

基于0-1规划与多目标规划交巡警服务平台设置与调度的研究

摘 要

本文针对交巡警服务平台设置和调度的两个问题进行数学建模并求解。

首先通过邻接矩阵表示此交通网络将此问题进行简化, 并使用0-1管辖矩阵描述平台与路口间管辖约束关系。

问题一中包含三个子问题. 针对第一个子问题, 我们建立了0-1整数规划模型对A区现有交巡警服务平台资源进行部署, 从而使得所有路口的响应时间最短, 最终求得响应时间超过三分的路口有6个. 但这导致了平台工作量不均衡问题. 在超时(路口响应时间超过3分钟)路口数量为6不变情况下, 对工作量的均衡性进行了进一步优化, 从而使得平台工作量达到最均衡. 模型的均衡性量化值由原来的2.3890降低到1.3910. 针对第二个问题, 为了最小化封锁时间(即所有平台到达时间最大者), 我们建立了0-1整数规划模型, 求得封锁时间最优为8.015分钟. 在满足封锁时间最优的基础上, 最优化各个平台到达要道的平均响应时间, 从而使平均响应时间达到3.553分钟. 针对第三个问题, 我们通过建立多重规划模型对超时路口数量、平台工作量均衡性以及日出警时间三个方面进行了逐层筛选、综合优化, 得出当增设平台数量为4个, 平台位置为 29, 40, 48, 88时整体达到最优。

问题二中包含两个子问题. 针对第一个子问题, 首先通过0-1规划模型给各个区平台划分管辖范围, 然后在超时路口数量、工作量的均衡性、每个平台平均工作量、每个平台服务的人口数量以及面积五个方面对6个区进行了综合分析, 得出C, E, F区存在局部地区出警时间过长的问题, 同时C区各平台工作量离散程度及平均工作量远高于其他城区, 此问题可利用多目标规划模型增设平台进行解决. 通过在C区新增设六个服务平台, 使得C区平台平均工作量由原11.012(次/天)降至8.139(次/天), 超时路口数由47降至15, 均衡量化值由4.1080降低为2.6408. D区平台平均服务人口与面积远高于其他城区, 可通过增加D区各交巡警平台警力配备、提高负载能力解决. 针对第二个子问题, 通过建立动态规划模型对罪犯进行围堵. 以3分钟为起始时间, 10秒为时间间隔对时间离散化, 在每个时间阶段通过循环执行如下两步以逐渐达到目标值: 分析犯罪分子的可能位置, 从而获得围堵犯罪分子的路口集合; 根据现有警力通过最大二分匹配判断能否得到围捕犯罪分子的解决方案, 不能则根据最大二分匹配结果得到此刻可围堵路口的最优平台分配围堵方案. 根据上述动态规划模型最终获得成功围捕犯罪分子的最短时间为8分50秒。

关键词 0-1规划 Dijkstra 多目标规划 动态规划

1 问题重述

警察肩负着刑事执法、治安管理、交通管理、服务群众四大职能,为了更有效的贯彻实施这些职能,需要在市区交通要道和重要部位设置交巡警服务平台. 每个交巡警服务平台的职能和警力配备基本相同. 由于警务资源是有限的,如何根据城市的实际情况与需求合理地设置交巡警服务平台、分配各平台的管辖范围、调度警务资源是警务部门面临的一个实际课题.

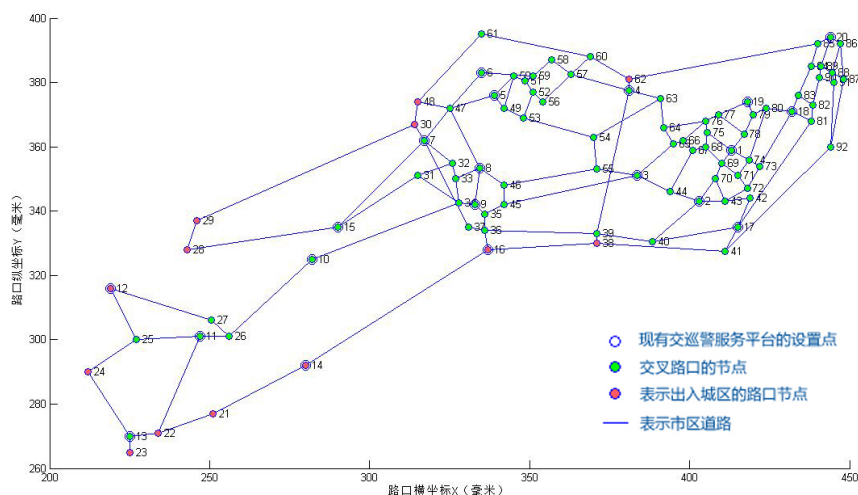


Figure 1: A区交通网络图

要求就某市设置交巡警服务平台的相关情况,建立数学模型分析研究下面的问题:

(1)根据附件中给出的该市中心城区A的交通网络和现有的20个交巡服务平台的设置情况示意图及相关数据信息,为各交巡警服务平台分配管辖范围,使其在所管辖范围内出现突发事件时,尽量能在3分钟内有交巡警(警车时速为 $60km/h$)到达事发现场.

对于重大突发事件,需要调度全区20个交巡警服务平台的警力资源,对进出该区的13条交通要道实现快速全封锁.实际中一个平台的警力最多封锁一个路口,要求给出该区交巡警服务平台警力合理的调度方案.

