**Ing.dell'Automazione, Elettrica, Elettronica, Informatica e delle Telecomunicazioni**

**ANALISI MATEMATICA 1, Appello del 09 Giugno 2022, Docente CIPRIANI**

**Cognome, nome e firma:**

**Codice Persona**:

**DOMANDE A RISPOSTA MULTIPLA**

**Una e una sola delle cinque affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.**

**Per annullare una risposta già data, racchiudere la croce in un cerchio.**

**1.** (2 punti) Siano $a_n, b_n$ due successioni asintotiche: $a_n \sim b_n$ per $n \to +\infty$. Quali fra le seguenti affermazioni **NON È** necessariamente vera?

a) $a_n - b_n \to 0$;

b) $b_n^4 \sim a_n^4$;

c) $7a_n \sim 7b_n$;

d) $\frac{a_n}{b_n} \to 1$;

e) $a_n = b_n + o(b_n)$

**2.** (2 punti) La funzione $F(x) = \displaystyle\int_0^x \sqrt[3]{e^{2t} - 1}\, dt$

a) non è derivabile in $x = 0$;

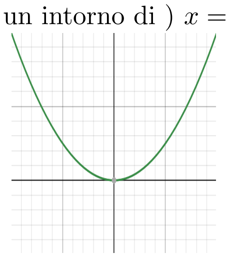
b) ha un flesso in $x = 0$;

c) ha un minimo locale in $x = 0$;

d) ha un massimo locale in $x = 0$;

e) nessuna delle altre risposte è corretta.

**3.** (2 punti) Quale tra le funzioni seguenti ha un grafico compatibile con il grafico in figura vicino a (cioè in un intorno di ) $x = 0$?



a) $x \sin x^{\frac{2}{3}}$;

b) $x \log(x + 1)$;

c) $x^{-\frac{1}{5}} \arctan x$

d) $(e^x - 1)^{\frac{1}{5}} x^{\frac{2}{5}}$;

e) nessuna delle funzioni assegnate.

**4.** (2 punti) Sia $\alpha \in \mathbb{R}$ e

$$\lambda = \lim_{x\to 0} \frac{2\cos x + e^{x^2} - 3}{x^\alpha}$$

Allora $\lambda$ esiste finito ed è diverso da 0 se e solo se

a) $\alpha = 1$;

b) $\alpha = 2$;

c) $\alpha = 3$;

d) $\alpha = 4$;

e) nessuna delle altre risposte è corretta.

**5.** (1 punto) Di seguito sono riportati i termini generali di diverse successioni. Quale di esse tende a $e$ per $n \to \infty$?

a) $e^{\frac{\log n}{n}}$;

b) $e^{n\log(1+\frac{1}{n})}$;

c) $e^{\sqrt{n}}$;

d) $\left(1+\dfrac{1}{n^2}\right)^n$;

e) nessuna.

**6.** (1 punto) L'insieme $\{z \in \mathbb{C} : |z| = \bar{z}\}$ e'

a) una circonferenza;

b) una retta;

c) una semiretta;

d) una parabola;

e) nessuna delle altre risposte è corretta.

**7** (1 punto) Sia $f$ una funzione strettamente monotona su un insieme $I$. È vero che

(a) se $I = \mathbb{R}$, $f$ è sempre illimitata;

(b) se $I = [a,b)$, $f(a) = \min f$ oppure $f(a) = \max f$;

(c) $f$ e' necessariamente continua su $I$;

(d) se $I = [a,b)$, allora $f(a) = \min f$;

(e) nessuna delle altre risposte è corretta.

**8.** (1 punto) Sia
$$A = \left\{\frac{1}{e}\right\} \cup \left\{\frac{1}{n} \,:\, n \in \mathbb{N}, n \geq 1\right\}.$$
Allora

a) $\inf A$ non esiste in $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$;

b) $\inf A = \min A$;

c) $\inf A = 0$;

d) $\inf A = \frac{1}{e}$;

e) $\inf A = -\infty$.

**9.** (1 punto) Il numero complesso $(-1+i)^{18}$ è uguale a

a) $-2^9 i$;

b) $2^9$;

c) $-2^9$;

d) $2^8\sqrt{2} - 2^8\sqrt{2}i$;

e) $-2^8\sqrt{2} + 2^8\sqrt{2}i$.

**10** (1 punto) Dato $\alpha \in \mathbb{R}$ sia
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctan n}{n^\alpha \sin \frac{1}{n}}.$$
La serie converge se e solo se

a) $\alpha > -1$;

b) $\alpha > 0$;

c) $\alpha > 1$;

d) $\alpha > 2$;

e) nessuna delle altre risposte è corretta..

**TEORIA**

**T1.** (1 punti) Data una funzione $f : (a,b) \to \mathbb{R}$ e $x_0 \in (a,b)$, dare la definizione di $\lim_{x \to x_0^+} f(x) = -\infty$.

**T2.** (2 punti) Enunciare il Primo Teorema Fondamentale del Calcolo.

**T3.** (3 punti) Enunciare e dimostrare il Teorema del Test di Monotonia (solo nel caso di funzioni monotone crescenti).

**ESERCIZI**

**E1.** (5 punti) Sia $f$ la funzione definita da

$$f(x) = |x| \sqrt[3]{\frac{x}{x-2}},$$

- Determinare il dominio e studiare la continuità di $f$. Determinare gli zeri e il segno di $f$.
- Calcolare i limiti di $f$ al bordo del dominio e determinare eventuali asintoti orizzontali e verticali (non si richiede di determinare eventuali asintoti obliqui).
- Studiare la derivabilità di $f$ e calcolare la derivata dove possibile.
- Studiare la monotonia di $f$, discutendo la presenza di estremi locali e globali.
- Tracciare un grafico qualitativo della funzione $f$ (non è richiesto lo studio della derivata seconda).

**E2.** (4 punti) Calcolare

$$\int_{e^2}^{e^3} \frac{dx}{x(1-\log x)(\log x)^2}.$$

**E3.** (3 punti) Stabilire se il seguente integrale generalizzato esista finito

$$\int_1^{\infty} \frac{(\log x)^{\frac{1}{2}}}{e^x - e}\, dx.$$