باسمه تعالی

پروژه ی رباتیک

اعضا ی گروه:

ملیکا صالحیان

مهبان قلی جعفری

محمدحسین هادیان

محمدادیب جهان‌تاب

1)

ربات انتخابی، ربات RS006L-A می باشد که از محصولات شرکت Kawasaki است. این ربات سری دارای ۶ درجه ی آزادی می باشد. هر ۶ مفصل این ربات دورانی هستند. شکل ربات را در زیر می بینیم:

مشخصات ربات (همگی به کمک سالید وورک):

- شماره گذاری لینک ها و مفاصل از پایین ربات به سمت بالا (به طرف EE): به ترتیب 1 و 2 و 3 و ...

طول لینک ها:

$$L_1 = 0.12\ m$$

$$L_2 = 0.67\ m$$

$$L_3 = 0.7\ m$$

$$L_{Base} = 0.22\ m$$

جرم و اینرسی لینک ها (نسبت به دستگاه بدنه):

$$I_1 = \begin{bmatrix} 14.01 & -0.11 & -1.46 \\ -0.11 & 14.12 & 0.19 \\ -1.46 & 0.19 & 0.99 \end{bmatrix} \ \&\ m_1 = 56.73\ kg$$

$$I_2 = \begin{bmatrix} 0.83 & 0 & -0.01 \\ 0 & 0.83 & 0.09 \\ -0.01 & 0.09 & 0.06 \end{bmatrix} \ \&\ m_2 = 13.91\ kg$$

$$I_3 = \begin{bmatrix} 1.07 & 0 & 0 \\ 0 & 1.07 & 0.04 \\ 0 & 0.04 & 0.07 \end{bmatrix} \ \&\ m_3 = 12.33\ kg$$

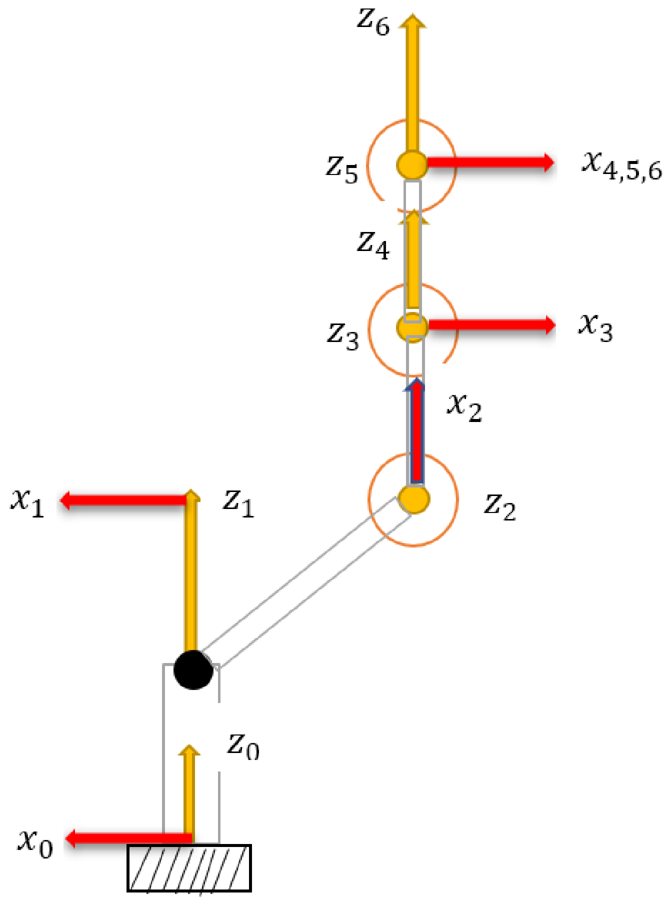
بعلاوه برای بخش دینامیک، نیازمند هستیم تا از ماتریس های اینرسی نسبت به دستگاه مرجع استفاده کنیم. لذا برای هر کدام از لینک ها، ماتریس اینرسی نسبت به دستگاه مرجع را در زیر می بینیم:

