

17. 使用泵浦引理，证明下列集合不是正则集：

(1) 由文法  $G$  的生成式  $S \rightarrow aSbS \mid c$  产生的语言  $L(G)$

(3)  $\{0^n 1^m 2^{n+m} \mid n, m \geq 1\}$

(4)  $\{\omega \omega \mid \omega \in \{a, b\}^*\}$

证明：(1) 在  $L(G)$  中， $a$  的个数与  $b$  的个数相等

假设  $L(G)$  是正则集，对于足够大的  $k$  取  $\omega = a^k (cb)^k c$

$\omega \in L$  且  $|\omega| > k$ ，令  $\omega = \omega_1 \omega_0 \omega_2$ ，其中  $|\omega_0| > 0 \quad |\omega_1 \omega_0| \leq k$

因为存在  $\omega_0$  使  $\omega_1 \omega_0^i \omega_2 \in L$

所以对于任意满足条件的  $\omega_0$  只能取  $\omega_0 = a^n \quad n \in (0, k]$

则  $\omega_1 \omega_0^i \omega_2 = a^{k-n} (a^n)^i (cb)^k c$ ，在  $i$  不等于 1 时不属于  $L$

与假设矛盾。则  $L(G)$  不是正则集

(3) 假设该集合是正则集，对于足够大的  $k$  取  $\omega = 0^k 1^x 2^y$  其中  $y = k+x$ ；

$\omega \in L$  且  $|\omega| > k$ ，令  $\omega = \omega_1 \omega_0 \omega_2$ ，其中  $|\omega_0| > 0 \quad |\omega_1 \omega_0| \leq k$

因为存在  $\omega_0$  使  $\omega_1 \omega_0^i \omega_2 \in L$

所以对于任意满足条件的  $\omega_0$  只能取  $\omega_0 = 0^n \quad n \in (0, k]$ ，

则  $\omega_1 \omega_0^i \omega_2 = 0^{k-n} (0^n)^i 1^x 2^y$  在  $i$  不等于 1 时， $y$  不等于  $k+x$ ，因此不属于该集合。

与假设矛盾。则该集合不是正则集

(4) 假设该集合是正则集，对于足够大的  $k$  取  $\omega = a^k b a^k b$

$\omega \in L$  且  $|\omega| > k$ ，令  $\omega = \omega_1 \omega_0 \omega_2$  其中  $|\omega_0| > 0 \quad |\omega_1 \omega_0| \leq k$

因为存在  $\omega_0$  使  $\omega_1 \omega_0^i \omega_2 \in L$

所以对于任意满足条件的  $\omega_0$  只能取  $\omega_0 = a^n \quad n \in (0, k]$

则  $\omega_1 \omega_0^i \omega_2 = a^{k-n} (a^n)^i b a^k b$  在  $i$  不等于 1 时不满足  $\omega$  的形式，不属于该集合

与假设矛盾。则该集合不是正则集

20. 已知 DFA 的状态转移表如下，构造最小状态的等价 DFA。

	0	1
->A	B	A
B	D	C
C	D	B
*D	D	A
E	D	F
F	G	E
G	F	G
H	G	D

答：由表可得，E、F、G、H 是不可达状态，可以删除，余下的状态构成状态集  $\{A, B, C, D\}$ ，对该状态集划分为终止状态集  $\pi^1$  和非终止状态集  $\pi^2$ ，而  $\pi^1 = \{D\}$ ， $\pi^2 = \{A, B, C\}$ 。

对  $\pi^1$ ，很显然不可再细分；

对  $\pi^2 = \{A, B, C\}$  经标 0 的边，可达集是  $\{B, D\}$ ，由于 B、D 分别属于  $\pi^1$  和  $\pi^2$ ，故将  $\pi^2$  细分为  $\pi^{21} = \{A\}$ ， $\pi^{22} = \{B, C\}$ 。

对 $\pi^{22}=\{B, C\}$ 经标 1 的边，可达集是 $\{B, C\}$ ，由于 B, C 分别同属于和 $\pi^{22}$ ，故不可再细分。这样可得最后的划分为： $\{\{A\}, \{B, C\}, \{D\}\}$ ，最后可得简化了的 DFA 为：

	0	1
->A	B	A
B	D	B
*D	D	A

易错点：有的同学未删除不可达状态。

9.对应图 (a) (b)的状态转换图写出正则式。(图略)

注意:答案不唯一。

(a) 由图可知  $q_0 = aq_0 + bq_1 + a + \varepsilon$

$$q_1 = aq_2 + bq_1$$

$$q_2 = aq_0 + bq_1 + a$$

$$q_1 = abq_1 + bq_1 + aaq_0 + aa$$

$$= (b+ab) q_1 + aaq_0 + aa$$

$$= (b+ab)^* (aaq_0 + aa)$$

$$q_0 = aq_0 + b(b+ab)^* (aaq_0 + aa) + a + \varepsilon$$

$$= (a+b(b+ab)^*aa) q_0 + b(b+ab)^*aa + a + \varepsilon$$

$$= (a+b(b+ab)^*aa)^* (b(b+ab)^*aa + a + \varepsilon)$$

$$= (a+b(b+ab)^*aa)^*$$

(b)  $q_0 = aq_1 + bq_2 + a + b$

$$q_1 = aq_0 + bq_2 + b$$

$$q_2 = aq_1 + bq_0 + a$$

$$q_1 = aq_0 + baq_1 + bbq_0 + ba + b$$

$$= (ba)^* (aq_0 + bbq_0 + ba + b)$$

$$q_2 = aaq_0 + abq_2 + bq_0 + ab + a$$

$$= (ab)^* (aaq_0 + bq_0 + ab + a)$$

$$q_0 = a(ba)^* (a+bb)q_0 + a(ba)^* (ba+b) + b(ab)^* (aa+b)q_0 + b(ab)^* (ab+a) + a+b$$

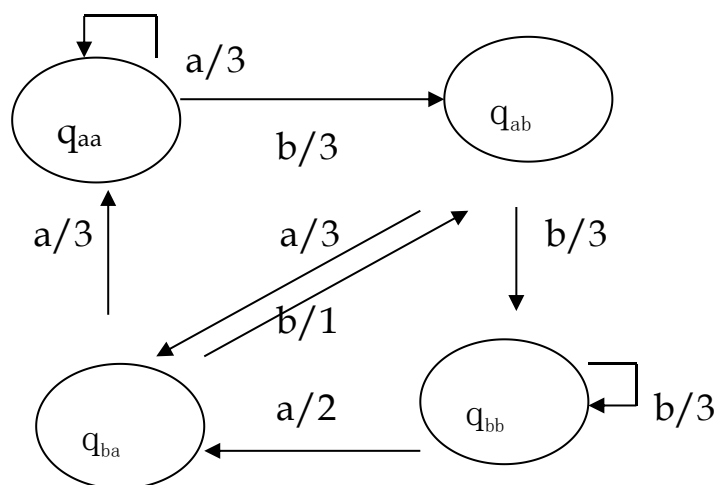
$$= [a(ba)^* (a+bb) + b(ab)^* (aa+b)]^* (a(ba)^* (ba+b) + b(ab)^* (ab+a) + a+b)$$

## 18. 构造米兰机和摩尔机

对于 $\{a,b\}^*$ 的字符串，如果输入以 **bab** 结尾，则输出 1；如果输入以 **bba** 结尾，则输出 2；否则输出 3。

答：米兰机：

说明状态  $q_{aa}$  表示到这个状态时，输入的字符串是以 **aa** 结尾。其他同理。



摩尔机，状态说明同米兰机。

