Laboratorio 3 per fondamenti di automatica - ing. fisica

Esercizio 1: Legge di controllo e ricostruzione dello stato; progetto del regolatore

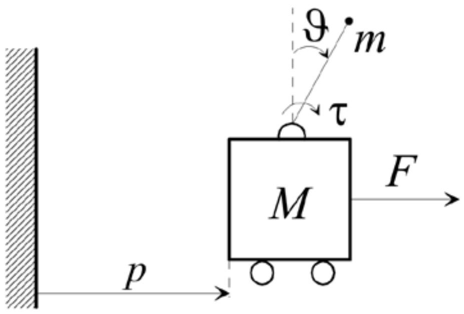
Sia dato il sistema S lineare a <u>*tempo discreto*</u> definito dalle seguenti matrici:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -3 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & -4 \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad d = 0$$

a) Verificare che è instabile;
b) Verificare che è possibile stabilizzarlo con un regolatore lineare;
c) Determinare, se esiste, un regolatore stabilizzante che annulli la durata di tutti i transitori in tempo finito.
d) Implementare tramite uno schema simulink il regolatore che porta, in tempo finito, l'uscita del sistema (di cui non conosciamo lo stato iniziale) al valore di riferimento.

Esercizio 2: Legge di controllo e ricostruzione dello stato; progetto del regolatore

Si consideri il sistema meccanico (carrello con pendolo inverso) riportato in figura:



Il carrello, di massa M, è in moto rettilineo sotto l'azione di una forza F e porta incernierata un'asta di massa trascurabile e lunghezza l, al cui estremo è presente una massa concentrata di valore m. Alla cerniera dell'asta è possibile esercitare una coppia τ. Detta p la posizione del carrello e ϑ la posizione angolare dell'asta, misurata come in figura, il modello matematico del sistema è il seguente:

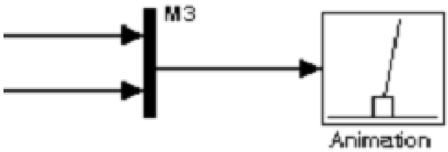
$$\begin{cases} (M+m)\ddot{p} - ml\dot{\vartheta}^2 \sin(\vartheta) + ml\ddot{\vartheta}\cos(\vartheta) = F \\ ml^2\ddot{\vartheta} + ml\ddot{p}\cos(\vartheta) - mgl\ \sin(\vartheta) = \tau \end{cases}$$

Si noti che il sistema è non lineare; linearizzando le equazioni intorno allo stato di equilibrio caratterizzato da posizioni e velocità (lineari ed angolari) nulle e da forzanti (forza e coppia) nulle, esplicitando le derivate seconde si ottiene:

$$\begin{cases} \delta\ddot{p} = -\dfrac{m}{M} g\delta\vartheta + \dfrac{1}{M}\delta F - \dfrac{1}{lM}\delta\tau \\ \delta\ddot{\vartheta} = \dfrac{g}{l}\dfrac{M+m}{M}\delta\vartheta - \dfrac{1}{lM}\delta F + \dfrac{1}{l^2}\dfrac{M+m}{Mm}\delta\tau \end{cases}$$

Si ponga $M = 10$, $m = 1$, l=1, $g = 9.8$

1. Posto $x_1 = \delta p, x_2 = \delta \dot{p}, x_3 = \delta\vartheta, x_4 = \delta\dot{\vartheta}, u_1 = \delta F, u_2 = \delta\tau, y_1 = \delta p, y_2 = \delta\vartheta$, si ricavino le matrici *A*, *B*, *C* e *D* del sistema linearizzato.
2. Si verifichi che il sistema è raggiungibile e osservabile utilizzando come ingresso e uscita rispettivamente la forza e la posizione del carrello, e che invece risulta non raggiungibile, né osservabile, qualora si utilizzino come ingresso e uscita rispettivamente la coppia e la posizione dell'asta.
3. Si progetti una legge di controllo con retroazione dello stato che, agendo sulla forza δF, assegni gli autovalori del sistema in anello chiuso come radici del polinomio:
$$\gamma^o(s) = (s^2 + 1.5s + 1)(s^2 + 2s + 1).$$
4. Si progetti un ricostruttore dello stato che, misurando δp, assegni gli autovalori della dinamica dell'errore di stima come radici del polinomio:
$$\gamma^o(s) = (s^2 + 15s + 100)(s^2 + 20s + 100).$$
5. Supponendo di poter accedere alla misura dello stato, si costruisca uno schema simulink del sistema retroazionato con la legge di controllo *k* ricavata al punto 3 (si utilizzi il blocco simulink Animation per simulare graficamente l'andamento del pendolo).
6. Supponendo ora di non poter accedere allo stato, si costruisca uno schema simulink del sistema retroazionato utilizzando lo stato stimato grazie all'osservatore costruito al punto 4 (si utilizzi il blocco simulink Animation).



