



Universidade Federal de Pelotas  
Centro de Desenvolvimento Tecnológico  
Bacharelado em Engenharia de Computação

# Circuitos Digitais

## Aula T4

Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos:  
Minimização de Funções com Mapas de  
Karnaugh, Funções Incompletamente  
Especificadas

Prof. Leomar S. Rosa Jr.

leomarjr@inf.ufpel.edu.br

## Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

### ► Relembrando a Simplificação Algébrica

Redução do número de literais ou de operações na equação Booleana, através da aplicação das propriedades da Álgebra Booleana

$$F = \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC + A\overline{B}C + ABC$$

Pela prop. (14),  $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$

$$F = \overline{A}B(\overline{C} + C) + A\overline{B}C + ABC$$

Pela prop. (4),  $\overline{C} + C = 1$

$$F = \overline{A}B \cdot 1 + A\overline{B}C + ABC$$

Pela prop. (6),  $\overline{A}B \cdot 1 = \overline{A}B$

$$F = \overline{A}B + A\overline{B}C + ABC$$

← Soma de Produtos simplificada

# Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

## ► Relembrando a Simplificação Algébrica

Entretanto, o termo  $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$  poderia ter sido simplificado com o termo  $ABC$

$$F = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + ABC$$

Como fazer isso?

Utilizando a propriedade (3), que permite a seguinte manipulação:

$$\bar{A}\bar{B}\bar{C} = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C$$

# Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

## ► Relembrando a Simplificação Algébrica

$$F = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + ABC + \bar{A}\bar{B}C$$

Pela prop. (3),  $\bar{A}\bar{B}\bar{C} = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C$

Pela prop. (14)

$$F = \bar{A}B(\bar{C} + C) + A\bar{B}\bar{C} + (A + \bar{A})\bar{B}C$$

Pela prop. (4)

$$F = \bar{A}B \cdot 1 + A\bar{B}\bar{C} + 1 \cdot \bar{B}C$$

Pela prop. (6)

$$F = \bar{A}B + A\bar{B}\bar{C} + \bar{B}C$$

◀ Soma de Produtos simplificada (mínima, no caso)

## Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

### ► Simplificação Algébrica

#### Dificuldades na obtenção da equação mínima:

- Não adianta encontrar todos os pares de termos que se diferenciam de somente uma variável
- O processo de simplificação é recursivo: após simplificar mintermos, pode ser possível continuar a simplificação com os produtos resultantes da primeira rodada de simplificação
- A ordem na qual se procede a simplificação faz diferença!
- É difícil identificar as simplificações possíveis (e também a ordem ótima)

## Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

### ► Simplificação Algébrica: Exemplo 2

$$F = \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\overline{C} + A\overline{B}C$$

Pela prop. (14)

$$F = \overline{A}\overline{B}(\overline{C} + C) + A\overline{B}(\overline{C} + C)$$

Pela prop. (4)

$$F = \overline{A}\overline{B} \cdot 1 + A\overline{B} \cdot 1$$

Pela prop. (6)

$$F = \overline{A}\overline{B} + A\overline{B}$$

◀ Mas ainda dá para simplificar mais

## Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

### ► Simplificação Algébrica: continuação

$$F = \overline{A}\overline{B} + A\overline{B}$$

Pela prop. (14)

$$F = (\overline{A} + A)\overline{B}$$

Pela prop. (4)

$$F = 1 \cdot \overline{B}$$

Pela prop. (6)

$$F = \overline{B}$$

◀ Soma de Produtos simplificada

## Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

### ► Simplificação Algébrica: exemplo 3

$$F = A\overline{B}C + \overline{A}BC + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\overline{C}$$

Pela prop. (14)

$$F = A\overline{B}C + (\overline{A} + A)BC + \overline{A}B\overline{C}$$

Pela prop. (4)

$$F = A\overline{B}C + 1 \cdot BC + \overline{A}B\overline{C}$$

Pela prop. (6)

$$F = A\overline{B}C + BC + \overline{A}B\overline{C}$$

◀ Soma de Produtos simplificada  
(mas não mínima!!)

## Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

### ► Simplificação Algébrica: Porém...

$$F = \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\overline{C} + \overline{A}B\overline{C}$$

Pela prop. (14)

$$F = AC(\overline{B} + B) + \overline{A}B(C + \overline{C})$$

Pela prop. (4)

$$F = AC \cdot 1 + \overline{A}B \cdot 1$$

Pela prop. (6)

$$F = AC + \overline{A}B$$

◀ Soma de Produtos simplificada

## Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

### ► Mapas de Karnaugh

Identificando na tabela-verdade os mintermos que se diferenciam de somente uma variável...

A	B	C	mintermos
0	0	0	$\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$
0	0	1	$\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C$
0	1	0	$\overline{A} \cdot B \cdot \overline{C}$
0	1	1	$\overline{A} \cdot B \cdot C$
1	0	0	$A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$
1	0	1	$A \cdot \overline{B} \cdot C$
1	1	0	$A \cdot B \cdot \overline{C}$
1	1	1	$A \cdot B \cdot C$

Se trocarmos a ordem de alguns elementos, cada par de elementos adjacentes podem ser simplificados

# Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

## ► Mapas de Karnaugh

Reordenando os mintermos

$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	$\bar{A}\bar{B}C$	$\bar{A}B\bar{C}$	$\bar{A}BC$
$A\bar{B}\bar{C}$	$A\bar{B}C$	$AB\bar{C}$	$ABC$

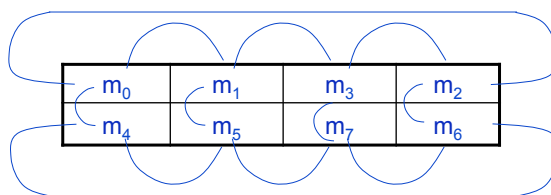
Nesta nova organização da tabela-verdade existe uma relação de adjacência entre os mintermos.

Quaisquer dois mintermos adjacentes se diferenciam de somente uma variável

# Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

## ► Mapas de Karnaugh

Reordenando os mintermos



A relação de adjacência vale somente:

- Na horizontal
- Na vertical

## Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

### ► Mapas de Karnaugh

Eis o tal mapa de Karnaugh (para funções de 3 variáveis)

$\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$	$\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C$	$\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C}$	$\bar{A} \cdot B \cdot C$
$A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$	$A \cdot \bar{B} \cdot C$	$A \cdot B \cdot \bar{C}$	$A \cdot B \cdot C$



	$\bar{B}\bar{C}$	$\bar{B}C$	$BC$	$B\bar{C}$
$\bar{A}$				
$A$				

## Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

### ► Mapas de Karnaugh

Como usar, considerando soma de produtos

1. Identificar grupos de “1s” adjacentes, os quais podem conter retângulos com 2, 4, 8, 16, 32 ... “1s”
2. Para cada grupo, escrever a equação de **produto** usando somente as variáveis de entrada que são iguais para todos os “1s”
3. Se houver mais de um grupo, montar a equação em **soma de produtos** (que já estará simplificada)

**OBS: se algum “1” restar sozinho, seu produto (mintermo) também deve ser usado na equação em soma de produtos**

# Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

## Mapas de Karnaugh

Como usar, considerando soma de produtos

1. Identificar grupos de “1s” adjacentes
2. Para cada grupo, escrever a equação de produto (já simplificada)
3. Montar a equação em soma de produtos

Exemplo 1:

$$F1 = \bar{A} \cdot \bar{B}$$

F1	$\bar{B}\bar{C}$	$\bar{B}C$	$BC$	$B\bar{C}$
$\bar{A}$	1	1	0	0
A	0	0	0	0

$$\bar{A} \cdot \bar{B}$$

Computação UFPel  
Circuitos Digitais

Slide T4.15

Prof. Leomar S. Rosa Jr.

# Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

## Mapas de Karnaugh

Como usar, considerando soma de produtos

1. Identificar grupos de “1s” adjacentes
2. Para cada grupo, escrever a equação de produto (já simplificada)
3. Montar a equação em soma de produtos

Exemplo 2:

$$F2 = \bar{B} \cdot C$$

F2	$\bar{B}\bar{C}$	$\bar{B}C$	$BC$	$B\bar{C}$
$\bar{A}$	0	1	0	0
A	0	1	0	0

$$\bar{B} \cdot C$$

Computação UFPel  
Circuitos Digitais

Slide T4.16

Prof. Leomar S. Rosa Jr.



# Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

## Mapas de Karnaugh

Como usar, considerando soma de produtos

1. Identificar grupos de “1s” adjacentes
2. Para cada grupo, escrever a equação de produto (já simplificada)
3. Montar a equação em soma de produtos

Exemplo 3:

$$F3 = \bar{A} \cdot \bar{C}$$

F3	$\bar{B}\bar{C}$	$\bar{B}C$	$BC$	$B\bar{C}$
$\bar{A}$	1	0	0	1
A	0	0	0	0

$\bar{A} \cdot \bar{C}$

As duas “células” extremas de uma mesma linha também são consideradas adjacentes.

Computação UFPel  
Circuitos Digitais

Slide T4.17

Prof. Leomar S. Rosa Jr.

# Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

## Mapas de Karnaugh

Como usar, considerando soma de produtos

1. Identificar grupos de “1s” adjacentes
2. Para cada grupo, escrever a equação de produto (já simplificada)
3. Montar a equação em soma de produtos

Exemplo 4:

$$F4 = \bar{A} \cdot \bar{B} + A \cdot B \cdot \bar{C}$$

F4	$\bar{B}\bar{C}$	$\bar{B}C$	$BC$	$B\bar{C}$
$\bar{A}$	1	1	0	0
A	0	0	0	1

$\bar{A} \cdot \bar{B}$

$A \cdot B \cdot \bar{C}$

Computação UFPel  
Circuitos Digitais

Slide T4.18

Prof. Leomar S. Rosa Jr.

# Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

## Mapas de Karnaugh

Como usar, considerando soma de produtos

1. Identificar grupos de “1s” adjacentes
2. Para cada grupo, escrever a equação de produto (já simplificada)
3. Montar a equação em soma de produtos

Exemplo 5:

$$F5 = \bar{A} \cdot \bar{B} + B \cdot C$$

F5	$\bar{B}\bar{C}$	$\bar{B}C$	$BC$	$B\bar{C}$
$\bar{A}$	1	1	1	0
A	0	0	1	0

$\bar{A} \cdot \bar{B}$  (grouping the first two 1s in the first row)

$B \cdot C$  (grouping the 1s in the third column)

Computação UFPel  
Circuitos Digitais

Slide T4.19

Prof. Leomar S. Rosa Jr.

# Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

## Mapas de Karnaugh

Como usar, considerando soma de produtos

1. Identificar grupos de “1s” adjacentes
2. Para cada grupo, escrever a equação de produto (já simplificada)
3. Montar a equação em soma de produtos

Exemplo 6:

$$F6 = \bar{A} \cdot \bar{B} + A \cdot B$$

F6	$\bar{B}\bar{C}$	$\bar{B}C$	$BC$	$B\bar{C}$
$\bar{A}$	1	1	0	0
A	0	0	1	1

$\bar{A} \cdot \bar{B}$  (grouping the first two 1s in the first row)

$A \cdot B$  (grouping the 1s in the third and fourth columns of the second row)

Computação UFPel  
Circuitos Digitais

Slide T4.20

Prof. Leomar S. Rosa Jr.

# Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

## Mapas de Karnaugh

Como usar, considerando soma de produtos

1. Identificar grupos de “1s” adjacentes
2. Para cada grupo, escrever a equação de produto (já simplificada)
3. Montar a equação em soma de produtos

Exemplo 7:

$$F7 = \bar{A} \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B$$

Opa!

