=(\{S\},\{a,b\},\{S\rightarrow aSb\mid\varepsilon\},S)$。

(2) $L_2=\{a^n b^m \mid n,m\geq 1\}$。

解答：$G_2=(\{S,A,B\},\{a,b\},\{S\rightarrow A\mid B,A\rightarrow aA\mid a,B\rightarrow bB\mid b\},S)$。

(3) $L_3=\{a^n b^n a^n \mid n\geq 1\}$。

解答：$G_3=(\{S,A,B\},\{a,b\},P_3,S)$

$P_{3:}$ S →aAB|aSAB

BA→AB
aB→ab
bB→bb
bA→ba
aA→aa

(4) $L_4=\{a^n b^m a^k \mid n,m,k\geq 1\}$。

解答：$G_4=(\{S,A\},\{a,b\},\{S\rightarrow ABA,A\rightarrow aA\mid a,B\rightarrow bB\mid b\},S)$。

(5) $L_5=\{awa \mid a\in\sum,w\in\sum^+\}$。

解答：$G_5=(\{S,W\},\{a,b,c\},\{S\rightarrow aWa,W\rightarrow aW\mid bW\mid cW\mid a\mid b\mid c\},S)$。

(6) $L_6=\{xwx^T \mid x,w\in\sum^+\}$。

解答：$G_6=(\{S,W\},\{a,b,c\},P_6,S)$

$P_{6:}\ S\rightarrow aWa\mid bWb\mid cWc$

$W\rightarrow aW\mid bW\mid cW\mid a\mid b\mid c$。

(7) $L_7=\{w\mid w=w^T,w\in\sum^+\}$。

解答：$G_7=\{\{S,W\},\{a,b,c\},\{S\rightarrow aWa\mid bWb\mid cWc\mid a\mid b\mid c\},S\}$。

(8) $L_8=\{xx^T w \mid x,w\in\Sigma^+\}$。

解答：$G_8=(\{S,W,X\},\{a,b,c\},P_8,S)$

$P_8: S\to XW$

$X\to aXa \mid bXb \mid cXc \mid a \mid b \mid c$

$W\to aW \mid bW \mid cW \mid a \mid b \mid c$。

2、给定 RG：$G_1=(V_1,T_1,P_1,S_1)$，$G_2=(V_2,T_2,P_2,S_2)$，试分别构造满足下列要求的 RG G，并证明你的结论。

(1)$L(G)=L(G_1)L(G_2)$

解：

不妨假设$V_1\cap V_2=\varnothing$，并且$S\notin V_1\cup V_2$，令

$G=\left(\{S\}\cup V_1\cup V_2，T_1\cup T_2，P_1\cup P_2\cup P_3，S\right)$

其中，

$P_3=\left\{S\to \omega S_2 \middle| \omega\in T_1^+ 且 S_1\Rightarrow^+ \omega\right\}\cup\left\{S\to\alpha \middle| S_1\to\alpha\right\}\cup\left\{S\to\varepsilon\right\}$

证明：

（1）设$x\in L(G)$，则$S\Rightarrow^* x$

若$x=\varepsilon$，因为$\varepsilon\in L(G_1)$，$\varepsilon\in L(G_2)$，所以$\varepsilon\in L(G_1)L(G_2)$ 成立

若$x\neq\varepsilon$，由产生式$S\to\omega S_2$，不妨设$x=x_1x_2$，其中$x_1\in T_1^+$，$x_1\in L(G_1)$

则$S_2\Rightarrow^* x_2$，因为G的产生式包括P_2，所以$x_2\in L(G_2)$，可知$x=x_1x_2\in L(G_1)L(G_2)$

所以 $L(G)\subseteq L(G_1)L(G_2)$

（1）设$x\in L(G_1)L(G_2)$，不妨设$x=x_1x_2$，其中$x_1\in T_1^*$，$S_1\Rightarrow^* x_1$，$x_2\in T_2^*$，$S_2\Rightarrow^* x_2$

$x_1\neq\varepsilon$时，由P_3中$\left\{S\to\omega S_2 \middle| \omega\in T_1^+ 且 S_1\Rightarrow^+ \omega\right\}$，则$S\Rightarrow^+ x_1S_2\Rightarrow^+ x_1x_2$

所以 $x_1x_2\in L(G)$，$L(G_1)L(G_2)\subseteq L(G)$

$x_1=\varepsilon$时，由P_3中$\left\{S\to\alpha \middle| S_1\to\alpha\right\}$　$S\Rightarrow^* x_2$

