



Universidade Federal de Pelotas
Centro de Desenvolvimento Tecnológico
Bacharelado em Engenharia de Computação

Circuitos Digitais

Aula T9

Parte Operativa

Circuitos Combinacionais: Meio somador,
somador completo e somador paralelo.

Profs. Leomar S. Rosa Jr.

leomarjr@ufpel.edu.br

Circuitos Combinacionais

► Tipos de Circuitos Combinacionais

Um circuito combinacional pode ser classificados segundo sua aplicação:

- **Circuitos de interconexão:** seletores (também chamados de multiplexadores), decodificadores e codificadores
- **Circuitos lógico-aritméticos:** somadores, subtratores, somadores/subtratores, multiplicadores, deslocadores, comparadores e ULAS (circuitos que combinam mais de duas operações aritméticas e/ou lógicas).

Circuitos Combinacionais

► Revisão da Adição Binária

Adição de Números Sem Sinal

Exemplo

$$\begin{array}{r}
 \text{overflow} \rightarrow \boxed{1100} \text{ transportes ("carry")} \\
 1100 \quad (12) \\
 + \quad 0110 \quad (6) \\
 \hline
 \boxed{0010} \quad (18) \text{ resultado}
 \end{array}$$

- Note que o maior binário que se pode representar com 4 bits é 15

Circuitos Combinacionais

► Revisão da Adição Binária

Adição de Números Sem Sinal

Outro Exemplo

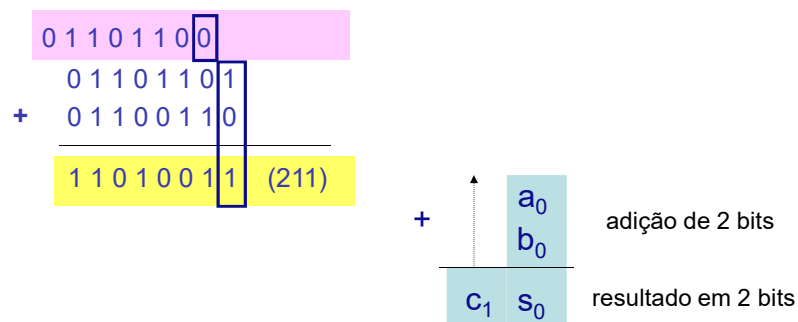
$$\begin{array}{r}
 \boxed{01101100} \text{ transportes} \\
 01101101 \quad (109) \\
 + \quad 01100110 \quad (102) \\
 \hline
 \boxed{11010011} \quad (211) \text{ resultado}
 \end{array}$$

representação simplificada

$$\begin{array}{r}
 A \\
 + B \\
 \hline
 S
 \end{array}$$

Circuitos Combinacionais

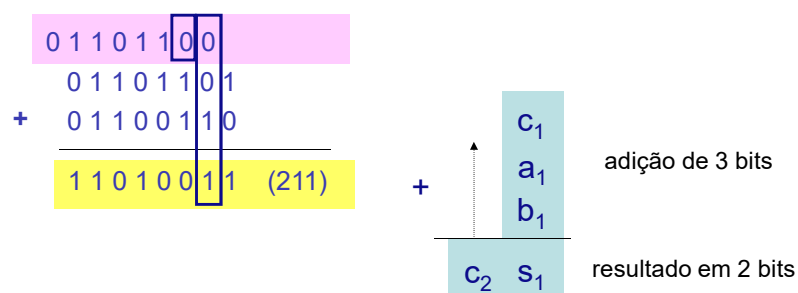
► Revisão da Adição Binária



Circuitos Combinacionais

► Revisão da Adição Binária

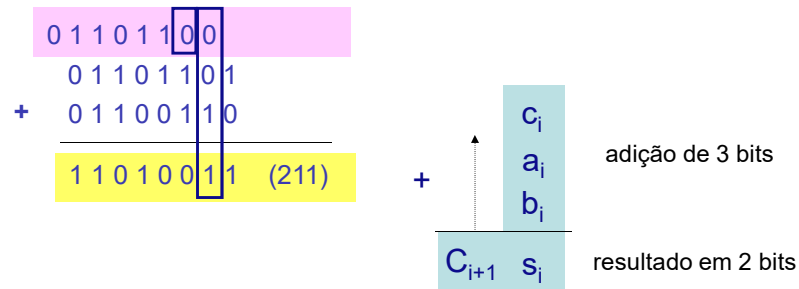
Porém, a partir do 2º bit ...



