Ing.dell'Automazione, Elettrica, Elettronica, Informatica e delle Telecomunicazioni

ANALISI MATEMATICA 1 **Docente: CIPRIANI**

Appello del 27 giugno 2022, **Aula 5.0.3**

Cognome, nome e firma:

Codice Persona:

DOMANDE A RISPOSTA MULTIPLA

Una e una sola delle cinque affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.
Per annullare una risposta già data, racchiudere la croce in un cerchio.

1. (2 punti) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\cos x - (\cos x)^3\right)\, dx =$

(a) $\frac{1}{3}$;

(b) $\frac{3}{4}$;

(c) $\frac{\pi^3}{24}$;

(d) 0;

(e) nessuna delle altre risposte è corretta.

2. (2 punti) Sia f la funzione definita da $f(x) = \sqrt[3]{x}(1-e^x)$. È vero che

(a) $f(x) \sim x^{\frac{1}{3}}$ per $x \to 0$;

(b) f ha almeno due zeri distinti su $\mathbb{R}$;

(c) $f(x) \sim x^{\frac{4}{3}}$ per $x \to +\infty$;

(d) f è limitata su $\mathbb{R}$;

(e) nessuna delle altre risposte è corretta.

3. (2 punti) Sia $f \in C^1(\mathbb{R})$. La formula $\int_0^1 (f(t) + tf'(t))\, dt = 0$ è

(a) vera $\forall f$;

(b) falsa $\forall f$;

(c) vera $\forall f$ tale che $f(1) = 0$;

(d) vera $\forall f$ tale che $f(0) = 0$;

(e) nessuna delle altre risposte è corretta.

4. (2 punti) Sia F la funzione integrale definita da $F(x) = \int_0^x (\sin t)^{10}\, dt$. È vero che

(a) F ha infiniti punti di massimo o di minimo locale;

(b) $F(x) \geq 0$ su $\mathbb{R}$;

(c) F è periodica;

(d) F è strettamente crescente su $\mathbb{R}$;

(e) nessuna delle altre risposte è corretta.

5. (1 punto) Siano $z, w \in \mathbb{C}$ tali che $z - \bar{w} = -2$. Deve essere

(a) $Re\, z + Re\, w = -2$;

(b) $Im\, z = -Im\, w$;

(c) $Im\, z = Im\, w$;

(d) $|z| + |w| = 2|z| + 2$;

(e) nessuna delle altre risposte è corretta.

6. (1 punto)
$$\lim_{x \to 0^+} x^5 e^{\frac{1}{\sqrt[7]{x}}}$$

(a) $= +\infty$;

(b) $= 0$;

(c) $= \frac{5}{\sqrt{7}}$;

(d) $= \frac{5}{7}$;

(e) nessuna delle altre risposte è corretta.

7. (1 punto) La serie
$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n} \log n}$$

(a) converge semplicemente ma non assolutamente;

(b) è irregolare;

(c) diverge a $+\infty$;

(d) converge assolutamente;

(e) nessuna delle altre risposte è corretta;

8. (1 punto) $\int_1^{+\infty} \frac{x^3}{1+x^\alpha}\, dx$ esiste finito

(a) per nessun valore di $\alpha \in \mathbb{R}$

(b) $\iff \alpha > 5$;

(c) $\iff 3 < \alpha < 4$;

(d) $\iff \alpha > 4$;

(e) $\iff \alpha > 3$.

9. (1 punto) Sia f la funzione definita da $f(x) = e^{x^2} \cdot \tan(x^2)$. È vero che

(a) $f^6(0) = 0$;

(b) $f^6(0) = 5 \cdot 5!$

(c) $f^6(0) = 2 \cdot 5!$

(d) $f^6(0) = \frac{5}{6}$

(e) nessuna delle altre risposte è corretta.

10 (1 punto) Sia f la funzione definita da $f(x) = \begin{cases} x \cos \frac{1}{x} & \text{per } x \neq 0 \\ 0 & \text{per } x = 0 \end{cases}$.

(a) f è derivabile in $x = 0$;

(b) f non è continua in $x = 0$;

(c) $\int_{-1}^{1} f(x)\, dx = 0$;

(d) f non è integrabile in un intorno di $x = 0$;

(e) nessuna delle altre risposte è corretta.

Cognome, nome:

TEORIA

T1. (3 punti) Enunciare 2 criteri di convergenza per serie a termini di segno variabile.

T2. (3 punti) Definizione di punto di massimo locale. Enunciare e dimostrare il Lemma di Fermat.

Cognome, nome:

ESERCIZI

E1. (5 punti) Sia f la funzione definita da

$$f(x) = \arctan(x + \sqrt{|x|}),$$

- Determinare il dominio, il segno e studiare la continuità di f.
- Calcolare i limiti di f al bordo del dominio e determinare tutti gli eventuali asintoti.
- Studiare la derivabilità di f e calcolare la derivata dove possibile, discutendo la monotonia di f e la eventuale presenza di estremi locali e globali.
- Tracciare un grafico qualitativo della funzione f.

E2. (3 punti) Stabilire, al variare del parametro $\alpha > 0$, il carattere della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n + \alpha^n}{2n^2 + 3^n}.$$

E3. (4 punti) Risolvere in $\mathbb{C}$ l'equazione

$$(i-1)z^4 - (i+1)^5 z = 0$$

e rappresentarne le soluzioni sul piano complesso.

Detto A l'insieme delle soluzioni dell'equazione, disegnare nel piano complesso l'insieme

$$B = -iA = \{w \in \mathbb{C} : w = -iz, \text{ con } z \in A\}.$$