$x_2=\varepsilon$时，由$S\to\varepsilon$，得$S\Rightarrow^* x_2$　所以$x_2\in L(G)$

$L(G_1)L(G_2)\subseteq L(G)$

综上，$L(G)=L(G_1)L(G_2)$

(2)$L(G)=L(G_1)\cup L(G_2)$

解：

不妨假设$V_1 \cap V_2 = \varnothing$，并且$S \notin V_1 \cup V_2$，令

$G = \left(\{S\} \cup V_1 \cup V_2，T_1 \cup T_2，P_1 \cup P_2 \cup P_3，S\right)$

其中，

$P_3 = \left\{S \to \alpha \middle| S_1 \to \alpha \text{或} S_2 \to \alpha\right\}$

证明：

（1）设$x \in L(G_1) \cup L(G_2)$ 不妨设$x \in L(G_1)$ 那么可知$S_1 \Rightarrow^* x$

由G构造方法可知，$S \Rightarrow^* x$ 且$x \in L(G)$ 即$L(G_1) \cup L(G_2) \subseteq L(G)$

（2）设$x \in L(G)$ 则$S \Rightarrow^* x$，由P_3知，$S_1 \Rightarrow^* x$或$S_2 \Rightarrow^* x$

不妨设$S_1 \Rightarrow^* x$ 则 $x \in L(G_1)$ ，$L(G_1) \subseteq L(G)$

同理 $L(G_2) \subseteq L(G)$ 则 $L(G_1) \cup L(G_2) \subseteq L(G)$

所以 $L(G) = L(G_1) \cup L(G_2)$

(3)$L(G) = L(G_1)\{a,b\}L(G_2)$,其中$a$，b是两个不同的终极符号

解：

不妨假设$V_1 \cap V_2 = \varnothing$，并且$S \notin V_1 \cup V_2$，令

$G = \left(\{S\} \cup V_1 \cup V_2，T_1 \cup T_2，P_1 \cup P_2 \cup P_3，S\right)$

其中，

$P_3 = \left\{S \to \omega a S_2 \middle| \omega b S_2 \text{其中} \omega \in T_1^* \text{且} S_1 \Rightarrow^* \omega\right\} \cup \left\{S \to \alpha \middle| S_1 \to \alpha\right\}$

证明：

（1）设$x \in L(G)$ 则$S \Rightarrow^* x$ 由产生式$S \to \omega a S_2$，不妨设$x = \omega_1 a \omega_2$

则$\omega_1 \in T_1^*$，$S_2 \Rightarrow^* \omega_2$ 则$\omega_1 \in L(G_1)$，$\omega_2 \in L(G_2)$

所以$x = \omega_1 a \omega_2 \in L(G_1)\{a,b\}L(G_2)$ 同理$\omega_1 b \omega_2 \in L(G_1)\{a,b\}L(G_2)$

可得$L(G) \subseteq L(G_1)\{a,b\}L(G_2)$

（2）设$x \in L(G_1)\{a,b\}L(G_2)$

不妨设$x = \omega_1 a \omega_2$ 其中$\omega_1 \in L(G_1)$，$\omega_2 \in L(G_2)$ 即$S_1 \Rightarrow^* \omega_1$，$S_2 \Rightarrow^* \omega_2$

由P_3中产生式 $S \Rightarrow^* \omega_1 a S_2 \Rightarrow \omega_1 a \omega_2$

所以$L(G_1)\{a,b\}L(G_2) \subseteq L(G)$

综上可得，$L(G) = L(G_1)\{a,b\}L(G_2)$

(4)$L(G) = L(G_1)^*$

解:

不妨假设$S \notin V_1$，取$G = \left(\{S\} \cup V_1，T_1，P，S\right)$

其中，

P={S→α|S1→α∈P1}∪{S→ε}∪{S→αS|S1→α∈P1}
证明略。

$(5) L(G)=L(G_1)^+$

解：

不妨假设$S\notin V_1$，取$G=(\{S\}\cup V_1, T_1, P, S)$

其中，

P={S→α|S1→α∈P1}∪{S→αS|S1→α∈P1}
证明略。

3、设文法 G 有如下产生式：

S→aB｜bA

A→a｜aS｜bAA

B→b｜bS｜aBB

证明 L(G)={ω｜ω中含有相同个数的 a 和 b，且ω非空}。

证：观察发现 A 的产生式 A→bAA 中的 bA 可以用 S 来代替，同样 B 的产生式 B→aBB 中的 aB 也可以用 S 代替。这样原来的文法可以化为如下的形式：

S→aB｜bA

A→a｜aS｜SA

B→b｜bS｜SB

进一步地，可以把产生式 A→aS 中的 S 代换，把文法化为如下的形式：

S→aB｜bA

A→a｜aaB｜abA｜SA

B→b｜baB｜bbA｜SB

7．设 DFA M=(Q,Σ,δ,q_0,F)，证明：对于$\forall x,y\in\sum^*, q\in Q, \delta(q,xy)=\delta(\delta(q,x),y)$

