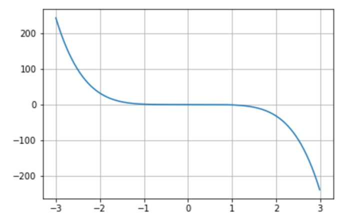
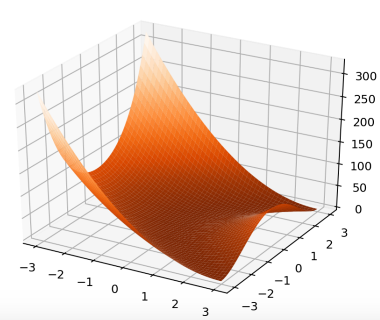
Aufgabe S.1

In [1]:
```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def f_1(x):  # radius within which the function will be plotted
    result = - x**5

    return result

d = 3.0
x = np.arange(-d, d, 0.01)
y = f_1(x)

plt.figure()
plt.plot(x,y)
plt.grid()
plt.show()
```



In [2]:
```
from mpl_toolkits.mplot3d import axes3d
from matplotlib import cm
%matplotlib notebook

def f_2(x):
    result = 9* x[0]**2  - 6 * x[0] * x[1]**2 + x[1]**4

    return result

d = 3.0 # radius within which the function will be plotted
X = np.arange(-d, d, 0.01)
Y = np.arange(-d, d, 0.01)

X, Y = np.meshgrid(X, Y)
Z    = f_2((X,Y))

fig  = plt.figure()
ax   = fig.add_subplot(111, projection='3d')
surf = ax.plot_surface(X, Y, Z, cmap=cm.Oranges_r)
```

Figure 1



Aufgabe S.2

Gegeben sei das Optimierungsproblem

$$P: \quad \min f(x), \text{ s.t. } x \in M$$

mit

a) $f(x) = -x^5$, $M = (-\infty, 1)$.

b) $f(x) = 9x_1^2 - 6x_1x_2^2 + x_2^4$, $M = \mathbb{R}^2$

c) $f(x) = \frac{x^T A x}{\|x-b\|_2+1}$, mit $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ positiv definit, $b \in \mathbb{R}^n$ und $M = \mathbb{R}^n$. Begründen Sie jeweils: ist f koerziv auf M? Ist P lösbar?
Hinweis: Nutzen Sie für Aufgabenteil c) die Äquivalenz der Normen im $\mathbb{R}^n$

Proof:

Nach Vorlesung (Definition 1.2.37) gilt:
Gegeben seien eine (nicht notwendigerweise abgeschlossene) Menge $M \subseteq \mathbb{R}^n$ und eine Funktion $f\colon M \to \mathbb{R}$. Falls für alle Folgen $(x^\nu) \subseteq M$ mit $\lim_\nu \|x^\nu\| \to \infty$ und alle konvergenten Folgen $(x^\nu) \subseteq M$ mit $\lim_\nu x^\nu \notin M$ die Bedingung

$$\lim_\nu f(x^\nu) = +\infty$$

gilt, dann heißt f koerziv auf M.

a) Es gilt $\overline{M} = (-\infty, 1]$, d.h. $\partial M = \{1\}$. Für die Koerzivität sind demnach alle Folgen $(x^\nu) \subseteq M$, wobei $M \subseteq \mathbb{R}$, zu betrachten für die entweder

$$x^\nu \longrightarrow \infty \quad \text{oder} \quad x^\nu \longrightarrow 1$$

gilt.

b) Es gilt

$$f(x) = 9x_1^2 - 6x_1x_2^2 + x_2^4 = (3x_1 - x_2^2)^2$$

□