$$I'_1 = \begin{bmatrix} 34.39 & -0.17 & -3 \\ -0.17 & 34.58 & 1.03 \\ -3 & 1.03 & 1.14 \end{bmatrix}$$

$$I'_2 = \begin{bmatrix} 6.9 & -0.17 & -0.99 \\ -0.17 & 6.89 & 1.08 \\ -0.99 & 1.08 & 0.39 \end{bmatrix}$$

$$I'_3 = \begin{bmatrix} 20.75 & 0.02 & -1.54 \\ 0.02 & 20.87 & -0.21 \\ -1.54 & -0.21 & 0.19 \end{bmatrix}$$

2) همانطور که در شکل زیر می بینیم محورها الصاق شده اند. حال جدول دناویت هارتنبرگ modified را به شکل زیر پر می کنیم:



	a_{i-1} (m)	α_{i-1}	d_i (m)	θ_i
$i = 1$	0	0	0.46	θ_1
$i = 2$	-0.12	-90	0	$-90 + \theta_2$
$i = 3$	0.67	0	0	$-90 + \theta_3$
$i = 4$	0	-90	0.7	θ_4
$i = 5$	0	+90	0	θ_5
$i = 6$	0	-90	0	θ_6

3) حال با استفاده از پارامترهای DH، ماتریس های T را بدست می آوریم:

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.46 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2^1 = \begin{bmatrix} s\theta_2 & c\theta_2 & 0 & -0.12 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^2 = \begin{bmatrix} s\theta_3 & c\theta_3 & 0 & 0.67 \\ -c\theta_3 & s\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_4^3 = \begin{bmatrix} c\theta_4 & -s\theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.7 \\ -s\theta_4 & -c\theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_5^4 = \begin{bmatrix} c\theta_5 & -s\theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ s\theta_5 & c\theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_6^5 = \begin{bmatrix} c\theta_6 & -s\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -s\theta_6 & -c\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ماتریس T_6^0 یا همان T_{EE}^0 با رابطه ی زیر بدست خواهد آمد.

$$T_6^0 = T_1^0 T_2^1 T_3^2 T_4^3 T_5^4 T_6^5$$

این ماتریس مبدا مختصات دستگاه 0م را به مبدا مختصات دستگاه 6م می رساند. بنابرین اگر برداری در دستگاه مختصات EE داشته باشیم، کافیست ماتریس T_6^0 را که در کد متلب با Ttotal از آن یاد کرده ایم، در آن بردار ضرب نماییم.

4)زوایای اویلر:

حالت زیر را از حالت های 12 گانه ی اویلر در نظر می گیریم:

$$R = R_{z,\alpha} R_{y,\beta} R_{z,\gamma}$$

باید با سه دوران (حول دستگاه های جاری)، دستگاه 0 را به دستگاه شماره 6 برسانیم. طبق کتاب کریگ داریم:

$$\beta = atan2(\sqrt{r_{31}^2 + r_{32}^2}, r_{33})$$

$$\alpha = atan2(r_{23}/\sin(\beta), r_{13}/\sin(\beta))$$

$$\gamma = atan2(r_{32}/\sin(\beta), -r_{31}/\sin(\beta))$$

دقت شود که درایه های r_{ij} در فرمول های بالا همان درایه های ماتریس دوران کلی هستند که از ماتریس تبدیل محاسبه شده در قسمت قبل بدست می آیند.

