

MC558 Projeto e Análise de Algoritmos

Primeiro semestre de 2021

Teste 1

Observações:

- (i) As respostas devem ser digitadas usando qualquer editor/formatador (sugiro \LaTeX , se você souber usar). As submissões devem ser feitas em **formato pdf** no Google Classroom; você pode anexar figuras, mas gere um único arquivo. **Submissões que não respeitem estas condições receberão nota zero.**
 - (ii) Todas as respostas devem ter justificativas. Você pode usar qualquer resultado visto em aula.
 - (iii) Este teste deve ser interpretado como uma avaliação do seu conhecimento obtido durante o curso e de como você o usa para resolver as questões. **Não é permitido** o uso de nenhum resultado “super-geral” que aparece em alguma referência que dê automaticamente a resposta de uma questão.
 - (iv) A qualidade da apresentação das respostas será levada em conta na avaliação.
 - (v) O entendimento das questões faz parte da avaliação.
-
1. Seja G um grafo (X, Y) -bipartido. Suponha que todo vértice em X tem grau $k > 0$ e todo vértice em Y tem grau $r > 0$. Descreva uma identidade (fórmula) envolvendo apenas k, r, X e Y . Usando isto, responda se existe um tal grafo (X, Y) -bipartido com $k = 3, r = 7$ e 100.000.642 vértices.
 2. Seja $d_1 \geq d_2 \geq \dots \geq d_n$ uma sequência de inteiros positivos. Prove que $d = (d_1, \dots, d_n)$ é a sequência de graus de alguma **árvore** se, e somente se, $\sum_{i=1}^n d_i = 2n - 2$. Por exemplo, existe uma árvore cuja sequência de graus é $(4, 3, 2, 1, 1, 1, 1, 1)$, mas não existe árvore cuja sequência de graus é $(4, 3, 3, 2, 1, 1, 1, 1)$.