Mas ainda dá para simplificar mais !?!

$$F7 = \bar{A} \cdot (\bar{B} + B) = \bar{A}$$

F7	$\bar{B}\bar{C}$	$\bar{B}C$	$BC$	$B\bar{C}$
$\bar{A}$	1	1	1	1
A	0	0	0	0

$\bar{A} \cdot \bar{B}$

$\bar{A} \cdot B$

# Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

## Mapas de Karnaugh

Como usar, considerando soma de produtos

1. Identificar grupos de “1s” adjacentes
2. Para cada grupo, escrever a equação de produto (já simplificada)
3. Montar a equação em soma de produtos

Exemplo 7:

$$F7 = \bar{A} \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B$$

Opa!

Mas ainda dá para simplificar mais !?!

$$F7 = \bar{A} \cdot (\bar{B} + B) = \bar{A}$$

F7	$\bar{B}\bar{C}$	$\bar{B}C$	$BC$	$B\bar{C}$
$\bar{A}$	1	1	1	1
A	0	0	0	0

$\bar{A} \cdot \bar{B}$

$\bar{A} \cdot B$

**Isto não deveria acontecer!!!!**

# Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

## ► Mapas de Karnaugh

Como usar, considerando soma de produtos

1. Identificar grupos de “1s” adjacentes
2. Para cada grupo, escrever a equação de produto (já simplificada)
3. Montar a equação em soma de produtos

Exemplo 7: Refazendo...

$$F7 = \bar{A}$$

F10	$\bar{B}\bar{C}$	$\bar{B}C$	$BC$	$B\bar{C}$
$\bar{A}$	1	1	1	1
A	0	0	0	0

Trata-se de um grupo de 4 “1s” ocupando uma linha inteira do mapa de Karnaugh

# Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

## ► Mapas de Karnaugh

Como usar, considerando soma de produtos

1. Identificar grupos de “1s” adjacentes
2. Para cada grupo, escrever a equação de produto (já simplificada)
3. Montar a equação em soma de produtos

Exemplo 8: semelhante ao exemplo 7...

F8	$\bar{B}\bar{C}$	$\bar{B}C$	$BC$	$B\bar{C}$
$\bar{A}$	1	1	0	0
A	1	1	0	0

# Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

## ► Mapas de Karnaugh

Como usar, considerando soma de produtos

1. Identificar grupos de “1s” adjacentes
2. Para cada grupo, escrever a equação de produto (já simplificada)
3. Montar a equação em soma de produtos

**Exemplo 8:**

$$F8 = \bar{B}$$

F8	$\bar{B}\bar{C}$	$\bar{B}C$	$BC$	$B\bar{C}$
$\bar{A}$	1	1	0	0
A	1	1	0	0

$\bar{B}$

# Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

## ► Mapas de Karnaugh

Como usar, considerando soma de produtos

1. Identificar grupos de “1s” adjacentes
2. Para cada grupo, escrever a equação de produto (já simplificada)
3. Montar a equação em soma de produtos

**Exemplo 9:**

$$F9 = C$$

F9	$\bar{B}\bar{C}$	$\bar{B}C$	$BC$	$B\bar{C}$
$\bar{A}$	0	1	1	0
A	0	1	1	0

C

# Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

## ► Mapas de Karnaugh

Como usar, considerando soma de produtos

1. Identificar grupos de “1s” adjacentes
2. Para cada grupo, escrever a equação de produto (já simplificada)
3. Montar a equação em soma de produtos

Exemplo 10:

$$F10 = \bar{C}$$

F10	$\bar{B}\bar{C}$	$\bar{B}C$	$BC$	$B\bar{C}$
$\bar{A}$	1	0	0	1
A	1	0	0	1

$\bar{C}$

As duas “células” extremas também são consideradas adjacentes.

# Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

## ► Mapas de Karnaugh

Como usar, considerando soma de produtos

1. Identificar grupos de “1s” adjacentes
2. Para cada grupo, escrever a equação de produto (já simplificada)
3. Montar a equação em soma de produtos

Exemplo 11:

$$F11 = \bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C$$

F11	$\bar{B}\bar{C}$	$\bar{B}C$	$BC$	$B\bar{C}$
$\bar{A}$	1	1	0	1
A	1	0	0	1

$\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C$

$\bar{C}$

Opa!  
Mas é possível simplificar  
mais! Vejamos...

# Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

## Mapas de Karnaugh

Como usar, considerando soma de produtos

1. Identificar grupos de “1s” adjacentes
2. Para cada grupo, escrever a equação de produto (já simplificada)
3. Montar a equação em soma de produtos

Exemplo 11:

$$F_{11} = \bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{B}$$

F11				
	$\bar{B}\bar{C}$	$\bar{B}C$	$BC$	$B\bar{C}$
$\bar{A}$	1	1	0	1
A	1	0	0	1

Diagram illustrating the Karnaugh map for  $F_{11}$ . The map shows 1s in the first and fourth columns. Red boxes highlight the groups:  $\bar{A} \cdot \bar{B}$  (top-left group) and  $\bar{C}$  (left and right groups).

O Mintermo  $\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$  é compartilhado pelos dois produtos...

Computação UFPel  
Circuitos Digitais

Slide T4.29

Prof. Leomar S. Rosa Jr.

# Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

## Mapas de Karnaugh

Exercício 2:

Para a função dada pelo mapa de Karnaugh abaixo:

- Encontre a equação mínima em soma de produtos
- Desenhe o circuito resultante e calcule seu custo

S2				
	$\bar{B}\bar{C}$	$\bar{B}C$	$BC$	$B\bar{C}$
$\bar{A}$	1	1	0	0
A	0	1	1	1

Computação UFPel  
Circuitos Digitais

Slide T4.30

Prof. Leomar S. Rosa Jr.

# Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

## ► Mapas de Karnaugh

Para funções de 4 variáveis

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	$CD$	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$				
$\bar{A}B$				
$AB$				
$A\bar{B}$				

Computação UFPel  
Circuitos Digitais

Slide T4.31

Prof. Leomar S. Rosa Jr.

# Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

## ► Mapas de Karnaugh

Como usar, considerando soma de produtos

1. Identificar grupos de “1s” adjacentes
2. Para cada grupo, escrever a equação de produto (já simplificada)
3. Montar a equação em soma de produtos

**Exemplo 18:**

$$F18 = \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C}$$

$$\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C}$$

F18	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	$CD$	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0	0	0	0
$\bar{A}B$	1	1	0	0
$AB$	0	0	0	0
$A\bar{B}$	0	0	0	0

Computação UFPel  
Circuitos Digitais

Slide T4.32

Prof. Leomar S. Rosa Jr.



# Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

## Mapas de Karnaugh

Como usar, considerando soma de produtos

1. Identificar grupos de “1s” adjacentes
2. Para cada grupo, escrever a equação de produto (já simplificada)
3. Montar a equação em soma de produtos

Exemplo 19:

Opa!

Mas dá para simplificar mais...

(Usar o maior grupo, ao invés dos grupos que o compõem)

F19	$\overline{C}\overline{D}$	$\overline{C}D$	$C\overline{D}$	$CD$
$\overline{A}\overline{B}$	0	0	0	0
$\overline{A}B$	1	1	1	1
$AB$	0	0	0	0
$A\overline{B}$	0	0	0	0

$\overline{A} \cdot B \cdot \overline{C}$        $\overline{A} \cdot B \cdot C$

Computação UFPel  
Circuitos Digitais

Slide T4.33

Prof. Leomar S. Rosa Jr.

# Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

## Mapas de Karnaugh

Como usar, considerando soma de produtos

1. Identificar grupos de “1s” adjacentes
2. Para cada grupo, escrever a equação de produto (já simplificada)
3. Montar a equação em soma de produtos

Exemplo 19:

$$F19 = \overline{A} \cdot B$$

F19	$\overline{C}\overline{D}$	$\overline{C}D$	$C\overline{D}$	$CD$
$\overline{A}\overline{B}$	0	0	0	0
$\overline{A}B$	1	1	1	1
$AB$	0	0	0	0
$A\overline{B}$	0	0	0	0

$\overline{A} \cdot B$

Computação UFPel  
Circuitos Digitais

Slide T4.34

Prof. Leomar S. Rosa Jr.

# Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

## ► Mapas de Karnaugh

Como usar, considerando soma de produtos

1. Identificar grupos de “1s” adjacentes
2. Para cada grupo, escrever a equação de produto (já simplificada)
3. Montar a equação em soma de produtos

**Exemplo 20:**

$$F_{20} = C \cdot D$$

Os grupos devem ter 2, 4, 8 ou 16 elementos  
( $2^n$  elementos, onde  $n$  é o número de variáveis de entrada)

F20	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	$CD$	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0	0	1	0
$\bar{A}B$	0	0	1	0
$AB$	0	0	1	0
$A\bar{B}$	0	0	1	0

$C \cdot D$

# Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

## ► Mapas de Karnaugh

Como usar, considerando soma de produtos

1. Identificar grupos de “1s” adjacentes
2. Para cada grupo, escrever a equação de produto (já simplificada)
3. Montar a equação em soma de produtos

**Exemplo 21:**

$$F_{21} = B \cdot D$$

Os grupos só podem ter formato retangular ou quadrado

F21	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	$CD$	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0	0	0	0
$\bar{A}B$	0	1	1	0
$AB$	0	1	1	0
$A\bar{B}$	0	0	0	0

$B \cdot D$

# Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

## ► Mapas de Karnaugh

Como usar, considerando soma de produtos

1. Identificar grupos de “1s” adjacentes
2. Para cada grupo, escrever a equação de produto (já simplificada)
3. Montar a equação em soma de produtos

**Exemplo 22:**

$$F_{22} = B \cdot \bar{D}$$

Os elementos de um grupo podem estar separados, devido às limitações da representação do mapa

F22	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	$CD$	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0	0	0	0
$\bar{A}B$	1	0	0	1
$AB$	1	0	0	1
$A\bar{B}$	0	0	0	0

$B \cdot \bar{D}$

# Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

## ► Mapas de Karnaugh

Como usar, considerando soma de produtos

1. Identificar grupos de “1s” adjacentes
2. Para cada grupo, escrever a equação de produto (já simplificada)
3. Montar a equação em soma de produtos

**Exemplo 23:**

$$F_{23} = \bar{B} \cdot \bar{D}$$

F23	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	$CD$	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	0	0	1
$\bar{A}B$	0	0	0	0
$AB$	0	0	0	0
$A\bar{B}$	1	0	0	1

$\bar{B} \cdot \bar{D}$

# Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

## ► Cobertura dos Mapas de Karnaugh

Considerando soma de produtos

1. Identificar grupos de “1s” adjacentes
2. Para cada grupo, escrever a equação de produto (já simplificada)
3. Montar a equação em soma de produtos

Exemplo 24:

$$F_{24} = \bar{C} \cdot \bar{D} + C \cdot \bar{D}$$

Opa!

Mas dá para simplificar mais...

(Usar o maior grupo, ao invés dos grupos que o compõem)

F24	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	$CD$	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	0	0	1
$\bar{A}B$	1	0	0	1
$AB$	1	0	0	1
$A\bar{B}$	1	0	0	1

$C \cdot D$        $C \cdot \bar{D}$

Computação UFPel  
Circuitos Digitais

Slide T4.39

Prof. Leomar S. Rosa Jr.

# Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

## ► Cobertura dos Mapas de Karnaugh

Considerando soma de produtos

1. Identificar grupos de “1s” adjacentes
2. Para cada grupo, escrever a equação de produto (já simplificada)
3. Montar a equação em soma de produtos

Exemplo 24:

$$F_{24} = \bar{D}$$

F24	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	$CD$	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	0	0	1
$\bar{A}B$	1	0	0	1
$AB$	1	0	0	1
$A\bar{B}$	1	0	0	1

$\bar{D}$

Computação UFPel  
Circuitos Digitais

Slide T4.40

Prof. Leomar S. Rosa Jr.

# Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

## ► Cobertura dos Mapas de Karnaugh

Considerando soma de produtos

1. Identificar grupos de “1s” adjacentes
2. Para cada grupo, escrever a equação de produto (já simplificada)
3. Montar a equação em soma de produtos

Exemplo 25:

$$F_{25} = \bar{A} \cdot D + B \cdot \bar{D}$$

- Usar somente os grupos essenciais (em vermelho)
- O grupo não-essencial não deve ser usado (neste caso)

F25	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	$CD$	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0	1	1	0
$\bar{A}B$	1	1	1	1
$AB$	1	0	0	1
$A\bar{B}$	0	0	0	0

Computação UFPel  
Circuitos Digitais

Slide T4.41

Prof. Leomar S. Rosa Jr.

# Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

## ► Cobertura dos Mapas de Karnaugh

Considerando soma de produtos

1. Identificar grupos de “1s” adjacentes
2. Para cada grupo, escrever a equação de produto (já simplificada)
3. Montar a equação em soma de produtos

Exemplo 26:

$$F_{26} = \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{B} \cdot D + A \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} + \bar{A} \cdot B \cdot C \cdot D$$

F26	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	$CD$	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	1	0	1
$\bar{A}B$	0	0	1	0
$AB$	1	0	0	0
$A\bar{B}$	1	1	0	1

Computação UFPel  
Circuitos Digitais

Slide T4.42

Prof. Leomar S. Rosa Jr.

## Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

### ► Cobertura dos Mapas de Karnaugh

#### Exercício 7:

Para a função dada pela equação abaixo:

- Encontre a equação mínima em soma de produtos
- Desenhe o circuito resultante e calcule seu custo

$$S7(A,B,C,D) = \sum(0, 1, 2, 5, 6, 7, 13, 15)$$

S7	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	$CD$	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	1	0	1
$\bar{A}B$	0	1	1	1
$AB$	0	1	1	0
$A\bar{B}$	0	0	0	0

## Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

### ► Funções Incompletamente Especificadas

- São funções nas quais uma ou mais posições **não estão especificadas**
- Tais posições são denominadas *don't cares*, e são representadas por X ou DC ou 2 ou \* ...

F29	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	$CD$	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	1	X	1
$\bar{A}B$	0	0	X	0
$AB$	1	1	X	X
$A\bar{B}$	0	0	0	0

## Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

### ► Funções com Don't Care

Como fazer a cobertura em Soma de Produtos

• O objetivo é cobrir os “1s” da função

- Posições com *don't care* podem ser usadas para ajudar a melhorar a cobertura dos “1s”
- Cada posição com *don't care* é totalmente independente das demais

## Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

### ► Funções com Don't Care

Considerando soma de produtos

1. Cobrir os “1s”
2. Utilizar as posições com *don't care* para encontrar a melhor cobertura
3. Cada posição com *don't care* é totalmente independente das demais

**Exemplo 29:**

F29	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	$CD$	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	1	X	1
$\bar{A}B$	0	0	X	0
$AB$	1	1	X	X
$A\bar{B}$	0	0	0	0

# Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

## ► Funções com Don't Care

### Exercício 13:

- Encontre a equação mínima em soma de produtos para a função abaixo
- Desenhe o circuito resultante e calcule seu custo

$$S13(A,B,C,D) = \sum(0, 3, 5, 6, 7) + DC(10, 11, 12, 13, 14, 15)$$

S13	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	$CD$	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	0	1	0
$\bar{A}B$	0	1	1	1
$AB$	X	X	X	X
$A\bar{B}$	0	0	X	X