根据现有交巡警服务平台的工作量不均衡和有些地方出警时间过长的实际情况,拟在该区内再增加2至5个平台,要求确定需要增加平台的具体个数和位置.

(2)针对全市(主城六区A, B, C, D, E, F)的具体情况,按照设置交巡警服务平台的原则和任务,分析研究该市现有交巡警服务平台设置方案(详见附件)的合理性.如果有明显不合理,给出解决方案.

如果该市地点P(第32个节点)处发生了重大刑事案件,在案发3分钟后接到报警,犯罪嫌疑人已驾车逃跑.为了快速搜捕嫌疑犯,给出调度全市交巡警服务平台

警力资源的最佳围堵方案.

2 问题的分析

2.1 对问题一的分析

问题一中包含如何合理分配交巡警平台的管辖范围、如何快速封锁A区以及合理分配和怎样安排新的平台的数量和位置这三个子问题. 下面针对每个子问题进行单独分析.

针对第一个子问题, 考虑到影响交巡警平台管辖范围的最主要的因素是到达时间, 所以为了最小化到达时间, 本文根据每个路口与附近的交巡警平台距离最短路径对路口分配到达时间最短的交巡警平台. 通过计算路口与交巡警平台的最短路径, 进而为路口分配距离最近的交巡警平台. 在满足超过三分钟到达的路口数量最小化条件下, 最小化交巡警平台的工作量, 从而对原方案的工作量不均衡问题做进一步优化, 得到更加合理的管辖分配方案.

针对第二个子问题, 即如何在尽短时间内将A区封锁, 为使封锁时间最小化, 可采用0-1规划最小化要道到达时间的最大值, 从而实现13个路口设定对应的交巡警平台.

针对第三个子问题, 为了综合考虑工作量均衡性以及出警时间合理性, 可采用三重目标规划对所有路口进行分析. 首先以最少化超时路口数量为目标筛选出4组数据, 然后再通过最优化工作量均衡性、最小化日出警路程两层目标对四组数据进行逐层筛选, 选择最合理新交巡警服务平台位置.

2.2 对问题二的分析

问题二中包含两个子问题. 首先分析现有交巡警服务平台设置方案的合理性并对不合理部分给出解决方案, 另外提出迅速逮捕在逃嫌疑犯的围捕方案.

针对第一个子问题, 从超时路口数量、工作量的均衡性、平均平台工作量、平均平台服务人口以及平均平台服务面积五个方面进行分析. 从这几个方面的分析结果中发现了现有设置方案在五个方面中都存在不合理部分, 通过最优化方法对原来的平台部署方案进行适当调整, 并由此提出相应的解决方案.

针对第二个子问题, 由于犯罪分子已经逃离3分钟, 具体位置不能够确定, 而且犯罪分子的可能位置还会受警察封锁位置的影响. 所以使用全局最优化方法很难解决这个问题. 为了能够动态改变交巡警的部署方案, 本文利用动态规划模型来逐阶段对犯罪分子进行围捕. 在每个阶段, 计算能够围堵犯罪分子的所有路口并计算能够到达这些路口的可用平台, 从而进行围捕. 利用二分图的最大匹配判断是否能够对犯罪分子进行围捕. 如果不能, 则对需要围堵且可围堵路口节点进行围堵, 并调整当前时间. 由此通过动态规划模型解决此围捕问题.

3 模型假设和符号说明

3.1 模型假设

1. 警车以及歹徒车辆都以匀速率 $60km/h$ 行驶, 不存在影响车辆行驶速度的其他因素;
2. 一个平台的警力最多封锁一个路口, 每个路口都只需要有一个交警服务平台管辖;
3. 路口增设新的交巡警平台不影响路口的发案率;
4. 接到报警后, 交巡警平台立即展开围捕行动, 无延时.

3.2 名词解释

响应时间: 交巡警平台到所管辖路口的所有路径的最短时间;

响应路程: 交巡警平台到所管辖路口的所有路径的最短路程;

日出警路程: 交巡警平台每天到所管辖案发地点的出警路程;

超时: 路口响应时间超过3分钟;

工作量: 交巡警平台每天接收到的报案次数;

平台: 文中提及“平台”均指交巡警平台;

外围出口: 犯罪分子即将要到达但还未到达的路口.

3.3 符号说明

i	交巡警平台的编号;
j	交通路口节点的编号;
k	进出口的路口的编号;
e_{j_1, j_2}	相邻路口 j_1 到 j_2 的路程. 若不相邻, 则值为 ∞ . 单位: 公里;
x_{ij}	当 $x_{ij} = 1$ 时, 平台 i 管辖路口 j ; 为零时不管辖. $x_{ij} = 0, 1$;
l_{ij}	交巡警平台 i 与路口 j 间的最短路程. 单位: 公里;
p_j	路口 j 所被管辖的平台编号;
r_j	路口 j 的发案率. 单位: 次数/天;
f_j	超时路口标记, 即路口 j 是否为超时路口;
w_i	交巡警平台 i 的工作量. 单位: 次数/天;
s_i	路口 i 的日出警路程. 单位: 次数/天;
w_i^0	交巡警平台 i 初始时已分配工作量. 单位: 次数/天;
t_i	交巡警平台 i 到所管辖路口的平均到达时间. 单位: 秒;
b_i	在围堵问题中, 交巡警平台 i 是否已经围堵, 即当前是否可用;
d_j	在当前时刻路口 j 与P点的最短路程. 单位: 公里;
u_{ij}	在当前时刻平台 i 能否到达路口 j . 为1时表示能到达.

