

**Crashkurs**  
**Volkswirtschaftslehre I - Mikroökonomie**

Martin Belica  
im Auftrag von fuks e.V.

Wintersemester 2018

Karlsruher Institut für Technologie

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Spieltheorie</b>	<b>3</b>
1.1	Spiele in Normalform . . . . .	3
1.2	Sequentielle Spiele . . . . .	4
1.3	Auktionen . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Grundlagen des Angebots- und Nachfragemodells</b>	<b>6</b>
<b>3</b>	<b>Rational Choice</b>	<b>9</b>
3.1	Präferenzen . . . . .	9
3.2	Theorie des Haushalts . . . . .	10
3.3	Nutzentheorie . . . . .	11
3.4	Optimale Entscheidung und Nachfrage . . . . .	12
<b>4</b>	<b>Nachfrageanalyse</b>	<b>15</b>
4.1	Komperative Statistik der Nachfrage . . . . .	15
4.2	Stusky-Zerlegung . . . . .	16
<b>5</b>	<b>Theorie der Unternehmung</b>	<b>18</b>
5.1	Gewinnmaximierung . . . . .	19
5.2	Kostenminimierung . . . . .	20
<b>6</b>	<b>Marktformen und vollkommener Wettbewerb</b>	<b>21</b>
<b>7</b>	<b>Monopol</b>	<b>23</b>
<b>8</b>	<b>Oligopol</b>	<b>25</b>

Dieses Skript dient der Zusammenfassung und anschaulichen Darstellung des Vorlesungsstoffes der Vorlesung VWL I - Mikroökonomie für da Wintersemester 2018/19. Der Crashkurs hat das Ziel die Studierenden bei der Prüfungsvorbereitung zu unterstützen, indem die Inhalte der Vorlesung in kompakter Form wiederholt, sowie durch Übungsaufgaben vertieft werden. Die Darstellung in kompakter Form ist als solche zu verstehen und kann daher explizit **keine Vollständigkeit** gewähren. Auch wurde versucht einen Kompromiss zwischen Exaktheit und Anschaulichkeit zu finden, der den Studierenden in der Vorbereitung helfen soll.

Viele Graphiken und vertiefende Beispiele werden im Kurs gemeinsam erarbeitet, wodurch das Skript weiter vervollständigt wird. Das Durcharbeiten der Vorlesungsfolien kann allerdings durch das Studieren des vorliegenden Skriptes nicht ersetzt werden. Ebenso besteht **keine Gewähr auf die Richtigkeit** der Inhalte. Die Inhalte sind insbesondere **nicht vom Lehrstuhl geprüft**. Für eine ausführliche Ausarbeitung sei auf die Vorlesung sowie auf die in der Vorlesung empfohlene Literatur verwiesen.

# 1 Spieltheorie

Die Spieltheorie analysiert Situationen mit strategischer Interaktion, in denen sich also der Nutzen, den die Akteure aus der Situation ziehen, durch individuelle Entscheidungen wechselseitig beeinflusst.

Eine Allokation heißt **Pareto-Effizienz**, falls keine Akteur besser gestellt werden kann, ohne einen anderen schlechter zu stellen. Damit darf es keine andere Allokation geben, in der jeder Akteur mindestens gleich gut gestellt und mindestens eine Person echt besser gestellt ist. Pareto-Effizienz hat allerdings nichts mit Gerechtigkeit zu tun; lediglich Verschwendung in der Verteilung darf nicht vorliegen.

Ein **Spiel** ist eine strategische Interaktionssituation die durch folgenden Aspekte charakterisiert wird:

- Spieler
- Strategien und Spielregeln für jeden Spieler
- Spielergebnisse bzw. Spielausgänge
- Nutzen aus jedem möglichen Spielergebnis

## 1.1 Spiele in Normalform

Die Normalform beschreibt lediglich die Spieler, Strategien und Auszahlungen eines Spiels - was für viele Spiele alle relevanten Informationen enthält. Ein solches Spiel kann durch eine Matrix dargestellt werden.

Als Beispiel sei hier die Situation zweier Gefangener dargestellt, die beschuldigt werden, gemeinsam ein Verbrechen begangen zu haben. Die beiden Gefangenen werden einzeln verhört und können nicht miteinander kommunizieren.

		Spieler 2	
		gestehen	schweigen
Spieler 1	gestehen	2, 2	0, 3
	schweigen	3, 0	1, 1

Eine Strategie die für einen Spieler immer vorteilhaft ist - unabhängig von den Entscheidungen aller anderen Spieler - nennt man **dominante Strategie**. Spielt jeder Spieler eine dominante Strategie, so liegt ein **Gleichgewicht in dominanten Strategien** vor.

Zum Ermitteln von dominanten Strategien ist es möglich die sogenannten besten Reaktionen zu verwenden. Eine Strategie ist eine **Beste Reaktion**, wenn sie den Nutzen eines Spielers - gegeben die Strategien aller anderen Spieler - maximiert.

**KR (Beste Antwort):**

- In jeder Spalte wird die höchste Auszahlung von Spieler 1 unterstrichen.
- In jeder Zeile wird die höchste Auszahlung von Spieler 2 unterstrichen.

**KR** (Dominante Strategie):

- Eine Strategie ist für Spieler 1 dominant, falls nach KR (Beste Antwort) alle Auszahlungen in der zugehörigen Zeile unterstrichen sind.
- Eine Strategie ist für Spieler 2 dominant, falls nach KR (Beste Antwort) alle Auszahlungen in der zugehörigen Spalte unterstrichen sind.

Ein **Gefangenendilemma** kennzeichnet eine Situation, in der individuell rationales Verhalten der einzelnen Spieler zu einem für die Gruppe nicht Pareto-optimalem Ergebnis führt. Es existiert dann ein Strategienpaar, das zu einer Pareto-Verbesserung führt und das nur durch Änderung der Strategien aller Spieler erreicht werden kann.

Ein **Nash-Gleichgewicht in reinen Strategien** ist ein Strategienpaar, bei dem jeder Spieler die optimale Wahl trifft, gegeben der Wahl des anderen Spielers. Sie ist also die gegenseitig beste Antwort und damit will kein Spieler einseitig vom Nash-Gleichgewicht abweichen.

**KR** (Nash-Gleichgewicht in reinen Strategien):

Das Strategienpaar das zu einer Zelle führt, in der nach KR (Beste Antwort) die Auszahlungen beider Spieler unterstrichen sind, stellt ein Nash-Gleichgewicht in reinen Strategien dar.

Es muss kein Nash-Gleichgewicht in reinen Strategien geben. Ein **Nash-Gleichgewicht in gemischten Strategien** ist eine Wahrscheinlichkeitsverteilung über die reine Strategien aller Spieler von der kein Spieler einseitig abweichen möchte.

**KR** (Nash-Gleichgewicht in gemischten Strategien):

Haben beide Spieler zwei Strategien, so kann man das Nash-Gleichgewicht in gemischten Strategien ermitteln indem man für jeden Spieler den erwarteten Nutzen seiner beiden Strategien gegeben der Wahrscheinlichkeitsverteilung gleich setzt.

## 1.2 Sequentielle Spiele

Eine **Strategie** in sequentiellen Spielen ist ein vollständiger Aktionsplan, der zu jedem beliebigen Spielzeitpunkt die Aktion eines Spielers beschreibt.

Sequentielle Spiele werden im Allgemeinen durch Rückwärtsinduktion gelöst. Dabei werden alle Nash-Gleichgewichte identifiziert die nicht auf unglaublichen Drohungen beruhen. Die resultierende Strategie definiert ein **teilspielperfektes Nash-Gleichgewicht**.

**KR** (Teilspielperfekte Nash-Gleichgewichte):

Ersetze iterativ alle letzten Entscheidungsknoten durch die glaubwürdigen Drohungen im Punkt, bis alle Knoten ersetzt sind. Alle getroffenen Entscheidungen bilden als Strategie das teilspielperfekte Nash-Gleichgewicht.

## 1.3 Auktionen

Es gibt vier Standardformen der Auktion. Sie unterscheiden sich in der Art der Gebotsabgaben, der Zuschlags- und Preisregeln:

- **Englische Auktion:** Aufsteigende, offene Gebote. Höchstgebot bzw. letzter verbleibender Bieter erhält den Zuschlag. Gewinner zahlt sein Gebot.
- **Holländische Auktion:** Absteigende Auktion. Preisvorschläge durch Auktionator fallen. Den Zuschlag erhält das erste Gebot und gezahlt wird auch das Gebot.
- **Erstpreisauktion:** Verdeckte, einmalige Gebotsabgabe. Das Höchstgebot erhält den Zuschlag und der Gewinner zahlt sein Gebot.
- **Zweitpreisauktion** (auch Vickrey-Auktion genannt): Verdeckte, einmalige Gebotsabgabe. Das Höchstgebot erhält den Zuschlag und der Gewinner zahlt das zweithöchste Gebot.

