Gliederung Vertiefungsseminar MI

Matthias Kemmer, Julius Hackel, Markus Bullmann, Stefan Gerasch

26. Mai 2015

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung

1.1 Prinzip

Die FM Synthese ist eine für die Musikwelt sehr wichtige Anwendung der Frequenzmodulation, welche bereits aus der Nachrichtentechnik bekannt ist. Generell wird dabei die Frequenz eines Trägersignals durch ein weiteres Modulationssignal verändert, die Amplitude bleibt jedoch unangetastet. In der Nachrichtentechnik können durch die unterschiedlichen Frequenzen im modulierten Trägersignal dadurch Informationen übertragen werden.

Die momentane Amplitude des modulierten Signals lässt sich durch folgende Formel beschreiben:

$$e(t) = A \sin(\alpha t + I \sin(\beta t))$$

Bei der äußeren Sinusfunktion handelt es sich um das Trägersignal, welches in seiner Frequenz durch das Modulationssignal (Innerer Sinus) moduliert wird.

Abbildung 1 veranschaulicht die Frequenzmodulation eines Signals durch ein zweites Signal.

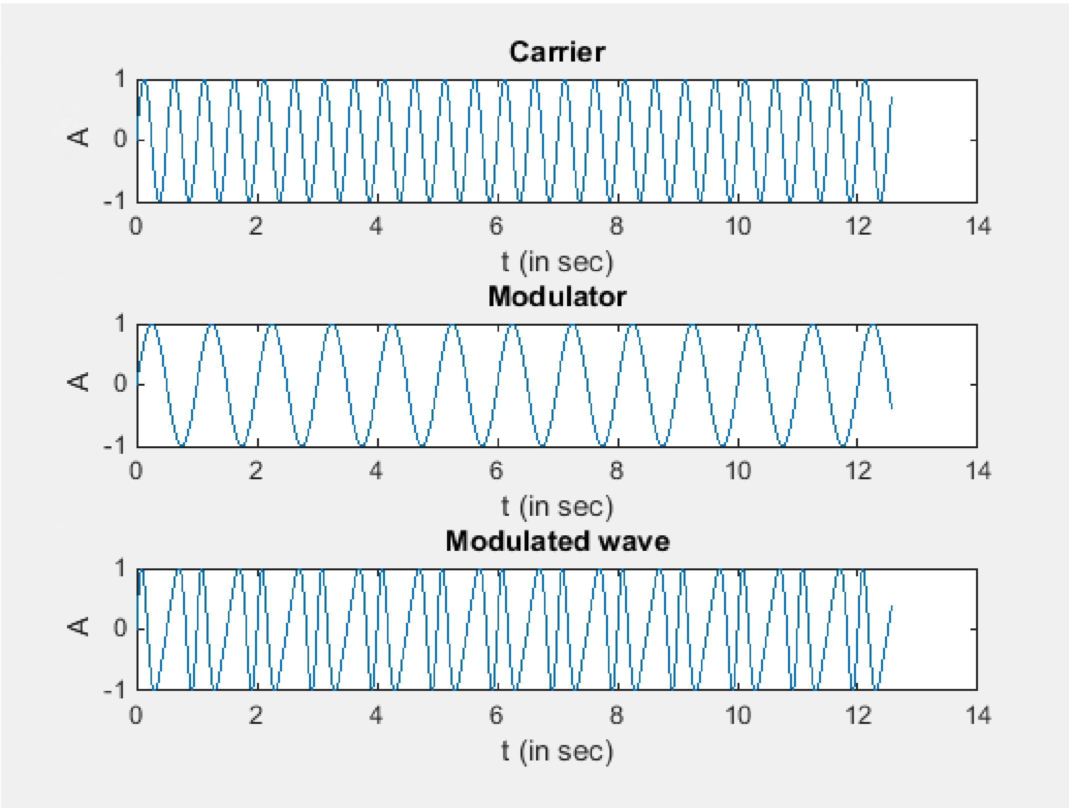

Abbildung 1: Vergleich Träger/Modulator
Quelle: Eigene Darstellung mit Matlab

Die Frequenzmodulationssynthese ist in ihren Grundzügen recht einfach zu verstehen und man kann mit geringem Aufwand bereits sehr komplexe, wenn auch oft unkontrollierbare Signale mit komplexen Klangspektren (bzw. Frequenzspektren) erzeugen. Wie sich im Folgenden jedoch noch herausstellen wird, ist es dagegen sehr schwierig und erfordert viel Zeit und Aufwand, durch die FM-Synthese gezielt Signale zu erzeugen und diese zu kontrollieren. Eine Möglichkeit zur

Erzeugung komplexer Klangspektren ist es, den Modulationsindex innerhalb des Trägersignals zeitabhängig zu machen. Dieses Verfahren wird im Kapitel X näher erläutert.

