

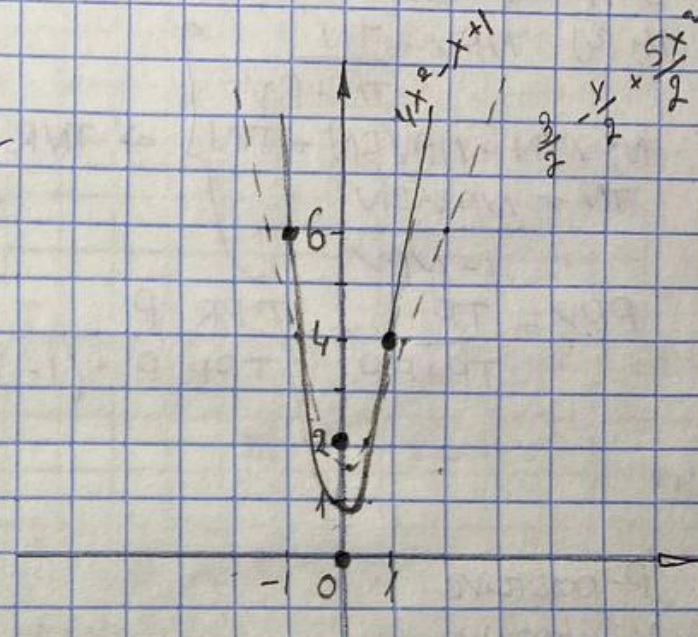
Домашняя работа

~ 3 (1)

1) изобразить точки

x	1	1	0	0	-1
y	4	4	0	2	6

- обучающая выборка



~ 40

Приведем формулы из данного списка:

positive $\rightarrow P$ $\bullet TPR = \frac{TP}{TP+FN} = 1 - \frac{FN}{P} \quad (1)$

$\bullet PPV = \frac{TP}{TP+FP} = 1 - \frac{FP}{FP+TP} \quad (3)$

negative $\rightarrow N$ $\bullet TNR = \frac{TN}{TN+FP} = 1 - \frac{FP}{N} \quad (2)$

$\bullet NPV = \frac{TN}{TN+FN} = 1 - \frac{FN}{FN+TN} \quad (4)$

Докажем, что по 2м известным показателям из списка, выражаются остальные 2.

1) \square TPR и TNR известны, PPV и NPV?

$TN = TNR \cdot N$

$\bullet FN = (1 - TPR) \cdot P$

$\bullet FP = (1 - TNR) \cdot N$

?

$\Rightarrow NPV = \frac{TN}{TN+FN} = \frac{N \cdot TNR}{N \cdot TNR + P(1 - TPR)}$

$PPV = \frac{TP}{TP+FP} = \frac{TPR \cdot P}{P \cdot TPR + (1 - TNR) \cdot N}$

2) \square TNR u PPV; TPR u NPV-?

uz (2) $FP = (1 - TNR)N$

uz (3) $PPV(TP + FP) = TP$ $\Rightarrow TP = \frac{(1 - TNR)N \cdot PPV}{1 - PPV}$
 $PPV TP + PPV FP = TP$
 $TP = \frac{PPV \cdot FP}{1 - PPV}$

$$\oplus TPR = \frac{TP}{P} = \frac{(1 - TNR)N \cdot PPV}{P(1 - PPV)}$$

$$NPV = \frac{TN}{TN + FN} = \frac{TNR \cdot N}{TNR \cdot N + FN} = \frac{TNR \cdot N}{TNR \cdot N + P(1 - TPR)} \quad (*)$$

3) \square NPV и TPR; TNR и PPV?

из (1) $NPV = \frac{TN}{TN+FN}$

$$NPV \cdot TN + NPV \cdot FN = TN \Rightarrow TNR = \frac{TN}{N} = \frac{NPV \cdot (TN+FN)}{N} = \frac{NPV \cdot (NPV(1-TPR)P + (1-TPR)P)}{1-NPV}$$

$$TN = \frac{NPV \cdot FN}{1-NPV}$$

$$PPV = \frac{TP}{TP+FP} = \frac{TPR \cdot P}{TPR \cdot P + (1-TNR)N}$$

аналогично остальные

~ 41

1) P-positive

N-negative

$$TPR = \frac{TP}{TP+FN} \quad (1)$$

$$PPV = \frac{TP}{TP+FP} \quad (3)$$

$$TNR = \frac{TN}{TN+FP} \quad (2)$$

$$NPV = \frac{TN}{TN+FN} \quad (4)$$

Для обоих классификаторов P-одинаковое, \Rightarrow TP отпр-ся и у (1) и у (3) как
 $TP = x$ - известное: $PPV = \frac{x}{x+FP} \Rightarrow FP$ - аналогично TP отпр-ся ед. образом