Circuitos Combinacionais

Revisão da Adição Binária

Generalizando, para bits a partir do 2º bit



Computação UFPel
Circuitos Digitais

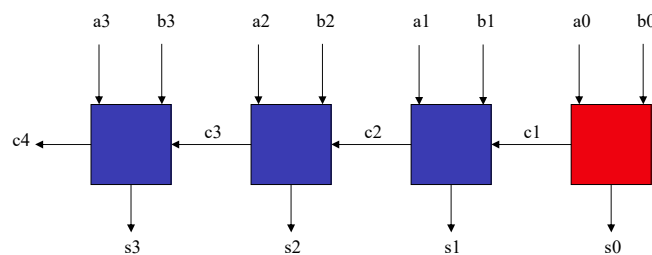
slide T9.7

Prof. Leomar S. Rosa Jr.

Circuitos Combinacionais

Esquema da Soma Paralela

Considerando dois números (A e B) com 4 bits cada



Note que:

- há um elemento para cada coluna da soma
- o sinal de *overflow* será o *carry* mais significativo

Computação UFPel
Circuitos Digitais

slide T9.8

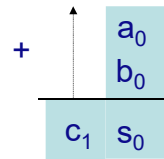
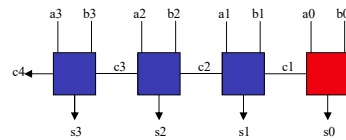
Prof. Leomar S. Rosa Jr.

Circuitos Combinacionais

► Projetando um Somador Paralelo

Projetando um circuito para a primeira coluna

$$\begin{array}{r}
 01101100 \\
 + 01101101 \\
 \hline
 11010011 \quad (211)
 \end{array}$$



Quantas combinações de 2 bits existem?

Computação UFPel
Circuitos Digitais

slide T9.9

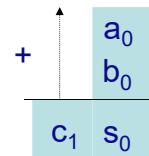
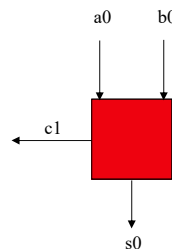
Prof. Leomar S. Rosa Jr.

Circuitos Combinacionais

► Projetando um Somador Paralelo

Projetando um circuito para a primeira coluna

entradas		saídas	
a0	b0	c1	s0
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0



Computação UFPel
Circuitos Digitais

slide T9.10

Prof. Leomar S. Rosa Jr.

Circuitos Combinacionais

► Projetando um Somador Paralelo

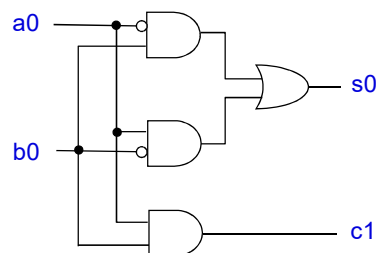
Projetando um circuito para a primeira coluna:

O Meio Somador (MS)

$$s0 = \overline{a0} \cdot b0 + a0 \cdot \overline{b0}$$

$$c1 = a0 \cdot b0$$

entradas		saídas	
a0	b0	c1	s0
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

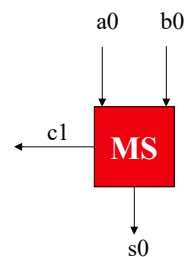
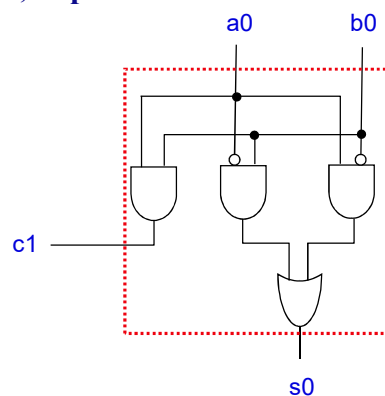


Obs: circuito independente de tecnologia

Circuitos Combinacionais

► O Meio Somador (*Half Adder*)

Ou, se preferir



$$s0 = \overline{a0} \cdot b0 + a0 \cdot \overline{b0}$$

$$c1 = a0 \cdot b0$$

Circuitos Combinacionais

► A Função OU Exclusivo (XOR)

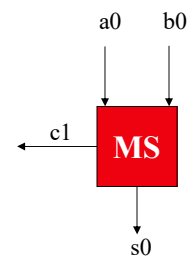
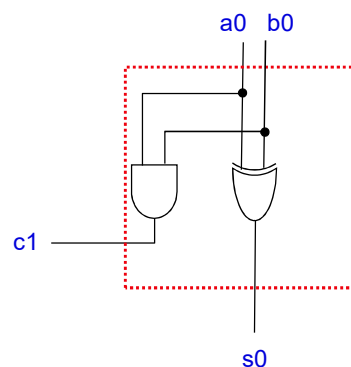
A função XOR realiza uma adição sem o *carry*