4 模型的建立与求解

4.1 模型准备

为了使得所述问题更方便用数学模型解决, 本文根据所给数据将交通网络图用 (J, E) 表示, 其中顶点集合 J 中的元素 j 表示每个路口, 边集矩阵 E 的元素 e_{j_1, j_2} 表示路口 j_1 与 j_2 之间的路程, 可通过

$$e_{j_1, j_2} = \begin{cases} \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} & j_1 \text{ 与 } j_2 \text{ 之间有道路直接相连} \\ \infty & j_1 \text{ 与 } j_2 \text{ 之间没有道路直接相连} \end{cases} \quad (1)$$

来获得, 其中, j_1 与 j_2 的位置坐标用 (x_1, y_1) 与 (x_2, y_2) 表示.

为了方便为交巡警服务平台分配管辖范围以及围捕时为每个交巡警平台选择合理路径, 需要获得所有路口间的最短路径, 根据矩阵 E 可以根据Dijkstra求得所有平台与所有路口之间的路程矩阵 L . L 中的元素 l_{ij} 表示交巡警平台 i 到路口 j 的最短路径.

另外为了方便利用0-1规划解决问题, 本文添加另一个0-1矩阵 X 表示所有路口的管辖范围, 其中的元素 x_{ij} 表示平台 i 是否管辖路口 j , 为1时表示有管辖关系. 为了满足所有路口都需要且仅需要一个平台来服务, 可使用以下等式来约束:

$$\sum_{i=1}^{20} x_{ij} = 1, j = 1, 2, \dots, 92. \quad (2)$$

4.2 问题一的解决

本问题含有三个子问题, 本文分别针对每个问题采用如下解决方法.

4.2.1 问题1.1的解决

根据4.1模型准备中根据Dijkstra算法求出的每个平台*i*到每个路口*j*之间的最短路径*l_{ij}*, 能够方便为每个路口分配最近的平台. 由此, 通过建立0-1规划模型最小化所有路口响应路程之和*S*. 即

$$\begin{aligned} \min S &= \sum_{i=1}^{20} \sum_{j=1}^{92} x_{ij} \cdot l_{ij} \\ s.t. \\ \sum_{i=1}^{20} x_{ij} &= 1, j = 1, 2, \dots, 92 \\ x_{ij} &= 0, 1 \end{aligned} \quad (3)$$

根据非零的*x_{ij}*获得每个平台的管辖范围. 结果如表1所示.

Table 1: 各平台管辖范围

平台号 <i>i</i>	1	2	3	4	5
管辖路口 编号 <i>j</i>	1, 67, 68, 69, 71, 73, 74, 75, 76, 78	2, 39, 40, 43, 44, 70, 72	3, 54, 55, 65, 66	4, 57, 60, 62, 63, 64	5, 49, 50, 51, 52, 53, 56, 58, 59
平台号 <i>i</i>	6	7	8	9	10
管辖路口 编号 <i>j</i>	6	7, 30, 32, 47, 48, 61	8, 33, 46	9, 31, 34, 35, 45	10
平台号 <i>i</i>	11	12	13	14	15
管辖路口 编号 <i>j</i>	11, 26, 27	12, 25	13, 21, 22, 23, 24	14	15, 28, 29
平台号 <i>i</i>	16	17	18	19	20
管辖路口 编号 <i>j</i>	16, 36, 37, 38	17, 41, 42	18, 80, 81, 82, 83	19, 77, 79	20, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92

其中, 响应路程超过3公里(即响应时间超过3分钟)的有表2所示的6个路口.

Table 2: 响应路程超过3公里的路口

路口编号 j	28	29	38	39	61	92
被管辖平台号 i	15	15	16	2	7	20
响应路程 l_{ij}	3.682	4.190	4.752	5.701	3.406	3.601

虽然上述方案能够使得所有路口的响应时间最短, 从表中可以看出此方案可能导致工作量的不均衡. 为此, 根据

$$w_i = \sum_{j=1}^{92} x_{ij} \cdot r_j \quad (4)$$

求得所有平台工作量. 从图2可以看出, 上述方案会导致交巡警平台工作量的不均衡, 从而使得警力资源得不到合理分配.

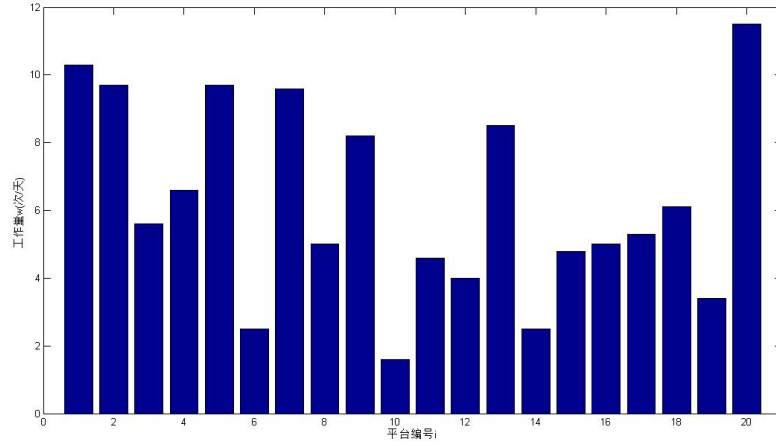


Figure 2: 各交巡警平台的工作量

为了解决上述问题, 我们在满足响应时间超过3分钟的路口个数最小化基础上, 使得所有平台的工作量的方差最小, 从而可以使得工作量最为均衡.

