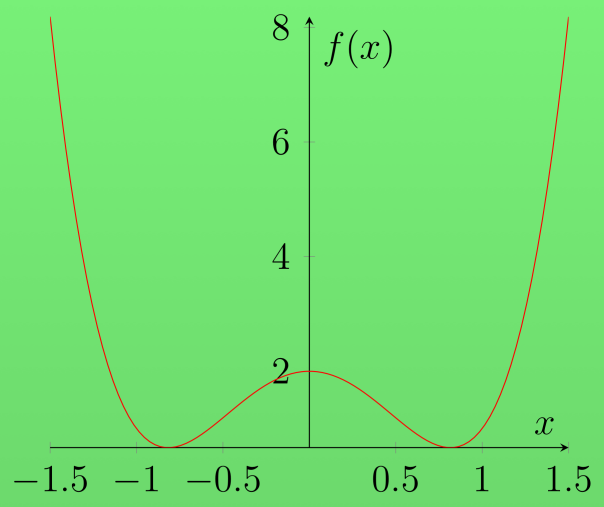
Ganzrationale Funktionen

Übersicht

Eine ganzrationale Funktion ist eine Summe aus mehreren Potenzfunktionen, die mit natürlichen Exponenten beschrieben werden können.

Beispiel:

$$f(x) = 3x^4 - 4x^2 + 2$$



Eigenschaften

Ganzrationale Funktionen haben verschiedene Eigenschaften, die von den Potenzen der Funktion abhängen.

Grad: Der Grad einer ganzrationalen Funktion ist der höchste Exponent, mit dem die Variable x vorkommt. Er bestimmt das Verhalten der Funktion gegen $+\infty$ und $-\infty$. (Randverhalten)

Nullstellen: Die Nullstellen einer Funktion sind die x-Werte, für die die Funktion den Wert Null annimmt.

Graph: Der Graph einer ganzrationalen Funktion ist immer eine glatte Kurve ohne Ecken oder Spitzen.

Verhalten nahe Null: Der Graph einer Funktion $f(x)$ verhält sich nahe Null wie der Graph der Funktion $g(x)$ mit $g(x)$ als der Summand mit dem kleinsten Exponenten von x addiert mit dem Summanden ohne x

Beispielhafte Funktionsanalyse

Symmetrie

Die Symmetrie der Funktion kann mit folgendem Ansatz bestimmt werden:

$$f(-x) = f(x) \rightarrow \text{Achsensymmetrisch}$$
$$f(-x) = -f(x) \rightarrow \text{Punktsymmetrisch}$$

Sollte keiner der beiden Ansätze funktionieren, liegt keine Symmetrie vor.

$$f(x) = 3x^4 - 4x^2 + 2$$
$$f(-x) = 3x^4 - 4x^2 + 2$$

Es liegen ausschließlich gerade Exponenten vor, weswegen diese Bedingung erfüllt ist: Die Funktion ist Achsensymmetrisch

Nullstellen

Für die Nullstellen wird der folgende Ansatz gewählt:

$$f(x) = 0$$
$$3x^3 - 4x^2 + 2 = 0$$
$$\xrightarrow{CAS} x_1 =$$