### Private Value Auktion

Für diese vier Formen der Auktionen gilt das sogenannte Revenue Equivalence Theorem (RET). Sind die Bieter nämlich risikoneutral mit privaten Wertschätzungen, so erbringen alle obigen Formen in Erwartung denselben Erlös - das heißt es entsteht der selbe Verkaufspreis (**Erlösäquivalenz**).

Allerdings kann es aus empirischer Sicht Sinn machen, die Erstpreis- der Zweitpreisauktion vorzuziehen. Unter Risikoaversion oder begrenzter Rationalität neigt diese zu einem höheren Erlös.

Außerdem sind Zweitpreis- und Englische Auktion strategisch äquivalent. In beiden Auktionsformen gibt es die dominante Strategie seine Wertschätzung zu bieten, die weder in der Erstpreis- noch in der Holländischen Auktion dominant ist.

### Common Value Auktion

Ist der Wert des Gutes für alle Bieter gleich, kennen diesen jedoch die Bieter nicht, spricht man von einer Common-Value-Auktion.

Jeder Bieter schätzt den Wert des Gutes und basiert darauf seine Gebote. Die Durchschnittsschätzung aller Bieter ist generell ein guter Schätzer für den Wert des Gutes. Da der Zuschlag allerdings an den Höchstbietenden geht, fällt die erwartete Auszahlung des Auktionsgewinners typischerweise niedriger aus als die realisierte Auszahlung, da die Durchschnittsschätzung („Common Value“) vom Gewinner überschätzt wird (im Extremfall können Verluste entstehen, was als „Winners' Curse“ bezeichnet wird).

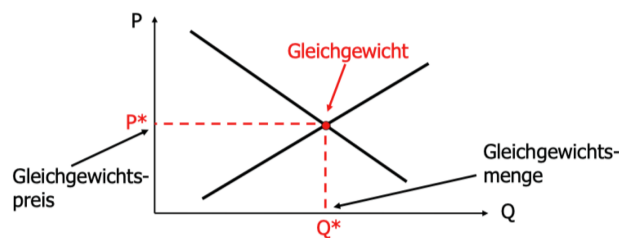
## 2 Grundlagen des Angebots- und Nachfragemodells

Ein **Markt** ist ein Mechanismus, durch den Käufer und Verkäufer interagieren um Preise festzulegen und Güter zu handeln. Wir interessieren uns allgemein für die Preisbildung am Markt sowie die Vorgänge, die zur Bildung eines Marktgleichgewichts führen.

Ein **Marktgleichgewicht** liegt dann vor, wenn das Angebot der Nachfrage gleicht. Damit ist der Gleichgewichtspreis der Preis  $p^*$  für den gilt:

$$S(p^*) = D(p^*)$$

Es ist irrelevant, ob hier Gleichheit der Angebots- und Nachfragefunktion oder deren Inversen steht.



### Aggregation

Sind mehrere Anbieter oder Nachfrager auf dem Markt vertreten, so ist die Gesamtmarktnachfrage die horizontale Summe der individuellen (**Aggregation**).

#### **KR** (Aggregation der Nachfrage):

Bei der Aggregation mehrerer Nachfragen  $D_i$ , die abschnittsweise durch Preise  $p_i$  definiert sind, zerteile die einzelnen Nachfragen zuerst nach jedem Abschnittspreis  $p_i$ . Auf jedem einzelnen Abschnitt ist die aggregierte Nachfrage einfach die Summe der Einzelnachfragen.

#### **KR** (Marktgleichgewicht bei aggregierten Nachfragen):

Ist die Nachfrage abschnittsweise auf Preisintervallen  $[\underline{p}, \bar{p})$  definiert, berechne auf jeden Abschnitt einzeln den möglichen Gleichgewichtspreis  $p^*$ . Ist  $p^* \in [\underline{p}, \bar{p})$  so ist  $p^*$  der tatsächliche Gleichgewichtspreis des aggregierten Zustands, ist allerdings  $p^* \notin [\underline{p}, \bar{p})$  fahre mit dem nächsten Abschnitt fort.

## Elastizitäten

Wie empfindlich die Nachfrage auf eine Änderung eines Parameters (wie z.B. die Preise oder das Einkommens) reagiert, wird durch die entsprechende **Elastizität** ausgedrückt:

- **Preiselastizität**  $\hat{=}$  prozentuale Änderung der Nachfrage nach Gut  $i$  im Verhältnis zur prozentualen Änderung des entsprechenden Preises:

$$\epsilon_{i,p} = \epsilon_D(p_i) = \frac{\partial D}{\partial p_i} \frac{p_i}{D}$$

Ist  $|\epsilon_D| > 1$  so spricht man von einer elastischen Nachfrage, ist  $|\epsilon_D| = 1$  von einer einheitselastischen und ist  $|\epsilon_D| < 1$  von einer unelastischen Nachfrage.

- **Einkommenselastizität**  $\hat{=}$  prozentuale Änderung der Nachfrage im Verhältnis zur prozentualen Änderung des Einkommens:

$$\epsilon_{i,m} = \epsilon_D(m) = \frac{\partial D}{\partial m} \frac{m}{D}$$

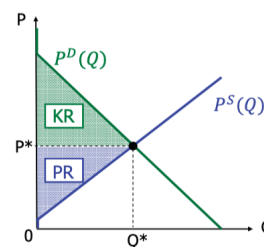
- **Kreuzpreiselastizität**  $\hat{=}$  prozentuale Änderung der Nachfrage nach Gut  $i$ , im Verhältnis zur prozentualen Änderung des Preises eines anderen Guts  $j$ :

$$\epsilon_{ij} = \epsilon_{D_i}(p_j) = \frac{\partial D_i}{\partial p_j} \frac{p_j}{D_i}$$

Wenn  $\epsilon_{ij} > 0$ , dann sind Gut  $i$  und  $j$  Substitute, und wenn  $\epsilon_{ij} < 0$ , dann sind Gut  $i$  und  $j$  Komplemente.

## Renten

Die Differenz zwischen dem, was ein Konsument zu bezahlen bereit wäre (Zahlungsbereitschaft) und dem, was er tatsächlich zahlen muss, ist die **Konsumentenrente**. Grafisch ist die Konsumentenrente die Fläche unter der inversen Nachfragefunktion zwischen 0 und der nachgefragten Menge  $x^*$  abzüglich der Ausgaben.



Die **Konsumentenrente** wird durch die Fläche oberhalb der inversen Angebotskurve beschrieben. Sie entspricht der Summe der Differenzen zwischen dem niedrigsten Betrag, für welche  $x^*$  Einheiten des Gutes angeboten würden, und dem tatsächlichen Preis.

## Wohlfahrt und Wohlfahrtsverlust

Die sogenannte Gesamtwohlfahrt ist die Summe aus Konsumenten-, Produzentenrente und möglicher Steuereinnahmen. Sie stellt den Nutzen des sich einstellenden Gleichgewicht dar. Ein Staatseingriff in den Markprozess, wie Höchst- oder Mindestpreise, Subvention und Besteuerung kann zu einem Wohlfahrtsverlust führen. Der Wohlfahrtsverlust ist demnach einfach die Differenz der Wohlfahrt vor und nach dem Eingriff.

Im Fall der Einführung einer Steuer muss zwischen dem Preis der Nachfrager  $p_D$  und dem Preis der Anbieter  $p_S$  unterschieden werden. Insbesondere:

- wird eine Mengensteuer eingeführt, wird für jede gekaufte Einheit ein Teil des Preises abgeführt. Die Anbieter erhalten lediglich den Verkaufspreis  $p_D$  abzüglich der Steuerabgaben, das heißt  $p_D = p_S + t$ .
- wird eine Wertsteuer eingeführt, so wird für jede gekaufte Einheit ein Anteil des Preises abgeführt. Die Anbieter erhalten lediglich einen um einen Faktor verringerten Verkaufspreis  $p_D$ , das heißt  $p_D = (1 + \tau) \cdot p_S$ .

Analog können Subventionen auf die Menge und den Wert des Gutes „negative“ Steuer aufgefasst werden.

Allerdings muss trotz Steuer auf dem Markt weiterhin ein Gleichgewicht herrschen, das heißt

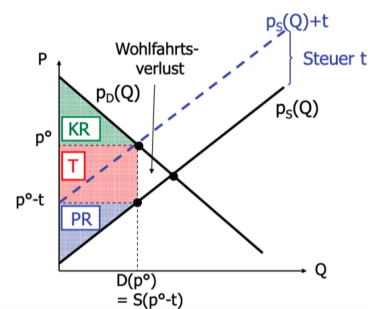
$$D(p_D^*) = S(p_S^*) \quad (*)$$

### KR (Wohlfahrtsverlust):

Bei linearen Angebots- und Nachfragefunktionen können die Konsumenten- und Produzentenrenten, sowie die Steuereinnahmen und der DWL einfach über geometrische Gleichungen berechnet werden (Dreiecksflächen).

