

二阶倒立摆控制系统的设计与实现

——2020 年大学生创新创业项目

林德旸

18 级自动化创新班

3118001018

L^AT_EX

更新：2020 年 1 月 2 日

摘 要

倒立摆控制系统是一个复杂的、不稳定的、非线性系统，是进行控制理论学习及开展各种控制实验的理想实验平台。按摆杆数量的不同，可分为一级，二级，三级倒立摆等，多级摆的摆杆之间属于自由连接（即无电动机或其他驱动设备）。本文主要研究倒立摆的控制问题，就是使摆杆尽快地达到一个平衡位置，并且使之没有大的振荡和过大的角度和速度。当摆杆到达期望的位置后，系统能克服随机扰动而保持稳定的位置。由于篇幅有限，在此仅着重介绍个人负责的整体电路框架设计，Matlab 中 Simulink 仿真与实体搭建控制算法，包括 LQR 最优控制，SDRE 控制算法，卡尔曼滤波部分。其详细的设计方案已经上传至 Github，如果您想了解更多关于此项项目，请访问：<https://github.com/ldylab>，在 Repositories 下获取所有项目个人的文件，再次感谢！

关键词：二级倒立摆，自动控制原理，Simulink，LQR，SDRE 算法

1 项目背景

对倒立摆系统的研究能有效的反映控制中的许多典型问题：如非线性问题、鲁棒性问题、镇定问题、随动问题以及跟踪问题等。通过对倒立摆的控制，用来检验新的控制方法是否有较强的处理非线性和不稳定性问题的能力。同时，其控制方法在军工、航天、机器人和一般工业过程领域中都有着广泛的用途，如机器人行走过程中的平衡控制、火箭发射中的垂直度控制和卫星飞行中的姿态控制等。

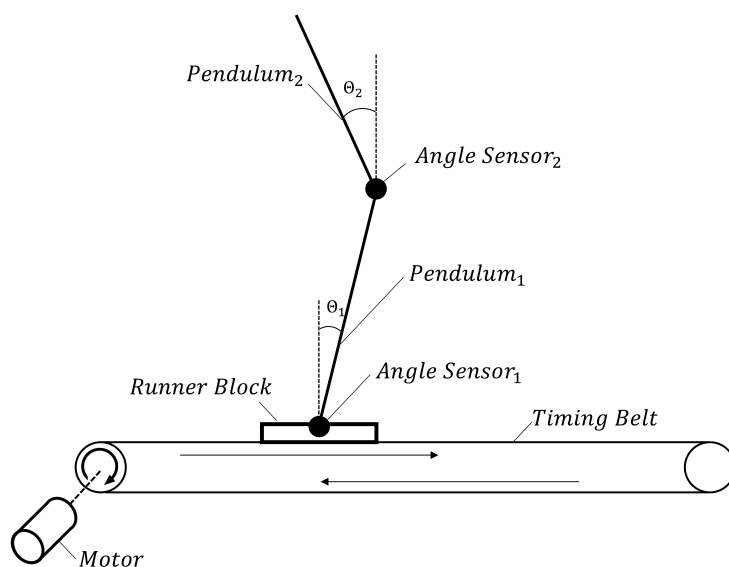


图 1: 二阶倒立摆简图

对倒立摆这样一个典型被控对象进行研究，无论在理论上和方法上都具有重要意义。不仅由于其级数增加而产生的控制难度是对控制能力的有力挑战，更重要的是实现其控制稳定的过程中不断发现新的控制方法，探索新的控制理论，并进而将新的控制方法应用到更广泛的受控对象中。各种控制理论和方法都可以在这里得以充分实践，并且可以促成相互间的有机结合。

