Gliederung Vertiefungsseminar MI

Matthias Kemmer, Julius Hackel, Markus Bullmann, Stefan Gerasch

19. Mai 2015

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung

1.1 Prinzip

Die FM Synthese ist eine für die Musikwelt sehr wichtige Anwendung der Frequenzmodulation, welche bereits aus der Nachrichtentechnik bekannt ist. Generell wird dabei die Frequenz eines Trägersignals durch ein weiteres Modulationssignal verändert, die Amplitude bleibt jedoch unangetastet. In der Nachrichtentechnik können durch die unterschiedlichen Frequenzen im modulierten Trägersignal dadurch Informationen übertragen werden.

Die momentane Amplitude des modulierten Signals lässt sich durch folgende Formel beschreiben:

$$e(t) = A \sin(\alpha t + I \sin(\beta t))$$

Bei der äußeren Sinusfunktion handelt es sich um das Trägersignal, welches in seiner Frequenz durch das Modulationssignal (Innerer Sinus) moduliert wird.

Abbildung 1 veranschaulicht die Frequenzmodulation eines Signals durch ein zweites Signal.

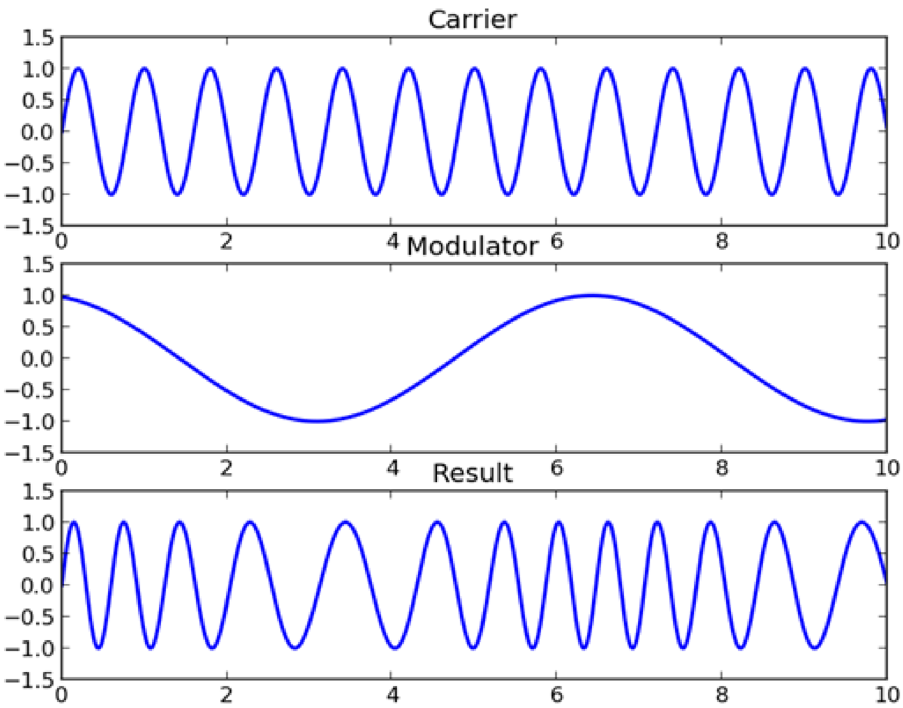

Abbildung 1: Vergleich Träger/Modulator
Quelle: `http://www.gcat.org.uk/blog/wp-content/uploads/2013/01/synth3_4.png`

Wie man gut erkennen kann, wird die Frequenz des Trägers bei hoher Amplitude des Modulators größer, bei negativer Amplitude dagegen kleiner. Ist die Amplitude des Modulators gleich 0, so wird das Trägersignal nicht moduliert.