حال ماتریس دوران حاصل از زوایای اویلر با استفاده از رابطه ی زیر بدست می آید که صحت سنجی برابر بودن آن با ماتریس دوران اصلی در متلب انجام شده است:

$${}^{A}_{B}R_{Z'Y'Z'}(\alpha, \beta, \gamma) = \begin{bmatrix} c\alpha c\beta c\gamma - s\alpha s\gamma & -c\alpha c\beta s\gamma - s\alpha c\gamma & c\alpha s\beta \\ s\alpha c\beta c\gamma + c\alpha s\gamma & -s\alpha c\beta s\gamma + c\alpha c\gamma & s\alpha s\beta \\ -s\beta c\gamma & s\beta s\gamma & c\beta \end{bmatrix}.$$

زوایای ثابت (رول-پیچ-یاو): باز هم با سه دوران اما این بار حول محورهای ثابتِ x_0 و y_0 و z_0 باید دستگاه 0 را به 6 برسانیم.

$$R = R_{z,\theta} R_{y,\varphi} R_{x,\gamma}$$

از فرمول های زیر استفاده می کنیم:

$$tan\varphi = \frac{r_{32}}{r_{33}}$$

$$tan\theta = \frac{-r_{31}}{\sqrt{r_{32}^2 + r_{33}^2}}$$

$$tan\psi = \frac{r_{21}}{r_{11}}$$

ماتریس دوران با رابطه ی زیر و با استفاده از روابطی که در بالا برای رول و پیچ و یاو بدست اوردیم محاسبه می شود.

$$R = \begin{bmatrix} c_\psi c_\theta & c_\psi s_\theta s_\phi - s_\psi c_\phi & c_\psi s_\theta c_\phi + s_\psi s_\phi \\ s_\psi c_\theta & s_\psi s_\theta s_\phi + c_\psi c_\phi & s_\psi s_\theta c_\phi - c_\psi s_\phi \\ -s_\theta & c_\theta s_\phi & c_\theta c_\phi \end{bmatrix}$$

زوایای معادل و چهارگانه یکه:

لگاریتم می تواند از نظر عددی به زوایای چرخش کوچک θ حساس باشد زیرا تقسیم بر $\sin\theta$ است. ما همچنین دیدیم که تمام نمایش‌های سه پارامتری دیگر SO(3)، مانند زوایای اویلر و زوایای roll-pitch-yaw، از تکینگی‌های مشابهی در نمایش رنج می‌برند، و این بدان معناست که راه‌حل همیشه برای مسئله معکوس وجود نخواهد داشت. بنابراین، یک نمایش جایگزین جهت گیری به نام واحد کواترنیون استفاده می شود که تکینگی را به قیمت داشتن متغیر چهارم در نمایش کاهش می دهد.

$$q1 = \frac{1}{2}\sqrt{1 + r11 + r22 + r33}$$

$$q2 = \frac{1}{2}sgn(r32 - r23)\sqrt{1 + r11 - r22 - r33}$$

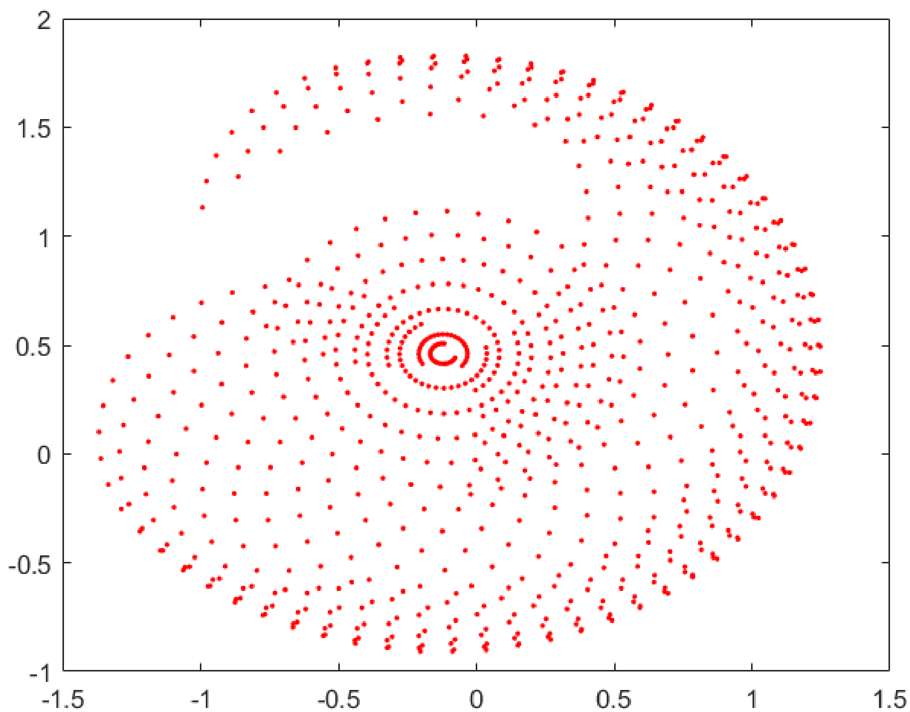
$$q3 = \frac{1}{2}sgn(r13 - r31)\sqrt{1 - r11 + r22 - r33}$$

