

## Lista Avaliativa 6

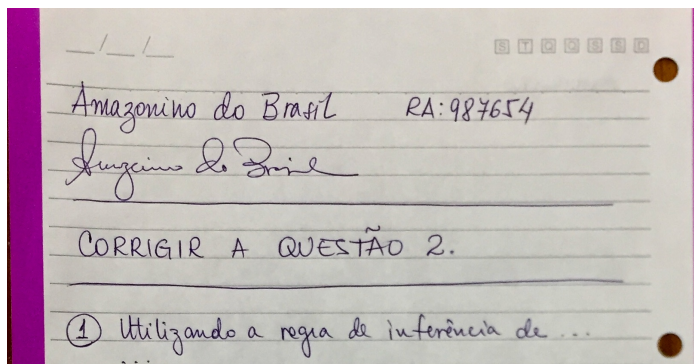
MC458 — Projeto e Análise de Algoritmos I

Prof. Pedro J. de Rezende

2º Semestre de 2020

### Instruções

1. Por se tratar de avaliação de conhecimentos adquiridos por cada aluno, a resolução desta Lista Avaliativa deve ser um trabalho individual sem consulta direta ou indireta a outras pessoas.
2. Como a interpretação dos enunciados é parte integrante da resolução, tentativas de obtenção de auxílio para essas interpretações serão consideradas fraudes e será aplicado o que é previsto no item 3. abaixo.
3. QUALQUER TENTATIVA DE COLA OU FRAUDE ACARRETERÁ NOTA ZERO NESTA LISTA PARA TODOS OS IMPLICADOS, ALÉM DAS SANÇÕES PREVISTAS NO REGIMENTO GERAL DA UNICAMP (EM PARTICULAR, O ART. 227, INCISO VII, E OS ART. 228 A 231). SE VOCÊ PENSA QUE TALVEZ UMA AÇÃO SEJA CONSIDERADA FRAUDE, PROVAVELMENTE SERÁ.
4. Das três questões desta Lista, apenas duas serão corrigidas e valerão um total de 10 pontos.
  - Indique **exatamente UMA** das questões para ser corrigida pelo PED, a qual valerá nota de 0 a 5.
  - A segunda questão a ser corrigida será escolhida pelo PED, a qual também valerá nota entre 0 e 5. Se alguma questão estiver em branco, esta será a escolhida pelo PED.
5. O prazo **final** para submissão das resoluções se encerrará às 23hs do dia indicado no Google Classroom. Envios realizados após esse horário serão considerados atrasados. Se o atraso for de **até 2hs** após o encerramento do prazo regular de submissão, as resoluções submetidas serão corrigidas e receberão nota integral. Resoluções enviadas com **mais de 2hs de atraso**, mas tardias em **não mais do que 8hs** ainda serão corrigidas e receberão nota, mas com **50% de penalidade**. Submissões com atraso superior a 8hs automaticamente receberão nota zero.
6. **Importante:** note que a submissão não se completa apenas com o *upload* de um arquivo, mas **requer** o acionamento do botão “Entregar”. Como é essa ação que determina a hora do encaminhamento, sem ela a submissão não está efetivada e será desconsiderada.
7. **Justifique cuidadosamente todas as respostas.**
8. **Só serão aceitas** submissões de resoluções desta Lista Avaliativa na plataforma Google Classroom, e elas devem seguir **estritamente** o seguinte formato:
  - (a) As resoluções devem ser **manuscritas**, sem rasuras, escaneadas, formando **um único documento PDF** cujo nome deve ser **LEA#NNNNNN.pdf**, onde # é o número da presente LEA e NNNNNN é o seu R.A.
  - (b) No topo da primeira página das suas resoluções, coloque seu nome e RA de forma bem legível e, em seguida, a sua assinatura conforme esta consta em seu RG ou CNH. Veja modelo abaixo:



- (c) É sua responsabilidade **garantir** que o arquivo escaneado seja **claramente legível**. Para isso, recomenda-se o uso de um aplicativo para celular (**Android** ou **iOS**) como **Adobe Scan** (ou **CamScanner** ou **Office Lens** ou similar) para escanear as páginas manuscritas e, em seguida, fazer os devidos ajustes de contraste. Esses Apps facilitam a inclusão de múltiplas páginas em um único PDF. Todas as páginas devem estar na posição “retrato”.
- (d) Submissões constituídas meramente de arquivos de fotos (**jpg**, **png**, etc.), serão desconsideradas e receberão nota zero.