Esercizio 3: Risposte canoniche

Sia dato il sistema S lineare a tempo continuo definito dalle seguenti matrici:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -5 & -3 & 0 \\ 2 & 3 & -1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad c = [1 \quad 1 \quad 1], \quad d = 0$$

- Tracciarne le risposte allo scalino e all'impulso

Esercizio 4: Risposte canoniche

I laghi dell'alta Brianza sono cinque e appartengono a tre bacini fluviali differenti, Seveso, Lambro e Adda.

In particolare, i laghi di Alserio, Pusiano e Segrino appartengono al bacino del fiume Lambro.

Il Cavo Diotti, che si trova nel comune di Merone in provincia di Como, è dal 1812 l'unico sistema di regolazione del lago di Pusiano. In pratica attraverso la regolazione delle paratoie del Diotti si possono determinare i livelli del lago di Pusiano e quindi del fiume Lambro. Questo comporta che, nel caso di particolari eventi meteorologici, il Cavo Diotti viene chiuso per diminuire la portata del fiume Lambro per poi riaprire lo scarico della diga quando nel fiume Lambro è passata l'ondata di piena.

La foto mostra l'opera di regolazione e l'edificio di controllo

Fin qui la gestione sembra semplice. Tuttavia la chiusura dello scarico comporta il rapido innalzamento del livello del lago sulle cui sponde abitano gli abitanti di Merone, Rogeno, Bosisio Parini e Pusiano. Per questo motivo durante gli eventi particolarmente intensi, quasi sempre concentrati nei mesi di novembre-dicembre e aprile-maggio, per la regolazione si tengono aperte o parzialmente aperte le paratoie fintantoché il Lambro nella zona fino a Monza è in grado di ricevere le acque di scarico.

Come si fa a sapere se c'è un evento particolarmente pericoloso?

La Regione Lombardia, in base alle previsioni meteo di ARPA Lombardia emette un avviso di criticità che avverte gli Enti territoriali ed i presidi (quale il Cavo Diotti) dell'arrivo di possibili forti precipitazioni nelle successive 24/48 ore. Tanto per dare un'idea di larga massima sono interessanti, nel senso che possono produrre significativi effetti di bacino, piogge dell'ordine di 80-150 mm/giorno.

Mediante un modello matematico della rete idrica, si vogliono valutare gli effetti di un evento di pioggia sul lago di Pusiano, previsto pari a 150 mm/giorno e della durata di 10 giorni. Più

precisamente, di quanto occorre aprire le paratie al Cavo Diotti in modo che si possa evitare l’esondazione del lago di Pusiano e mantenere una portata del Lambro inferiore a 7 m^3/secondo?
Come andrebbe modificato il risultato al punto precedente se lo stesso evento di pioggia insistesse su tutti i laghi?
(NOTA: nell’esercizio si supponga che l’apertura delle paratie comporti un aumento della costante di deflusso del lago; tale procedura è quella che si segue solitamente per la laminazione delle piene. Tuttavia in altre situazioni si potrebbe preferire la fuoriuscita di una portata costante di acqua dal corpo idrico mediante una condotta forzata; dal punto di vista modellistico in questo caso occorrerebbe aggiungere una portata di deflusso costante dal serbatoio.)

I dati di cui si dispone sono i seguenti (riferimenti in rete da Enti Territoriali e Regione Lombardia):
– *Lago di Pusiano:*
Afflusso dal Lambrone: 0.87 m^3/secondo
Apporto sotterraneo da falda: 0.51 m^3/secondo
Superficie del lago : 5.50 milioni di m^2
Volume di invaso regolato in condizioni nominali: 12.7 milioni di m^3
Massimo volume invasabile prima dell'esondazione : 18 milioni di m^3
Situazione d'allerta: livello del lago superiore a 0.45 metri ma inferiore a 1 metro
Situazione d'allarme: livello del lago oltre 1 metro; esondazione del lago
– *Lago di Segrino:*
Volume di invaso: 1.2 milioni di m^3
Superficie del lago : 0.38 milioni di m^2
Tempo di ricambio: 0.8 anni
– *Lago di Alserio:*
Volume di invaso: 6.55 milioni di m^3
Superficie del lago : 1.23 milioni di m^2
Tempo di ricambio: 1.9 anni

Esercizio 5: Risposte canoniche
Mediante uno schema Simulink, si verifichi che a seguito di in evento di pioggia di durata finita a monte di una sequenza di laghi collegati in cascata, il picco di portata di uscita da ogni lago ritarda nel tempo e diminuisce in ampiezza passando da un lago di monte a un lago di valle.