Zuerst ist aus diesem Grund das Gleichgewicht ohne Steuer zu berechnen und dies ergibt  $p^*$  und  $q^*$ . Danach mit Steuern berechnet man mittels (\*) das neue Gleichgewicht und erhält  $p_D^*$  und  $p_S^*$ . Sei  $p_{max}$  zusätzlich der Höchstpreis und  $p_{min}$  der Mindestpreis (oft = 0) den die Nachfrage bereit ist zu zahlen.

- $KR = \frac{1}{2} \cdot (p_{max} - p_D^*) \cdot D(p_D^*)$
- $PR = \frac{1}{2} \cdot (p_S^* - p_{min}) \cdot D(p_D^*)$
- $Steuer = (p_D^* - p_S^*) \cdot D(p_D^*)$
- $DWL = \frac{1}{2} \cdot (p_D^* - p_S^*) \cdot (q^* - D(p_D^*))$



In der Vorlesung wurde auch gezeigt, dass je weniger elastisch die Nachfrage (oder das Angebot) auf Preisänderungen reagieren, desto geringer ist die Zusatzlast durch eine Steuereinführung.



# 3 Rational Choice

## 3.1 Präferenzen

Ein **Güterbündel** ist eine vollständige Liste mit Mengenangaben für alle verfügbaren Güter. Mittels einer sogenannten **Präferenzordnung** können Güterbündel verglichen und damit Präferenzen ausgedrückt werden.

Für beliebige Güterbündel  $x$  und  $y$  führen wir die folgende Notation ein:

- falls  $x$  gegenüber  $y$  strikt präferiert wird, dann  $x \succ y$
- falls  $x$  gegenüber  $y$  schwach präferiert wird, dann  $x \succeq y$
- falls der Konsument zwischen  $x$  und  $y$  indifferent ist, dann  $x \sim y$

Präferenzordnungen sind allerdings nur ordinal und nicht kardinal. Wir können also nicht aussagen, „um wieviel besser“ ein Bündel gegenüber einem anderen ist.

### Die Axiome für Präferenzrelationen

Folgende Eigenschaften können auf eine Präferenzordnung zutreffen:

- **Vollständigkeit:** für jedes Paar verfügbarer Güterbündel  $x$  und  $y$  gilt entweder  $x \succeq y$  oder  $y \succeq x$ .
- **Reflexivität:** (dies folgt bereits aus Vollständigkeit) bei der Wahl zwischen zwei identischen Güterbündeln liegt keine strikte Präferenz vor:  $x \succeq x$ .
- **Transitivität:** für jede beliebige Auswahl von 3 Bündeln  $x$ ,  $y$  und  $z$  soll gelten, dass aus  $x \succeq y$  und  $y \succeq z$  folgt, dass  $x \succeq z$ .

Eine Präferenzordnung die vollständig und transitiv ist, nennen wir Präferenzrelation. Häufig werden aber auch zusätzliche Eigenschaften gefordert:

- **Strenge Monotonie:** Eine Präferenzrelation  $\succeq$  ist streng monoton genau dann, wenn für alle Konsumpläne  $x$  und  $y$  gilt: wenn  $x$  von jedem Gut mindestens so viel enthält wie  $y$  und wenn  $x$  von mindestens einem Gut echt mehr enthält als  $y$ , dann gilt  $x \succ y$ .
- **Strenge Monotonie:** Eine Präferenzrelation  $\succeq$  ist monoton genau dann, wenn für alle Konsumpläne  $x$  und  $y$  gilt: wenn  $x$  von jedem Gut echt mehr enthält als  $y$ , dann gilt  $x \succ y$ .
- **(Streng) konvexe Präferenzen:** Mischungen von indifferenten Konsumplänen sind (echt) besser, als die der Mischung zugrundeliegenden Konsumpläne. Formal: wenn  $x \sim y$ , dann gilt  $\lambda x + (1 - \lambda)y \succeq (\succ)x$  für alle  $\lambda \in [0, 1]$  ( $\lambda \in (0, 1)$ ).

### Indifferenzmenge

Alle Konsumpläne, die nach einer Präferenzordnung indifferent („genauso gut“) zu einem gegebenen Konsumplan  $x$  sind, werden in der sogenannten Indifferenzmenge zu  $x$  zusammengefasst:

$$I(x) = \{y \in X \mid x \sim y\}$$

- Wenn die Präferenzen transitiv sind, können sich zwei Indifferenzkurven nie schneiden.
- Jede Präferenzordnung lässt sich als ein System von Indifferenzkurven darstellen.
- Ist die Präferenzrelation streng monoton, so hat  $I(x)$  eine negative Steigung
- Ist die Präferenzrelation streng monoton, so liegen „bessere Konsumpläne“ auf höheren Indifferenzkurven, „schlechtere“ auf niedrigeren.

Die Annahme die im folgenden stets getroffen wird, dass es nämlich lediglich zwei Güter gibt, ist keine richtige Einschränkung, da Gut 2 stets „alle anderen Güter“ zusammenfassen kann.

## 3.2 Theorie des Haushalts

Wir benötigen für die folgende Theorie diese Begriffe:

- **Budgetbeschränkung:** die Ausgaben dürfen das Einkommen nicht überschreiten

$$p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 \leq m.$$

- **Budgetmenge:** die Menge aller Konsumpläne die ein Konsument sich leisten kann

$$B(m, p_1, p_2) = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \mid p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 \leq m\}.$$

- **Budgetgerade:** oberer Rand der Budgetmenge

$$p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 = m$$

Hier sei angemerkt, dass  $-\frac{p_1}{p_2}$  die Steigung der Budgetgerade ist.

### Komparative Statik der Budgetmenge

Die Budgetmenge kann sich durch verschiedene Einflüsse ändern. Darunter fallen:

- Einkommensveränderung, Pauschalsteuern und Pauschalsubventionen: führt zu einer Parallelverschiebung der Budgetgerade
- Veränderung des Preisverhältnisses  $-\frac{p_1}{p_2}$  durch z.B. Mengen- oder Wertsteuern und Mengen- oder Wertsbventionen: führt zu einer Änderung der Steigung der Budgetgerade
- Rationierung: schneidet die Budgetmenge ab einer Menge ab
- Gleichmäßige Wertsteuer: ändern sich alle Preise im gleichen Verhältnis ist dies äquivalent zu einer Einkommensbesteuerung; somit verschiebt sich die Budgetgerade auch hier parallel

### Unterschiedliche Präferenztypen

- **Perfekte Substitute:** bei perfekten Substituten ist der Konsum bezüglich jeder Mischung zweier indifferenter Konsumplänen wiederum indifferent. Die Indifferenzkurven sind im 2-Güter-Fall fallende Gerade. Sie sind streng monoton und konvex. Bsp.: Wasser und Säfte.
- **Perfekte Komplemente:** bei perfekten Komplementen möchte ein Konsument immer in einem bestimmten Verhältnis konsumieren (1:1 oder 3:2). Die Indifferenzkurven sind im 2-Güter-Fall L-förmig, sowie monoton und konvex. Die „Ecken“ geben das optimale Konsumverhältnis an. Beispiel: rechte und linke Schuhe oder eine Tasse Tee und zwei Löffel Zucker.
- **Präferenzen mit Sättigungspunkt:** ein Sättigungspunkt (bliss point) ist ein Konsumplan, den der Konsument allen anderen Konsumplänen vorzieht. Dies verletzt das Axiom der Monotonie! Beispiel: Bier und Brezeln.
- **Neutrale Güter:** ein Gut ist für einen Konsumenten ein neutrales Gut, wenn seine Menge in einem Konsumplan keinen Einfluss auf die Beurteilung durch den Konsumenten hat. Die Indifferenzkurven sind parallel zur Achse des anderen Gutes.
- **Goods/Bads:** durch Erhöhen eines Goods wird das neue Güterbündel dem ursprünglichen gegenüber präferiert. Durch Erhöhen eines Bads wird das ursprünglichen Güterbündel dem neuen gegenüber präferiert.

## 3.3 Nutzentheorie

Eine Nutzenfunktion  $u(x)$  ordnet jedem Güterbündel einen Nutzen zu. Genau wie die Präferenzrelationen so sind Nutzenfunktionen lediglich ein ordinales Konzept. Ein Güterbündel  $x$  wird genau dann  $y$  bevorzugt, wenn  $u(x) \geq u(y)$ .

### Repräsentationssatz

Gegeben sei eine Präferenzrelation die vollständig, transitiv und stetig ist (d.h. jede stetige Präferenzrelation), so existiert eine Funktion, die sie repräsentiert. Ist andersherum eine Nutzenfunktion gegeben, die eine Präferenzrelation repräsentiert, so ist sie vollständig und transitiv.

