

## Exercise 1.

给出 $T=\{a,b\}$  上能满足下列条件的语言的文法、自动机、正则式:

(a) 至少有3个a的所有符号串

(b) a的个数不多于3的所有符号串

(c) 每个a有一个且仅有一个b紧跟其后的所有串的集合。

(d) 至少包含一个a且 每个a都有b紧跟其后的所有串的集合

**Exercise 2.** 给出能满足下列条件的语言的文法:

(a)  $T=\{a\}$ ,  $L=\{w \mid |w| \bmod 3 > 0\}$

(b)  $L=\{\omega a \omega^R \mid \omega \in \{a,b\}^*, \text{ 其中 } \omega^R \text{ 为 } \omega \text{ 的逆}\}$

(c)  $\{a^{2m} (bc)^n \mid m, n \geq 0\}$

(d)  $T=\{a,b\}$ ,  $L=\{w \mid w \text{ 中 } a \text{ 比 } b \text{ 多}\}$

### Exercise 3:

分析并描述下述文法产生的语言形式.

$$\begin{aligned} (a) \quad & S \rightarrow \varepsilon \mid aA \\ & S \rightarrow bS \\ & A \rightarrow aS \mid bA \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (b) \quad & S \rightarrow \varepsilon \mid aA \mid bB \\ & A \rightarrow bS \mid aAA \\ & B \rightarrow aS \mid bBB \end{aligned}$$

( $L = \{ \omega \mid \omega \in \{a,b\}^* \text{ 且 } \omega \text{ 中 } a, b \text{ 的个数相同} \}$  )

## Exercise 4.

不含子串**aba**的 $\{a,b\}^*$ 上的字符串集合,

判断该集合是否为正则集? 若是, 其自动机?  
文法?

## Exercise 5.

设计自动机接受下述语言

- a)  $L = \{\omega \mid \omega \in \{0,1\}^* \text{ 其中 } \omega \text{ 中 } 0 \text{ 的个数为偶数且如果存在 } 1 \text{ 的话必须至少有两个连续的 } 1\}$
- b) *The set of strings over alphabet  $\{0,1,2,3\}$  such that the final digit has appeared before.*
- c) *The set of strings over alphabet  $\{0,1,2,3\}$  such that the final digit has **not** appeared before.*

**Exercise 6.** 给出下列语言的文法:

a)  $\{a^n b^m c^{2n+m} | n, m > 0\}$

$$S \rightarrow aScc \mid aBcc$$

$$B \rightarrow bBc \mid bc$$

b)  $L = \{ xwx^T \mid x, w \in \{a, b, c\}^+ \}$

参考解答:

定义语言L (G) 的产生式集合为:

$$S \rightarrow aAa \mid bAb \mid cAc \mid A$$

(? 注意边界条件)

$$A \rightarrow aAa \mid bAb \mid cAc \mid B$$

$$B \rightarrow aB \mid bB \mid cB \mid a \mid b \mid c$$

- **Exercise 7.** 设计空栈接受方式的PDA, 使它接受语言为所有由0,1构成的, 并且任何前缀中0的个数都大于等于1的个数的串的集合。

参考解答:

- 构造以空栈方式接受的PDA  $P = (Q, T, \Gamma, \delta, q_0, Z_0)$ , 其中
- $Q = \{q_0\}$ ; 状态 $q_0$ 表示当前扫描过的输入串的任何前缀中0的个数不少于1的个数;
- $\Gamma = \{Z_0, X\}$ ; 下推栈中,  $X$ 的个数表示当前扫描过的输入串中0的个数比1的个数多多少;
- $\delta(q_0, 0, Z_0) = \{(q_0, X Z_0)\}$ ;
- $\delta(q_0, 0, X) = \{(q_0, X X)\}$ ,  $\delta(q_0, 1, X) = \{(q_0, \varepsilon)\}$ ;
- $\delta(q_0, \varepsilon, X) = \{(q_0, \varepsilon)\}$ ,  $\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) = \{(q_0, \varepsilon)\}$ .

