

Cognome e nome

Matricola

Codice Persona

### DOMANDE A RISPOSTA MULTIPLA

Per ogni quesito, indicare con una croce l'unica risposta corretta. Per annullare una risposta giusta, racchiudere la croce in un cerchio.

1. [punti 1] Sia  $E = \{x \in \mathbb{R} : \log(1 + x^2) \leq 3\}$ . Si ha che

- (a)  $\inf E = -\infty$
- (b)  $E$  non ammette massimo;
- (c)  $\inf E = -\sqrt{e^3 - 1}$  ✓
- (d)  $\max E = e^3 - 1$ ;
- (e) nessuna delle altre risposte e' corretta.

2. [punti 1] L'equazione  $z^8 + 3 = 0$  in  $\mathbb{C}$

- (a) non ha soluzioni
- (b) ha due soluzioni distinte, ciascuna con molteplicita' 4;
- (c) ha 4 soluzioni distinte, ciascuna con molteplicita' 2;
- (d) ha 8 soluzioni distinte ✓
- (e) nessuna delle altre risposte e' corretta.

3. [punti 1]  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x - \cos x}{\sin x}$

- (a)  $= 1$  ✓;
- (b)  $= +\infty$ ;
- (c) non esiste
- (d)  $= \frac{3}{2}$ ;
- (e) nessuna delle altre risposte e' corretta.

4. [punti 2] La serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\log(n^7 + 2)}{n^3 + 5}$

- (a) converge semplicemente, ma non assolutamente;
- (b) converge assolutamente; ✓
- (c) diverge;
- (d) e' irregolare;
- (e) nessuna delle altre risposte e' corretta.

5. [punti 2] Sia

$$f(x) = \begin{cases} e^x + 2 & x \leq 0 \\ \beta \arctan(x) + 3 & x > 0 \end{cases}$$

E' derivabile su tutto  $\mathbb{R}$

- (a) se e solo se  $\beta = 1$  ✓;
- (b) se e solo se  $\beta = 0$ ;
- (c) se e solo se  $\beta = -1$ ;
- (d) se e solo se  $\beta = e$ ;
- (e) mai per  $\beta \in \mathbb{R}$ .

6. [punti 1] Sia  $F(x) = \int_1^x \sqrt[3]{\log(t) - 1} dt$ . Allora

- (a) esiste  $x_0 > 0$  tale che  $F$  non e' derivabile in  $x_0$ ;
- (b)  $F$  ha un punto di minimo relativo in  $x_0 = e$ ; ✓
- (c)  $F$  ha un punto di massimo relativo in  $x_0 = 1$ ;
- (d)  $F$  ha esattamente due punti di minimo relativo nell'intervallo  $(0, +\infty)$ ;
- (e) nessuna delle altre risposte e' corretta.

7. [punti 1]  $\int_0^1 \frac{dx}{(x+8)^6}$

- (a)  $= 1$ ;
- (b)  $= \frac{4}{3}$ ;
- (c)  $\frac{8^{-5}-9^{-5}}{5}$ ; ✓
- (d)  $-6(8^{-7} - 9^{-7})$ ;
- (e) nessuna delle altre risposte e' corretta.

## ESERCIZI

**Esercizio 1.** [punti 4] Studiare, al variare del parametro  $\beta \in \mathbb{R}$ , il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\beta^n}{\sqrt{n}}.$$

**Soluzione.**

**Esercizio 2.** [punti 4] Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x^2 + \log \cos(2x)}{\sin^4 x}.$$

**Esercizio 3.** [punti 6] Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{|x| - |x - 1|}}{x}.$$

E' richiesto anche lo studio della convessita'/concavita'.

## TEORIA

1. Enunciare e dimostrare il Teorema degli Zeri

**Domanda 2.** Fornire la definizione di derivata prima di una funzione ed enunciare senza dimostrazione il lemma di Fermat.