Praktisch gesehen kann die Frequenzmodulations-Synthese dazu verwendet werden, um zum Einen Klangbilder echter Instrumente digital nachzubilden, jedoch auch, um ganz neue Töne zu erzeugen, die so in der realen Welt nicht vorkommen.

1.2 Beispiel (Sound & Visualisierung)

In diesem Kapitel werden einige konkrete Beispiele der FM-Synthese anhand von Träger- und Modulatorfunktion sowie der daraus resultierenden Funktion aufgezeigt. Die Grafiken zeigen jeweils Plots von allen drei Signalen, welche mit Matlab erzeugt wurden. Die Frequenzen der Träger- und Modulatorfunktion wurden sehr tief gewählt, tiefer als normalerweiße bei der Anwendung der FM-Synthese üblich, damit die Kurven gut mit einer kleinen Zeit-Skala auf der X-Achse geplottet werden können. Sie dienen so lediglich der Veranschaulichung und liegen außerhalb des vom Menschen hörbaren Frequenzbereiches.

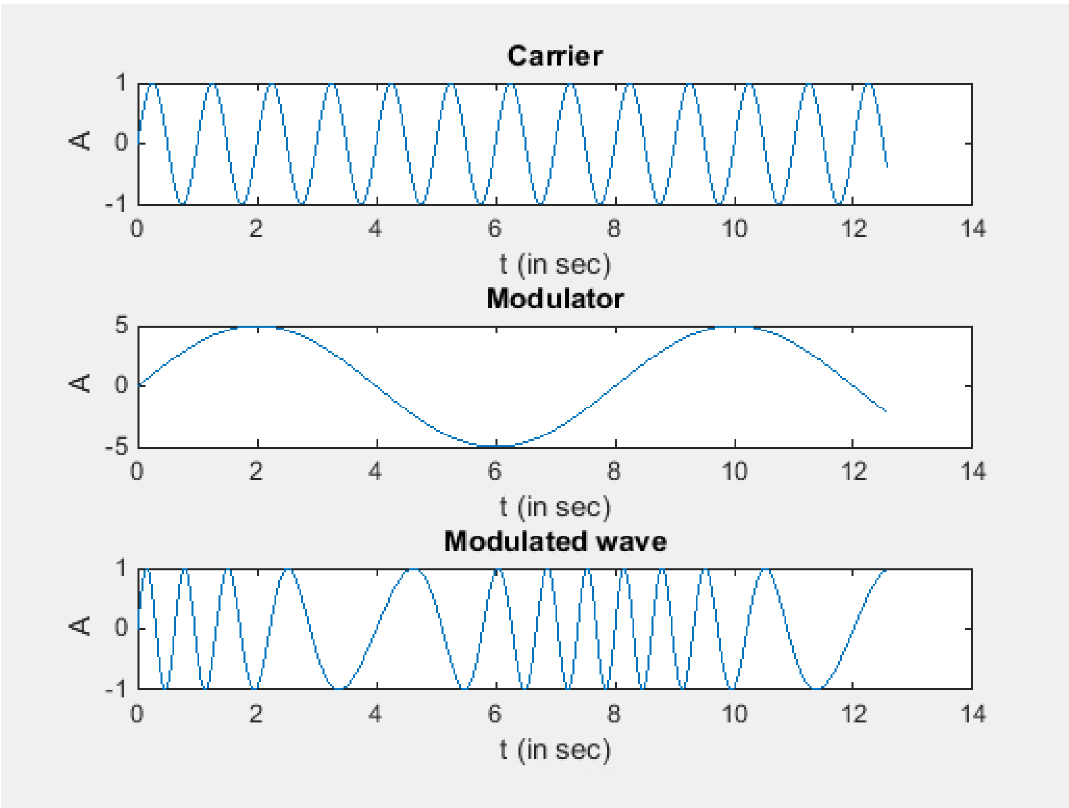

Abbildung 2: Beispiel 1
Quelle: Eigene Darstellung mit Matlab

In Beispiel 1 (siehe Abbildung 2) wurden folgende Signale verwendet:

$$\begin{aligned}
&\text{Trägersignal:} && y(t) = \sin(2\pi 1 t)\\
&\text{Modulator:} && y(t) = 5\sin(2\pi 0.125 t)\\
&\text{Gesamtfunktion:} && y(t) = \sin(2\pi 1 t + 5\sin(2\pi 0.125 t))
\end{aligned}$$