### Grenzrate der Substitution (MRS)

Die Grenzrate der Substitution gibt das Tauschverhältnis an, zu dem ein Konsument Gut 1 gegeben Gut 2 tauschen würde. Dies entspricht der Steigung der Indifferenzkurve.

$$MRS = -\frac{MU_1}{MU_2} = -\frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_1} / \frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_2}$$

$MU_1$  bzw.  $MU_2$  beschreiben den Grenznutzen von Gut 1 bzw. Gut 2 und sowohl die, als auch die MRS ist ein lokales Konzept.

### Positiv monotone Transformation

Da Nutzenfunktionen ein lediglich ordinales Konzept sind, können wir in gewissem Maß deren Wert verändern. Eine positiv monotone Transformation ist eine Funktion  $v(x_1, x_2)$ , falls

$$v(x_1, x_2) = f(u(x_1, x_2)),$$

mit  $f' > 0$ . Typische Beispiele sind

- Addition einer Konstanten:  $v(x_1, x_2) = u(x_1, x_2) + c, c \in \mathbb{R}$
- Multiplikation mit einem positiven Faktor:  $v(x_1, x_2) = a \cdot u(x_1, x_2), a \in \mathbb{R}^+$
- Positive Exponenten:  $v(x_1, x_2) = (u(x_1, x_2))^z, z \in \mathbb{R}^+$

Jede positiv monotone Transformation einer Nutzenfunktion stellt dieselbe Präferenzordnung dar wie die ursprüngliche Nutzenfunktion. Damit ändern positiv monotone Transformationen auch die MRS nicht (allerdings die Grenznutzen  $MU_i$ )!

### Nutzenfunktion für bekannte Präferenzordnungen

- **Perfekte Substitute:**  $u(x_1, x_2) = a \cdot x_1 + b \cdot x_2, a, b > 0$ . Es gilt  $MRS = -\frac{a}{b}$  und damit sind die Indifferenzkurven fallende Geraden.
- **Perfekte Komplemente:**  $u(x_1, x_2) = \min\{a \cdot x_1, b \cdot x_2\}, a, b > 0$ . Der Konsument möchte hier im festen Verhältnis  $b : a$  konsumieren (in den „Ecken“ der Indifferenzkurven). Die Optimalitätsbedingung ist damit:  $a \cdot x_1 = b \cdot x_2$ .
- **Cobb-Douglas Nutzenfunktion:**  $u(x_1, x_2) = x_1^c \cdot x_2^d, c, d > 0$ . Dies kann (und sollte) positiv monoton transformiert werden: sei  $\alpha = \frac{c}{c+d}$

$$u(x_1, x_2) = x_1^\alpha \cdot x_2^{1-\alpha}, \quad \alpha \in (0, 1)$$

Für  $x_1, x_2 > 0$  repräsentieren Cobb-Douglas Nutzenfunktionen streng monotone, streng konvexe Präferenzen. Es gibt hier immer eine optimale Entscheidung in einer inneren Lösung (siehe „optimale Entscheidung“)

- **Quasilineare Präferenzen:**  $u(x_1, x_2) = v(x_1) + x_2$  mit  $v' > 0, v'' < 0$ . Die Indifferenzkurven sind „quasi parallel verschobene“ Versionen voneinander.

## 3.4 Optimale Entscheidung und Nachfrage

Durch die Budgetmenge können wir beschreiben, was der Agent sich leisten kann. Durch Präferenzen wird ausgedrückt, was der Agent konsumieren möchte. Im folgenden kombinieren wir beide Konzepte und treffen bei gegebenen Preisen und gegebenem Einkommen  $m$  in Abhängigkeit von den individuellen Präferenzen des Agenten eine optimale Konsumentenentscheidung.

Die zentrale Frage ist also: welcher Konsumplan in der Budgetmenge maximiert den Nutzen des Konsumenten?

$$\max_{x_1, x_2 \in \mathbb{R}^+} u(x_1, x_2) \quad \text{s.t.} \quad p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 \leq m$$

Der **optimale Konsumplan** ist der Konsumplan, unter allen die in der Budgetmenge liegen, der auf der höchsten Indifferenzkurve liegt. Bei monotonen Präferenzen liegt der optimale Konsumplan immer auf der Budgetgerade; damit suchen wir die Indifferenzkurve die im Allgemeinen gerade die Budgetgerade berührt und es gilt im Allgemeinen auch:

$$MRS \stackrel{!}{=} -\frac{p_1}{p_2},$$

d.h. die Steigung der Indifferenzkurve = Steigung der Budgetgerade.

- „Im Allgemeinen“ da wir bereits gesehen haben, dass die MRS nicht immer bestimmbar sein muss (z.B. bei perfekten Komplementen), nicht-konvexe Nutzenfunktionen gegeben sein können oder eine Randlösung existiert. Wir werden deswegen im Folgenden das Vorgehen für verschiedene Präferenzordnungen genauer betrachten.
- Intuitiv wird durch diese Bedingung gefordert, dass von beiden Gütern der gleiche Grenznutzen im Verhältnis zum Preis erbracht wird, da  $\frac{MU_1}{p_1} = \frac{MU_2}{p_2}$ .

#### KR (Optimalität):

- **Perfekte Komplemente:**  $u(x_1, x_2) = \min\{a \cdot x_1, b \cdot x_2\}$ . Das Optimum liegt immer an der Ecke der Indifferenzkurve, unabhängig vom Preisverhältnis. Die Nutzenfunktion gibt das Optimum  $a \cdot x_1 = b \cdot x_2$  vor. Wir lösen diese Gleichung nach  $x_1$  oder  $x_2$  auf und setzen dies in die Budgetgerade ein.
- **Perfekte Substitute:**  $u(x_1, x_2) = a \cdot x_1 + b \cdot x_2$ . Die Steigung der Indifferenzkurve ist konstant und damit ist  $MRS = -\frac{a}{b}$ . Es können nun drei mögliche Fälle eintreten:
  - die Budgetgerade verläuft steiler als die Indifferenzkurven:

$$\left| -\frac{a}{b} \right| < \left| -\frac{p_1}{p_2} \right|$$

$\Rightarrow$  Randlösung: es wird nur  $x_2$  konsumiert, d.h.  $x^* = (0, \frac{m}{p_2})$ .

- die Budgetgerade verläuft flacher als die Indifferenzkurven:

$$\left| -\frac{a}{b} \right| > \left| -\frac{p_1}{p_2} \right|$$

$\Rightarrow$  Randlösung: es wird nur  $x_1$  konsumiert, d.h.  $x^* = (\frac{m}{p_1}, 0)$ .

- Falls Budgetgerade und Indifferenzkurven dieselbe Steigung haben, d.h.

$$\left| -\frac{a}{b} \right| = \left| -\frac{p_1}{p_2} \right|$$

sind alle Güter auf der Budgetgerade optimal.

- **Cobb-Douglas:**  $u(x_1, x_2) = x_1^c \cdot x_2^d$ ,  $c, d > 0$ . Bei Cobb-Douglas Nutzenfunktionen gibt es immer eine innere Lösung. Man kann hier die Gleichung

$$MRS = -\frac{p_1}{p_2},$$

lösen und das Ergebnis in die Budgetgerade einsetzen. Der einfachere Weg ist allerdings die Nutzenfunktion positiv monoton zu transformieren, sodass mit  $\alpha = \frac{c}{c+d}$

$$u(x_1, x_2) = x_1^\alpha \cdot x_2^{1-\alpha}, \quad \alpha \in (0, 1)$$

gilt. Das Optimum lässt sich dann direkt über die folgende Formel bestimmen:

$$x^* = \left( \frac{\alpha m}{p_1}, \frac{(1-\alpha)m}{p_2} \right)$$

- **Quasilineare Präferenzen:**  $u(x_1, x_2) = v(x_1) + x_2$  mit  $v' > 0$ ,  $v'' < 0$ . Durch die besondere Form der Indifferenzkurven möchte man unabhängig vom Einkommen immer dieselbe Menge von Gut 1 konsumieren (falls die Nutzenfunktion linear in  $x_2$  ist). Dies ist nur möglich, wenn das Einkommen  $m$  dafür ausreicht und damit ein „kritisches Einkommen“  $m^{krit}$  nicht unterschreitet:
  - Bestimme  $x_1^{krit}$  über die Optimalitätsbedingung  $MRS = -\frac{p_1}{p_2}$
  - Berechne kritisches Einkommen  $m^{krit} = p_1 \cdot x_1^{krit}$ .
  - Für  $m > m^{krit}$ :  $x_1^* = x_1^{krit}$ ,  $x_2^* = \frac{m - p_1 \cdot x_1^{krit}}{p_2}$
  - Für  $m \leq m^{krit}$ :  $x^* = (\frac{m}{p_1}, 0)$

## 4 Nachfrageanalyse

Ist eine optimale Entscheidung getroffen, ist die nächstgelegene Frage, wie sich diese Entscheidung abhängig von Parametern ändert.