注：采用归纳证明的思路

证明：　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　(周期律 02282067)

首先对 y 归纳，对任意 x 来说，|y| = 0 时，即 y=ε

根据 DFA 定义$\delta(q,\varepsilon)=q$, $\delta(q,xy)=\delta(q,x)=\delta(\delta(q,x),\varepsilon)=\delta(\delta(q,x),y)$,故原式成立。

当|y| = n 时，假设原式成立，故当|y|= n+1 时，

不妨设 y = wa, |w| = n, |a| = 1

根据 DFA 定义$\delta(q,xa)=\delta(\delta(q,x),a), a\in\Sigma$，故

$$\delta(q,xy)=\delta(q,xwa)=\delta(\delta(q,xw),a)=\delta(\delta(\delta(q,x),w),a)=\delta(\delta(q,x),wa)=\delta(\delta(q,x),y)$$

原式成立，

同理可证，对任意的 y 来说，结论也是成立的。

综上所述，原式得证

****

8．证明:对于任意的 DFA $M_1=(Q,\Sigma,\delta,q_0,F_1)$ 存在 DFA $M_2=(Q,\Sigma,\delta,q_0,F_2)$，使得 $L(M_2)=\Sigma^*—L(M_1)$。

证明：(1) 构造 M_2。

设 DFA $M_1=(Q,\Sigma,\delta,q_0,F_1)$ 取 DFA $M_2=(Q,\Sigma,\delta,q_0,Q—F_1)$

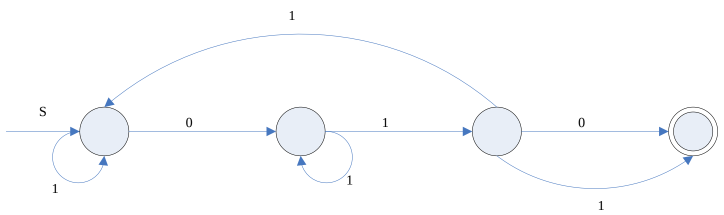
(2) 证明 $L(M_2)=\Sigma^*—L(M_1)$

对任意 $x\in\Sigma^*$

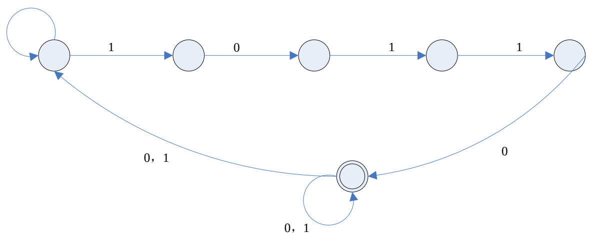
$x\in L(M_2)=\Sigma^*—L(M_1) \Leftrightarrow \delta(q,x)\in Q—F_1 \Leftrightarrow \delta(q,x)\in Q$ 并且 $\delta(q,x)\notin F_1 \Leftrightarrow x\in\Sigma^*$ 并且 $x\notin L(M_1) \Leftrightarrow x\in\Sigma^*—L(M_1)$

10、构造识别下列语言的 NFA

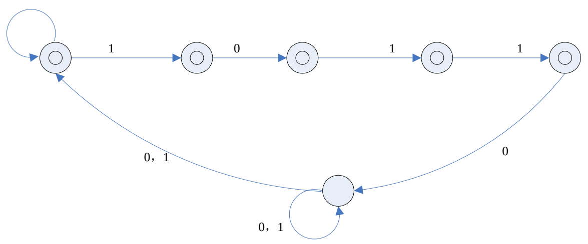
$(1)\{x \mid x\in\{0,1\}^+$ 且x中不含形如00的子串$\}$



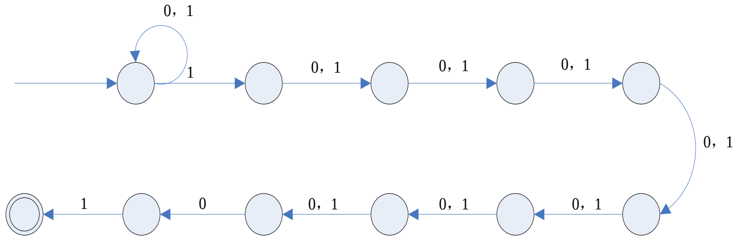
$(2)\{x \mid x\in\{0,1\}^+$ 且x中含形如10110的子串$\}$



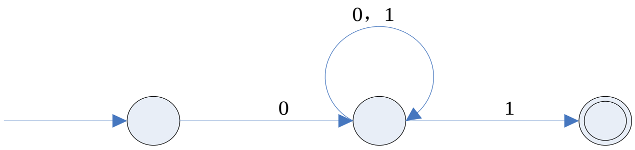
$(3)\{x \mid x\in\{0,1\}^+$ 且x中不含形如10110的子串$\}$