X	Y	$X \oplus Y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Circuitos Combinacionais

► Voltando ao Meio Somador (*Half Adder*)

Redesenhando o meio somador, usando porta XOR



$$s0 = \overline{a0} \cdot b0 + a0 \cdot \overline{b0}$$

$$s0 = a0 \oplus b0$$

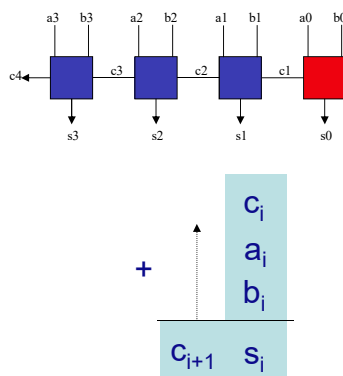
$$c1 = a0 \cdot b0$$

Circuitos Combinacionais

► Projetando um Somador Paralelo

Projetando o circuito para as demais colunas

$$\begin{array}{r}
 01101100 \\
 + 01101101 \\
 + 01100110 \\
 \hline
 11010011 \quad (211)
 \end{array}$$



Quantas combinações de 3 bits existem?

Computação UFPel
Circuitos Digitais

slide T9.15

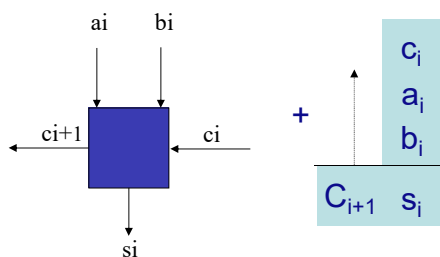
Prof. Leomar S. Rosa Jr.

Circuitos Combinacionais

► Projetando um Somador Paralelo

Projetando um circuito para as demais colunas

entradas			saídas	
ci	ai	bi	ci+1	si
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1



Computação UFPel
Circuitos Digitais

slide T9.16

Prof. Leomar S. Rosa Jr.

Circuitos Combinacionais

► Projetando um Somador Paralelo

Projetando um circuito para as demais colunas

entradas			saídas	
ci	ai	bi	ci+1	si
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

$$ci+1 = ai \cdot bi + ai \cdot ci + bi \cdot ci$$

Computação UFPel
Circuitos Digitais

slide T9.17

Prof. Leomar S. Rosa Jr.

Circuitos Combinacionais

► Projetando um Somador Paralelo

Projetando um circuito para as demais colunas

entradas			saídas	
ci	ai	bi	ci+1	si
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

$$si = \overline{ai} \cdot \overline{bi} \cdot \overline{ci} + \overline{ai} \cdot \overline{bi} \cdot ci + \overline{ai} \cdot bi \cdot \overline{ci} + ai \cdot \overline{bi} \cdot \overline{ci}$$

$$= \overline{ci} (\overline{ai} \cdot \overline{bi} + ai \cdot \overline{bi}) + ci (\overline{ai} \cdot bi + ai \cdot \overline{bi})$$

$$= \overline{ci} (ai \oplus bi) + ci (ai \oplus bi)$$

$$= ci \oplus ai \oplus bi$$

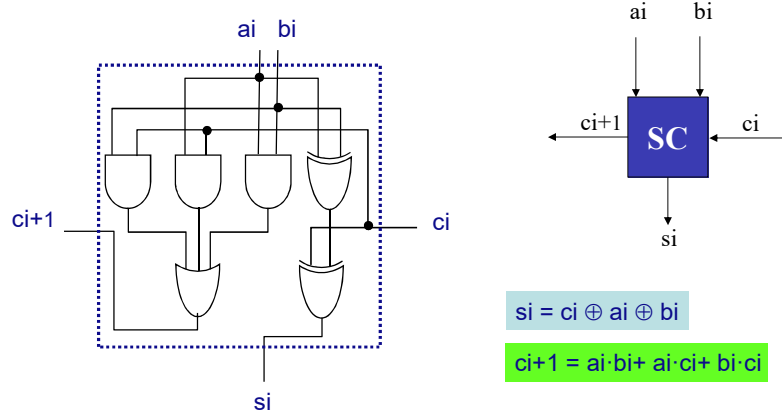
Computação UFPel
Circuitos Digitais

slide T9.18

Prof. Leomar S. Rosa Jr.