在满足超时路口响应时间最短的情况下, 依据平台工作量离散程度最小化对所有交巡警平台的各管辖路口进行重新管辖分配. 由上可知, 为了满足时间最小化, 将会导致: 所有超时路口所被管辖平台不再变化; 超时路口所被管辖平台初始工作量不为零. 为了衡量平台工作量离散程度, 所有可用平台工作量与平均值5.94(次/天)平均距离 R 来衡量, 假定 f_j 表示路口 j 是否为超时路口, w_i^0 表示平台工作量的初始值, 则建立以下数学模型:

$$\min R = \frac{1}{20} \sum_{i=1}^{20} \left| w_i^0 + \sum_{j=1}^{92} x_{ij} \cdot r_j - 5.94 \right|$$

s.t.

$$\sum_{i=1}^{20} x_{ij} \cdot l_{ij} \leq 3, j = 1, 2, \dots, 92, \quad (5)$$

$$f_j + \sum_{i=1}^{20} x_{ij} = 1, j = 1, 2, \dots, 92,$$

$$x_{ij} = 0, 1.$$

其中, 通过约束1使得所有路口的响应路程不会超过3公里, 约束2保证了所有超时路口不会重新分配平台以及其他路口有且只有一个平台为之服务. 由上述规划模型得到新的管辖分配方案如表3所示.

Table 3: 调整后的各平台管辖范围

平台号 <i>i</i>	1	2	3	4	5
管辖路口 编号 <i>j</i>	2, 44, 68, 74, 75	1, 17, 39, 78	3, 54, 55, 66, 67, 70	4, 57, 60, 62, 63, 64	6, 49, 53, 58
平台号 <i>i</i>	6	7	8	9	10
管辖路口 编号 <i>j</i>	7, 50, 51, 52, 56, 59	5, 30, 48, 61	32, 33, 35, 37, 47	9, 16, 34	10
平台号 <i>i</i>	11	12	13	14	15
管辖路口 编号 <i>j</i>	11, 26, 27	12, 25	13, 21, 22, 23, 24	14	15, 28, 29, 31
平台号 <i>i</i>	16	17	18	19	20
管辖路口 编号 <i>j</i>	8, 36, 38, 45, 46	40, 41, 42, 43	19, 20, 72, 79, 88	65, 69, 71, 73, 76, 77, 80	18, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 89, 90, 91, 92

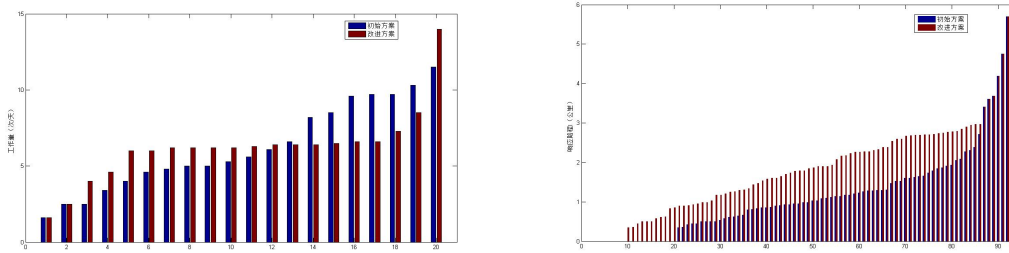


Figure 3: 两种方案的工作量及响应时间对比

原方案的 R 值为2.3890, 本方案在保证超时路口数仍为6的情况下 R 值减小为1.3910. 通过图3也可以看出, 改进方案的工作量比原初始方案的更加均衡, 但是响应时间有所延长, 但仍保证了超时路口没有新增.

4.2.2 问题1.2的解决

由问题分析可知, 所有要道的响应时间最大值即为封锁时间, 即通过建模为13个要道路口分配交巡警平台, 使封锁时间最小化.

设 k 为要道路口编号, 则每个要道路口有且仅有一个平台来进行围堵. 另外, 每个平台最多围堵一个要道路口. 为了使封锁时间最小化, 可通过最小化所有要道响应路程的最大值 D 来解决. 为此建立如下0-1规划模型:

$$\begin{aligned}
 \min D &= \max_{i=1}^{20} \left\{ \sum_{k=1}^{13} x_{ik} \cdot l_{ik} \right\} \\
 s.t. \quad & \sum_{k=1}^{13} x_{ik} \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, 20, \\
 & \sum_{i=1}^{20} x_{ik} = 1, \quad k = 1, 2, \dots, 13, \\
 & x_{ik} = 0, 1.
 \end{aligned} \tag{6}$$

经计算可知, $D_{\min} = 8.015457$ 公里, 对应的相应平台 i 和要道路口 k 为 $i = 7, k = 9$ (即路口29). 经验证, 满足上述条件最优分配方案不止一种, 为此需要通过多目标规划来筛选出最合适的围堵方案.

除了保证 D 最小外, 另一个重要的指标是平均响应时间. 平均响应时间越短, 交巡警越能尽快对全区进行围堵. 所以, 在满足上述 D 值最优 (即 $D_{\min} = 8.015457$) 情况下, 通过最优化总响应路程 S' 即最优化响应时间筛选出最合理的围堵方案. 为此, 建立如下模型:

$$\begin{aligned}
\min S' &= \sum_{i=1}^{20} \sum_{k=1}^{13} x_{ik} \cdot l_{ik}, \\
s.t. \quad & \\
& x_{ik} \cdot l_{ik} \leq 8.015457, \\
& \sum_{k=1}^{13} x_{ik} \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, 20, \\
& \sum_{i=1}^{20} x_{ik} = 1, \quad k = 1, 2, \dots, 13, \\
& x_{ik} = 0, 1.
\end{aligned} \tag{7}$$

由上述模型获得负责封锁各要道的交巡警平台分配方案如表(4)所示.

