Laboratorio 1 per Fondamenti di Automatica – Ingegneria Fisica

Sistemi dinamici lineari con Matlab

Esercizio 1

Sia dato il sistema lineare a tempo continuo:

$$\dot{x} = Ax + bu$$

$$y = cx + du$$

dove:

$$A = \begin{vmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 0 & -2 & 10 \\ 0 & -10 & -2 \end{vmatrix} \qquad b = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix} \qquad c = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \qquad d = 0$$

- Si studi la stabilità del sistema e se ne descriva qualitativamente il comportamento;

  Comandi utili:

  informazioni sui comandi: help
  calcolo degli autovalori e degli autovettori: eig
  parte reale e immaginaria di un numero complesso: real, imag
  fare grafici: plot

- determinare la costante di tempo dominante e il tempo di risposta del sistema;

  Comandi utili:

  massimo di un vettore: max

- se ne calcoli il punto di equilibrio (stato e uscita) per ingresso costante pari a 1;

  Comandi utili:

  inversa di una matrice: inv

- simularne il comportamento con l'ingresso costante definito al punto precedente e tracciarne il movimento e le traiettorie;

  Comandi utili:

  vettore equispaziato di n elementi
  m x n di zeri o di 1: zeros(m,n), ones(m,n)
  calcolare l'uscita di un sistema dinamico: lsim
  definizione di un sistema dinamico: ss
  guadagno di un sistema dinamico: dcgain
  fare grafici: plot, plot3

- tracciare l'uscita ottenuta applicando un ingresso costante pari a 5, partendo da condizioni iniziali nulle. Per quanto tempo è necessario simulare il sistema per ottenere un grafico significativo?

Esercizio 2

Sia dato il sistema lineare a tempo discreto:

$$x(t+1) = A\,x(t) + b\,u(t)$$
$$y(t) = c\,x(t) + d\,u(t)$$

dove:

$$A = \begin{bmatrix} -0.8 & 1 & -1 \\ -0.5 & 0.6 & -1 \\ -1 & 1 & -0.5 \end{bmatrix},\;\; b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix},\;\; c = [1 \quad 1 \quad 1],\;\; d = 0$$

- Si studi la stabilità del sistema e se ne descriva qualitativamente il comportamento;

  Comandi utili:

  informazioni sui comandi: help
  calcolo degli autovalori e degli autovettori: eig
  modulo di un numero complesso: abs
  fare grafici: plot

- determinare la costante di tempo dominante e il tempo di risposta del sistema;

  Comandi utili:

  massimo di un vettore: max
  logaritmo: log (equivalente in MatLab a ln)

- se ne calcoli il punto di equilibrio (stato e uscita) per ingresso costante pari a 2;

  Comandi utili:

  inversa di una matrice: inv
  matrice identità di ordine n: eye(n)

- simularne il comportamento con l'ingresso costante definito al punto precedente e tracciarne il movimento.

  Comandi utili:

  definire un sistema dinamico: ss
  calcolare l'uscita di un sistema dinamico: lsim
  fare grafici: plot, line

Esercizio 3

Il moto verticale del sedile di un'automobile può essere modellizzato, in prima approssimazione, come un sistema massa-molla con attrito, come mostra lo schema in figura 1. La dinamica del sedile rispetto all'automobile è descritta dall'equazione

$$M_S\ddot{x} = -k_S x - a_S\dot{x}$$

dove x rappresenta lo scostamento del sedile dalla sua posizione di riposo.

La massa del sedile più passeggero è Ms = 250 kg, la costante di elasticità della molla è ks = 5000 N/m, mentre la costante di attrito viscoso vale as = 1000 Ns/m.

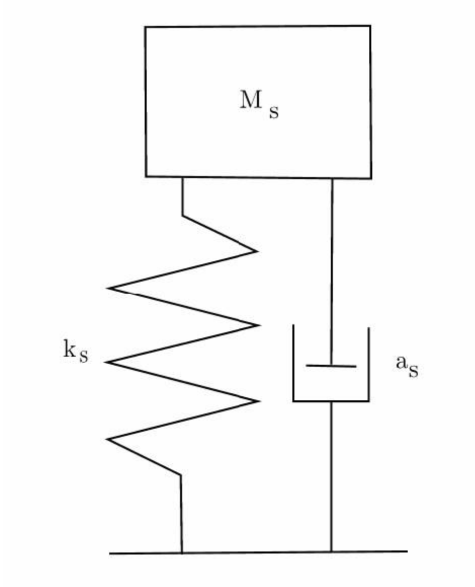

Figura 1

Sia la posizione della massa Ms rispetto al suo punto di equilibrio l'uscita del sistema dinamico.

- Scrivere il sistema dinamico con equazioni differenziali di primo grado in forma matriciale e studiarne la stabilità. Attenzione: è un sistema dissipativo, quindi…
- Si simuli il passaggio dell'auto sopra una rampa (si modellizzi la rampa utilizzando il file genera_rampa.m) nel caso di passaggio a velocità pari a 50 Km/h, 5 Km/h e 1 Km/h. Si ipotizza che il vettore velocità rimanga costante in modulo, e che sia parallelo al manto stradale.

Esercizio 4 (approfondimento senza soluzione)

Un modello più completo del sistema precedente considera anche l'effetto delle molle e degli ammortizzatori dell'automobile, come in figura 2.

La massa dell'automobile è Mc = 1600 kg , la costante elastica della molla è kc = 4000 N/m, e la costante di attrito viscoso è ac = 4500 Ns/m.

- Scrivere il sistema dinamico con equazioni differenziali di primo grado in forma matriciale e studiarne la stabilità.
- Si simuli il passaggio dell'auto sopra una rampa con velocità costante (si modellizzi la rampa utilizzando nuovamente il file genera_rampa.m).

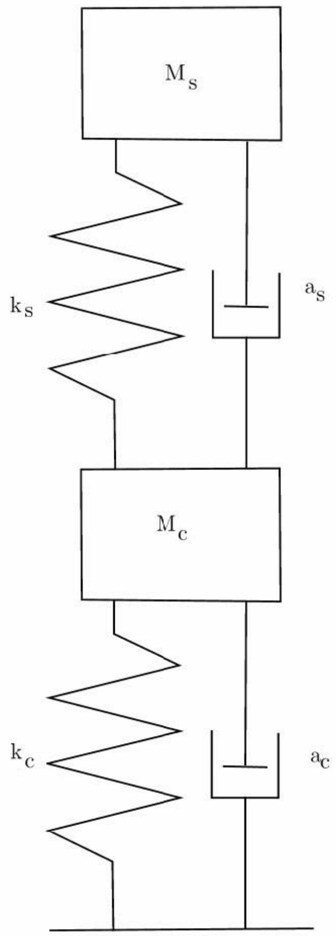

Figura 2