由于倒立摆控制系统广泛应用，所以对于倒立摆控制算法的机理做出深入的研究不仅具有相当重要的理论意义，而且也具有极大的实践意义。

2 项目研究内容与拟解决的问题

2.1 项目研究内容

- 1) 完成二阶倒立摆系统的总体方案设计，包括机械部分和机电控制部分；
- 2) 完成机械部分的物理及数学模型的建立；
- 3) 设计倒立摆软件控制系统；
- 4) 在 Matlab 的 Simulink 中完成对 PID, LQG, LQR 等控制算法仿真控制；
- 5) 在 ROS 系统中完成仿真与下位机通讯；
- 6) 完成倒立摆实物模型的建立。

2.2 拟解决的问题

非线性系统具有其不稳定性，在模拟仿真与实际调参会有较大差别，因此会引入神经网络控制理论。利用神经网络能够充分逼近复杂的非线性关系，学习与适应不确定系统的动态特性。

3 项目实施方案

本项目实施方案分为三个部分，分别针对不同的研究问题进行阶段性的解决。

第一阶段：系统的设计与仿真，针对受控对象进行机械与机电控制系统设计，通过所设计的机械模型进行数学建模分析与多种控制算法控制仿真。我们会在 SolidWorks 搭建所需模型，然后将模型导入 Matlab 的 Simulink 中进行仿真计算，并对于一阶倒立摆采用传统模糊 PID 控制与 LQR 控制实现；而对于二阶倒立摆控制系统主要在 LQR 和 LQG 控制方式进行研究；最后在 ROS 中实现机电一体化的仿真计算。

第二阶段：系统实体的搭建与实际参数调节，在实际搭建整体系统后，对多种控制算法进行调参与实际校验，记录相关数据从而得到在所处环境下的最优控制系统。我们采用 M3508 电机作为系统移动平台的动力来源，以保证有足够的动力。同时 M3508 电机能够反馈精确的位置信息，从而实现位置环与速度环的控制。使用基于 FOC 控制的 C620 电调，保证系统控制的精确与稳定性。使用开源 Robomaster A 型开发板，基于 STM32F4 系列单片机，使用 CAN 通讯控制电机，并支持多种外设，保证系统的可扩展性与 ROS 系统通讯的稳定性。而树莓派作为开源型主机，能够运行完整 Linux 系统，对于在控制算法上实现神经网络调参拟合等，ROS 系统运行与上位机信息输入具有较为方便的优点。

第三阶段：对传统控制算法的创新与改进：在基于仿真与实际搭建后的控制效果，引入自适应控制理论，拟人智能控制理论，神经网络控制理论等，实现对系统稳定性控制的学习与研究。拟人智能控制理论：不需要了解被控对象的数学模型，凭借人的知识与直觉经验并借助计算机快速模拟控制经验，把人的思维中的定性分析与控制理论中的定量计算相结合，从而实现对倒立摆的控制。神经网络控制理论：利用神经网络能够充分逼近复杂的非线性关系，学习与适应严重不确定系统的动态特性，与其他控制方法结合实现对倒立摆的稳定控制神经网络控制是神经网络理论与控制理论相结合的产物，是发展中的学科，对未来复杂的控制系统也具有重要的意义。

4 项目个人主要承担工作

个人在此项目中主要承担整体的电路设计，控制算法设计，Matlab 中 Simulink 仿真，其整体工作将于 2020 年一月份的寒假开展，目前已经完成基于 Simulink 中对于 LQR，SDRE 控制算法与 EKF,UKF,CDFK 滤波算法的仿真测试，并获得了阶段性的进展，以下是对于个人在 Matlab 中整体控制方法与思想的介绍。