Konkrete Bedeutung der Werte: Die Trägerfrequenz von 1 Hz bedeutet, dass die Trägerfunktion ein mal pro Sekunde schwingt, d.h. eine Periode ist genau eine Sekunde lang. Der Modulator hat eine Frequenz von 0.125 Hz, wodurch er 1/8 Schwingung pro Sekunde macht und eine Periode dann acht Sekunden lang ist. Für die Modulation bedeutet dieser Wert, dass der sogenannte Frequenzhub der Modulation (auch: der Unterschied der Frequenz des Modulierten Signals zum Trägersignal) immer dann Maximal ist (in positiver oder negativer Richtung), wenn die Änderung der Modulatorfunktion (also deren Steigung) ihr Maximum bzw. Minimum hat. In diesem Beispiel ist das bei null Sekunden, vier Sekunden, acht Sekunden usw. der Fall, also immer am Anfang/Ende einer Periode und deren Mitte.

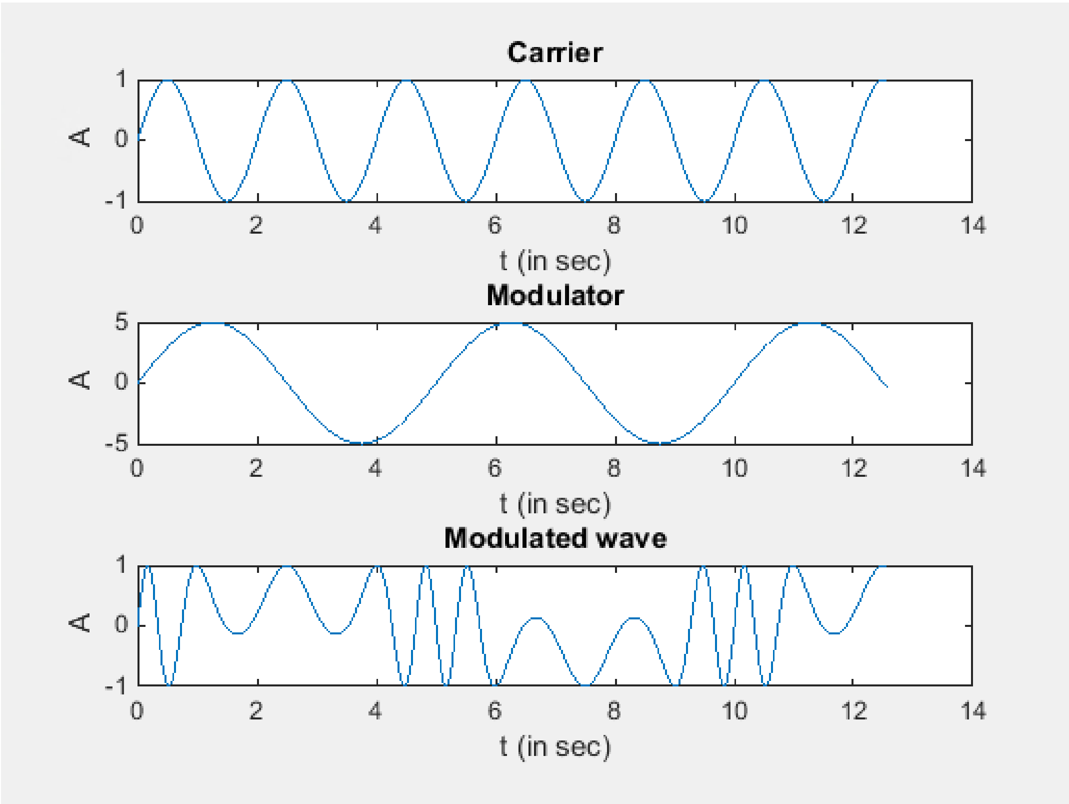

Abbildung 3: Beispiel 2
Quelle: Eigene Darstellung mit Matlab

Das zweite Beispiel (siehe Abbildung 3) zeigt eine Frequenzmodulation, bei der sich auch die Amplitude des Signals ändert. Dies geschieht rein durch die Phasenverschiebung des äußeren Sinus durch den Modulator, die tatsächliche Amplitude der Funktion bleibt dabei unangetastet. Der Träger hat in diesem Beispiel eine Frequenz von 0.5 Hz, der Modulator 0.2 Hz. Der Modulationsindex beträgt wieder 5. An diesem Beispiel kann man bereits bei recht kleinen Parametern gut erkennen, dass die FM-Synthese mit wenig Aufwandt komplexe Signale erzeugen kann, diese jedoch schlecht kontrollierbar bzw. erklärbar sind.

Als gute akustische Beispiele für die Anwendung der FM-Synthese in der Musikwelt können die Stücke "Sabelith" und "Turenas" von John Chowning selbst genannt werden. Beide Stücke wurden ausschließlich mit FM-Synthese erzeugt und beinhalten viele verschiedene Klangarten sowie Instrumente.

1.3 Geschichte der FM-Synthese

Die Grundlegende Technik hinter der FM-Synthese stammt, wie bereits erwähnt, aus der Nachrichtentechnik. Dort wird das Verfahren Frequenzmodulation genannt. Prof. Dr. John Chowning selbst gibt als Quelle zu seiner Entdeckung das Buch "Radio Engineering" von Frederick Emmons Terman aus dem Jahre 1947 an. Im Jahr 1967 entdeckte John Chowning eine neue Eigenschaft der Frequenzmodulation. Während er mit unterschiedlichen Modulationsfrequenzen experimentierte und dabei verschiedene Vibrato erzeugte (unter Vibrato versteht man einen schwingenden Ton, d.h. eine pulsierende Änderung des Tons), verschwand der Vibrato plötzlich bei höheren Modulationsfrequenzen und Obertöne wurden hörbar, die sich vom eigentlichen Trägersignal abhebten.