Die Frequenzmodulationssynthese ist in ihren Grundzügen recht einfach zu verstehen und man kann mit geringem Aufwand bereits sehr komplexe, wenn auch oft unkontrollierbare Signale mit komplexen Klangspektren (bzw. Frequenzspektren) erzeugen. Wie sich im Folgenden jedoch noch herausstellen wird, ist es dagegen sehr schwierig und erfordert viel Zeit und Aufwand, durch die FM-Synthese gezielt Signale zu erzeugen und diese zu kontrollieren. Eine Möglichkeit zur Erzeugung komplexer Klangspektren ist es, den Modulationsindex innerhalb des Trägersignals zeitabhängig zu machen. Dieses Verfahren wird im Kapitel X näher erläutert.

Praktisch gesehen kann die Frequenzmodulations-Synthese dazu verwendet werden, um zum Einen Klangbilder echter Instrumente digital nachzubilden, jedoch auch, um ganz neue Töne zu erzeugen, die so in der realen Welt nicht vorkommen. Im Folgenden sind einige Beispiele von durch FM-Synthese erzeugten Signalen zu sehen.

1.2 Beispiel (Sound & Visualisierung)

1.3 Geschichte der FM-Synthese

Die Grundlegende Technik hinter der FM-Synthese stammt, wie bereits erwähnt, aus der Nachrichtentechnik. Dort wird das Verfahren Frequenzmodulation genannt. Im Jahre 1967 entdeckte Prof. Dr. John Chowning eine neue Eigenschaft dieses Verfahren. Während er mit unterschiedlichen Modulationsfrequenzen experimentierte und dabei verschiedene Vibrato erzeugte (unter Vibrato versteht man einen schwingenden Ton, d.h. eine pulsierende Änderung des Tons), verschwand der Vibrato plötzlich bei höheren Modulationsfrequenzen und Obertöne wurden hörbar, die sich vom eigentlichen Trägersignal abhebten.

Chowning selbst war sehr erstaunt über die entstandenen Töne. Da er seiner Meinung nach der erste Mensch war, der diese Töne durch einen Computer erzeugt hatte, dachte er:

"I was aware that I was probably the first person to ever hear these sounds, that what I was hearing was something musical that had probably never been heard by anyone before — at least, not by anyone on this planet." - John Chowning, 1967

Es dauerte weitere 3 Jahre, bis Chowning die mathematischen Zusammenhänge hinter seiner Entdeckung vollständig ergründet hatte. Bis dahin war er außerdem bereits in der Lage, verschiedene Instrumente wie Trommeln oder Blasinstrumente nachzubilden. Da Chowning selbst leidenschaftlicher Komponist war, veröffentlichte er im Jahre 1971 sein erstes, rein durch FM-Synthese generiertes Stück mit dem namen "Sabelithe".

Da Prof. Chowning seine Entdeckung nicht auf eigenes Risiko hin patentieren lassen wollte, lies er dies durch das OTL (Stanford Office of Technology Licensing) durchführen. Er selbst sagte dazu:

"I didn't want to deal with lawyers — I wanted to do my music. I didn't care about the money as much as I cared for my compositions. It was natural for me to say, 'Please take it.' "

Seine neue Entdeckung war jedoch zu Beginn nicht sehr angesehen und auch viele der Firmen, welchen das neue Patent angeboten wurde, wussten nichts damit anzufangen und lehnten ab. Erst im Jahr 1974, als ein junger Ingeneur namens Kazukiyo Ishimura von der Firma Yamaha, zu einer Vorstellung des Verfahren geschickt wurde, erkannte dieser binnen wenigen Minuten das Potenzial hinter dieser neuen Anwendung der Frequentmodulation und Yamaha Lizensierte das Verfahren im gleichen Jahr. Ishimura wurde später Chef des Yamaha Konzerns.