4.1 二阶倒立摆 Matlab 仿真

4.1.1 二阶倒立摆数学模型分析

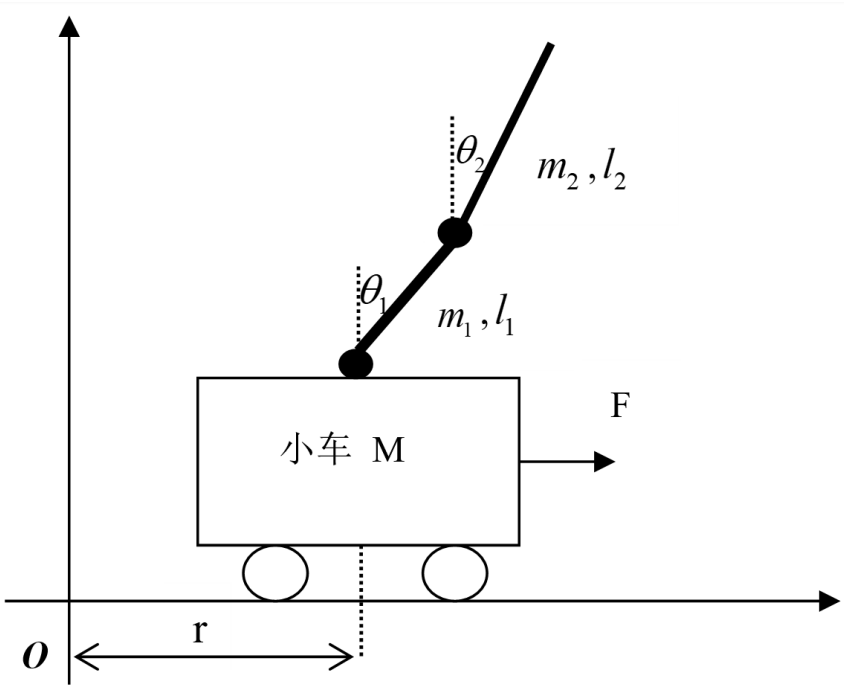


图 2: 倒立摆数学模型

表 1: 系统模型参数

参数	名称	实际值	单位
M	小车质量	1.32	Kg
m_1	摆杆 1 的质量	0.04	Kg
m_3	摆杆 2 的质量	1.32	Kg
m_3	质量块的质量	0.208	Kg
l_1	摆杆 1 转动轴心到杆质心的长度	0.0775	M
l_2	摆杆 1 转动轴心到杆质心的长度	0.25	M
θ_1	摆杆 1 与竖直方向的夹角	/	rad
θ_2	摆杆 2 与竖直方向的夹角	/	rad
r	小车的位置	/	M
F	作用在系统上的外力	/	N
g	重力加速度	/	m/s^2

设二级倒立摆的空间状态方程为：

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases}$$

为了与控制理论的表达习惯相统一，用表示 $u(t)$ 被控对象的输入力 F 。取状态变量，则可得到如下直线二级倒立摆系统：

$$\left\{ \begin{aligned} X(t) &= \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ x_1 \\ \dot{x}_2 \\ x_2 \\ \dot{x}_3 \\ x_3 \\ \dot{x}_4 \\ x_4 \\ \dot{x}_5 \\ x_5 \\ \dot{x}_6 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \theta_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ x \\ \ddot{x} \\ \theta_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{12} & k_{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{22} & k_{23} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dot{X}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ k_{17} \\ k_{27} \end{bmatrix} u(t) \\ \\ Y(t) &= \begin{bmatrix} x \\ \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dot{X}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \end{aligned} \right.$$

最后得出系统的状态方程为：

$$\left\{ \begin{aligned} X(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 86.69 & -21.62 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -40.31 & 39.45 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dot{X}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 6.64 \\ -0.088 \end{bmatrix} u(t) \\ \\ Y(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dot{X}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \end{aligned} \right.$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 86.69 & -21.62 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -40.31 & 39.45 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 6.64 \\ -0.088 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