Chowning selbst war sehr erstaunt über die entstandenen Töne. In einem Interview von 2005 sagte er dazu:

"I was experimenting with just a sinusoid and kept increasing the vibrato rate, so all of a sudden it didn't sound like listening to a change in pitch in time, but rather i began to hear timbral differences. So the vibratio became very, very fast, hundreds of times per second, and very, very deep, as if the violinist had a different fingerboard, and the finger was whipping up and down at very high rates and very great distances. That would be sort of a physical metaphor for this."

Es dauerte weitere 3 Jahre, bis Chowning die mathematischen Zusammenhänge hinter seiner Entdeckung vollständig ergründet hatte. Bis dahin war er außerdem bereits in der Lage, verschiedene Instrumente wie Trommeln oder Blasinstrumente nachzubilden. Da Chowning selbst leidenschaftlicher Komponist war, veröffentlichte er im Jahre 1971 sein erstes, rein durch FM-Synthese generiertes Stück mit dem namen "Sabelithe". Sein zweites Stück, "Turenas',' folgte ein Jahr später. Um die Stärken seiner neuen Technik zu demonstrieren, verwandelt Chowning beispielsweise in "Sabelithe" den Klang einer Trommel in den einer Trompete.

Abbildung 4: John Chowning am CCRMA
Quelle: `http://arts.mit.edu/wp-content/uploads/2014/07/ChowningYamaha.jpg`

Da Prof. Chowning seine Entdeckung nicht auf eigenes Risiko hin patentieren lassen wollte, lies er dies durch das OTL (Stanford Office of Technology Licensing) durchführen. Er selbst sagte dazu:

"I didn't want to deal with lawyers — I wanted to do my music. I didn't care about the money as much as I cared for my compositions. It was natural for me to say, 'Please take it.' "

Seine neue Entdeckung war jedoch zu Beginn nicht sehr angesehen und auch viele der Firmen, welchen das neue Patent angeboten wurde, wussten nichts damit anzufangen und lehnten ab. Andy Moorer, ein Kollege Chownings in Stanford und später Mitgründer des CCRMA, sagte dazu: "[...] It was really discouraging. John was so proud of having put this damn thing together and people didn't really get he idea of spatializing the sound."