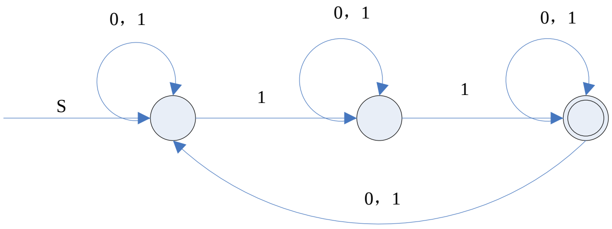
$(4)\{x \mid x\in\{0,1\}^+$ 和x的倒数第10个字符是1，且以01结尾$\}$



(5)$\{x \mid x \in \{0,1\}^+$ 且x以0开头以1结尾$\}$

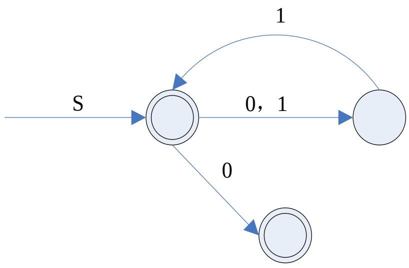


(6)$\{x \mid x \in \{0,1\}^+$ 且x中至少含有两个1$\}$

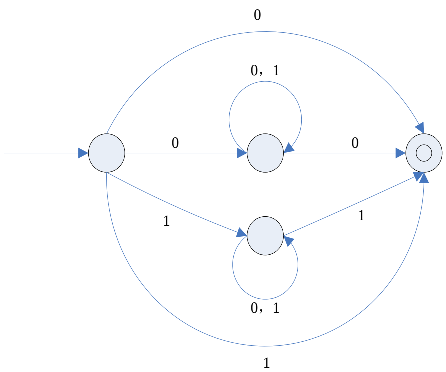


(7)$\{x \mid x \in \{0,1\}^*$ 且如果x以1结尾，则它的长度为偶数；

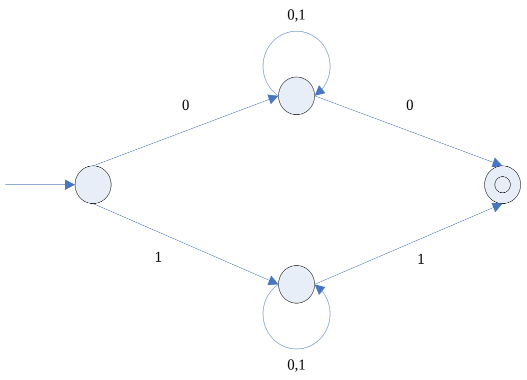
如果以0结尾，则它的长度为奇数$\}$



(8)$\{x \mid x \in \{0,1\}^+$ 且x的首字符和尾字符相等$\}$



$(9)\{x\omega x^T \mid x,\omega \in \{0,1\}^+\}$



11.根据给定的 NFA，构造与之等价的 DFA.

（1） NFA M_1 的状态转移函数如表 3-9

状态说明	状态	输入字符		
		0	1	2
开始状态	q0	{q0,q1}	{q0,q2}	{q0,q2}
	q1	{q3,q0}	$\varnothing$	{q2}
	q2	$\varnothing$	{q3,q1}	{q2,q1}
终止状态	q3	{q3,q2}	{q3 }	{ q0}

解答：

状态说明	状态	输入字符		
		0	1	2
开始状态	q0	[q0,q1]	[q0,q2]	[q0,q2]
	[q0,q1]	[q0,q1,q3]	[q0,q2]	[q0,q2]
	[q0,q2]	[q0,q1]	[q0,q1,q2,q3]	[q0,q1,q2]
	[q0,q1,q2]	[q0,q1,q3]	[q0,q1,q2,q3]	[q0,q1,q2]
终止状态	[q0,q1,q3]	[q0,q1,q2,q3]	[q0, q2,q3]	[q0,q1,q2]
终止状态	[q0,q2,q3]	[q0,q1,q2,q3]	[q0,q1,q2,q3]	[q0, q2]
终止状态	[q0,q1,q2,q3]	[q0,q1,q2,q3]	[q0,q1,q2,q3]	[q0,q1, q2]