4.1.2 Matlab 控制算法仿真

卡尔曼滤波算法仿真（节选）

```

1  exSigmaPt = xPredSigmaPts(:,1)-xPred;
2  ezSigmaPt = zPredSigmaPts(:,1)-zPred;
3
4  PxzPred = wSigmaPts(end)*exSigmaPt*ezSigmaPt';
5  S        = wSigmaPts(end)*ezSigmaPt*ezSigmaPt';
6
7  exSigmaPt = xPredSigmaPts(:,2:nsp) - crepmat(xPred,nsp-1);
8  ezSigmaPt = zPredSigmaPts(:,2:nsp) - crepmat(zPred,nsp-1);
9
10 foo       = wSigmaPts(2) * ezSigmaPt;
11 S          = S + foo * ezSigmaPt' + R;
12 PxzPred    = PxzPred + exSigmaPt * foo';

```

LQR 控制算法仿真（节选）

```

1  // 参数设定
2  Q = [50 0 0 0 0 0;
3       0 1 0 0 0 0;
4       0 0 100 0 0 0;
5       0 0 0 20 0 0;
6       0 0 0 0 120 0;
7       0 0 0 0 0 20];

```

```

8  mn_scale = 2e-3*[500 100 100 10 100 10]';
9
10 X = zeros(size(handles.X));
11 U = zeros(size(handles.U));
12 W = zeros(size(handles.W));
13 Y = zeros(size(handles.Y));
14 Xh = zeros(size(handles.Xh));
15
16 [K,S,E] = lqr(ss(a,b,[],[],1),q,r,varargin{:});