Table 4: 封锁A区的围堵方案

要道编号 k	1(12)	2(14)	3(16)	4(21)	5(22)	6(23)	7(24)
所封锁平台 i	12	16	9	14	10	13	11
响应路程 l_{ik} (公里)	0	6.742	1.533	3.265	7.708	0.5	3.805
要道编号 k	8(28)	9(29)	10(30)	11(38)	12(48)	13(62)	
所封锁平台 i	15	7	8	2	5	4	
响应路程 l_{ik} (公里)	4.752	8.015	3.061	3.982	2.476	0.35	

4.2.3 问题1.3的解决

通过对问题1.3的问题分析, 综合考虑工作量均衡性以及出警时间合理性, 采用多重目标规划确定新平台的数目与位置.

通过分析题目发现, 影响交巡警平台布置的最主要因素有以下三个:

1. 超时路口的数量, 即响应时间超过3分钟的路口. 初始时为6个, 具体如表2所示. 为了最优化超时路口数量, 对模型进行以下优化:

$$\min N = \sum_{j=1}^{92} f_j, \tag{8}$$

显然, 只需要在六个超时路口 $j_0 (j_0 = 1, 2, \dots, 6)$ 路程不超过3公里(即3分钟路程)的范围寻找未设平台的路口, 即满足 $l_{j,j_0} \leq 3$ 的路口 j . 通过计算查找满足此条件下的所有初始候选路口编号见表5. 由于28和29以及38和39的候选安置点相同, 所以可将这四组合并成两组. 最终分组情况如表6阶段一所示. 显然, 只需要在每组中选择一个安置点即可让所有路口响应时间控制在3分钟以内即可保证不存在超时路口.

2. 所有平台工作量的均衡性. 通过上面的最优化可得到几组候选安置点. 在每个候选安置点处安置新的交巡警平台并重新进行管辖范围分配, 然后用调整后的所有平台 i 工作量 w_i 的方差

$$\min \sigma^2 = \frac{1}{21} \sum_{i=1}^{21} (w_i - \bar{w})^2, \text{ 其中 } \bar{w} = \frac{1}{21} \sum_{j=1}^{92} r_j \quad (9)$$

来衡量均衡性. 所有候选安置点的工作量方差分布如图5所示. 从图中可以看出, 通过对每一组数据筛选出方差最小的候选点. 这样, 每组中方差比较大的38, 61, 90和92将会被舍弃. 筛选后的候选安置点如表6阶段二所示.

3. 日出警路程 s_i , 即交巡警平台每天到所管辖案发地点的出警路程. 可利用

$$s_i = \sum_{j=1}^{92} x_{ij} \cdot r_j \cdot l_{ij} \quad (10)$$

来求得. 通过前两部的优化筛选已经过滤掉大部分路口, 但仍然存在不止一种方案. 为此需要通过日出警路程作进一步筛选. 用于筛选的目标函数为:

$$\min F = \min \left\{ \sum_{j=1}^{92} x_{ij} \cdot r_j \cdot l_{ij} \right\}. \quad (11)$$

这一阶段主要对第四组数据进行筛选. 第四组候选点的 F 值分别为:44.240, 34.137, 36.959, 36.419. 所以第四组最终选择88路口. 同理前两组选择路口29及40.

