

Cognome e nome

Matricola

Codice Persona

DOMANDE A RISPOSTA MULTIPLA

Per ogni quesito, indicare con una croce l'unica risposta corretta.

Per annullare una risposta già data, racchiudere la croce in un cerchio.

1. [punti 1] Sia $A := \{x \in \mathbb{R} : \log(|x| + \frac{\epsilon}{2}) \leq 1\}$. Si ha che
 - (a) $\sup A = \frac{\epsilon}{2}$;
 - (b) A è illimitato superiormente;
 - (c) A non ammette minimo;
 - (d) $A = \emptyset$;
 - (e) nessuna delle altre risposte è corretta.

2. [punti 1] Sia $f(x) = \frac{\pi}{2} + \arcsin\left(\frac{x}{3}\right)$. Si ha che
 - (a) l'insieme di definizione di f è $[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}]$
 - (b) $f : [-3, 3] \rightarrow [0, \pi]$ è iniettiva, ma non suriettiva;
 - (c) $f : [-3, 3] \rightarrow [0, \pi]$ è biunivoca;
 - (d) $\mathfrak{Im}(f) = [\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}]$, per f definita sul suo dominio naturale;
 - (e) nessuna delle altre risposte è corretta.

3. [punti 2] La funzione $F(x) = \int_0^x \frac{\sqrt[3]{t-2}}{\sin^2(t)+4} dt$ definita per $x \geq 0$
 - (a) ha un punto di massimo assoluto;
 - (b) ha tre punti critici;
 - (c) ha un punto di minimo assoluto;
 - (d) non ha punti stazionari;
 - (e) nessuna delle altre risposte è corretta.

4. [punti 1] Dato il numero complesso $z = \cos \theta + i \sin \theta$, vale:
 - (a) $z^2 = (\cos \theta)^2 + i(\sin \theta)^2$;
 - (b) $z^2 = \cos(2\theta) + i \sin(2\theta)$;
 - (c) $z^2 = \cos(\theta^2) + i \sin(\theta^2)$;
 - (d) $z^2 = (\cos \theta)^2 - (\sin \theta)^2$;
 - (e) nessuna delle altre risposte è corretta.

5. [punti 2] Sia $f(x) = \int_{\pi}^x e^{3t^4-4t^3} dt$.

- (a) f non ammette punti di flesso ed ha concavità verso l'alto;
- (b) f non ammette punti di flesso ed ha concavità verso il basso;
- (c) f ammette uno e un solo punto di flesso;
- (d) f ammette due e solo due punti di flesso;
- (e) nessuna delle altre risposte è corretta.

6. [punti 2] Sia $f \in \mathcal{C}^{\infty}(\mathbb{R})$ tale che $f(x) = x^3 + x^4 + o(x^4)$ per $x \rightarrow 0$; sia $g(x) = (f(x))^2$.

- (a) $g(x) = x^6 + x^8 + o(x^8)$;
- (b) g ha un punto di minimo in 0;
- (c) g ha un punto di massimo in 0;
- (d) g ha un punto di flesso in 0;
- (e) nessuna delle altre risposte è corretta.

7. [punti 1] L'integrale $\int_0^1 \frac{\sin^2(x)}{x^{\alpha}} dx$

- (a) esiste finito per $\alpha \in (0, 1)$;
- (b) esiste finito per $\alpha \in (1, 2)$;
- (c) esiste finito per $\alpha \in (1, 3)$;
- (d) la funzione non è integrabile;
- (e) nessuna delle altre risposte è corretta.

TEORIA

Teoria 1. [punti 2] Fornire la definizione di $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l$ per una funzione $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ e $l \in \mathbb{R}$.

Teoria 2. [punti 3] Enunciare e dimostrare il Teorema della Media Integrale.

Teoria 3. [punti 3] Enunciare e dimostrare il teorema di Lagrange.

ESERCIZI

Esercizio 1. [punti 3]

- Determinare l'insieme $A \subset \mathbb{C}$ delle soluzioni dell'equazione

$$\sqrt{2}z^4 = (1 - i)\bar{z}.$$

- Disegnare poi nel piano complesso A e l'insieme $B := \{iz : z \in A\} \cap \mathbb{Z}$.

Esercizio 2. [punti 4] Data la funzione $f(x) = \sqrt{|x^2 + 3x|} - 2$

- a) determinarne dominio, limiti ed eventuali asintoti
- b) derivata prima e suo dominio
- c) monotonia ed estremi locali
- d) grafico qualitativo (non è richiesto lo studio della convessità).

Esercizio 3. [punti 4] Studiare, al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} 2^n \left(1 - \frac{\alpha}{n^2}\right)^{n^3}.$$

Esercizio 4. [punti 3] Calcolare l'integrale $I := \int_0^{16} \arctan \sqrt[4]{x} \, dx$.