Im Jahr 1975, nach einiger Zeit Abwesenheit von Stanford, kehrte Chowning dorthin zurück und gründete zusammen mit einigen seiner Kollegen das CCRMA (Center for Computer Research in Music and Acoustics), welches sich auf Computermusik spezialisiert hat. Nachdem Yamaha die Technik der FM-Synthese lizenziert hatte, brachten die Firma nach einem Prototypen im Jahre 1980 den ersten digitalen FM Synthesizer GS1 und zwei Jahre später mit dem GS2 eine kleinere und handlichere Version des GS1 heraus. Beide Geräte kosteten um die 12.000 $und waren deshalb nur für ausgewählte Musiker gedacht. Der Durchbruch gelang im Jahre 1983 mit dem DX7. Dieser

Abbildung 2: John Chowning am CCRMA
Quelle: `http://arts.mit.edu/wp-content/uploads/2014/07/ChowningYamaha.jpg`

konnte parallel 16 Stimmen verarbeiten und kostete ca. 2000 $. Preislich ähnliche und damals übliche analoge subtraktive Synthesizer konnten lediglich 4 Stimmen verarbeiten. Ein Bild des DX7 ist in Abbildung 3 zu sehen.

Durch den großen Erfolg des DX7 konnte Yamaha in den nachfolgenden Jahren viele Weiterentwicklungen auf den Markt bringen. In den Jahren 1983 bis 1989 brachte Yamaha über 20 weitere digitale Synthesizer heraus. Über die Zeit wurden jedoch andere Syntheseverfahren günstiger und für den Markt besser geeignet, weshalb Yamaha 1990 mit dem SY77 Synthesizer ein Gerät entwickelte, das FM-Synthese und ein anderes digitales Klangsyntheseverfahren namens Sampling in einem vereinte.

Ab Mitte der 1990er wurden Personal Computer leistungsfähig genug, um Synthesizer ohne Verzögerung durch eine Midi Tastatur ansprechbar zu machen. Heutzutage findet digitale Audioverarbeitung nahezu ausschließlich softwareseitig statt, weshalb Hardwaresynthesizer wie der DX7 an Bedeutung verloren haben. Speziell dieser wurde jedoch durch die Firma Native Instruments in Form des FM7 und dessen Weiterentwicklung, dem FM8, in Software nachgebaut und findet heute noch Verwendung. Auch ist der DX7 heute bei Nostalgikern noch sehr beliebt.

Abbildung 3: Yamaha DX7
Quelle: `http://www.electricdruid.net/images/interface/larger/YamahaDX7.jpg`

2 Technisches

2.1 Formel vorstellen & Variablen klären

2.1.1 Auffrischung:Sinus- und Kosinusfunktion mit Parametern

Die einfachste Form eines Tons lässt sich durch eine Sinus- oder Kosinusschwingung beschreiben. Dabei handelt es sich mathematisch gesehen um eine Sinus- oder eine Kosinusfunktion. Beide gehören zu den trigonometrischen Funktionen, auch Winkelfunktionen genannt. Damit einige später folgende mathematische und für die FM-Synthese erforderliche Berechnungen besser verstanden werden können, wird hier kurz auf die Grundlagen zu Sinus- und Kosinus Funktionen eingegangen.

Sinus und Kosinus sind periodische Funktionen, d.h. die Funktionswerte wiederholen sich nach einer sogenannten Periode. Mathematisch ausgedrückt muss es dafür eine konstante p geben, für die bei einem beliebigen x gilt: $f(x+p) = f(x)$.

Am besten verdeutlichen kann man dies anhand des Einheitskreises. Abbildung 4 zeigt, wie sich Sinus und Kosinus aus den Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks im Einheitskreis berechnen lassen:

Dabei gilt:

$\sin(\pi) = \frac{\text{gegenüberliegende Seite}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{a}{c}$, wobei die Hypotenuse im Einheitskreis eine Länge von 1 hat.

$\rightarrow \sin(\pi) = \frac{a}{1} = a.$

$\cos(\pi) = \frac{\text{anliegende Seite}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{b}{c} = \frac{b}{1} = b.$

Die Sinusfunktion erhält man, wenn man auf der y-Achse lediglich die Funktionswerte des Kreises betrachtet und den Winkel im Einheitskreis als x-Werte der Funktion nimmt. Bei einer Schwingung wird für x dann die Zeit t eingesetzt. Eine Periode ist genau 2π Einheiten auf der Horizontalen Achse lang (π ist die Kreiszahl), was im Einheitskreis einem Winkel von 360°entspricht. Daher spricht man auch von Winkelfunktionen, denn man kann den Funktionswert der Sinus- und Kosinusfunktion auch anhand des Winkels im Einheitskreis angeben. Eine Veranschaulichung des Zusammenhangs zwischen den Einheitskreis und der Sinusfunktion zeigt Abbildung 5.