Nachfrageänderung aufgrund einer Einkommensänderung:

- **Normale Güter:** die nachgefragte Menge steigt nach einem Einkommensanstieg und fällt nach einem Einkommensabfall ( $\frac{\Delta x_i}{\Delta m} > 0$ ).
- **Inferiore Güter:** die nachgefragte Menge sinkt nach einem Einkommensanstieg und steigt nach einem Einkommensabfall ( $\frac{\Delta x_i}{\Delta m} < 0$ ).

Nachfrageänderung aufgrund der Preisänderung eines Gutes:

- **Gewöhnliche Güter:** die nachgefragte Menge sinkt nach einer Preiserhöhung und steigt nach einer Preissenkung ( $\frac{\Delta x_i}{\Delta p_i} < 0$ ).
- **Giffen Güter:** die nachgefragte Menge steigt nach einer Preiserhöhung und sinkt nach einer Preissenkung ( $\frac{\Delta x_i}{\Delta p_i} > 0$ ).

### 4.1 Komperative Statistik der Nachfrage

Wie ändert sich die Nachfrage nach einem Gut aufgrund von Einkommens- und Preisänderungen.

#### Auswirkung einer Einkommensänderung auf die Nachfrage bei konstanten Preisen

- **Einkommensexpansionspfad (EEP)**
  - Verbindung aller optimalen Konsumpläne in Abhängigkeit vom Einkommen  $m$  im  $(x_1, x_2)$ -Diagramm.
  - Grafisch bestimmt man den EEP durch Parallelverschiebung der Budgetgeraden.
- **Engelkurve**
  - Abbildung der Änderung der Nachfrage eines Gutes  $x_i$  (bei Einkommensänderung) im  $(x_i, m)$ -Diagramm
  - Die Änderung der nachgefragten Menge des anderen Gutes  $x_j$  wird nicht explizit abgebildet.

#### Auswirkung einer Eigenpreisänderung auf die Nachfrage des Gutes bei konstanten restlichen Preisen und gegebenem Einkommen

- **Preisexpansionspfad (PEP)**
  - Bildet ab, wie sich der optimale Konsumplan nach einer Preisänderung anpasst
  - Grafisch im  $(x_1, x_2)$ -Diagramm durch Drehung der Budgetgerade im Punkt  $\frac{m}{p_j}$ .
- **Nachfragekurve**
  - Abbildung der Änderung der Nachfrage eines Gutes  $x_i$  im  $(x_i, p_i)$ -Diagramm

- Die Änderung der nachgefragten Menge des anderen Gutes  $x_j$  wird nicht explizit abgebildet

EEP, Engelkurve, PEP und Nachfragekurve sehen für unterschiedliche Nachfragefunktionen bzw. Präferenzordnungen unterschiedlich aus. Wenn sich allerdings alle Preise und das Einkommen simultan um denselben Faktor ändern, ändert sich die Nachfrage nicht.

### Auswirkung einer Fremdpreisänderung auf die Nachfrage eines Gutes bei konstantem Eigenpreis und gegebenem Einkommen

- **Substitute:** Güter bei denen, falls ein Gut teurer wird, sich der Konsument bemüht, dieses Gut durch sein Substitut zu ersetzen ( $\frac{\Delta x_i}{\Delta p_j} > 0$ )
- **Komplemente:** Güter bei denen, falls ein Gut teurer wird, der Konsument weniger davon nachfragen wird und auch den Konsum der komplementären Güter einschränkt ( $\frac{\Delta x_i}{\Delta p_j} < 0$ )

## 4.2 Stusky-Zerlegung

Eine Veränderung des Preises eines Guts (z.B.  $p_1$  sinkt auf  $p'_1$ ) hat zwei Effekte auf die Nachfrage:

- Die Budgetmenge wird größer, wodurch die Kaufkraft steigt. Die allein daraus resultierende Änderung der Nachfrage = Einkommenseffekt.
- Das Preisverhältnis  $\frac{p_1}{p_2}$  ändert sich, wodurch die Budgetgerade flacher wird. Die hieraus resultierende Änderung der Nachfrage bei konstanter Kaufkraft = Substitutionseffekt

### Gesamteffekt der Preisänderung

Durch die Preisänderung ändert sich die Nachfrage, was wir im Gesamteffekt festhalten:

$$\Delta x_1^{GE} = x_1^*(p'_1, p_2, m) - x_1^*(p_1, p_2, m)$$

### Substitutionseffekt

$$\Delta x_1^s = x_1^*(p'_1, p_2, m') - x_1^*(p_1, p_2, m)$$

- Nachfrageänderung aufgrund Änderung des relativen Preisverhältnisses
- Kaufkraft wird konstant gehalten (altes optimales Güterbündel  $x^*$  liegt auf der Budgetgeraden), wodurch wird ein hypothetisches Einkommen  $m'$  einführen müssen:

$$m' = \Delta m + m \quad \text{mit} \quad \Delta m = x_1^* \cdot \Delta p_1 = x_1^* \cdot (p'_1 - p_1)$$

- Die Nachfrageänderung aufgrund des Substitutionseffekts ist immer entgegengesetzt der auslösenden Preisänderung (auch bei Giffen-Gütern!)

### Einkommenseffekt

$$\Delta x_1^n = x_1^*(p'_1, p_2, m) - x_1^*(p'_1, p_2, m')$$

- Nachfrageänderung aufgrund der Änderung der Kaufkraft (relatives Preisverhältnis konstant)



**KR (Stusky-Zerlegung):** Zur Berechnung der Effekte benötigen wir:

- $x_1^*(p_1, p_2, m)$ : optimales Bündel vor der Preisänderung
- $x_1^*(p'_1, p_2, m')$ : optimales Bündel bei neuen Preisen und fiktivem Einkommen  $m'$
- $x_1^*(p'_1, p_2, m)$ : optimales Bündel nach Preisänderung

Dann ist

- Substitutionseffekt:  $\Delta x_1^s = x_1^*(p'_1, p_2, m') - x_1^*(p_1, p_2, m)$
- Einkommenseffekt:  $\Delta x_1^n = x_1^*(p'_1, p_2, m) - x_1^*(p'_1, p_2, m')$
- Gesamteffekt:  $\Delta x_1^{GE} = \Delta x_1^s + \Delta x_1^n$ .

### Nachfragefunktion und Totale Variation

Eine Funktion  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  ist **homogen** vom Grade  $r$ , genau dann, wenn:

$$z^r \cdot f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(z \cdot x_1, z \cdot x_2, \dots, z \cdot x_n) \quad (\text{für alle } z > 0)$$

Nachfragekurven bzw. Budgetmengen sind homogen vom Grad 0; das liegt daran, dass:

$$\begin{aligned} B(z \cdot p, z \cdot m) &= \{x \in X \mid x \geq 0, z \cdot p_1 + z \cdot p_2 + \dots + z \cdot p_n \leq z \cdot m\} \\ &= \{x \in X \mid x \geq 0, p_1 + p_2 + \dots + p_n \leq m\} = B(p, m) \end{aligned}$$

Daraus folgt, dass da proportionale Anpassungen die Budgetmenge unverändert lassen, die Nachfragekurve als Lösung des Nutzenmaximierungsproblems invariant gegenüber proportionalen Änderungen aller Preise  $p$  und des Einkommens  $m$  ist.

### Slutsky-Zerlegung nach Hicks

Analog zur obigen Slutsky-Zerlegung ist auch hier eine Preisveränderung der Ausgangspunkt. Angenommen der Preis  $p_1$  fällt auf  $p'_1$ , so resultiert erneut eine Nachfrageveränderung. Die Idee von Hicks ist allerdings die Aufspaltung in Einkommens- und Substitutionseffekt auf einen anderen Grundgedanken zu stützen.

Slutsky hat ein fiktives Einkommen  $m'$  eingeführt, dass die Kaufkraft konstant hält; der Nutzer soll sich auch bei den neuen Preisen das alte Güterbündel leisten können. Bei Hicks wird allerdings ein Einkommen eingeführt, sodass der ursprüngliche Nutzen optimal bleibt.

Auch hier ist im Substitutionseffekt die Änderungen des Preises stets entgegengesetzt der nachgefragten Menge, d.h. Preis und nachgefragte Menge haben entgegengesetzte Vorzeichen, also:

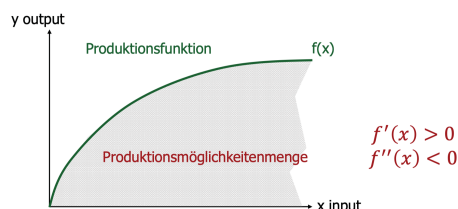
$$\frac{\Delta x_i^s}{\Delta p_i} < 0$$

Bei kleinen Preisänderungen sind die Substitutionseffekte nach Slutsky und Hicks gleich.