### Exercise 8.

考虑以下两个语言：

$$L1 = \{a^n b^{2n} c^m \mid n, m \geq 0\}$$

$$L2 = \{a^n b^m c^{2m} \mid n, m \geq 0\}$$

a) 通过分别给出上述语言的文法来证明这些语言都是上下文无关的。

b)  $L1 \cap L2$  是CFG吗？证明你的结论的正确性。

参考解答：

a) 定义文法 **G1** 的产生式集合为：

$$S \rightarrow AB$$

$$A \rightarrow aAbb \mid \varepsilon$$

$$B \rightarrow cB \mid \varepsilon$$

定义文法 **G2** 的产生式集合为：

$$S \rightarrow AB$$

$$A \rightarrow aA \mid \varepsilon$$

$$B \rightarrow bBcc \mid \varepsilon$$

可以证明  $L1 = L(G1)$ ,  $L2 = L(G2)$ .

b)  $L1 \cap L2 = \{a^n b^{2n} c^{4n} \mid n \geq 0\}$  不是CFG. 可以用Pumping引理证明之.

对于任意的 $n$ ，存在 $z = a^n b^{2n} c^{4n}$  属于该语言.

令  $z = w_1 w_2 w_0 w_3 w_4$ ，其中， $|w_2 w_0 w_3| \leq n$ ， $w_2 w_3 \neq \varepsilon$ ，

若取 $k=0$ ，则  $w_1 w_2^k w_0 w_3^k w_4$  不属于该语言(分析略)，因此该语言不是正则语言.



## Exercise 9.

设计下面语言的文法和自动机：

$$L = \{a^n b^m a^m b^n \mid n, m \geq 0\}$$

参考解答：

定义文法 **G1** 的产生式集合为：

$$\begin{aligned} S &\rightarrow a A b \mid \varepsilon \\ A &\rightarrow a A b \mid B \\ B &\rightarrow b B a \mid \varepsilon \end{aligned}$$

**PDA:**

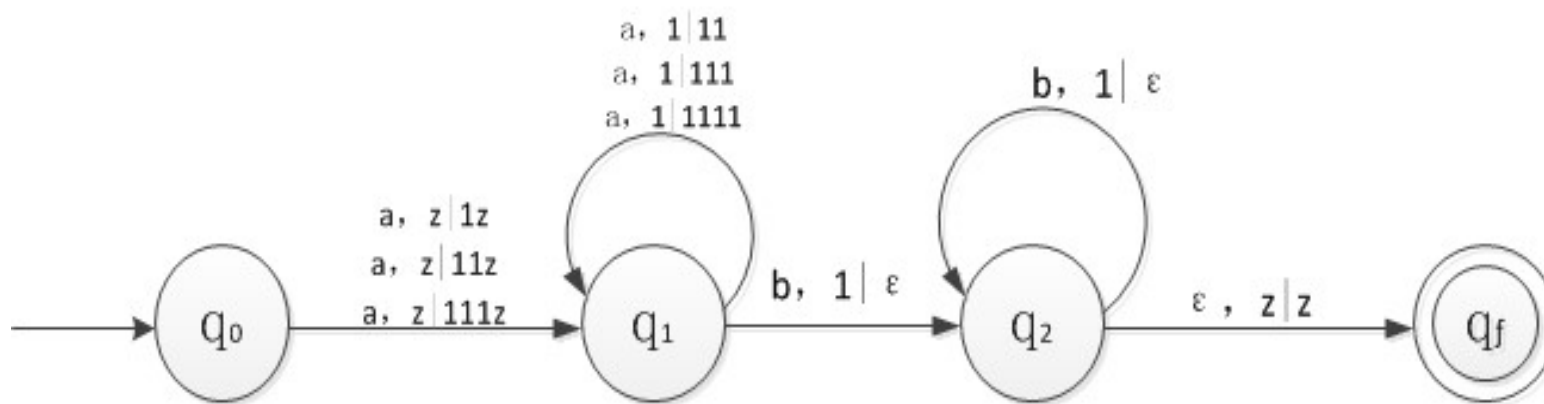
可直接构造，也可从文法构造。

## Exercise 10. 设计下面语言的自动机:

$$L = \{a^n b^m \mid 0 \leq n \leq m \leq 3n\}$$

直观上，可以用下面的方法来解决这一问题。

- (1) 当读取一个**a**时，栈中压入一个1、或两个1、或三个1；
- (2) 当读取一个**b**时，栈中退掉一个1。



确定/非确定？ 该自动机接受 **aabbbbbbb** 的格局序列为？

该语言的文法？