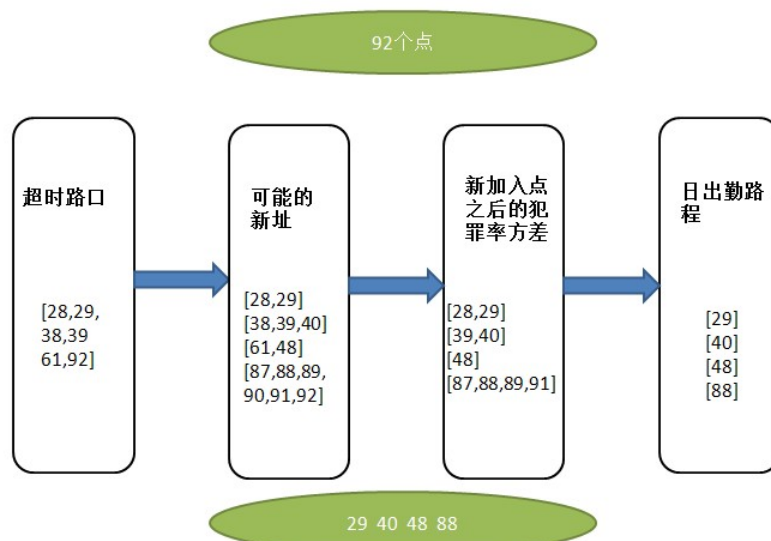


Figure 4: 多目标规划流程

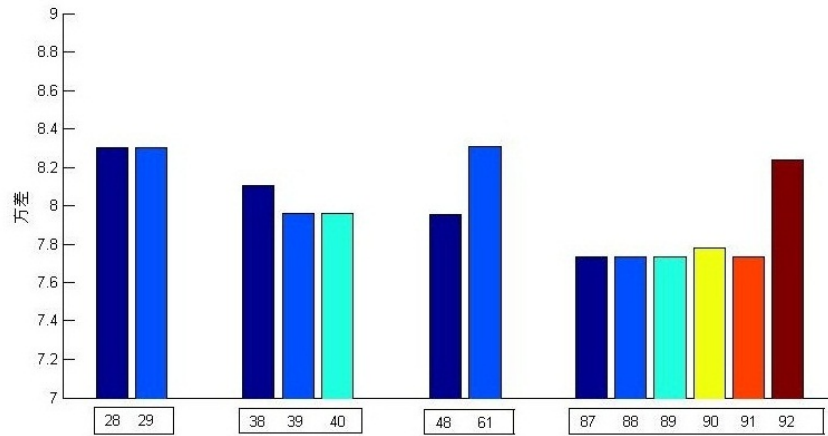


Figure 5: 候选安置点工作量方差分布

为此, 通过对上述四个目标建立多目标规划模型, 逐层目标进行筛选并确定最终新交巡警平台安置情况. 最终的安置数量为4, 安置位置分别是编号为29, 40, 48以及88的路口.

Table 5: 初始候选平台安置点

超时路口 j_0	28	29	38	39	61	92
初始候选平台安置点 j	28, 29	28, 29	38, 39, 40	38, 39, 40	48, 61	87, 88, 89, 90, 91, 92

Table 6: 合并后初始候选平台安置点

超时路口 j_0		28, 29	38, 39	61	92
初始候选平台安置点 j	阶段一	28, 29	38, 39, 40	48, 61	87, 88, 89, 90, 91, 92
	阶段二	28, 29	39, 40	48	87, 88, 89, 91
	阶段三	29	40	48	88

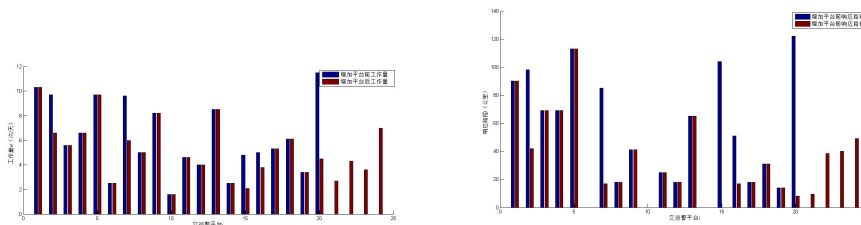


Figure 6: 增加新的平台前后响应路程与工作量对比

4.3 问题二的解决

本问题可分解为两个子问题来分别进行求解. 首先分析现有交巡警服务平台设置方案的合理性并对不合理部分给出解决方案, 另外提出迅速逮捕在逃嫌疑犯的围捕方案. 下面针对这两个子问题分别进行解决.

4.3.1 问题2.1的解决

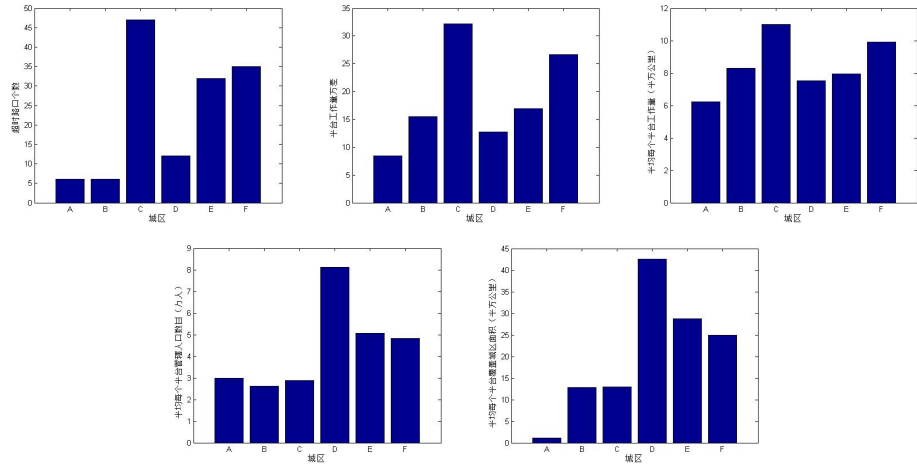


Figure 7: 六区在超时路口数量、平台工作量方差、平均工作量、平均平台服务人口以及平均平台服务面积的分布

依据设置交巡警服务平台的原则和任务, 为考察各区平台出警时间和工作量(方差, 平均值)的实际情况及地域因素(平均每个平台所管辖人口数, 平均每个平台所覆盖城区面积), 首先按照最短时间(公式3)分别对每个城区交巡警平台管辖路口范围进行分配, 再依据每个城区超时路口个数, 平台工作量方差, 平均每个平台工作量, 平均每个平台管理人口数目, 平均每个平台所管辖区域面积五个指标对六个城区进行对比分析, 结果如图7.

1. 由图7的超时路口柱状分布图可知, C, E, F区超时路口个数均大于其他城区, 其中C区远高于其他5个城区. 由各区平台工作量方差柱状分布图可知, C区方差高于其他地区, 即由各平台工作量大小不均衡程度过高造成. 由平均平台工作量柱状分布图可知, C区平台平均工作量远高于其他城区, 这主要由平台数目过少导致. 因此, 综合上述三个指标, 针对C区存在的平均工作量过大, 工作量分配不均及超时路口数量过多等不合理情况, 结合4.2.3提出的多目标规划模型, 通过增设平台对平台设置方案不合理问题提出解决措施.