# 5 Theorie der Unternehmung

Wir betrachten Unternehmen bzw. Firmen als Einrichtungen, die Inputs  $x$  in Outputs  $y$  transformieren.

Die technischen Möglichkeiten einer Unternehmung sind durch die realisierbaren Input-Output-Kombinationen beschrieben, ihre Technologiemenge.



Eine Produktion ist **technisch effizient**, wenn ein vorgegebener Output mit geringst möglichen Inputmengen hergestellt wird. Analog ist eine Allokation technisch effizient, wenn es nicht möglich ist, die Produktionsmenge (PM) eines Gutes zu erhöhen, ohne gleichzeitig die PM eines anderen Gutes zu reduzieren.

- effiziente Produktionspläne liegen auf dem Rand der Technologiemenge. Dieser Rand wird durch die Produktionsfunktion beschrieben. Diese gibt für jede Menge an Inputs die maximal mögliche Outputmenge an:  $y = f(x_1, \dots, x_n)$

Wir nennen

- eine Technologie **monoton**, wenn eine Inputerhöhung, zu keiner Outputverringerung führt ( $\frac{\partial f}{\partial x_i} \geq 0$ ).
- eine Technologie **konvex**, wenn für beliebige Inputkombinationen  $z$  und  $x$ , mit  $y = f(z) = f(x)$ , gilt, dass deren Mischung  $\lambda z + (1 - \lambda)x$  mindestens  $y$  Outputeinheiten erzeugt werden, d.h.  $f(\lambda z + (1 - \lambda)x) \geq y$ , ( $0 < \lambda < 1$ ).

Bei der Optimierung können zwei Fälle auftreten. Von einer Betrachtung in der kurzen Frist wird dann gesprochen, wenn mindestens ein Produktionsfaktor nicht unmittelbar angepasst werden kann, also fix ist. Hier muss lediglich die Gewinnfunktion nach dem verbleibenden Faktor maximiert werden:

$$\max_{x_1} p f(x_1, \bar{x}_2) - w_1 x_1 - \underbrace{w_2 \bar{x}_2}_{\text{Fixkosten}}$$

Langfristig Frist können alle allerdings alle Produktionsfaktoren angepasst werden und die Optimierung ist etwas komplizierter.

## Grenzprodukte der Inputfaktoren

Das Grenzprodukt eines Inputfaktors  $i$  gibt an, um wieviel der Output  $y$  steigt, wenn die Einsatzmenge des Faktors  $i$  geringfügig erhöht wird.

$$MP_i = \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_i} \geq 0$$

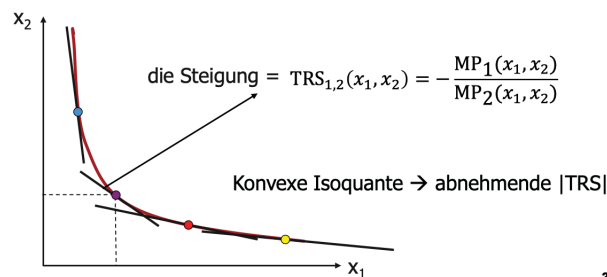
## Isoquanten und TRS

Analog zu Indifferenzkurven sind Isoquanten alle technisch effizienten Inputkombinationen die zu gleichem Output führen. Die (negative) Steigung der Isoquanten ist die Technische Rate der Substitution. Sie gibt das Verhältnis an, in dem Input 2 durch Input 1 bei konstanten Output substituiert werden kann.

$$TRS = -\frac{MP_1}{MP_2} = -\frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} / \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2}$$

Achtung! Produktionsfunktionen kann man nicht positiv monoton transformieren, da sie kein rein ordinales Konzept wie die Nutzenfunktionen sind.

Außerdem ist zu beachten, dass oft es zunehmend schwieriger wird einen der Produktionsfaktor durch einen anderen bei konstantem Output zu substituieren. Dies wird als abnehmende Technische Rate der Substitution (im Absolutwert) bezeichnet.



329

## Skalenerträge

Gegeben:  $f(x_1, x_2)$ . Wie verhält sich die Output-Menge bei Ver-t-fachung aller Inputgüter?

1. Fall:  $f(t \cdot x_1, t \cdot x_2) < t \cdot f(x_1, x_2)$ : fallende Skalenerträge
2. Fall:  $f(t \cdot x_1, t \cdot x_2) = t \cdot f(x_1, x_2)$ : konstante Skalenerträge
3. Fall:  $f(t \cdot x_1, t \cdot x_2) > t \cdot f(x_1, x_2)$ : steigende Skalenerträge

## 5.1 Gewinnmaximierung

Es bleibt auch hier die zentrale Verhaltensannahme bestehen: alle Unternehmen maximieren ihren Gewinn. Dabei ist der Erlös eines Unternehmens das Produkt aus der verkauften Menge und dem Preis für den Output. Seien  $x_1$  bzw.  $x_2$  die eingesetzten Input-Mengen (zur Produktion der Output-Menge  $y$ ) sowie  $w_1, w_2$  die Faktorinputpreise von Faktor 1 und 2. Es ergibt sich das **Gewinnmaximierungsproblem**:

$$\max \Pi(x_1, x_2) = p \cdot f(x_1, x_2) - (w_1 \cdot x_1 + w_2 \cdot x_2)$$

Dabei seien

- **Erlösfunktion:**  $R(x_1, x_2) = p \cdot y = p \cdot f(x_1, x_2)$ ; deren Ableitung ist der Grenzerlös  $MR$ .
- **Kostenfunktion:**  $C(x_1, x_2, w_1, w_2) = w_1 \cdot x_1 + w_2 \cdot x_2$ ; deren Ableitung sind die Grenzkosten  $MC$ .

Im Gewinnmaximum muss durch das Gewinnmaximierungsproblem im Allgemeinen gelten, dass

$$TRS = -\frac{w_1}{w_2}$$

Die Lösung dieser Gleichung ergibt die **bedingten Faktornachfragen**  $x_1^*(p, w_1, w_2)$  und  $x_2^*(p, w_1, w_2)$ . Diese geben an, welche Inputmengen ein Unternehmen nachfragen muss, um seinen Gewinn zu maximieren. Auch die bedingten Faktornachfragen sind invariant gegenüber proportionalen Anstiegen (z.B. Verdopplung) von Faktorpreisen (obwohl die Produktionskosten reagieren).

## 5.2 Kostenminimierung

Setzt man die bedingten Faktornachfragen in die Kostenfunktion ein, so erhält man eine Funktion die die Minimalkosten für die Produktionsmenge  $y$  angibt:

$$C(y) = C(w_1, w_2, y) = w_1 x_1^* + w_2 x_2^*$$

Auch lassen sich die Skalenerträge von Kostenfunktionen untersuchen:

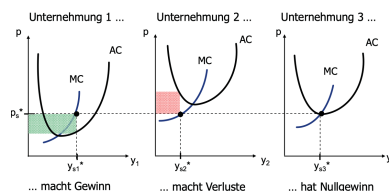
- **Konstante Skalenerträge:**  $C(w, y) = y \cdot C(w, y = 1)$ .
- **Steigende Skalenerträge:**  $C(w, y) > y \cdot C(w, y = 1)$ .
- **Fallende Skalenerträge:**  $C(w, y) < y \cdot C(w, y = 1)$

Im Allgemeinen lassen sich die Kosten in zwei Teile aufteilen:

- **Fixkosten  $F$ :** All Kosten, die unabhängig von der Produktionsmenge  $y$  entstehen. Beispiel: Miete.
- **Variable Kosten  $C_v(y)$ :** Alle Kosten, die sich mit der Produktionsmenge  $y$  verändern. Beispiel: Rohstoffe.

Für die folgenden Betrachtungen benötigen wir ein paar zusätzliche Begriffe:

- **Grenzkosten  $MC(y)$ :** die Grenzkosten sind „zusätzlichen Kosten“, die durch die Produktion „einer zusätzlichen Outputeneinheit“ entstehen. Formal sind die Grenzkosten also die erste Ableitung der Kostenfunktion nach  $y$ :  $C'(y)$ .
- **Durchschnittskosten  $AC$ :** die Produktionskosten, die durchschnittlich auf eine einzelne Outputeneinheit bei der Produktion von insgesamt  $y$  Einheiten entfallen, werden als Durchschnittskosten bzw. Stückkosten bezeichnet. Formale Definition:  $AC(y) = \frac{C(y)}{y}$ .
- Analog lassen sich die durchschnittlichen Fixkosten  $AFC$  und die durchschnittlichen variable Kosten  $AVC$  definieren und es gilt:  $AC(y) = AFC(y) + AVC(y)$ .



