

1. Gegeben sei ein Drei-Personen-Abstimmungsspiel  $\Gamma_C = [N, v]$  mit  $N = \{1, 2, 3\}$ , in dem jeder Spieler genau eine Stimme hat und in dem anhand der Einfachen-Mehrheit-Regel über die Aufteilung  $x$  eines Kuchens auf die drei Personen entschieden werden soll, wobei  $x = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3$ ,  $x_i \geq 0$  für alle  $i \in N$  und  $\sum_i x_i \leq 1$ . Der individuelle Nutzen eines jeden Spielers ist gleich dem Anteil am Kuchen, den er erhält, d.h.  $u_i(x_i) = x_i$  für  $i \in N$ .
  - a) Bestimmen Sie die charakteristischen Funktionswerte  $v(K)$  aller Koalitionen  $K \subseteq N$ .
  - b) Bestimmen Sie den Kern  $C(\Gamma_C)$  und den Shapley-Wert  $\Phi(\Gamma_C)$ .
  - c) Lösen Sie die Teilaufgaben a) und b) unter der Bedingung, dass Koalitionen, die sowohl Spieler 2 als auch Spieler 3 enthalten, nicht gebildet werden.
  - d) Lösen Sie die Teilaufgaben a) und b) für das Drei-Personen-Abstimmungsspiel  $\Gamma_C = [N, v]$  mit  $N = \{1, 2, 3\}$ , in dem Spieler 1 ein Stimmengewicht von 60% und Spieler 2 und 3 von jeweils 20% besitzen und Entscheidungen anhand der Zweidrittel-Mehrheit-Regel (qualifizierte Mehrheit) getroffen werden.
2. Gegeben sei folgende Auszahlungstabelle eines Zwei-Personen-Spiels in Normalform  $\Gamma_N$ :

	$s_{21}$	$s_{22}$
$s_{11}$	3, 3	0, $\alpha$
$s_{12}$	$\alpha$ , 0	1, 1

Beschreiben Sie jeweils für  $\alpha = 5$  und  $\alpha = 7$  das korrespondierende Koalitionsspiel  $\Gamma_C = [N, v]$  und bestimmen Sie den Kern  $C(\Gamma_C)$ .

3. Ein Kleintierzüchterverein hat sieben Mitglieder: zwei Meerschweinchenzüchter  $M_1$  und  $M_2$ , zwei Taubenzüchter  $T_1$  und  $T_2$  und drei Hasenzüchter  $H_1$ ,  $H_2$  und  $H_3$ . Entscheidungen werden mit einfacher Mehrheit gefällt.
  - a) Beschreiben Sie unter der Bedingung, dass die Mitglieder einer Zuchtgruppe stets einheitlich abstimmen, das Koalitionsspiel  $\Gamma_C = [N, v]$  für die drei unabhängigen Spieler in Form der drei Zuchtgruppen  $M = \{M_1, M_2\}$ ,  $T = \{T_1, T_2\}$  und  $H = \{H_1, H_2, H_3\}$ , also  $N = \{M, T, H\}$ , und berechnen Sie die Shapley-Werte für  $M$ ,  $T$  und  $H$ .
  - b) Eines Tages zerstreiten sich die drei Hasenzüchter, was dazu führt, dass sie die Hasenkoalition auflösen und in Abstimmungen einzeln auftreten. Die Meerschweinchenzüchter und Taubenzüchter stimmen weiterhin einheitlich ab. Wie lauten die Ergebnisse von Teilaufgabe a) für die fünf unabhängigen Spieler  $M$ ,  $T$ ,  $H_1$ ,  $H_2$  und  $H_3$ . Vergleichen Sie die Shapley-Werte mit denen von Teilaufgabe a). Was fällt auf?