Lembre-se que “ter ideias” (mesmo “ideias boas”) para algoritmos gulosos é, em geral, muito fácil. Além disso, algoritmos gulosos, por sua própria natureza levam a procedimentos que são muito simples, do ponto de vista de pseudo-código. Afinal, uma decisão gulosa baseada *apenas em informações locais* é o que leva a uma *solução globalmente ótima*. Entretanto, é no conjunto de demonstrações **necessárias** para o estabelecimento da corretude de um algoritmo projetado pelo Paradigma Guloso que reside a dificuldade maior. Por isso, **atente-se muito bem**, nas resoluções das questões abaixo, à clareza da apresentação de enunciados e provas completas, **sucintas** e bem elaboradas.

1. Para construção da nova ferrovia entre as cidades de Otlas e Abacoros, a construtora de Xitoró precisa de  $t_i \geq 0$  segmentos de trilhos de comprimento  $2^i$ ,  $i = 0, \dots, k$ . Mas a metalúrgica de Chorãozinho que fabrica os trilhos para a construtora, só os fornece num único comprimento  $M \geq 2^k$ . Xitoró obtém os trilhos nos comprimentos corretos para a ferrovia fracionando esses trilhos fornecidos por Chorãozinho.

Xitoró contratou você para determinar qual o menor número de trilhos de comprimento  $M$  ele precisa comprar de Chorãozinho, e como devem ser feitos os cortes.

Projete um algoritmo guloso eficiente para resolver esse problema de forma ótima, **apresentando cada um dos passos que fundamentam a corretude de seu algoritmo de acordo com o paradigma estipulado**, conforme visto em aula. Descreva também sua complexidade.

Uma entrada para seu algoritmo é constituída dos  $k + 1$  valores de  $t_i$ ,  $i = 0, \dots, k$ , e do comprimento  $M$  que a metalúrgica de Chorãozinho está usando nesta semana.

2. Seja  $S = (s_1, s_2, \dots, s_n)$  uma sequência de  $n$  inteiros positivos. Define-se o *desequilíbrio* de  $S$ , denotado  $D(S)$ , como a diferença entre seu maior e seu menor elementos.

Dados um inteiro positivo  $k$  e uma sequência de  $n$  inteiros positivos  $P = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ , observe que se podem construir  $2^n$  sequências de  $n$  elementos quando se soma **ou** se subtrai o valor de  $k$  **a cada um** dos elementos da sequência  $P$ .

**Exemplo:** se  $P = (4, 1, 10)$  e  $k = 2$ , entre as **oito** sequências que se podem construir estão  $P_1 = (2, 3, 12)$ ,  $P_2 = (6, 3, 8)$ ,  $P_3 = (2, -1, 8)$ ,  $P_4 = (6, -1, 12)$ , etc., as quais têm *desequilíbrios*  $D(P_1) = 10$ ,  $D(P_2) = 5$ ,  $D(P_3) = 9$ ,  $D(P_4) = 13$ , etc. Divirta-se construindo as demais quatro sequências e calcule seus *desequilíbrios*.

Projete um algoritmo guloso eficiente que recebe em sua entrada apenas a sequência  $P$  e determina **um** valor de  $k$  com o qual se pode construir uma nova sequência *de desequilíbrio mínimo* a partir de  $P$ , **apresentando cada um dos passos que fundamentam a corretude de seu algoritmo de acordo com o paradigma estipulado**, conforme visto em aula. Descreva também sua complexidade.

**Exemplo:** se a entrada é a sequência  $P = (4, 1, 10)$ , verifique que **um** valor de  $k$  com o qual se pode construir uma nova sequência *de desequilíbrio mínimo* a partir de  $P$  é  $k = 4$ . (Note que a resposta pode não ser única.)

3. Dado um inteiro positivo  $n$ , queremos expressá-lo na forma:

$$n = t_0 \cdot 3^0 + t_1 \cdot 3^1 + t_2 \cdot 3^2 + \dots + t_k \cdot 3^k,$$

onde  $t_i \in \{-1, 0, 1\}$  para  $i = 0, 1, 2, \dots, k$ .

Projete um algoritmo guloso eficiente que recebe em sua entrada um inteiro positivo  $n$  e determina o menor valor de  $k$  com o qual se pode expressar  $n$  na forma acima e imprime os correspondentes coeficientes  $t_i$  para  $i = 0, 1, 2, \dots, k$ , **apresentando cada um dos passos que fundamentam a corretude de seu algoritmo de acordo com o paradigma estipulado**, conforme visto em aula. Descreva ainda sua complexidade.

**Exemplo:** Se a entrada é 2016, uma saída correta é: 0 0 -1 0 1 -1 0 1  
pois  $2016 = 0 \cdot 3^0 + -1 \cdot 3^2 + 0 \cdot 3^3 + 1 \cdot 3^4 + -1 \cdot 3^5 + 0 \cdot 3^6 + 1 \cdot 3^7 = -9 + 81 - 243 + 2187$ .