Es gilt: die Grenzkostenkurve ( $MC$ -Kurve) schneidet die Durchschnittskostenkurve ( $AC$ -Kurve) in ihrem Minimum.

## 6 Marktformen und vollkommener Wettbewerb

Wenn neue Unternehmen in eine Branche eintreten, steigt das Angebot, wodurch die (inverse) Angebotskurve flacher wird. Daraus folgt, dass der Gleichgewichtspreis sinkt und sich der Gewinn verringert. Wenn andererseits Unternehmen aus dem Markt austreten, wird die (inverse) Angebotskurve steiler.

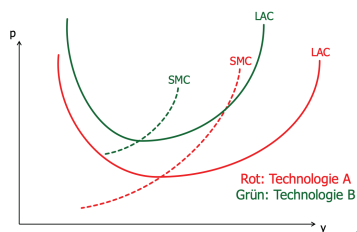
Gründe für Ein- oder Austritte können dabei kurzfristig sowohl ökonomische Gewinne als auch von ökonomische Verluste sein. Sobald jedoch eine Firma Verluste schreibt, so muss sie sich zuerst zwischen einem sogenannten Shutdown und einem tatsächlichen Marktaustritt entscheiden.

- Die Entscheidung die Produktion lediglich temporär einzustellen (sog. **Shutdown**), d.h.  $y = 0$ , ist eine Entscheidung hinsichtlich der kurzen Frist. Eine solche Entscheidung macht Sinn, falls  $p < AVC$ .
- Falls der Preis langfristig allerdings unter den Durchschnittskosten bleibt, ist es für eine Unternehmung zur Vermeidung permanenter Verlust optimal, aus dem Markt auszutreten (sog. **Marktaustritt**). Das heißt, die Bedingung dazu ist  $p < AC$ .

### Langfristiges Marktgleichgewicht

Wie angesprochen kommt es bei ökonomischen Gewinnen zu Markteintritte und bei Verlusten zu Marktaustritten. Langfristig wird damit der ökonomische Gewinn gleich null sein und jede Unternehmung produziert die „efficient scale“, i.e.  $y = \arg \min AC(y)$ ; die langfristige Angebotskurve ist damit horizontal, Anpassungen in der langfristigen Gleichgewichtsmenge vollziehen sich durch Marktein- und austritte!

Zwei Technologien: A und B. Welche herrscht langfristig vor?



Betrachtet man allerdings einen Markt mit einer diskreten Anzahl an Unternehmungen, so werden offensichtlich nur so lange Firmen eintreten, bis die aus einem neuen Markteintritt resultierende Preissenkung in einem Verlust resultieren würde. Somit ist bei einer diskreten Marktgröße langfristig die Zahl der in einem Markt aktiven Unternehmungen durch  $n^*$  gegeben, wobei bei  $n^*$  aktiven Unternehmungen nichtnegative Gewinne vorliegen und bei  $n^{*+1}$  Verluste entstehen. Die Produktionsmenge jeder Unternehmung ist dabei im diskreten langfristigen Marktgleichgewicht näherungsweise analog zu oben durch ihre effiziente Betriebsgröße  $y^{eff}$  gegeben, bei der die Durchschnittskosten minimiert sind.

### Vollkommener Wettbewerb

Der vollkommener Wettbewerb ist ein theoretisches Modell, in dem ausreichend viele Anbieter, alle ohne Marktmacht und als Preisnehmer agierend, lediglich über ihre Angebotsmenge entscheiden. Jeder Anbieter maximiert somit bei festem Preis  $p$  seinen Gewinn bezüglich  $y$ :

$$\max_y \Pi(y) = R(y) - C(y) = p \cdot y - C(y)$$

- **Marginal Revenue:** Der Grenzerlös  $MR(y)$  ist die erste Ableitung der Erlösfunktion  $R(y)$ .
- **Marginal Costs:** Die Grenzkosten  $MC(y)$  die erste Ableitung der Kostenfunktion  $C(y)$
- Im Gewinnmaximum gilt nach Bedingung erster Ordnung demnach:

$$\text{Grenzerlös} = \text{Grenzkosten} \quad (MR = MC)$$

Ein Unternehmen bietet also bei vollständiger Konkurrenz somit bei jedem Preis diejenige Menge an, bei der die Grenzkosten dem gegebenen Preis entsprechen. Dies ist die gewinnmaximierende Outputmenge.

**KR** (Unternehmungen im vollkommenen Wettbewerb): Da bei vollkommenem Wettbewerb die Anbieter als Preisnehmer agieren, muss im Optimum gelten:

$$MC(y) = p(y)$$

Auflösen dieser Gleichung nach  $y$  ergibt die optimale Produktionsmenge.

# 7 Monopol

Wenn die Angebotsentscheidung eines einzelnen Anbieters den Marktpreis beeinflusst, dann hat dieser Anbieter **Marktmacht**. Dies kann besonders dann der Fall sein, wenn wenige Anbieter auf dem Markt sind.

Ist lediglich ein einziger Anbieter mit Marktmacht auf dem Markt, so nennt man ihn **Monopolist**. Er kann entweder den Preis oder die Menge festlegen, die jeweils andere Variable wird durch die gegebene Marktnachfrage bestimmt. Ein Monopolist kann dabei durch Verknappung des Angebots den Preis in die Höhe treiben, sodass ein Preis erreicht wird, der über den Grenzkosten liegt. Durch die mögliche Preiserhöhung in dieser Situation kann ein Wohlfahrtsverlust entstehen.

## Gewinnmaximierungsproblem des Monopolisten

$$\max \Pi(y) = R(y) - C(y) = p(y) \cdot y - C(y)$$

- Im Monopol-Optimum gilt:  $MR = MC$  (Grenzerlös = Grenzkosten). Erlös und Kostenfunktion haben also in diesem Punkt dieselbe Steigung.
- Wäre nämlich der zusätzliche Erlös (Grenzerlös) bei einer Erhöhung des Outputs größer als die zusätzlichen Kosten (Grenzkosten), dann könnte der Gewinn erhöht werden, indem man eine zusätzliche Outputeinheit herstellt. Analog für den anderen Fall.
- Ein gewinnmaximierender Monopolist wird immer im elastischen Bereich der Nachfrage ( $|\epsilon_D(p)| \geq 1$ ) anbieten. Dies kann man unter gewissen Bedingungen aus der sogenannten Amoroso-Robinson-Gleichung ablesen:  $p(y) \cdot \left[1 - \frac{1}{|\epsilon|}\right] = MC(y)$
- Die Höhe des monopolistischen Preisaufschlags hängt somit von der Preiselastizität der Nachfragefunktion ab: je elastischer die Nachfrage, umso geringer der Preisaufschlag. Im Fall einer unendlich elastischen Nachfrage sind Monopol- und Wettbewerbspreis gleich.

**KR (Monopolist):** Um die optimale Ausbringungsmenge  $y^*$  zu ermitteln, lösen wir das Problem:

$$\max \Pi(y) = p(y) \cdot y - C(y)$$

was zur folgenden Gleichung führt:

$$p(\hat{y}) + p'(\hat{y}) \cdot \hat{y} = MC(\hat{y})$$

Da der Monopolist die Option hat nicht zu produzieren, müssen wir überprüfen, ob sich dies lohnen würde. Ist  $\Pi(\hat{y}) > \pi(0)$ , so ist  $y^* = \hat{y}$  und ansonsten  $y^* = 0$ .

### **Monopolistischer Wettbewerb**

Sind mehrere Unternehmen im Markt etabliert und verfügt jede Unternehmung über Marktmacht bei gleichzeitiger Produktdifferenzierung, so spricht man von monopolistischem Wettbewerb. Jede Unternehmung verhält sich dabei als Monopolist; also ist die relevante Entscheidungsregel:

$$MR(y_1) = MC(y_1)$$

Die positiven Gewinne bilden einen Anreiz für Markteintritte, sodass sich die Nachfragekurve sukzessive nach innen verschiebt, was zu niedrigeren Preisen, niedrigerem individuellen Output und niedrigeren Gewinnen führt. Im langfristigen Gleichgewicht wird dann zu Durchschnittskosten produziert, die das Minimum der Durchschnittskosten überschreiten und dadurch entstehen Nullprofite, obwohl die Preise „zu hoch“ sind und die Gleichgewichtsmenge zu niedrig. Die Effizienz und Wohlfahrt würde sich erhöhen wenn (weniger) Unternehmungen jeweils eine größere Menge produzieren würden, die gerade ihrer effizienten Betriebsgröße entspricht. Ein solcher monopolistischer Wettbewerb ist also ineffizient.