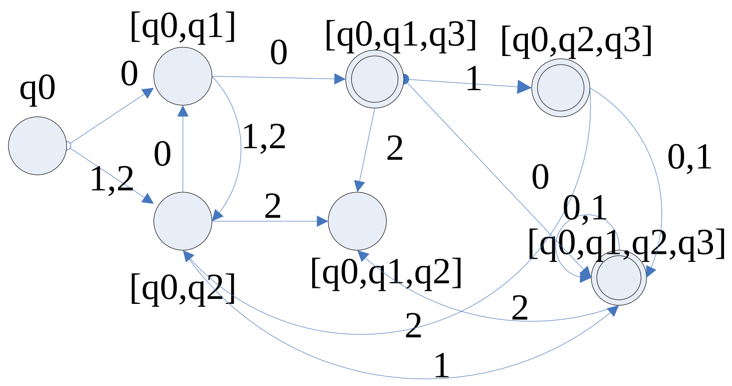


图 3-9 所示 NFA 等价的 DFA

13．试给出一个构造方法，对于任意的 NFA $M_1=(Q_1,\Sigma,\delta_1,q_0,F_1)$，构造 NFA $M_2=(Q_2,\Sigma,\delta_2,q_0,F_2)$，使得 $L(M_2)=\Sigma^*-L(M_1)$

注：转化成相应的 DFA 进行处理，然后可参考第 8 题的思路

证明：

首先构造一个与 NFA M_1 等价的 DFA ，M_3 根据定理 3.1（P106），$L(M_3)=L(M_1)$

构造 $M_3=(Q_3,\Sigma,\delta_3,[q_0],F_3)$, 其中

$$Q_3=2^{Q_1}, F_3=\{[p_1,p_2...p_m] \mid \{p_1,p_2...p_m\}\subseteq Q, \{p_1,p_2...p_m\}\cap F_1\neq\phi\}, \{p_1,p_2...p_m\}\subseteq Q, a\in\Sigma$$

$$\delta_3([q_1...q_n],a)=[p_1...p_m]\Leftrightarrow\delta_1(\{q_1...q_n\},a)=\{p_1...p_m\}$$

在此基础上 M_2， $Q_2=Q_3,\delta_2=\delta_3,\ F_2=\{[p_1...p_m] \mid [p_1...p_m]\cap F_3=\phi\}$

即取所有 M_1 确定化后不是终结状态的状态为 M_2 的终结状态。

为了证明 $L(M_2)=\Sigma^*-L(M_3)$，我们在 M_3 的基础上 $M_4=(Q_4,\Sigma,\delta_4,q_0,F_4)$，其中 $Q_4=Q_3,\delta_4=\delta_3,\ F_4=Q_4$， 即所有 M_1 确定化后的状态都为终结状态。显然 $L(M_4)=\Sigma^*$,

$\forall x\in L(M_2)$, 则 $\delta(q_0,x)\cap F_2\neq\phi \Rightarrow \delta(q_0,x)\cap F_3\neq\phi\Rightarrow x\notin L(M_3)$, 又因为 $\delta(q_0,x)\in Q_3\Rightarrow\delta(q_0,x)\in F_4\Rightarrow\delta(q_0,x)\in L(M_4)=\Sigma^*$, 故 $x\in\Sigma^*-L(M_3)$，

故 $L(M_2)\subseteq\Sigma^*-L(M_3)$

同理容易证明$L(M_2) \supseteq \sum^* - L(M_3)$

故$L(M_2) = \sum^* - L(M_3)$，又因为$L(M_3) = L(M_1)$，故$L(M_2) = \sum^* - L(M_1)$

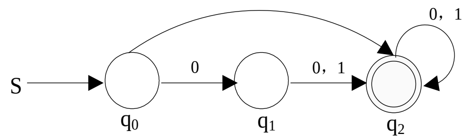
可知，构造的M_2是符合要求的。

15．P129 15.(1)、(2)

（1）根据 NFAM_3的状态转移函数，起始状态 q_0的ε闭包为 ε-CLOSURE（q_0）={ q_0, q_2}。由此对以后每输入一个字符后得到的新状态再做ε闭包，得到下表：（陶文婧 02282085）

状态	0	1
{ q_0, q_2}	{ q_0, q_1, q_2}	{ q_0, q_1, q_2, q_3}
{ q_0, q_1, q_2}	{ q_0, q_1, q_2, q_3}	{ q_0, q_1, q_2, q_3}
{ q_0, q_1, q_2, q_3}	{ q_0, q_1, q_2, q_3}	{ q_0, q_1, q_2, q_3}

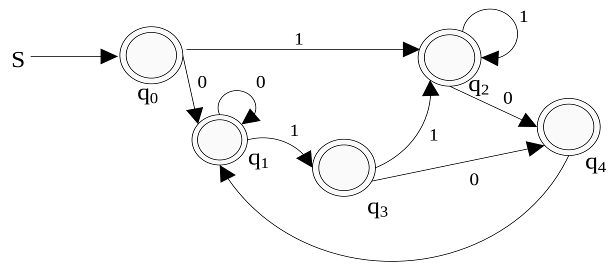
q_0={ q_0, q_2}，q_1={ q_0, q_1, q_2}，q_2={ q_0, q_1, q_2, q_3}，因为 q_3 为终止状态，所以 q_2={ q_0, q_1, q_2, q_3}为终止状态