$$q4 = \frac{1}{2}sgn(r21 - r12)\sqrt{1 - r11 - r22 - r33}$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 2q_1^2 + 2q_2^2 - 1 & 2q_2q_3 - 2q_1q_4 & 2q_2q_4 + 2q_1q_3 \\ 2q_2q_3 + 2q_1q_4 & 2q_1^2 + 2q_3^2 - 1 & 2q_3q_4 - 2q_1q_2 \\ 2q_2q_4 - 2q_1q_3 & 2q_3q_4 - 2q_1q_2 & 2q_1^2 + 2q_4^2 - 1 \end{bmatrix}.$$

5) فضای کاری ربات

فضای کاری ربات بصورت زیر خواهد بود:

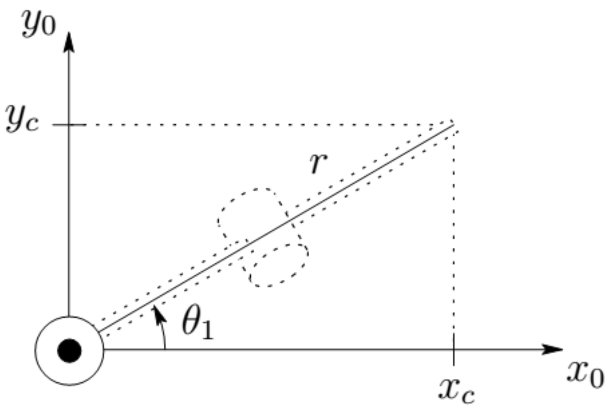


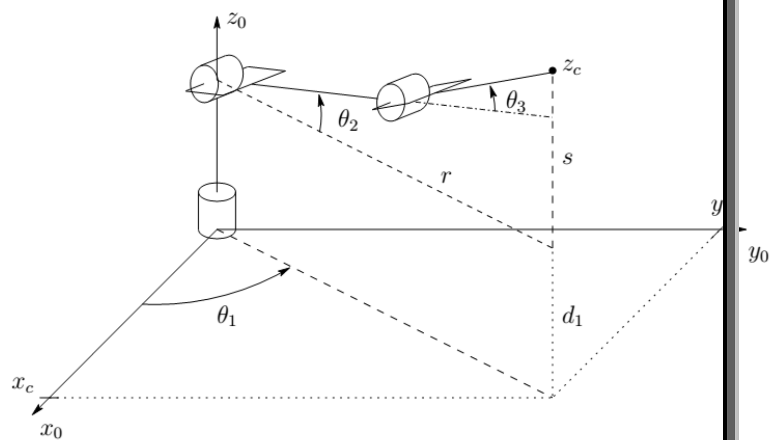
6) سینماتیک معکوس

دقت داریم که سه فریم اخر در ربات ما با هم در مبداءشان متقاطع اند لذا کساله سینماتیک معکوس موقعیت و جهت گیری از هم مجزا هستند. با استفاده از موقعیت EE می توان سه زاویه ی اول یعنی $\theta_{1,2,3}$ را بدست آورد. بصورت زیر عمل می کنیم:

فرض شود که ربات می خواهد به موقعیتِ $p_6^0 = \begin{bmatrix} 0.8 \\ 0.8 \\ 1 \end{bmatrix}$ دستیابی پیدا کند.

