ANALISI MATEMATICA 1 A.A. 20230117 Appello. Docente Cipriani. Ing.AEEITA.

Cognome e nome :

Risposte NASCOSTE

Codice Persona:

DOMANDE A RISPOSTA MULTIPLA. Per ogni quesito, indicare con una croce l'unica risposta corretta. Per annullare una risposta data, racchiudere la croce in un cerchio.

1. [punti 1] Data una funzione $f : (0, 1) \to \mathbb{R}$:

   (a) se f e' derivabile allora e' continua in $(0, 1)$;
   (b) se f e' continua allora e' derivabile in $(0, 1)$;
   (c) se f e' continua allora e' limitata in $(0, 1)$;
   (d) se f e' limitata allora e' continua in $(0, 1)$;
   (e) Nessuna delle altre risposte è corretta.

2. [punti 2] Quante soluzioni distinte ha, in $\mathbb{C}$, l'equazione $(z^2 + 3)^2(z^3 + i) = 0$?

   (a) 1;
   (b) 3;
   (c) 5;
   (d) 7;
   (e) Nessuna delle altre risposte è corretta.

3. [punti 2] La serie $\displaystyle\sum_{1}^{+\infty}(-1)^n \frac{\log n}{n^3}$

   (a) converge semplicemente ma non assolutamente;
   (b) converge assolutamente;
   (c) diverge a $+\infty$;
   (d) diverge a $-\infty$;
   (e) è indeterminata.

4. [punti 1] Sia data una funzione continua $f : [0, 1) \to \mathbb{R}$. Allora f

   (a) e' necessariamente integrabile;
   (b) se puo' essere estesa con continuita' a $[0, 1]$ allora e' integrabile;
   (c) e' limitata;
   (d) se e' derivabile allora e' integrabile;
   (e) Nessuna delle altre risposte è corretta.

5. [punti 2] Per quali valori del parametro $a \in \mathbb{R}$ il limite

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{e^{3x} - \frac{1}{2}\sin(6x) - 1}{x^a}$$

esiste finito, non nullo?

(a) solo per un opportuno $a \in (1, 2)$;
(b) se e solo se $a = 2$;
(c) se e solo se $a = 1$;
(d) solo per un opportuno $a > 2$;
(e) Nessuna delle altre risposte è corretta.

6. [punti 1] Sia F la funzione integrale definita da $F(x) = \displaystyle\int_1^x \frac{(\sin t)^2}{t^2+1}\, dt$. È vero che

(a) F non è derivabile su tutto $\mathbb{R}$;
(b) F ha infiniti punti di massimo locale;
(c) F ha infiniti punti a tangente orizzontale, che non sono né massimi né minimi locali;
(d) F ha almeno un punto di minimo locale;
(e) Nessuna delle altre risposte è corretta.

7. [punti 1] Al variare del parametro $a > 0$, l'integrale generalizzato

$$\int_0^1 \frac{\arctan\left(\frac{1}{x^a}\right)}{\sqrt{1-x}}\, dx$$

converge

(a) se e solo se $a > 1$;
(b) se e solo se $a < 1$;
(c) per nessun valore di $a > 0$;
(d) per ogni $a > 0$;
(e) Nessuna delle altre risposte è corretta.

Cognome e nome :

Esercizio 1. [punti 3] Risolvere in campo complesso l'equazione

$$z^2|z|^2 + 8i\overline{z} = 0\,.$$

Esercizio 2. [punti 3] Determinare per quali $a \in \mathbb{R}$ converge la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^a \left(e^{\frac{1}{2n^2}} - \cosh \frac{1}{n} \right).$$

Ricordare che $\cosh(x) := \frac{e^x + e^{-x}}{2}$.

Esercizio 3. [punti 4] Determinare i) dominio, limiti, asintoti (1 punto), ii) derivata, punti critici, monotonia (2 punti) iii) grafico qualitativo (1 punto) della funzione

$$f(x) = \frac{x-1}{e} + e^{-|x+3|}$$

Esercizio 4. [punti 2] Calcolare l'integrale

$$I := \int_{\ln 2}^{\ln 5} \frac{e^{3x}}{e^{2x} - 1} \, dx.$$

Cognome e nome:

Teoria 1 (5 punti) Dimostrare il Primo Teorema Fondamentale del Calcolo.

Teoria 2. (5 punti) Dimostrare il Criterio della Radice per la convergenza di serie.