Offiziell veröffentlichte John Chowning seine neue Entdeckung der Frequenzmodulations-Synthese in einem Paper, welches 1973 im "Journal of the Audio Engineering Society" unter dem Titel "The Synthesis of Complex Audio Spectra by Means of Frequenzy Modulation" erschien.

Erst im Jahr 1974, als ein junger Ingeneur namens Kazukiyo Ishimura von der Firma Yamaha zu einer Vorstellung des Verfahren geschickt wurde, erkannte dieser binner wenigen Minuten, welches Potenzial hinter dieser neuen Anwendung der Frequentmodulation steckt. Yamaha Lizensierte das Verfahren noch im gleichen Jahr. Ishimura wurde später Chef des Yamaha Konzerns.

Im Jahr 1975, nach einiger Zeit Abwesenheit von Stanford, kehrte Chowning dorthin zurück und gründete zusammen mit einigen seiner Kollegen das CCRMA (Center for Computer Research in Music and Acoustics), welches sich auf Computermusik spezialisiert hat. Eine Fotografie der Gründer von CCRMA ist auf Abbildung 5 zu sehen.

Abbildung 5: Gründer von CCRMA. Stehend von Links nach rechts: Leland Smith, John Grea, John Chowning und Loren Rush. Sitzend: Andy Moorer.
Quelle: The sound of innovation - Abbildung 4.1

Nachdem Yamaha die Technik der FM-Synthese lizenziert hatte, brachten die Firma nach einem Prototypen im Jahre 1980 den ersten digitalen FM Synthesizer GS1 und zwei Jahre später mit dem GS2 eine kleinere und handlichere Version des GS1 heraus. Beide Geräte kosteten um die 12.000 $und waren deshalb nur für ausgewählte Musiker gedacht. Der Durchbruch gelang im Jahre 1983 mit dem DX7. Dieser konnte parallel 16 Stimmen verarbeiten und kostete ca. 2000 $. Preislich ähnliche und damals übliche analoge subtraktive Synthesizer konnten lediglich 4 Stimmen verarbeiten. Ein Bild des DX7 ist in Abbildung 6 zu sehen.

Abbildung 6: Yamaha DX7
Quelle: `http://www.electricdruid.net/images/interface/larger/YamahaDX7.jpg`

Durch den großen Erfolg des DX7 konnte Yamaha in den nachfolgenden Jahren viele Weiterentwicklungen auf den Markt bringen. In den Jahren 1983 bis 1989 brachte Yamaha über 20 weitere digitale Synthesizer heraus. Über die Zeit wurden jedoch andere Syntheseverfahren günstiger und für den Markt besser geeignet, weshalb Yamaha 1990 mit dem SY77 Synthesizer ein Gerät entwickelte, das FM-Synthese und ein anderes digitales Klangsyntheseverfahren namens Sampling in einem vereinte.

Ab Mitte der 1990er wurden Personal Computer leistungsfähig genug, um Synthesizer ohne Verzögerung durch eine Midi Tastatur ansprechbar zu machen. Heutzutage findet digitale Audioverarbeitung nahezu ausschließlich softwareseitig statt, weshalb Hardwaresynthesizer wie der DX7 an Bedeutung verloren haben. Speziell dieser wurde jedoch durch die Firma Native Instruments in Form des FM7 und dessen Weiterentwicklung, dem FM8, in Software nachgebaut und findet heute noch Verwendung. Auch ist der DX7 heute bei Nostalgikern noch sehr beliebt.

2 Technisches

2.1 Formel vorstellen & Variablen klären

2.1.1 Auffrischung:Sinus- und Kosinusfunktion mit Parametern

Die einfachste Form eines Tons lässt sich durch eine Sinus- oder Kosinusschwingung beschreiben. Dabei handelt es sich mathematisch gesehen um eine Sinus- oder eine Kosinusfunktion. Beide gehören zu den trigonometrischen Funktionen, auch Winkelfunktionen genannt. Damit einige später folgende mathematische und für die FM-Synthese erforderliche Berechnungen besser verstanden werden können, wird hier kurz auf die Grundlagen zu Sinus- und Kosinus Funktionen eingegangen.

Sinus und Kosinus sind periodische Funktionen, d.h. die Funktionswerte wiederholen sich nach einer sogenannten Periode. Mathematisch ausgedrückt muss es dafür eine konstante p geben, für die bei einem beliebigen x gilt: $f(x+p) = f(x)$.

