Exponentialfunktionen

Ben Siebert
Gymnasium Holthausen Hattingen

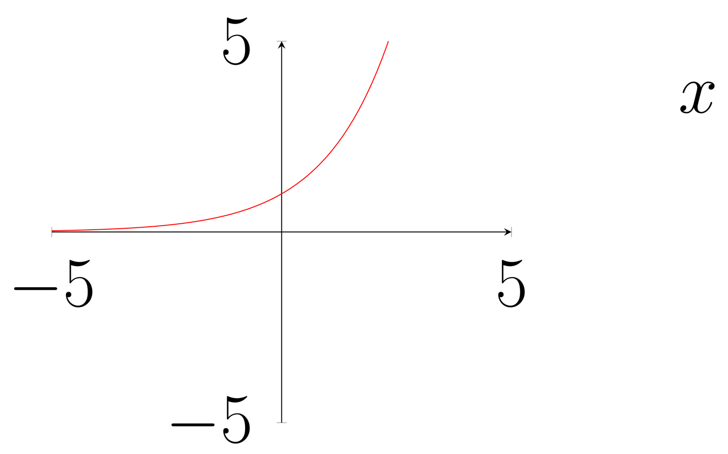
Einleitung

Eine Exponentialfunktion ist eine Funktion, bei der die Variable im Exponenten steht.

$$f(x) = a^x \left[a \in \mathbb{R}\right]$$

Eine solche Funktion ist nicht symmetrisch zu einer Achse.

$$f(x) = 2^x$$



Rechenregeln

- $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$
- $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$
- $(a^x)^y = a^{x \cdot y}$
- $a^0 = 1$
- $a^{-x} = \frac{1}{a^x}$
- $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$
- $a^{\frac{1}{x}} = \sqrt[x]{a}$

Ableitungsregeln für Produkte

- $f(x) = u(x) \cdot v(x)$
- $f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$

Beispiel:

$$f(x) = x^2 \cdot e^x$$
$$f'(x) = 2x \cdot e^x + x^2 \cdot e^x$$

e-Funktion

Die e-Funktion ist eine spezielle Exponentialfunktion, bei der die Basis die Eulersche Zahl e ist.

$$f(x) = e^x$$

Die e-Funktion ist die Umkehrfunktion des natürlichen Logarithmus.

$$f(x) = \ln(x)$$

Die e-Funktion ist die einzige Exponentialfunktion, deren Ableitung gleich der Funktion selbst ist.

$$f(x) = e^x \Rightarrow f'(x) = e^x$$

Die e-Funktion ist die einzige Exponentialfunktion, deren Stammfunktion gleich der Funktion selbst ist.

$$f(x) = e^x \Rightarrow F(x) = e^x$$

Grenzwerte der e-Funktion:

$$\lim_{x \to \infty} e^x = \infty$$
$$\lim_{x \to -\infty} e^x = 0$$

Symmetrie der e-Funktion:

$$e^{-x} = \frac{1}{e^x}$$

Wachstum

- $a > 1 \Rightarrow$ Funktion wächst
- $a = 1 \Rightarrow$ Funktion konstant
- $0 < a < 1 \Rightarrow$ Funktion fällt
- $a = 0 \Rightarrow$ Funktion konstant