

## MC558 Projeto e Análise de Algoritmos

Primeiro semestre de 2021

### Teste 4

#### Instruções:

- (i) As respostas devem ser digitadas usando qualquer editor/formatador (sugiro  $\text{\LaTeX}$ , se você souber usar). As submissões devem ser feitas em formato pdf no Google Classroom; você pode anexar figuras, mas gere um único arquivo. Soluções que não respeitem estas condições receberão **nota ZERO**.
- (ii) Todas as respostas devem ter justificativas (corretude e/ou complexidade), a menos que a questão diga explicitamente que não são necessárias.
- (iii) Você pode usar qualquer resultado ou algoritmo visto em aula. Conforme o caso, enuncie o resultado ou escreva qual é a complexidade do algoritmo, caso seja necessário na análise de complexidade.
- (iv) Em qualquer questão que exija um pseudo-código complicado, explique sua ideia antes de escrevê-lo (no máximo uma página, mas isto provavelmente é muito dependendo da questão). Outra forma é você explicar em alto nível o que faz cada trecho de código.

Sua explicação deve ser boa o suficiente para me convencer que o algoritmo funciona (inclua provas de resultados auxiliares, se necessário). Note que explicar bem não é o mesmo que explicar muito. Soluções que tenham pseudo-códigos complicados, mas sem nenhuma tentativa razoável de explicação não serão consideradas.
- (v) Os pseudo-códigos devem ter estilo semelhante aos apresentados em aula ou que estão no livro do CLRS. Pseudo-códigos com trechos de linguagem de programação como C ou Python **não** serão aceitos. Você pode implementar um programa para resolver a questão, se quiser, mas **não** aceitarei como resposta um copy-and-paste do código sob nenhuma hipótese.
- (vi) Em um pseudo-código você pode devolver diretamente um conjunto (e.g., escreva “devolva  $Q$ ”). Você pode usar instruções em português também, e.g., “devolva os vértices da árvore  $T$ ” ou “ordene a sequência  $X$ ” ou “execute DFS sobre o grafo  $G$ ”. Há muitas situações em que é razoável usar uma instrução deste tipo. Tenha em mente que uma instrução deste tipo consome uma certa quantidade de tempo que você deve analisar e deve ser razoavelmente óbvio (para mim) que ela pode ser executada no tempo descrito.
- (vii) Em qualquer questão que exija uma descrição de um algoritmo em alto nível (sem pseudo-código), descreva-o de maneira clara e precisa em português. A descrição dos seus passos deve ter detalhes suficientes para eu poder concluir que o algoritmo tem a complexidade exigida.
- (viii) Se você usar alguma notação que não está nos slides ou no CLRS, você deve explicar precisamente o que representa. Não tenho como saber toda notação usada em outras fontes. É esperado também que ninguém invente uma notação para algo que já tem uma notação definida e que foi bastante usada nas aulas.

- (50 pontos) Seja MM o *problema da multiplicar duas matrizes quadradas*: uma instância  $I_{MM} = (A, B, n)$  de MM consiste de duas matrizes quadradas  $A$  e  $B$  de ordem  $n$  e a saída é a matriz  $C = A \times B$ .

Seja MQ o *problema de calcular o quadrado de uma matriz quadrada*:

uma instância  $I_{MQ} = (P, n)$  de MQ consiste de uma matriz quadrada  $P$  de ordem  $n$  e a saída é a matriz  $Q = P \times P$ .

Suponha que MM tenha cota inferior  $\Omega(n^{2.5})$ . Mostre que MQ tem cota inferior  $\Omega(n^{2.5})$ . Descreva claramente as funções  $\tau_I$  e  $\tau_S$ . **Justifique.**

**Observações:** espero uma resposta nos moldes dos exemplos vistos nos slides. Não me pergunte o quanto ou como a resposta deve ser justificada. Veja os exemplos.

- (50 pontos) Um fabricante de plásticos planeja criar um novo produto a partir de misturas de 4 compostos químicos que chamaremos simplesmente de 1, 2, 3 e 4. Estes compostos são feitos de três elementos  $A$ ,  $B$  e  $C$  (e outros elementos irrelevantes). A composição e o custo por quilo destes compostos estão indicados na tabela abaixo:

Composto Químico	1	2	3	4
Porcentagem de A	30	20	40	20
Porcentagem de B	20	60	30	40
Porcentagem de C	40	15	25	30
Custo por Kg	20	30	20	15

O novo produto deve ser constituído de exatamente 20% do elemento  $A$ , pelo menos 30% do elemento  $B$  e pelo menos 20% do elemento  $C$ . Devido a efeitos colaterais dos compostos 1 e 2, eles não podem exceder 30% e 40% da composição do novo produto, respectivamente. Nesta questão você deve projetar um programa linear para encontrar o modo mais barato de fazer a mistura para um quilo do produto.

- Descreva as variáveis do seu programa linear e **obrigatoriamente** descreva **sucintamente** o que cada uma representa. **A falta da descrição acarretará em desconto 30 pontos.**
- Descreva a função objetivo do seu programa linear e se o problema é de minimização ou maximização.
- Não use notação matricial para descrever as restrições!** Faça como nos slides: escreva explicitamente os coeficientes e lado direito de cada restrição. O não cumprimento desta regra resultará em um desconto de 30 pontos.