Exercise 1.

给出T={a,b} 上能满足下列条件的语言的文法、自动机、正则式:

(a)至少有3个a的所有符号串

(b) a的个数不多于3的所有符号串

(c) 每个a有一个且仅有一个b紧跟其后的所有串的集合。

(d)至少包含一个a且 每个a都有b紧跟其后的所有串的集合

Exercise 2. *给出能满足下列条件的语言的文法:*

(a) $T=\{a\}$, $L=\{w \mid |w| \bmod 3 > 0\}$

(b) $L=\{\omega a \omega^R \mid \omega \in \{a,b\}^*$，其中$\omega^R$为$\omega$的逆$\}$

(c) $\{a^{2m}(bc)^n \mid m,n \geq 0\}$

(d) $T=\{a,b\}$, $L=\{w \mid$ w中a比b多 $\}$

Exercise 3:

分析并描述下述文法产生的语言形式.

(*a*) $S \to \varepsilon \mid aA$

$S \to bS$

$A \to aS \mid bA$

(*b*) $S \to \varepsilon \mid aA \mid bB$

$A \to bS \mid aAA$

$B \to aS \mid bBB$

(L＝｛ω| ω ∈ ｛a,b}*且ω中a，b的个数相同｝)

Exercise 4.

*不含子串aba的{a,b}*上的字符串集合，*

判断该集合是否为正则集？若是，其自动机？文法？

Exercise 5.

设计自动机接受下述语言

a） $L=\{\omega \mid \omega \in \{0,1\}^*$ *其中ω 中0的个数为偶数且如果存在1的话必须至少有两个连续的1*$\}$

b) The set of strings over alphabet {0,1,2,3} such that the final digit has appeared before.

c) The set of strings over alphabet {0,1,2,3} such that the final digit has not appeared before.

Exercise 6. *给出下列语言的文法：*

a) $\{a^n b^m c^{2n+m} | n,m>0\}$

$$S \rightarrow aScc \mid aBcc$$
$$B \rightarrow bBc \mid bc$$

b) $L = \{\, xwx^T \mid x,w \in \{a,b,c\}^+ \,\}$

参考解答：

定义语言L（G）的产生式集合为：

$S \rightarrow a\,A\,a \mid b\,A\,b \mid c\,A\,c \mid A$ （？ *注意边界条件*）

$A \rightarrow a\,A\,a \mid b\,A\,b \mid c\,A\,c \mid B$

$B \rightarrow a\,B \mid b\,B \mid c\,B \mid a \mid b \mid c$

- ***Exercise 7.*** 设计空栈接受方式的PDA，使它接受语言为所有由0,1构成的，并且任何前缀中0的个数都大于等于1的个数的串的集合。

参考解答：

- 构造以空栈方式接受的PDA P = (Q, T, Γ, δ, q0, Z0)，其中
- Q={q0 }；状态q0表示当前扫描过的输入串的任何前缀中0的个数不少于1的个数；
- Γ={ Z0， X }；下推栈中，X的个数表示当前扫描过的输入串中0的个数比1的个数多多少；
- δ(q0,0, Z0)={(q0,X Z0)}；
- δ(q0,0, X)={(q0,X X)},δ(q0,1, X)={(q0,ε)}；
- δ(q0, ε, X)={(q0, ε)}, δ(q0, ε, Z0)={(q0, ε)}.

Exercise 8.

考虑以下两个语言：

$L1 = \{a^n b^{2n} c^m \mid n, m \geq 0\}$

$L2 = \{a^n b^m c^{2m} \mid n, m \geq 0\}$

a) 通过分别给出上述语言的文法来证明这些语言都是上下文无关的。

b) L1∩L2是CFG吗？证明你的结论的正确性。

参考解答：

a）定义文法 ***G1*** 的产生式集合为：

$$S \rightarrow AB$$
$$A \rightarrow aAbb \mid \varepsilon$$
$$B \rightarrow cB \mid \varepsilon$$

定义文法 ***G2*** 的产生式集合为：

$$S \rightarrow AB$$
$$A \rightarrow aA \mid \varepsilon$$
$$B \rightarrow bBcc \mid \varepsilon$$

可以证明 ***L1=L(G1)***，***L2=L(G2).***

b）$L1 \cap L2 = \{ a^n b^{2n} c^{4n} \mid n \geq 0\}$不是***CFG.*** 可以用***Pumping***引理证明之.