Am besten verdeutlichen kann man dies anhand des Einheitskreises. Abbildung 7 zeigt, wie sich Sinus und Kosinus aus den Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks im Einheitskreis berechnen lassen:

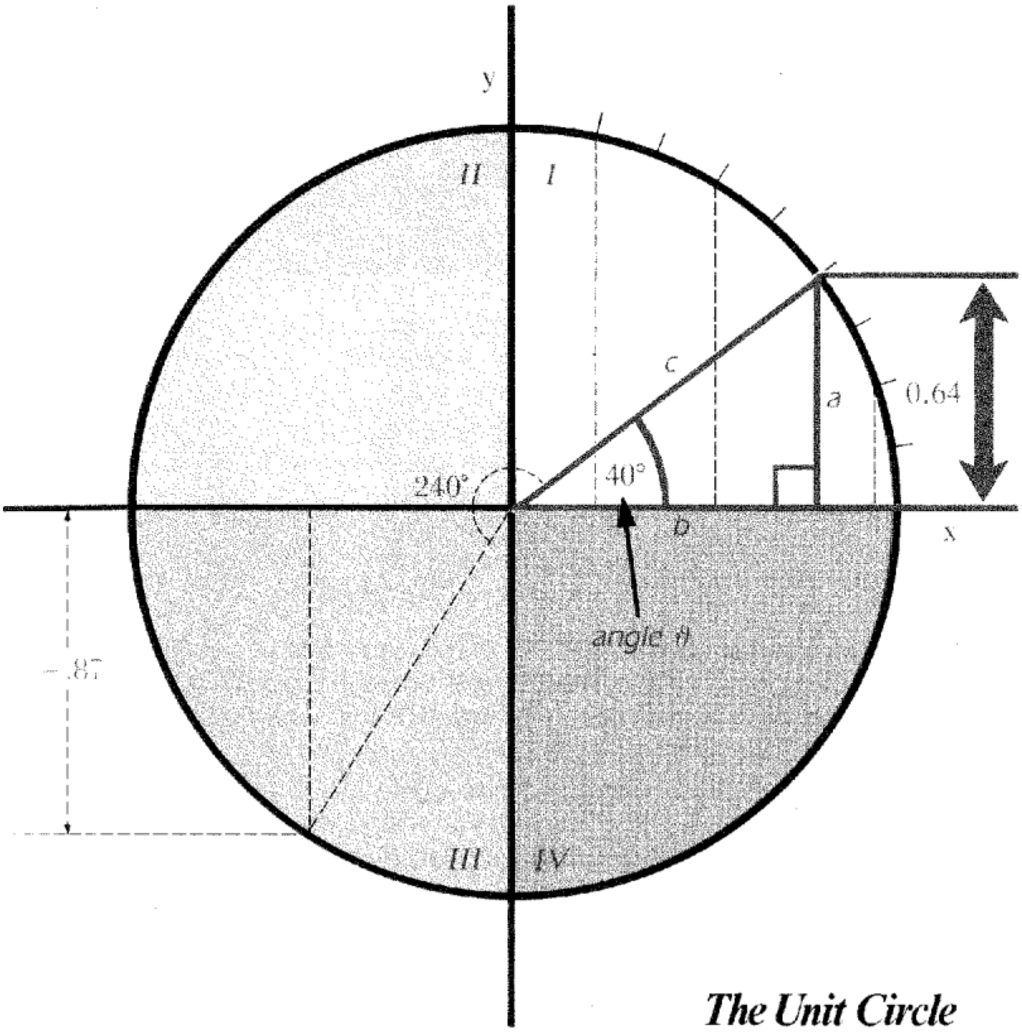

Abbildung 7: Der Einheitskreis
Quelle: FM: Theory and Application: Fig. 2.6

Dabei gilt:

$\sin(\pi) = \frac{\text{gegenüberliegende Seite}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{a}{c}$, wobei die Hypotenuse im Einheitskreis eine Länge von 1 hat.