Тогда из 4 $FN = P - TP$ - единицы тоже отпр-ся ед. образом
 $TN = N - FP$

Таким образом, TNR и NPV совпадают

2) Если п.1 справедлив, то PPV и TPR тоже совпадут:

из (2) TNR отпр-ся единственным образом для обоих классификаторов \rightarrow

TN - известно, $TN = y$

из (4) $NPV = \frac{y}{y+FN}$, значит, FN отпр-ся единств. образом

Тогда из Φ $TP = (P - FN)$ опр. Sn TPR теже опр. ед. образ
 $FP = (N - TN)$ ед. опр.

Аналогично образом, PPV и TPR совпадают



3) • ROC - кривая взаимозависимости величин TPR и FPR
где: $TPR = \frac{TP}{TP + FN} = P$, $FPR = \frac{FP}{FP + TN} = N$ \Rightarrow TP, FP опр. ед. образ

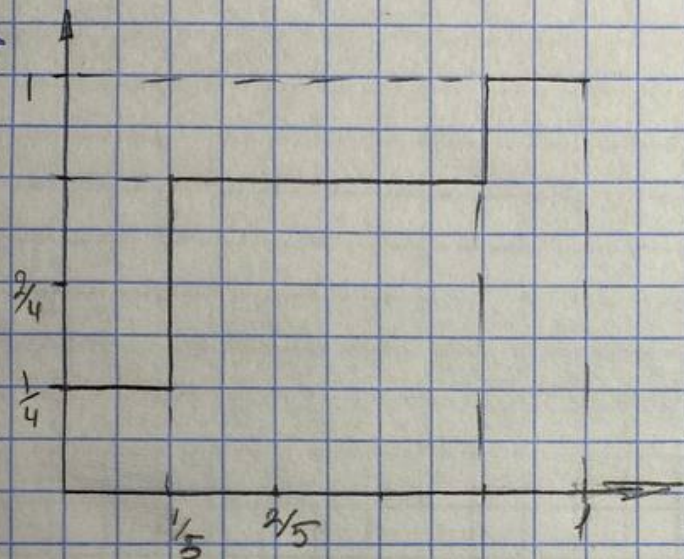
• Precision = $\frac{TP}{TP + FP}$ \leftarrow совпадение precision
• Recall = $\frac{TP}{TP + FN} = TPR$

Из Φ FN опр. единств. образ \Rightarrow если TPR и recall заданы
однозначно, то совпадение Rce влечет совпадение Pn-Rce.
 \leftarrow из совп. в precision мы можем сделать, что и обратное утв-е
верно.

№42

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$y^{(i)}$	0	0	0	0	0	1	1	1	1
$g(x^{(i)})$	0,45	0,15	0,11	0,23	0,09	0,1	0,66	0,82	0,5

ROC - график:



$$AUC = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} + \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{5} \cdot 1 = \frac{14}{20} = 0,7$$

Матр. ошибок:

	$y=1$	$y=0$
$\hat{y}=1$	TP=3	FP=1
$\hat{y}=0$	FN=1	TN=4

$$FPR = \frac{FP}{FP+TN} = \frac{1}{1+4} = \frac{1}{5}$$

$$FNR = \frac{FN}{FN+TP} = \frac{1}{1+3} = \frac{1}{4}$$

$$TNR = \frac{TN}{TN+FP} = \frac{4}{4+1} = \frac{4}{5}$$

$$TPR = \frac{TP}{TP+FN} = \frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}$$

$$PPV = \frac{TP}{TP+FP} = \frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}$$

$$accuracy = \frac{TP+TN}{TP+TN+FP+FN} = \frac{7}{9}$$

$$Error = \frac{FP+FN}{TP+TN+FP+FN} = \frac{2}{9}$$

$$F1 = 2 \cdot \frac{recall \cdot precision}{recall + precision} = 2 \cdot \frac{PPV \cdot TPR}{PPV + TPR} = 2 \cdot \frac{\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4}}{\frac{3}{4} + \frac{3}{4}} = 2 \cdot \frac{\frac{9}{16}}{\frac{6}{4}} = \frac{3}{4}$$