Der Unterschied von der Kosinusfunktion zur Sinusfunktion ist, dass der Kosinus bei dem Funktionswert 1 beginnt und Sinus bei Funktionswert 0. Aus diesem Zusammenhang lassen sich

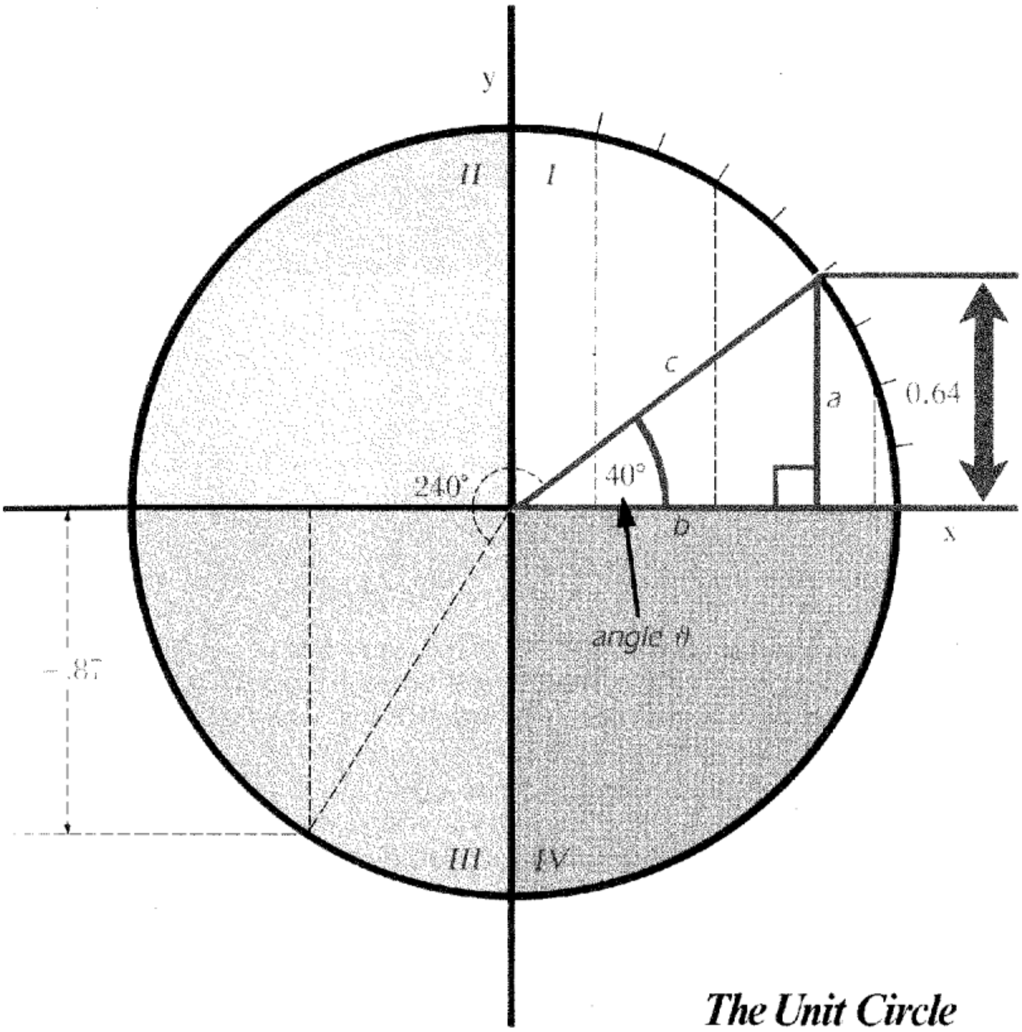

Abbildung 4: Der Einheitskreis
Quelle: FM: Theory and Application: Fig. 2.6

folgende Beziehungen zwischen Sinus und Kosinus feststellen:

$\sin(\frac{\pi}{2}-x) = \cos(x)$
$\cos(\frac{\pi}{2}-x) = \sin(x)$

Überträgt man diese mathematischen Erkenntnisse nun auf einen Ton, so kann man dessen Funktion wie folgt beschreiben: $y(t) = y_0 * \sin(2\pi f * t)$

Um 90°oder pi/2 verschoben gilt: $y(t) = y_0 * \cos(2\pi f * t)$

Bei y_0 handelt es sich um die Amplitude des Tons, also dessen Lautstärke. Alle Funktionswerte der Funktion werden mit diesem Faktor multipliziert und dadurch größer oder kleiner.

F ist die Frequenz des Tons. Sie gibt die Anzahl der Schwingungen (Perioden) pro Sekunde an und wird in $f = \frac{1}{T}$ angegeben, wobei T die Periodendauer ist. Die Einheit ist Herzt(Hz). Je größer die Frequenz eines Tones ist, desto höher klingt er für das Ohr.

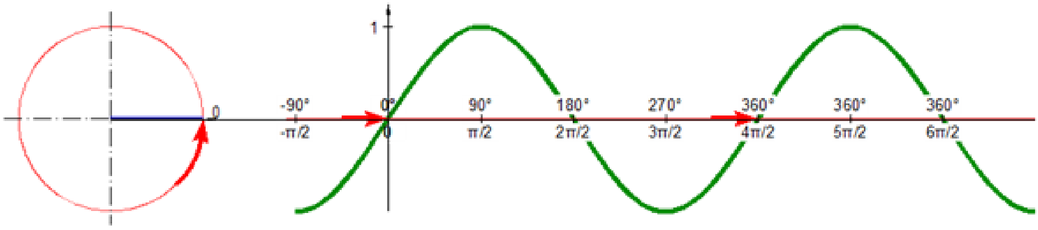

Abbildung 5: Vom Einheitskreis zum Sinus
Quelle: `http://www.ulrich-rapp.de/stoff/mathematik/Sinus_Einheitskreis.gif`

Für das menschliche Ohr hören sich beide Schwingungen gleich an, da diese lediglich um $\frac{1}{4}$ der Periode verschoben sind.

2.1.2 Erklärung: Trägerfrequenz, Modulationsfrequenz, Modulationsindex

In diesem Kapitel wird auf die unterschiedlichen Parameter eingegangen, welche in der Formel der einfachen Frequenzmodulation vorkommen. Zudem wird deren Funktion im Einzelnen beschrieben.

Die Parameter werden mit der Gleichung in Sinus-Darstellung vorgestellt, d.h. Trägersignal und Modulator sind Sinus Funktionen. Dieselbe Erklärung funktioniert jedoch analog dazu auch mit Cosinus Funktionen für den Träger und den Modulator. Die Gleichung für eine frequenzmodulierte Welle lautet wie folgt:

$$e(t) = Asin(\alpha t + Isin(\beta t))$$

- $e(t)$ beschreibt im die Amplitude des Modulierten Signals zum Zeitpunkt t.
- A stellt die höchste Amplitude des modulierten Signals dar.
- α ist die Frequenz des Träger Signals in Hertz (Schwingungen pro Sekunde)
- β ist die Frequenz des Modulators in Hertz (Schwingungen pro Sekunde).
- I stellt den Modulationsindex dar. Dieser setzt sich wie folgt zusammen: $I = \frac{d}{m}$ mit:
  - $\rightarrow$ d: Frequenzhub der Modulation, d.h. der größte momentane Unterschied zwischen der Frequenz des Trägers und der des modulierten Signals.