- (a) 平台平均工作量. 通过所有城区平台总工作量除以总平台数目计算可得6个城区所有平台平均工作量为8.431(次/天), 当C城区平台增设

数目至少为6时,可使C城区平均工作量由11.012(次/天)降至平均水平下,为8.139(次/天).

- (b) 超时路口数量. 通过统计可在3分钟内响应C城区每个超时路口的路口,采用贪婪算法,求得所有路口中增设平台后可使超时路口数量减少最多的路口,更新超时路口节点位置信息,重复上述操作,直至求得6个增设平台路口位置.最终获得增设平台最优减少超时路口方案,增设结果位置为200, 206, 238, 261, 285, 315, 超时路口由原有47个降至15个,减少32个.
- (c) 依据4.1.1(见公式5),在满足时间最小化的前提下,设置超时路口所被管辖平台初始工作量不为零,通过平台工作量离散程度最小化对交巡警平台的各管辖路口重新分配管辖范围,实现对C区各平台工作量进行均衡配置,设置平台管辖范围,均衡量化值 R 值由原来的4.1080降低为2.6408.改进前后各平台与平均值的差值分布如图所示.

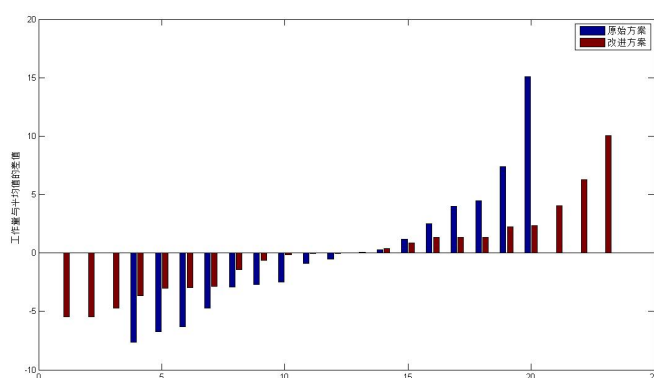


Figure 8: 改进前后各平台与平均值的差值分布

2. 针对平均每个平台管理人口数目以及平均每个平台所管辖区域面积两个指标, D城区平均每个平台管理人口数目, 平均每个平台覆盖区域面积均远高于其他城区. 由于警力配备基本相同, 每个平台负担较大, 可能出现现有警力无法满足工作量需求情况. 具体体现为交巡警平台在执行服务群众等职能时, 原有平台警力无法满足实际服务人数及区域面积需求. 可通过增加交巡警平台警力配备提高其处理任务的负担能力, 从而解决任务量较大时现有平台可能难以负担的问题.

4.3.2 问题2.2的解决

通过前文对问题2.2的分析, 本文使用动态规划方法来解决围捕问题. 为了能够精确而又高效的解决问题, 对时间以10秒为单位进行了离散化. 在每一个时间阶段都要执行两个任务: 分析犯罪分子的可能位置, 从而获得包围犯罪分子的路口集合; 根据现有警力得到围捕犯罪分子的解决方案.

1. 分析犯罪分子的可能位置, 从而获得包围犯罪分子的路口集合. 令 d_{j_1} 表示当前时刻 j_1 与P路口的最短路程, 首先根据当前时间 t (以报案时间为0时间原点)获得逃犯能够到达的所有路口 j_1 , 即满足

$$d_{j_1} \leq \frac{t}{6} + 3. \quad (12)$$

然后根据所有可达路口 j_1 求出所有不能到达但已经在到达的路上路口 j_2 , 即能够包围犯罪分子的路口. 可通过搜索 j_1 邻接路口并满足

$$d_{j_2} > \frac{t}{6} + 3 \text{ 且 } e_{j_1, j_2} \neq \infty \quad (13)$$

的路口 j_2 即为包围路口. 假设路口 j_2 的数量为 n .

2. 根据现有警力得到围捕犯罪分子的解决方案. 由上述步骤已经求出所有包围路口 j_2 . 首先判断是否能够将犯罪分子围住. 令 b_i 表示当前平台 i 是否已经被部署围堵路口, 即当前是否可用, $b_i = 1$ 时表示可用. u_{ij_2} 表示平台 i 能否在当前时刻到达 j_2 , 为1时表示能到达. 为了判断能否对犯罪分子进行成功围捕以及获得相应的实施方案, 可通过在所有路口 j_2 及其附近可用平台构成的二分图中求最大二分匹配的解来进行判断. 为此建立以下0-1整数规划模型:

$$\begin{aligned} \max \quad & F = \sum_{i=1}^{80} \sum_{j_2=1}^n x_{ij_2} \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{i=1}^{80} x_{ij_2} \leq 1, \quad j_2 = 1, 2, \dots, n, \\ & \sum_{j_2=1}^n x_{ij_2} \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, 80, \\ & x_{ij_2} \leq u_{ij_2}, \\ & \sum_{j_2=1}^n x_{ij_2} \leq b_i, \\ & x_{ij_2} = 0, 1. \end{aligned} \quad (14)$$

其中, 约束1和2是假设2的前提约束, 约束3为平台 i 当前时刻是否能够到达 j_2 . 约束3对当前平台是否可用的限制描述. 由上述模型可求得最大二分匹配最优目标值为 F_{\max} . 若 $F_{\max} = n$, 则说明可以利用现有警力根据 x 围住犯罪分子, 输出相应的解决方案. 否则根据最大二分匹配的最优解对路口进行平台部署, 从而能够在当前时刻尽量多的围堵犯罪分子逃跑范围的外围出口. 然后更新 b_i 值(令 $b_i = 0$)并在现在的图的基础上去掉这些被围堵的路口节点及其邻接边, 然后在此基础上利用Dijkstra算法更新 d_j 值. 然后在下一个时间阶段的执行这两个步骤.

