ANALISI MATEMATICA 1 A.A. 20230117 Appello. Docente Cipriani. Ing.AEEITB.

Cognome e nome :

Codice Persona:

DOMANDE A RISPOSTA MULTIPLA. Per ogni quesito, indicare con una croce l'unica risposta corretta. Per annullare una risposta data, racchiudere la croce in un cerchio.

1. [punti 2] Quante soluzioni distinte ha, in $\mathbb{C}$, l'equazione $(z^2+3)^2(z^3+i)=0$?
   (a) 1;
   (b) 3;
   (c) 5; ✓
   (d) 7;
   (e) Nessuna delle altre risposte è corretta.

2. [punti 1] Data una funzione $f:(0,1)\to\mathbb{R}$:
   (a) se f e' derivabile allora e' continua in $(0,1)$; ✓
   (b) se f e' continua allora e' derivabile in $(0,1)$;
   (c) se f e' continua allora e' limitata in $(0,1)$;
   (d) se f e' limitata allora e' continua in $(0,1)$;
   (e) Nessuna delle altre risposte è corretta.

3. [punti 1] Sia data una funzione continua $f:(0,1)\to\mathbb{R}$. Allora f
   (a) allora e' limitata;
   (b) e' necessariamente integrabile;
   (c) se e' derivabile allora e' integrabile;
   (d) se puo' essere estesa con continuita' a $[0,1]$ allora e' integrabile; ✓
   (e) Nessuna delle altre risposte è corretta.

4. [punti 2] Per quali valori del parametro $b\in\mathbb{R}$ il limite

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{e^{3x}-\frac{1}{2}\sin(6x)-1}{x^b}$$

   esiste finito, non nullo?
   (a) solo per un opportuno $b>2$;
   (b) se e solo se $b=2$; ✓
   (c) se e solo se $b=1$;
   (d) solo per un opportuno $b\in(1,2)$;
   (e) Nessuna delle altre risposte è corretta.

5. [punti 2] La serie $\displaystyle\sum_{1}^{+\infty}(-1)^n\frac{\log n}{n^3}$

(a) converge semplicemente ma non assolutamente;
(b) converge assolutamente; ✓
(c) diverge a $+\infty$;
(d) diverge a $-\infty$;
(e) è indeterminata.

6. [punti 1] Al variare del parametro $\alpha > 0$, l'integrale generalizzato

$$\int_0^1 \frac{\arctan\left(\frac{1}{x^\alpha}\right)}{\sqrt{1-x}}\,dx$$

converge

(a) se e solo se $\alpha > 1$;
(b) se e solo se $\alpha < 1$;
(c) per nessun valore di $\alpha > 0$;
(d) per ogni $\alpha > 0$; ✓
(e) Nessuna delle altre risposte è corretta.

7. [punti 1] Sia F la funzione integrale definita da $F(x) = \displaystyle\int_1^x \frac{(\sin t)^2}{t^2+1}\,dt$. È vero che

(a) F non è derivabile su tutto $\mathbb{R}$;
(b) F ha infiniti punti di massimo locale;
(c) F ha infiniti punti a tangente orizzontale, che non sono né massimi né minimi locali; ✓
(d) F ha almeno un punto di minimo locale;
(e) Nessuna delle altre risposte è corretta.

Cognome e nome :

Esercizio 1. [punti 3] Risolvere in campo complesso l'equazione

$$z^2|z|^2 + 27i\,\overline{z} = 0\,.$$

Esercizio 2. [punti 3] Determinare per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ converge la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(e^{\frac{1}{2n^2}} - \cosh\frac{1}{n}\right)}{n^{\alpha}}.$$

Ricordare che $\cosh(x) := \frac{e^x+e^{-x}}{2}$.

Cognome e nome :

Esercizio 3. [punti 4] Determinare i) dominio, limiti, asintoti (1 punto), ii) derivata, punti critici, monotonia (2 punti) iii) grafico qualitativo (1 punto) della funzione

$$f(x) = e^{-|x-1|} + \frac{x+1}{e}$$

Esercizio 4. [punti 2] Calcolare l'integrale $\int_{\ln 3}^{\ln 7} \frac{e^{3x}}{e^{2x}-1}\, dx$.

Cognome e nome:

Teoria 1 (5 punti) Dimostrare il Secondo Teorema Fondamentale del Calcolo (e nel caso si usi il Teorema di Rolle, si dimostri anche quello).

Teoria 2. (5 punti) Dimostrare il Criterio del Rapporto per la convergenza di serie.