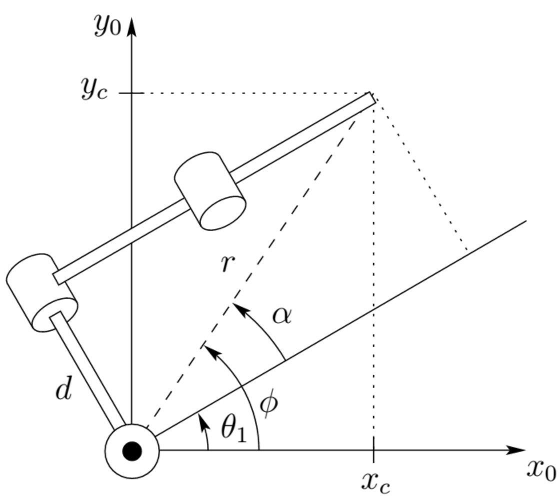
$a_2 = 0.67 \,\&\, a_3 = 0.7$





$$\theta_1 \quad = \quad \operatorname{atan2}(x_c, y_c)$$

$$\theta_1 \quad = \quad \pi + \operatorname{atan2}(x_c, y_c)$$



$\alpha = atan2(\sqrt{r^2 - d^2}, d)$

$\theta_1 = \phi - \alpha$

$D = (x_c^2 + y_c^2 - d^2 + (z_c - d_1)^2 - a_2^2 - a_3^2)/(2 * a_2 * a_3)$

$\theta_3 = atan2(D, \sqrt{(1 - D^2)})$

$\theta_2 = atan2\left(\sqrt{x_c^2 + y_c^2 - d^2}, z_c - d_1\right) - atan2(a_2 + a_3 * \cos(\theta_3), a_3 * \sin(\theta_3))$

با استفاده از کد متلب، این سه زاویه بصورت زیر بدست می آیند:

$$\theta_1 = -0.5444\, rad$$

$$\theta_2 = -0.1278\, rad$$

$$\theta_3 = 0.5853\, rad$$

حال باید از روی جهت گیری EE، سه زاویه ی بعدی را بیابیم. یعنی ورودی سیستم در این حالت باید ماتریس دوران R_{EE}^0 (که از زوایای اویلر قابل دستیابی است) و همچنین موقعیت p_6^0 باشد. از موقعیت نهایی که در بخش قبل سه زاویه ی اول را پیدا کردیم. حال می دانیم:

$$R_{EE}^0 = R_4^0 R_{EE}^4$$

پس ماتریس R_{EE}^4 که وابسته به $\theta_{4,5,6}$ است قابل محاسبه است. لذا خود زوایای $\theta_{4,5,6}$ نیز بدست می آیند.

7) ژاکوبین:

<u>روش عمومی:</u>

هر ۶ مفصل ربات ما چرخشی هستند پس ژاکوبین از رابطه ی زیر بدست می آید:

$$J = \begin{bmatrix} J_v \\ J_\omega \end{bmatrix} = [J_1 \quad J_2 \quad J_3 \quad J_4 \quad J_5 \quad J_6] \xrightarrow[\;]{\substack{all\ joints\ are\ revolute; \\ dh\ modified}} J_i = \begin{bmatrix} z_i * (o_n - o_i) \\ z_i \end{bmatrix}$$

دقت شود که در این روش، z_i & o_i، سه سطر بالاییِ ستون سوم و چهارم ماتریس $T_1 * \ldots * T_i$ هستند. و o_n همان o_6 است.

دقت شود که در ماتریس ژاکوبین حاصله در متلب، بلوک سه در سه ی بالا سمت راست مساوی صفر شد زیرا سه مفصل اخر تاثیری روی سرعت خطی EE ندارند.

صحت سنجی ژاکوبین:

صحت سنجی Jv:

برای این منظور از روش مشتق گیری مستقیم استفاده می کنیم. یعنی باید از p_6^0 بر حسب زمان مشتق بگیریم تا به سرعت خطی EE نسبت به دستگاه مبدا برسیم. حال باید ضرایب Jv را طوری تعیین نماییم که:

$$v = J\dot{q}$$

البته دقت داریم که چون در ربات ما، سه زاویه ی اخر تاثیری روی موقعیت EE ندارند لذا می توان مشتق گیری را از p_3^0 انجام داد.