Circuitos Combinacionais

► O Somador Completo (*Full Adder*)



Computação UFPel
Circuitos Digitais

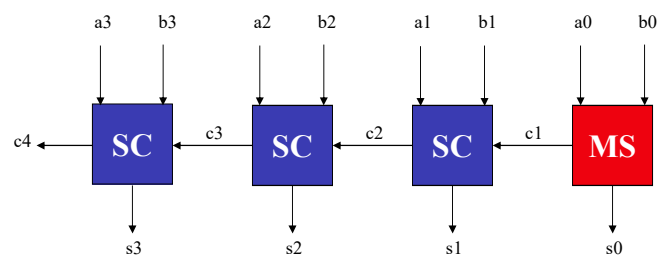
slide T9.19

Prof. Leomar S. Rosa Jr.

Circuitos Combinacionais

► Somador Binário Paralelo (de 4 bits)

Considerando dois números (A e B) com 4 bits cada



Note que o sinal c_4 somente estabiliza depois que c_1 , c_2 e c_3 estabilizarem (c_4 depende dos outros resultados!)

Computação UFPel
Circuitos Digitais

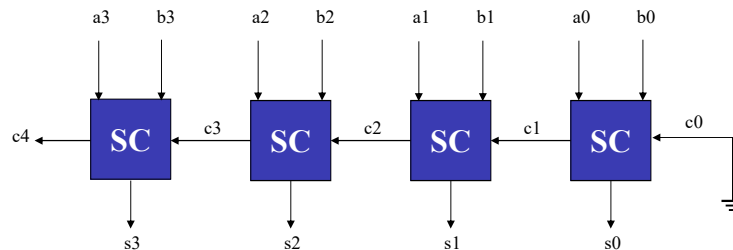
slide T9.20

Prof. Leomar S. Rosa Jr.

Circuitos Combinacionais

► Somador Binário Paralelo (de 4 bits)

Versão 2: somente com somadores completos



O Custo é ligeiramente maior, porém funciona!

Circuitos Combinacionais

E se os números que quisermos operar tiverem sinal?

- Precisaremos considerar uma representação que sirva tanto para binários positivos quanto binários negativos
- A representação mais usada, neste caso, é **complemento de 2**
- Lembremos do porquê disto...

Circuitos Combinacionais

► Revisão da Adição Binária

Representação de Números Positivos e Negativos em Binário

Representação em sinal-magnitude

Exemplos: +9 e -9 representados com 8 bits

	sinal	magnitude
	↓	↓
+9 =	0	0001001
-9 =	1	0001001

Circuitos Combinacionais

► Revisão da Adição Binária

Representação de Números Positivos e Negativos em Binário

Representação em complemento de 2

Exemplos: +9 e -9 representados com 8 bits

	sinal	
	↓	
+9 =	0	0001001
-9 =	1	1111011

Circuitos Combinacionais

► Revisão da Adição Binária

Representação em complemento de 2

Sinal	Regra de formação	Exemplo
positivos	= sinal-magnitude	+9= 0 0 0 0 1 0 0 1
negativos	1. Toma-se a representação em sinal-magnitude 2. Inverte-se o número, bit a bit 3. Soma-se 1	+9= 0 0 0 0 1 0 0 1 1 1 1 1 0 1 1 0 1 1 1 1 0 1 1 1 = -9

Computação UFPel
Circuitos Digitais

slide T9.25

Prof. Leomar S. Rosa Jr.

Circuitos Combinacionais

► Revisão da Adição Binária

Representação em complemento de 2 (números de 4 bits)

Sinal	b3	b2	b1	b0	valor
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	0	2
0	0	0	1	1	3
0	0	1	0	0	4
0	0	1	0	1	5
0	0	1	1	0	6
0	0	1	1	1	7
1	1	0	0	0	-8
1	1	0	0	1	-7
1	1	0	1	0	-6
1	1	0	1	1	-5
1	1	1	0	0	-4
1	1	1	0	1	-3
1	1	1	1	0	-2
1	1	1	1	1	-1

Intervalo de
representação

Computação UFPel
Circuitos Digitais

slide T9.26

Prof. Leomar S. Rosa Jr.