```

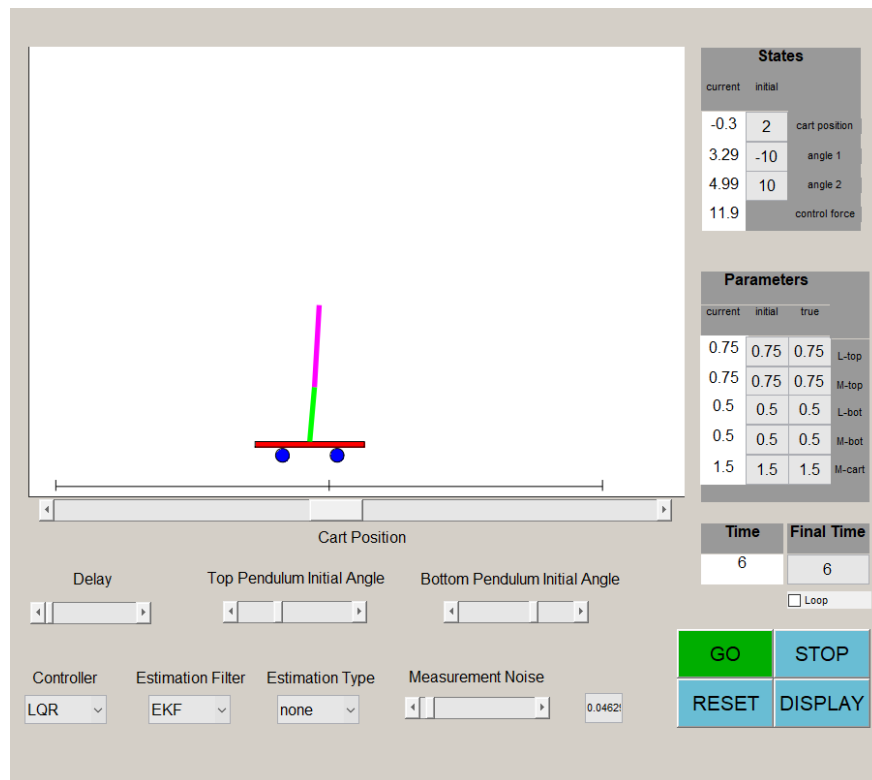


图 3: 模型仿真测试

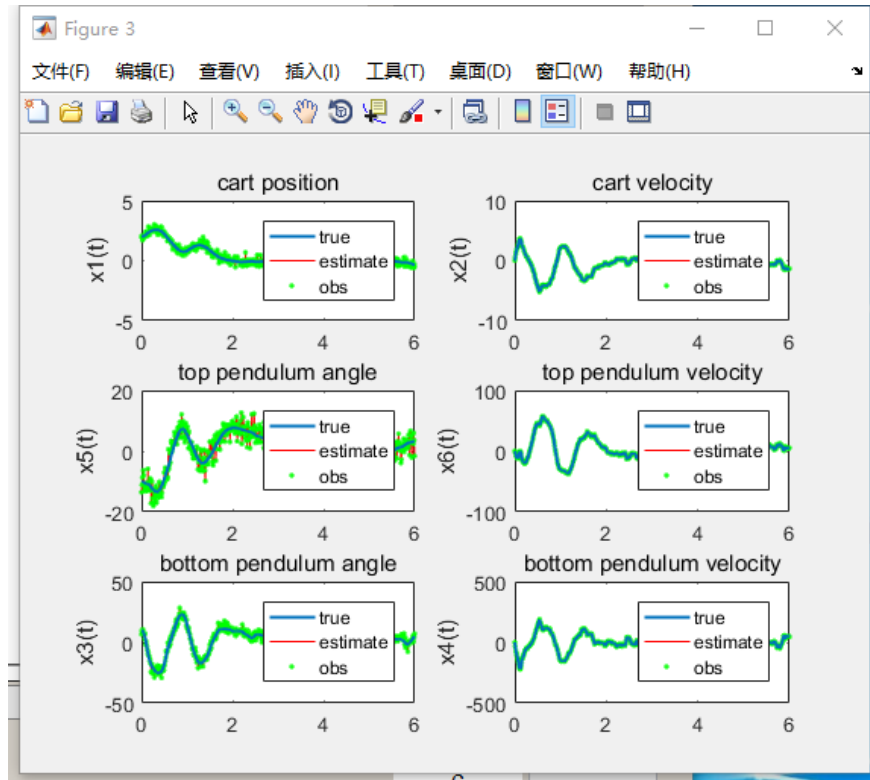


图 4: 仿真测试结果

5 个人总结

此项目是作为自己在经过大一年对于控制算法与机器人学学习之后，自己独立设计并打算制作实物作品的项目，由于时间较为紧迫，目前只完成所有的仿真测试，并将于寒假完成整个实体的搭建。在仿真的过程中自己也遇到了不少困难，是源自于自己所拥有的数学知识水平不足而也在对于整体受力分析经验不足所致，不过自己也在查阅国内外相关资料后最终完成了整个的仿真测试，也在这一个过程中学习到了很多很多。而我也相信在搭建实体时必定会遇见更多的问题，我也十分有信心能够最终克服并取得自己希望的结果。

6 未来展望

倒立摆模型对于自动控制原理的应用十分广泛，同时也是测试不同控制算法一个非常棒的平台，未来会逐步融入神经网络控制原理去取得更优效果，同时也会将此倒立摆模型融入到大二下下学期自己的两轮式搬运机器人上（暂定，其由于搬运物块的质量的不确定性，对于控制是一个极大的挑战），也希望自己可以通过于此去学习到更多更多的知识与内容。

参考文献

- [1] 陈奕桦, 许坤. 一阶倒立摆控制设计与实现 [J]. 湖北农机化, 2019(21):130.
- [2] 何晓云, 许江淳, 王志伟, 陈文绪. 基于倒立摆模型的仿人机器人预观控制研究 [J]. 信息技术, 2019, 43(12):154-158+164.
- [3] 王志晟, 张雪敏, 梅生伟. 基于非线性状态依赖 Riccati 方程的直线倒立摆一致性控制 [J/OL]. 控制理论与应用:1-8[2020-01-02]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/44.1240.TP.20190923.2124.020.html>.
- [4] Fleming Aaron, Huang Stephanie, Huang He. Proportional Myoelectric Control of a Virtual Inverted Pendulum Using Residual Antagonistic Muscles: Toward Voluntary Postural Control.[J]. IEEE transactions on neural systems and rehabilitation engineering : a publication of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society, 2019, 27(7).