$\rightarrow \sin(\pi) = \frac{a}{1} = a.$

$\cos(\pi) = \frac{\text{anliegende Seite}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{b}{c} = \frac{b}{1} = b.$

Die Sinusfunktion erhält man, wenn man auf der y-Achse lediglich die Funktionswerte des Kreises betrachtet und den Winkel im Einheitskreis als x-Werte der Funktion nimmt. Bei einer Schwingung wird für x dann die Zeit t eingesetzt. Eine Periode ist genau 2π Einheiten auf der Horizontalen Achse lang (π ist die Kreiszahl), was im Einheitskreis einem Winkel von 360°entspricht. Daher spricht man auch von Winkelfunktionen, denn man kann den Funktionswert der Sinus- und

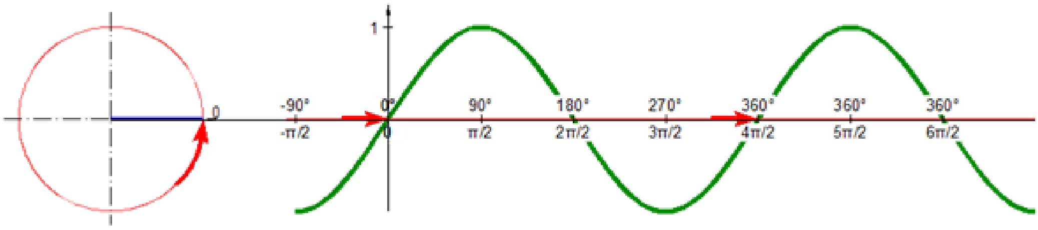

Abbildung 8: Vom Einheitskreis zum Sinus
Quelle: `http://www.ulrich-rapp.de/stoff/mathematik/Sinus_Einheitskreis.gif`

Kosinusfunktion auch anhand des Winkels im Einheitskreis angeben. Eine Veranschaulichung des Zusammenhangs zwischen den Einheitskreis und der Sinusfunktion zeigt Abbildung 8.

Der Unterschied von der Kosinusfunktion zur Sinusfunktion ist, dass der Kosinus bei dem Funktionswert 1 beginnt und Sinus bei Funktionswert 0. Aus diesem Zusammenhang lassen sich folgende Beziehungen zwischen Sinus und Kosinus feststellen:

$\sin(\frac{\pi}{2}-x) = \cos(x)$
$\cos(\frac{\pi}{2}-x) = \sin(x)$

Überträgt man diese mathematischen Erkenntnisse nun auf einen Ton, so kann man dessen Funktion wie folgt beschreiben: $y(t) = y_0 * \sin(2\pi f * t)$

Um 90°oder pi/2 verschoben gilt: $y(t) = y_0 * \cos(2\pi f * t)$

Bei y_0 handelt es sich um die Amplitude des Tons, also dessen Lautstärke. Alle Funktionswerte der Funktion werden mit diesem Faktor multipliziert und dadurch größer oder kleiner.

F ist die Frequenz des Tons. Sie gibt die Anzahl der Schwingungen (Perioden) pro Sekunde an und wird in $f = \frac{1}{T}$ angegeben, wobei T die Periodendauer ist. Die Einheit ist Herzt(Hz). Je größer die Frequenz eines Tones ist, desto höher klingt er für das Ohr.

Für das menschliche Ohr hören sich beide Schwingungen gleich an, da diese lediglich um $\frac{1}{4}$ der Periode verschoben sind.

2.1.2 Erklärung: Trägerfrequenz, Modulationsfrequenz, Modulationsindex

In diesem Kapitel wird auf die unterschiedlichen Parameter eingegangen, welche in der Formel der einfachen Frequenzmodulation vorkommen. Zudem wird deren Funktion im Einzelnen beschrieben.

Die Parameter werden mit der Gleichung in Sinus-Darstellung vorgestellt, d.h. Trägersignal und Modulator sind Sinus Funktionen. Dieselbe Erklärung funktioniert jedoch analog dazu auch mit Cosinus Funktionen für den Träger und den Modulator. Die Gleichung für eine frequenzmodulierte Welle lautet wie folgt:

$$e(t) = Asin(\alpha t + Isin(\beta t))$$

– $e(t)$ beschreibt im die Amplitude des Modulierten Signals zum Zeitpunkt t.
– A stellt die höchste Amplitude des modulierten Signals dar.
– α ist die Frequenz des Träger Signals in Hertz (Schwingungen pro Sekunde)
– β ist die Frequenz des Modulators in Hertz (Schwingungen pro Sekunde).