صحت سنجی Jw:

بدین منظور از روش انتشار سرعت استفاده می کنیم. طبق این روش برای مفصل دورانی داریم:

$$\omega_{i+1}^{i+1} = R_i^{i+1}\omega_i^i + \dot{\theta}_{i+1} z_{i+1}^{i+1}$$

با محاسبه ی همه ی امگاها، در نهایت به ω_6^6 میرسیم. حال باید درایه های ${}_6^6J\omega$ را طوری تعیین نماییم که:

$$\omega_6^6 = {}_6^6J\omega\dot{q}$$

حال داریم:

$${}_6^0J\omega = R_6^0\,{}_6^6J\omega$$

8) تکینگی:

می دانیم ماتریس J در ربات ما شامل یک بلوک سه در سه ی صفر است. پس دترمینان J برابر ضرب دترمینان دو بلوک سه در سه ی روی قطر است. حال باید این دترمینان را مساوی صفر قرار دهیم. یکی از دسته جواب ها بصورت زیر است:

$$\theta_5 = k\pi$$

در معادله ی $\det(J) = 0$ اثری از تتاهای ۱ و ۴ و ۶ نیست. پس این زوایا تاثیری روی تکینگی ندارند. یک دسته جواب دیگر، عبارتی بر حسب $\theta_2 \,\&\, \theta_3$ است. داریم:

$$\begin{aligned}70\cos(\theta_2) - 12\sin(\theta_3) + 67\sin(\theta_2)\sin(\theta_3) \\ - 70\cos(\theta_2)\cos(\theta_3)\cos(\theta_3) \\ + 70\cos(\theta_3)\sin(\theta_2)\sin(\theta_3)/1000 = 0\end{aligned}$$

8) دینامیک با روش اویلر-لاگرانژ:

ربات ما دارای ۳ لینک است. مراکز جرم لینک ها را در انتهای لینک ها در نظر می گیریم. برای محاسبه ی ماتریس m از رابطه ی زیر استفاده می نماییم:

$$M = m_i J_{vi}^T J_{vi} + J_{\omega i}^T I_i J_{\omega i}$$

در رابطه ی بالا I_i ماتریس اینرسی مرکز جرم i م در دستگاه مرجع است که قبلا از سالید وورک استخراج نموده بودیم. با جایگذاری بقیه ی مقادیر ماتریس M محاسبه می شود.

برای محاسبه ی ماتریس G باید انرژی پتانسیل گرانشی هر کدام از مراکز جرم نسبت به زمین را بنویسیم و باهم جمع نماییم تا به P برسیم و سپس از حاصل جمع (P) نسبت به تتاها مشتق بگیریم:

$$\varphi = \begin{bmatrix}\varphi_1\\ \varphi_2\\ \varphi_3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\dfrac{\partial P}{\partial \theta_1}\\ \dfrac{\partial P}{\partial \theta_2}\\ \dfrac{dP}{d\theta_3}\end{bmatrix}$$

و در نهایت برای محاسبه ی ماتریس C، ابتدا باید از فرمول زیر، c_{ijk} را محاسبه کنیم:

$$c_{ijk} = 0.5\left(\frac{\partial M_{kj}}{\partial \theta_i} + \frac{\partial M_{ki}}{\partial \theta_j} - \frac{\delta M_{ij}}{\delta \theta_k}\right)$$

دقت شود که ۶ بتوان ۳ تا از عبارات بالا قابل محاسبه است.

سپس برای رسیدن بـه مـاتریس C بایـد از عبـارت بـالا سـیگا بگیـریم. بـرای سـطر kم و سـتون iم ماتریس C داریم:

$$C_{ki} = \sum_{j=1}^{6} c_{ijk}\dot{q}_J$$