Circuitos Combinacionais

► Revisão da Adição Binária

Adição de números binários em complemento de 2

Para os próximos exemplos, considere números com 4 bits
(ou seja, o intervalo de representação será $[-8, +7]$)

Exemplo 1: dois números positivos, cuja soma seja $\leq +7$

	0 0 0 0	transporte ("carry")
	0 0 1 0 (+2)	
+	0 1 0 0 (+4)	
<hr/>		
	0 1 1 0 (+6)	resultado correto

Circuitos Combinacionais

► Revisão da Adição Binária

Adição de números binários em complemento de 2

Exemplo 2: dois números negativos, cuja soma seja ≥ -8

	1 1 0 0	transporte ("carry")
	1 1 1 0 (-2)	
+	1 1 0 0 (-4)	
<hr/>		
	1 0 1 0 (-6)	resultado correto

Apesar deste último carry valer 1, não houve "overflow"

Circuitos Combinacionais

► Revisão da Adição Binária

Adição de números binários em complemento de 2

Exemplo 3: um número positivo e um número negativo, tais que o resultado é positivo

Novamente...

$$\begin{array}{r}
 \text{transporte ("carry")} \\
 1\ 1\ 1\ 1 \\
 0\ 1\ 1\ 1\ (+7) \\
 +\ 1\ 1\ 1\ 1\ (-1) \\
 \hline
 0\ 1\ 1\ 0\ (+6) \text{ resultado correto}
 \end{array}$$

Circuitos Combinacionais

► Revisão da Adição Binária

Adição de números binários em complemento de 2

Exemplo 4: um número positivo e um número negativo, tais que o resultado é negativo

$$\begin{array}{r}
 \text{transporte ("carry")} \\
 0\ 0\ 0\ 1 \\
 1\ 0\ 0\ 1\ (-7) \\
 +\ 0\ 0\ 0\ 1\ (+1) \\
 \hline
 1\ 0\ 1\ 0\ (-6) \text{ resultado correto}
 \end{array}$$

Circuitos Combinacionais

► Revisão da Adição Binária

Adição de números binários em complemento de 2

Exemplo 5: um positivo e um negativo, iguais em módulo

E novamente...

1	1	1	1	transporte ("carry")
	0	1	0	1 (+5)
+	1	0	1	1 (-5)
<div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px 5px;">0</div> <div style="padding: 0 5px;">0</div> <div style="padding: 0 5px;">0</div> <div style="padding: 0 5px;">0</div> <div style="padding: 0 10px;">(0) resultado correto</div>				

Circuitos Combinacionais

► Revisão da Adição Binária

Adição de números binários em complemento de 2

Exemplo 6: 2 números positivos

ocorre "overflow" quando esses 2 bits são diferentes

0	1	0	0	transporte ("carry")
	0	1	0	0 (+4)
+	0	1	0	1 (+5)
<div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px 5px;">1</div> <div style="padding: 0 5px;">0</div> <div style="padding: 0 5px;">0</div> <div style="padding: 0 5px;">1</div> <div style="padding: 0 10px;">(-7) Resultado errado !</div>				

o resultado excede o intervalo de representação = overflow

Circuitos Combinacionais

► Revisão da Adição Binária

Adição de números binários em complemento de 2

Exemplo 7: 2 números negativos

	1 0 0 0	transporte ("carry")
	1 1 0 0	(-4)
+	1 0 1 1	(-5)
<div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="margin-right: 10px;">ocorre "overflow" quando esses 2 bits são diferentes</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">0 1 1 1</div> <div style="margin-left: 10px;">(+7)</div> </div>		

Resultado errado !

o resultado excede o intervalo de representação = overflow

Circuitos Combinacionais

► Revisão da Adição Binária

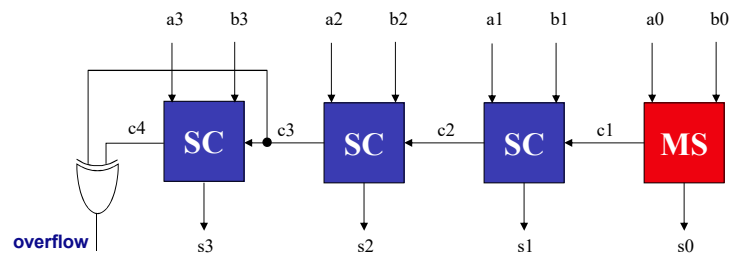
Adição de números binários em complemento de 2

Conclusões:

- Números binários em **complemento de 2** podem ser adicionados como se fossem número binários sem sinal
- Neste caso, a detecção de *overflow* se dá comparando-se os dois últimos sinais de *carry*

Circuitos Combinacionais

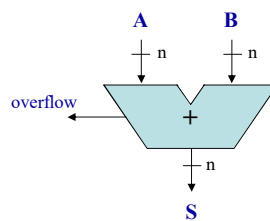
► Somador Binário Paralelo para Números em Complemento de 2



esquemático de blocos

Circuitos Combinacionais

► Somador Binário Paralelo (para Números em Complemento de 2)



símbolo
(no nível RT)