– I stellt den Modulationsindex dar. Dieser setzt sich wie folgt zusammen: $I = \frac{d}{m}$ mit:
→ d: Frequenzhub der Modulation, d.h. der größte momentane Unterschied zwischen der Frequenz des Trägers und der des modulierten Signals.
Auch: Frequenzänderung, welche durch die Modulation der Trä gerfrequenz verursacht wird.
→ m: Frequenz des Modulators

Der Modulationsindex beschreibt also das Verhältnis des Frequenzhubs zur Modulationsfrequenz. Man kann anhand der Formel bereits erkennen, dass bei einem Modulationsindex von 0 keine Modulation stattfindet. Dabei wird der Frequenzhub der Modulation auch gleich 0, da $I = \frac{d}{m}$ und somit $d = 0 * m = 0$ gilt.

$$e(t) = A\sin(\alpha t + 0\sin(\beta t)) \Rightarrow e(t) = a\sin(\alpha t)$$

Anhand der Frequenz des Modulators kann man sehen, wie oft der oben beschriebene Frequenzhub pro Sekunde durchlaufen wird. Beispiel: Bei einer Modulatorfrequenz von 440 Hz wird der Frequenzhub 440 mal pro Sekunde durchlaufen.

2.2 Besonderheiten der FM-Synthese

2.2.1 Phasenmodulation als FM

Frequenzmodulation (FM) und Phasenmodulation (PM) können unter dem Oberbegriff Winkelmodulation zusammen gefasst werden. Wie der Name andeutet wird der Phasenwinkel eines Trägersignales in Abhängigkeit eines Modulationssignals verändert. In der allgemeinsten Form kann ein winkelmoduliertes Signal als Sinusfunktion eines sich zeitlich ändernden Winkels beschrieben werden.

$$s(t) = A * sin(\theta(t)) \tag{1}$$

Dabei wird $\theta(t)$ als *momentaner Winkel* bezeichnet und ist als Summe der konstanten Kreisfrequenz ω_0 multipliziert mit der Zeit t und der *momentanen Phase* $\varphi(t)$ definiert:

$$\theta(t) = \omega_0 t + \varphi(t) \tag{2}$$

Die *momentan Frequenz* $\omega_m(t)$ entspricht der Änderung des Phasenwinkels in Abhängigkeit der Zeit. Daher kann die momentan Frequenz durch die erste Ableitung des Phasenwinkels nach der Zeit $\dot{\theta}(t)$ bestimmt werden.

$$\omega_m(t) = \dot{\theta}(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} = \frac{d[\omega_0 t + \varphi(t)]}{dt} = \frac{d\omega_0 t}{dt} + \frac{d\varphi(t)}{dt} = \omega_0 + \frac{d\varphi(t)}{dt} \tag{3}$$

ANALOGIE PHYSIK/BEGRÜNDUNG WARUM ABLEITUNG

Wird nun die momentane Phase des Trägersignals proportional zum Modulationssignal $p(t)$ verändert, erhält man das **phasenmodulierte** Signal $s_{PM}(t)$.
Wird jedoch die momentante Frequenz des Trägersignals proportional zum Modulationssignal $f(t)$ verändert, erhält man das **frequenzmodulierte** Signal $s_{FM}(t)$.

Mit dieser Erkenntnis ergeben sich für die Phasenmodulation folgende mathematische Zusammenhänge:

$$\varphi(t) = \varphi_0 + k_{PM} * p(t)$$

$$\Rightarrow$$

2.2.2 Seitenfrequenzbänder (Evtl. Besselfunktion)

Was sind SFB? Warum sind sie wichtig? (Ton Charakter etc) Warum treten sie auf? Wie berechnet man sie (Fourier Analyse/Bessel Funktion)

2.2.3 Harmonische Frequenzverhältnisse(Inkl. Vibrato)

2.3 Einfache vs. komplexe FM Synthese

2.3.1 Kaskadenschaltung

2.3.2 Parallelschaltung

2.3.3 FM8 - Demo (Auf ADSR/Filter eingehen)

2.4 Praktische Anwendung der FM-Synthese

2.4.1 Nachbildung eines Instruments

2.4.2 Modulationsframework (Theorie -¿ Praxis)

2.4.3 Demo: Parameter und Effekte - Grafiken (evtl. Plotten)

3 Praxis

3.1 Do-It-Yourself (Projekt hochladen, Kopfhörer!)

4 Fazit