对于任意的n，存在$z=a^n b^{2n} c^{4n}$ 属于该语言.

令 $z=w_1 w_2 w_0 w_3 w_4$，其中，$|w_2 w_0 w_3| \leq n$，$w_2 w_3 \neq \varepsilon$，

若取$k=0$，则 $w_1 w_2^k w_0 w_3^k w_4$不属于该语言***(***分析略***)***，因此该语言不是正则语言.

Exercise 9.

设计下面语言的文法和自动机：

$L = \{a^n b^m a^m b^n \mid n, m \geq 0\}$

参考解答：

定义文法 *G1* 的产生式集合为：

$$S \rightarrow a\,A\,b \mid \varepsilon$$
$$A \rightarrow a\,A\,b \mid B$$
$$B \rightarrow b\,B\,a \mid \varepsilon$$

PDA:

可直接构造，也可从文法构造。

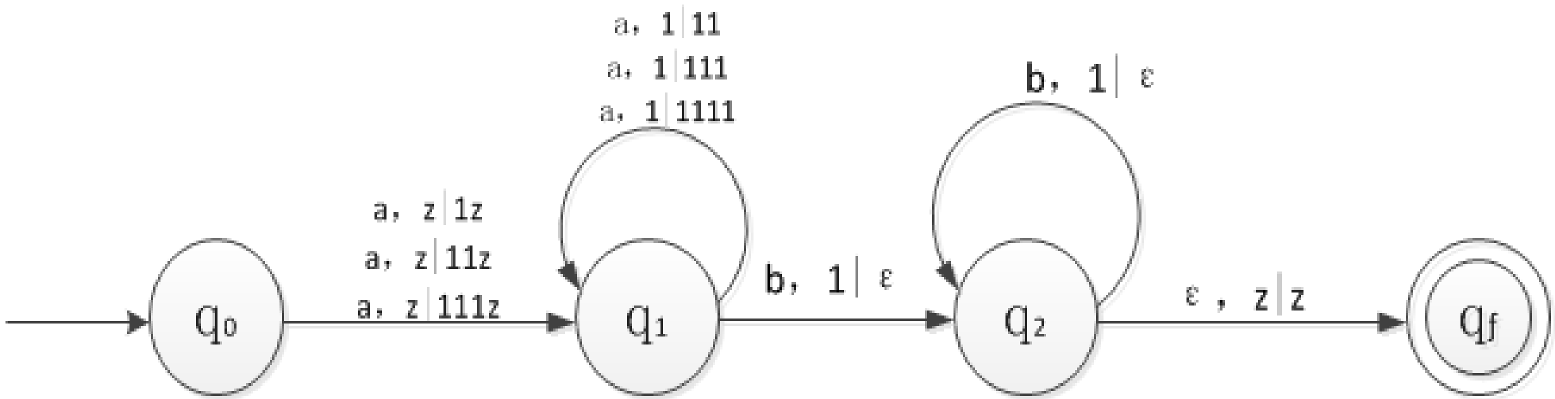
Exercise 10. 设计下面语言的自动机：

$$L = \{a^n b^m \mid 0 \le n \le m \le 3n\}$$

直观上，可以用下面的方法来解决这一问题。

（1）当读取一个a 时，栈中压入一个1、或两个1、或三个1；

（2）当读取一个b 时，栈中退掉一个1。



确定/非确定？ 该自动机接受 aabbbbb的格局序列为？

该语言的文法？