（2）用上述方法得

状态	0	1
{ q_1, q_3}	{ q_3, q_2}	{ q_0, q_1, q_2, q_3}
{ q_3, q_2}	{ q_3, q_2}	{ q_0, q_1, q_3}
{ q_0, q_1, q_2, q_3}	{ q_1, q_2, q_3}	{ q_0, q_1, q_2, q_3}
{ q_0, q_1, q_3}	{ q_1, q_2, q_3}	{ q_0, q_1, q_2, q_3}
{ q_1, q_2, q_3}	{ q_3, q_2}	{ q_0, q_1, q_2, q_3}

q_0={ q_1, q_3}，q_1={ q_3, q_2}，q_2={ q_0, q_1, q_2, q_3}，q_3={ q_0, q_1, q_3}，q_4={ q_1, q_2, q_3}因为各状态均含有终止状态，所以 q_0, q_1, q_2, q_3,q_4 均为终止状态



注：本题没有必要按照 NFA 到 DFA 转化的方法来做，而且从ε-NFA 到 NFA 转化时状态没有必要改变，可以完全采用ε-NFA 中的状态

如（1）

状态	0	1
q_0(开始状态)	{ q_0, q_1，q_2 q_3}	{ q_0, q_1，q_2，q_3}
q_1	{ q_0, q_1，q_2，q_3}	{ q_1，q_2，q_3}
q_2	{ q_0, q_1，q_2，q_3}	{q_1，q_2，q_3}
q_3（终止状态）	{ q_0, q_1，q_2，q_3}	{ q_0, q_1，q_2，q_3}

(2)

状态	0	1
q_0(开始状态)	{ q_1 q_2 q_3， }	{ q_0, q_1，q_2，q_3}
q_1	{ q_2}	{ q_1，q_2}
q_2	{，q_2，q_3}	{ q_0, q_2，q_3}
q_3（终止状态）	空	{ q_0 }

16、证明对于∀的 FA $M_{1=}(Q_1,\sum_1,\delta_1,q_{01},F_1)$，FA $M_{1=}(Q_2,\sum_2,\delta_2,q_{02},F_2)$，存在 FA M，使得 $L(M)= L(M_1)\cup L(M_2)$

证明：不妨设 Q_1 与 Q_2 的交集为空

（1） 构造 M=（$Q_1\cup Q_2\cup\{q_0\},\sum,\delta, q_0,F$）其中：

1）$\sum=\sum_1\cup\sum_2$ $F= F_1\cup F_2$

2) $\delta(q_0,\varepsilon)=\{q_{01},q_{02}\}$ 对于$\forall q\in Q_{1,}a\in\sum_1\delta(q, a)=\delta_1(q,a)$

对于$\forall q\in Q_{2,}a\in\sum_2,\delta(q, a)=\delta_2(q,a)$

(1) 证明：

1）首先证 $L(M_1)\cup L(M_2)\in L(M)$

设 $x\in L(M_1)\cup L(M_2)$，从而有 $x\in L(M_1)$或者 $x\in L(M_2)$，当 $x\in L(M_1)$时

$\delta_1(q_{01},x)\in F_1$

由 M 的定义可得：

δ（q_0,x）$=\delta$（$q_0,\varepsilon x$）$=\delta(\delta(q_0,\varepsilon), x)=\delta(\{q_{01},q_{02}\},x)=\delta(q_{01}, x)\cup\delta(q_{02}, x)$

$=\delta_1(q_{01}, x)\cup\delta(q_{01}, x)\in F_1\cup\delta(q_{01}, x)$ 即 $x\in L(M)$

同理可证当 $x\in L(M_2)$时 $x\in L(M)$

故 $L(M_1)\cup L(M_2)\in L(M)$

2) 再证明 L(M) ∈ L(M_1) ∪ L(M_2)

设 x ∈ L(M) 则δ（q_0,x） ∈ F

由 M 的定义：

δ（q_0,x） =δ（q_0,εx） =δ(δ(q_0,ε), x)=δ({q_{01} ,q_{02}},x) =δ(q_{01} , x) ∪ δ(q_{02}, x)

如果是δ(q_{01} , x) 因为 Q_1 与 Q_2 的交集为空 而且δ（q_0,x） ∈ F F= F_1 ∪ F_2 则

δ(q_{01} , x)= δ_1(q_{01} , x) ∈ F_1 因此 x ∈ L(M_1)

如果是δ(q_{02} , x) 因为 Q_1 与 Q_2 的交集为空 而且δ（q_0,x） ∈ F F= F_1 ∪ F_2 则

δ(q_{02} , x)= δ_2(q_{02} , x) ∈ F_1 因此 x ∈ L(M_2)

因此 x ∈ L(M_1) ∪ L(M_2) L(M) ∈ L(M_1) ∪ L(M_2)得证

因此 L(M)= L(M_1) ∪ L(M_2)

17 证明：对于任意的 FA $M_1=(Q_1,\Sigma_1,\delta_1,q_{01},F_1), FAM_2=(Q_2,\Sigma_2,\delta_2,q_{02},F_2),$

存在FA M, 使得$\mathrm{L(M)=L(M_1)L(M_2)}$.