## 8 Oligopol

Ein Oligopol ist ein Markt mit wenigen aktiven Anbietern, die alle über Marktmacht verfügen. Ein Oligopol ist somit eine Art „Mischform“ zwischen dem Monopol und dem vollkommenen Wettbewerb. Wir betrachten vereinfachend den Fall des Duopols mit 2 identischen Anbietern. Der Output des Unternehmens  $i$  wird mit  $y_i$  ( $i = 1, 2$ ) bezeichnet und der Industrieoutput ist  $Y = y_1 + y_2$ .

Abhängig davon wie und ob die Firmen über den Preis oder die Menge entscheiden, entstehen 5 verschiedene Fälle:

- Menge  $q$ 
  - sequentiell: Stackelberg (Mengenführerschaft)
  - simultan: Cournot
- Preis  $p$ 
  - sequentiell: Preisführerschaft
  - simultan: Bertrand
- Kooperativ: Kartell

### Bertrand-Modell

Wir nehmen zur Vereinfachung an, dass  $C_1(y) = C_2(y) = c(y)$ , d.h. beide Firmen haben die gleiche Kostenfunktion, produzieren zudem das gleiche Gut und entscheiden über den Ausbringungspreis.

Es entsteht die Situation des Bertrand-Paradoxon: im Kapitel zum Monopol haben wir gesehen, dass ein Monopolist den Preis und die Verkaufsmenge gewinnmaximierend festsetzt. Der Monopolpreis ist für gewöhnlich höher als der Preis im vollkommenen Wettbewerb. Durch Hinzufügen von nur einer weiteren Unternehmung im Bertrand-Wettbewerb (d.h. nur bei zwei Firmen unter Preiswettbewerb) entsteht jedoch exakt dieselbe Situation wie im vollkommenen Wettbewerb bei „unendlich vielen“ Unternehmungen, nämlich ein effizientes Marktgleichgewicht.

**KR (Bertrand):** Das einzige Nash-Gleichgewicht im Bertrand-Wettbewerb bei gleichen Kostenfunktionen der beiden Agenten ist:

$$p_1 = p_2 = MC$$

Einsetzen dessen in die restliche Funktionen ergibt die produzierten Mengen, die Kosten und den Gewinn.

Kritiken zum Bertrand-Paradoxon:

- Edgeworth (1897) - Kapazitätsbeschränkungen: wenn eine Unternehmung nicht die gesamte Marktnachfrage produzieren kann, können positive Gewinne & Ineffizienzen entstehen.
- Zeithorizont: langfristige Verluste vs. kurzfristige Gewinne. Angenommen  $p_1 = p_2 > c$ ; dann kann jede Unternehmung einen besonders großen kurzfristigen Gewinn machen, indem sie den Konkurrenten leicht unterbietet; dieser wird in der nächsten Periode ebenfalls unterbieten, was zu einem Preiskrieg führt; der kurzfristige Zusatzgewinn kann kleiner sein als der langfristige Verlust (Nullgewinne nach Preiskrieg).

- Produktdifferenzierung

Das Effizienzresultat des Bertrand-Modells folgt aus restriktiven Annahmen. Wenn die Modelleinwände berücksichtigt werden, kommt es auch im Oligopol zu Markteffizienz und Wohlfahrtsverlusten.

### Stackelberg

**Führer-Anpasser-Modell:** Der Mengenfürher antizipiert, wie der Anpasser auf seine (Leader-) Produktionsmenge reagieren wird und optimiert in Abhängigkeit davon seinen Gewinn. Seien  $y_1$ ,  $y_2$  die vom Führer bzw. Anpasser am Markt angebotenen Mengen und  $p(y)$  die inverse Nachfrage.

**KR** (Stackelberg - per „Rückwärts-Induktion“):

- Antizipation:
  - Gewinn des Mengenfürherers:  $\Pi_1(y_1, y_2) = p(y_1 + y_2) \cdot y_1 - C_1(y_1)$
  - Gewinn des Mengenanpassers:  $\Pi_2(y_1, y_2) = p(y_1 + y_2) \cdot y_2 - C_2(y_2)$
- Reaktionsfunktion des Anpassers herleiten:  $\frac{\partial \Pi_2}{\partial y_2} = 0$  nach  $y_2(y_1)$  auflösen
- Optimalen Output des Führers  $y_1^*$  bestimmen: setze  $y_2$  in  $\Pi_1(y_1, y_2)$  ein, maximiere die Funktion (ableiten und gleich 0 setzen) und löse nach  $y_1^*$  auf
- $y_1^*$  in  $\Pi_2(y_1, y_2)$  Einsetzen und Maximieren (ableiten und gleich 0 setzen) ergibt  $y_2^*$
- Marktpreis bestimmen:  $p^* = p(y_1^* + y_2^*)$  durch einsetzen von  $y_1^*$  und  $y_2^*$  in die inverse Nachfrage.

### Cournot

Beide Anbieter legen simultan ihre Angebotsmenge fest und berücksichtigen die Angebotsmenge des jeweils anderen:

**KR** (Cournot):

- Antizipation:
  - Gewinn von Firm 1:  $\Pi_1(y_1, y_2) = p(y_1 + y_2) \cdot y_1 - C_1(y_1)$
  - Gewinn von Firma 2:  $\Pi_2(y_1, y_2) = p(y_1 + y_2) \cdot y_2 - C_2(y_2)$
- Reaktionsfunktion beider Anbieter herleiten
  - $\frac{\partial \Pi_1}{\partial y_1} = 0$  nach  $y_1(y_2)$  auflösen
  - $\frac{\partial \Pi_2}{\partial y_2} = 0$  nach  $y_2(y_1)$  auflösen
- Reaktionsfunktionen „ineinander einsetzen“ (setze  $y_1(y_2)$  in  $y_2(y_1)$  ein oder umgekehrt)
- Auflösen zu den den Mengen  $y_1^*$  und  $y_2^*$

Im Cournot-Nash-Gleichgewicht besteht allerdings die Möglichkeit der Pareto-Verbesserung des Cournot-Gleichgewichts. Ein einseitiges Abweichen ist zwar immer noch nicht Vorteilhaft für die einzelnen Firmen, allerdings ist der Gesamtgewinn potenziell erhöhbar. Damit existiert eine (potenzielle) Pareto-Verbesserung!

## Preisführerschaft

**Leader-Follower-Modell:** Der Leader setzt den Preis zuerst, der Follower agiert als Preisnehmer. Damit ist der Preis  $p$  im Maximierungsproblem des Followers exogen.

**KR (Preisführerschaft):**

- Für festes  $p$  antizipiert der Leader das Problem des Followers:

$$\max \Pi_F(y_F) = p \cdot y_F - C_F(y_F)$$

- Leader leitet die Reaktionsfunktion von F her:  $\frac{\partial \Pi_F}{\partial y_F} = 0$  nach  $y_F(p)$  auflösen
- Der Leader weiß nun, dass der Follower für jeden Preis die Menge  $y_F(p)$  aufbringen wird. Die restliche Nachfrage  $D(p) - y_F(p)$  wird vom Leader befriedigt.
- Der Leader sieht sich also dem folgenden Problem gegenüber:

$$\max \Pi_L(p) = p \cdot (D(p) - y_F(p)) - C_L(D(p) - y_F(p))$$

## Kartell

In einem Kartell legen die Firmen (Firma 1 und Firma 2) als Ziel fest den Gesamtgewinn zu maximieren und entscheiden dabei über die Ausbringungsmengen  $y_1, y_2$ . Daher lautet das Optimierungsproblem:

$$\max_{y_1, y_2} (\Pi_1(y_1, y_2) + \Pi_2(y_1, y_2)) = \max_{y_1, y_2} p(y_1 + y_2) \cdot (y_1 + y_2) - c_1(y_1) - c_2(y_2)$$

Durch partiellen Ableiten der gemeinsamen Gewinnfunktion nach  $y_1$  bzw.  $y_2$  und Gleichsetzen mit 0 erhält man im Optimum:

$$MC_1(y_1^*) = MC_2(y_2^*)$$

**KR (Kartell):** Löse die Bedingung

$$MC_1(y_1^*) = MC_2(y_2^*)$$

nach einer der beiden Ausbringungsmengen auf und setze dies in das Optimierungsproblem des Kartells ein:

$$\max_{y_1, y_2} (\Pi_1(y_1, y_2) + \Pi_2(y_1, y_2)) = \max_{y_1, y_2} p(y_1 + y_2) \cdot (y_1 + y_2) - c_1(y_1) - c_2(y_2)$$

Maximieren dieser Gleichung bezüglich der einen verbleibenden Ausbringungsmenge liefert die Kartelllösung.

In der Kartelllösung besteht stets allerdings die Möglichkeit des Freifahrens (Freeriding), bei der eine das Abweichen einer Firma vom Gleichgewicht zu einem erhöhten Gewinn für sie führen kann. Aus diesem Grund besteht inhärent Instabilität in Kartellen, da eine Firma die Absprache bricht und ihren Gewinn dadurch vergrößert.