重复执行上述两个任务, 直到结束或者罪犯逃离城区.

通过上述动态规划方法得到的部署方案见附录表7, 在530秒即8分50秒时间内将犯罪分子围捕.

5 模型评价和改进方向

5.1 模型评价

本文就对在交巡警服务平台的设置及调度等问题建立数学模型进行分析研究.

问题一主要围绕A区通过建模进行平台的设置与规划.

对于问题一的第一个子问题, 通过最短路径及0-1规划模型对平台所管辖路口进行了分配, 在保证超时路口数目最少(即6个)的前提下, 同时使A区内平台工作量离散程度最小. 对于问题一的第二个子问题, 通过0-1规划模型进行建模, 同时将平台平均响应时间最短和封锁时间最短设为优化条件, 对模型进行求解, 得最小化最大路程解为8.015公里, 时间为8.01分钟. 对于问题一的第三个子问题, 针对题目提出的工作量及时间长短作为衡量指标, 通过多目标层次规划对增设平台过程进行建模. 设定解决超时路口为第一指标, 平衡平台工作量为第二指标, 降低平均出勤路程作为第三指标. 得通过设置4个平台实现A区无超时路口, 同时在此条件下, 平台工作量离散程度最低. 当工作量离散程度相同时, 在平均出勤路径考察指标少的路口增设平台.

问题二主要围绕全城通过建模实现平台的设置与模拟. 在问题二第一问中, 通过五种指标即超时路口个数, 工作量方差, 工作量均值, 平均每个平台服务人口数目以及服务面积构建评测模型. 通过分析五种指标对应柱状图, 得出相对某区的平台设置或分配的不合理性. 通过问题一中提到的0-1规划模型及多目标层次规划模型对分析所得不合理区域通过增设平台, 优化分配策略, 增强基础警力等方式实现问题的解决. 在问题二第二问中, 通过建立动态规划模型对罪犯进行围堵. 以3分钟为起始时间, 10秒为时间间隔对时间离散化, 在每个时间阶段通过循环执行如下两步以逐渐达到目标值: 分析犯罪分子的可能位置, 从而获得围堵犯罪分子的路口集合; 根据现有警力通过最大二分匹配判断能否得到围捕犯罪分子的解决方案, 不能则

根据最大二分匹配结果得到此刻可围堵路口的最优平台分配围堵方案. 根据上述动态规划模型可获得最终成功围捕犯罪分子的最短时间为8分50秒.

5.2 改进方向

1. 在建模与求解过程, 设定警车与罪犯逃跑速度为定值. 而这在现实生活中却不切合实际, 可改为动态参数;
2. 对于问题一的第三小问, 采用多目标层次分析法进行建模, 各目标之间分开考察, 有先后侧重关系. 若可以确定权重, 可采用综合评价分析模型, 通过唯一化函数对评价指标进行建模, 得出最优解;
3. 对于问题二中的第一小问, 通过四个参考指标通过柱形图分析其合理性, 可建立综合评价公式, 增加对四个指标在不同城区的综合评估, 减少单一因素评估的片面性;
4. 对于问题二中的第二小问, 模型假设平台接到报警后立即出发, 而在实际生活中, 由于确定并部署平台围堵方案需花费时间, 导致接到报警至交巡警平台开始围堵存在延迟时间, 可在建模过程中作为参数进行考察.

参考文献:

- [1] 张聚等 基于动态规划的约束优化问题多参数规划求解方法及应用 http://d.wanfangdata.com.cn/Periodical_kzllyyy200806033.aspx 2011.9.9
- [2] 刁在筠, 刘桂真, 宿洁, 马建华 运筹学(第三版)北京: 高等教育出版社
- [3] 宋叶志等 MATLAB数值分析与应用 北京: 机械工业出版社 2009.7
- [4] 张宏伟 数学建模中的动态规划问题 http://d.wanfangdata.com.cn/Thesis_Y1266610.aspx/ 2011.9.9
- [5] 乐阳等 Dijkstra 最短路径算法的一种高效率实现 武汉大学学报(信息科学版)1999, 24(3) P208 O22 1999
- [6] 杨金远等 竞赛中优化问题建模与求解方法的比较研究 吉林化工学院学报 2011, 28(1) 2011
- [7] 上官士青等 数学建模通信基站选址问题的lingo求解 科学信息 2009, (23) 2009
- [8] 贾志超 0-1规划的综合约束连续化解法及其对结构拓扑优化的应用 北京工业大学工程力学 2007
- [9] 曾艳 0-1规划中并行隐枚举法的实现方式 计算机应用与软件 2010,27(7) 2010
- [10] 韩中庚 数学建模方法及其应用 北京: 高等教育出版社 2009

附录

Table 7: 围堵问题解决方案

路口	平台	巡警到达时间
3	3	0
5	5	0
6	6	0
10	10	0
16	16	0
40	2	120
41	17	60
62	168	210
63	4	510
171	170	260
234	173	80
240	169	430
243	227	160
248	167	230
246	171	180
370	321	530
371	320	440
561	475	270