    Auch: Frequenzänderung, welche durch die Modulation der Trägerfrequenz verursacht wird.
  - $\rightarrow$ m: Frequenz des Modulators

Der Modulationsindex beschreibt also das Verhältnis des Frequenzhubs zur Modulationsfrequenz. Man kann anhand der Formel bereits erkennen, dass bei einem Modulationsindex von 0 keine Modulation stattfindet. Dabei wird der Frequenzhub der Modulation auch gleich 0, da $I = \frac{d}{m}$ und somit $d = 0 * m = 0$ gilt. $e(t) = A\sin(\alpha t + 0\sin(\beta t))$ ¿ $e(t) = a\sin(\alpha t)$ Anhand der Frequenz des Modulators kann man sehen, wie oft der oben beschriebene Frequenzhub pro Sekunde durchlaufen wird. Beispiel: Bei einer Modulator Frequenz von 440 Hz wird der Frequenzhub 440 mal pro Sekunde durchlaufen.

2.2 Besonderheiten der FM-Synthese

2.2.1 Phasenmodulation als FM

Frequenzmodulation (FM) und Phasenmodulation (PM) können unter dem Oberbegriff Winkelmodulation zusammen gefasst werden. Wie der Name andeutet wird der Phasenwinkel eines Trägersignales in Abhängigkeit eines Modulationssignals verändert. In der allgemeinsten Form kann ein winkelmoduliertes Signal als Sinusfunktion eines sich zeitlich ändernden Winkels beschrieben werden.

$$s(t) = A * sin(\theta(t)) \tag{1}$$

Dabei wird $\theta(t)$ als *momentaner Winkel* bezeichnet und ist als Summe der konstanten Kreisfrequenz ω_0 multipliziert mit der Zeit t und der *momentanen Phase* $\varphi(t)$ definiert:

$$\theta(t) = \omega_0 t + \varphi(t) \tag{2}$$

Die *momentan Frequenz* $\omega_m(t)$ entspricht der Änderung des Phasenwinkels in Abhängigkeit der Zeit. Daher kann die momentan Frequenz durch die erste Ableitung des Phasenwinkels nach der Zeit $\dot{\theta}(t)$ bestimmt werden.

$$\omega_m(t) = \dot{\theta}(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} = \frac{d[\omega_0 t + \varphi(t)]}{dt} = \frac{d\omega_0 t}{dt} + \frac{d\varphi(t)}{dt} = \omega_0 + \frac{d\varphi(t)}{dt} \tag{3}$$

ANALOGIE PHYSIK/BEGRÜNDUNG WARUM ABLEITUNG

Wird nun die momentane Phase des Trägersignals proportional zum Modulationssignal $p(t)$ verändert, erhält man das **phasenmodulierte** Signal $s_{PM}(t)$.
Wird jedoch die momentante Frequenz des Trägersignals proportional zum Modulationssignal $f(t)$ verändert, erhält man das **frequenzmodulierte** Signal $s_{FM}(t)$.

Mit dieser Erkenntnis ergeben sich für die Phasenmodulation folgende mathematische Zusammenhänge:

$$\varphi(t) = \varphi_0 + k_{PM} * p(t)$$

$$\Rightarrow$$

2.2.2 Seitenfrequenzbänder (Evtl. Besselfunktion)

Was sind SFB? Warum sind sie wichtig? (Ton Charakter etc) Warum treten sie auf? Wie berechnet man sie (Fourier Analyse/Bessel Funktion)

2.2.3 Harmonische Frequenzverhältnisse(Inkl. Vibrato)

2.3 Einfache vs. komplexe FM Synthese

2.3.1 Kaskadenschaltung

2.3.2 Parallelschaltung

2.3.3 FM8 - Demo (Auf ADSR/Filter eingehen)

2.4 Praktische Anwendung der FM-Synthese

2.4.1 Nachbildung eines Instruments

2.4.2 Modulationsframework (Theorie -¿ Praxis)

2.4.3 Demo: Parameter und Effekte - Grafiken (evtl. Plotten)

3 Praxis

3.1 Do-It-Yourself (Projekt hochladen, Kopfhörer!)

4 Fazit