证明：令 $M=(Q_1\bigcup Q_2,\sum,\delta,q_{01},\{f_2\})$,其中δ的定义为：

1) 对∀q ∈ Q_1-{f_1}， a ∈ ∑ ∪ {ε}

δ(q， a)=δ1(q， a)；

2) 对∀q ∈ Q_2-{f_2}， a ∈ ∑ ∪ {ε}

δ(q， a)=δ_2(q， a)；

3) δ(f_1， ε)={q_{02}}

要证 $L(M)=L(M_1)L(M_2)$ ，

只需证明 $L(M_1)L(M_2)\subseteq L(M)$ ，$L(M_1)L(M_2)\supseteq L(M)$

1. 证明 $L(M_1)L(M_2)\subseteq L(M)$

设$x\in L(M_1)L(M_2)$,从而有$x_1\in L(M_1)$并且$x_2\in L(M_2)$,

使得$x=x_1x_2$

M_1在处理x_1的过程中,经过的状态全部都是Q_1中的状态,所以在定义

M时,对$\forall q\in Q_1,a\in\sum,\delta(q,x)=\delta_1(q,a)$

故$\delta(q_{01},x_1)=\delta_1(q_{01},x_2)=\{f_1\}$

M_2在处理x_2的过程中,经过的状态全部都是Q_2中的状态,所以在定义

M时,对$\forall q\in Q_1,a\in\sum,\delta(q,x)=\delta_2(q,a)$

$\delta(q_{02},x)=\delta_2(q_{01},x)=\{f_2\}$

下面证明 $x\in L(M)$

$$
\begin{aligned}
\delta(q_{01},x) &= \delta(q_{01},x_1x_2) \\
&= \delta(\delta(q_{01},x_1),x_2) \\
&= \delta(\delta_1(q_{01},x_1),x_2) \\
&= \delta(f_1,x_2) \\
&= \delta(f_1,\varepsilon x_2) \\
&= \delta(\delta(f_1,\varepsilon),x_2) \\
&= \delta(q_{02},x_2) \\
&= \delta_2(q_{02},x_2) \\
&= \{f_2\}
\end{aligned}
$$

即得证$x \in L(M)$

2) 再证明

$L(M) \subseteq L(M_1)L(M_2)$

设$x \in L(M)$,即

$\delta(q_{01},x) = \{f_2\}$

由于M是从q_{01}启动的,由M的定义可知,M要达到状态f_2,必须先到f_1.由于除了对应状态转移函数式$\delta(f_1,\varepsilon) = \{q_{02}\}$的移动外,不存在从$f_1$出发的任何其他移动,而且该移动是$f_2$的必经移动,所以,比存在x的前缀$x_1$和后缀$x_2$,使得$x = x_1x_2$,并且$x_1$将$M$从状态$q_{01}$引导到状态$f_1$, x_2将M从状态q_{02}引导到状态f_2.即

$$
\begin{aligned}
\delta(q_{01},x) &= \delta(q_{01},x_1x_2) \\
&= \delta(f_1,x_2) \\
&= \delta(f_1,\varepsilon x_2) \\
&= \delta(q_{02},x_2) \\
&= \{f_2\}
\end{aligned}
$$

其中,

$\delta(q_{01},x_1) = \{f_1\}$,说明$\delta_1(q_{01},x_1) = \{f_1\}$;

$\delta(q_{02},x_2) = \{f_2\}$,说明$\delta_2(q_{02},x_2) = \{f_2\}$

这表明

$$x_1 \in L(M_1)$$

$$x_2 \in L(M_2)$$

从而$x = x_1x_2 \in L(M_1)L(M_2)$

故 $L(M) \subseteq L(M_1)L(M_2)$

综上所述,

$$L(M) = L(M_1)L(M_2$$

****

（吴丹　02282090）

18.证明：对于任意的FA $M_1=\left(Q_{1,}\sum_{1,}\delta_{1,}q_{01,}F_1\right)$，FA $M_2=\left(Q_{2,}\sum_{2,}\delta_{2,}q_{02,}F_2\right)$ 存在FA M，使得$L(M)=L(M_1)\cap L(M_2)$。

证明：不妨将这些FA看成DFA

取$M=\left(Q_1\times Q_2,\sum_1\cap\sum_2，\delta,\{q_{01}，q_{02}\}，F\right)$

对于$\forall a\in\sum_1\cap\sum_2,(q,p)\in Q,\delta([q,p]，a)=\left[\delta_1(q，a)，\delta_2(p，a)\right]$.

(1)设：$x\in L(M)$则$\exists x=x1x2......xk$其中$xi\left(i\in[1,k]\right)\in\sum_1\cap\sum_2$

使得$\delta([q,p]，xi)=\left[\delta_1(q，xi),\delta_2(p，xi)\right]$

$\therefore xi\in L(M_1)\cap L(M_2)\Rightarrow x\in L(M_1)\cap L(M_2)$

从而可得$L(M)\subseteq L(M_1)\cap L(M_2)$

(2)设：$x\in L(M_1)\cap L(M_2)$则$\exists x=x1x2......xk$其中$xi\left(i\in[1,k]\right)\in\sum_1\cap\sum_2$

有$\delta_1(q，xi)$且$\delta_2(p，xi)$从而使得

$\delta_1(q，xi)=\delta([q,p]，xi)$；$\delta_2(p，xi)=\delta([q,p]，xi)$

$\therefore xi\in L(M)\Rightarrow x\in L(M)$

从而可得$L(M_1)\cap L(M_2)\subseteq L(M)$

综合(1)(2)可得$L(M)=L(M_1)\cap L(M_2)$。

又因为FA和DFA具有等价性，所以原命题得证。

23.FA　M 的移动函数定义如下:

$\delta(q_0,3)=\{q_0\}$

$\delta(q_0,1)=\{q_1\}$

$\delta(q_1,0)=\{q_2\}$

$\delta(q_1,1)=\{q_3\}$

$\delta(q_2,0)=\{q_2\}$

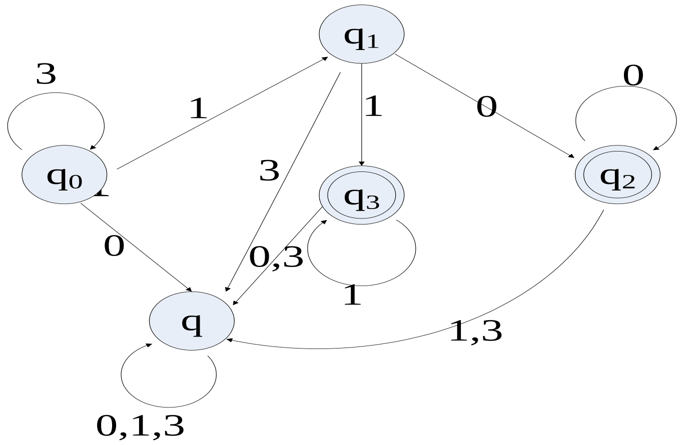
$\delta(q_3,1)=\{q_3\}$

其中,q_2,q_3为终态.

(1) M 是 DFA 吗?为什么?

不是,因为并不是所有的状态,在接收一个字母表中的字符时会有一个状态与之对应.

(2) 画出相应的 DFA 的状态转移图



(3) 给出你所画出的 DFA 的每个状态 q 的 set(q):$set(q)=\{x|x\in\Sigma^*$且$\delta(q_0,x)=q\}$

$set(q_0)=\{3^*\}$

$set(q_1)=\{ 3^*1\}$

$set(q_2)=\{ 3^*100^*\}$

$set(q_3)=\{ 3^*111^*\}$

$set(q)=\{(3^*0|3^*13|3^*100^*(1|3)|3^*111^*(0|3))\ 0^*1^*3^*\}$

(4) 求正则方法 G,使 L(G)=L(M)

$q_0\rightarrow 3\ q_0|1\ q_1$

$q_1\rightarrow 0\ q_2|1\ q_3$

$q_2\rightarrow 0|0\ q_2$

$q_3\rightarrow 1|1\ q_3$

2.理解如下正则表达式，说明它们表示的语言

（1）$(00+11)^+$表示的语言特征是 0 和 1 都各自成对出现

（2）$(1+0)^*0100^+$表示的语言特征是以 010 后接连续的 0 结尾

（3）$(1+01+001)^*(\varepsilon+0+00)$ 表示的语言特征是不含连续的 3 个 0

（4）$((0+1)(0+1))^*+((0+1)(0+1)(0+1))^*$ 表示所有长度为 3n 或 2m 的 0，1 串（n≥0,m≥0）

（5）$((0+1)(0+1))^*((0+1)(0+1)(0+1))^*$ 表示所有长度为 3n+2m 的 0，1 串（n≥0,m≥0）

（6）$00+11+(01+10)(00+11)^*(10+01)$表示的语言特征为长度为偶数 n 的串.当 n=2 时，是 00 或 11 的串。n≥4 时，是以 01 或 10 开头，中间的子串 00 或 11 成对出现，最后以 10 或 01 结尾的串