

Exponentialfunktionen Übung

Ben Siebert

Tanel Malak

Julina Elfert

Moritz Junkermann

24. Januar 2024

Inhaltsverzeichnis

1	S. 136 Nr. 3	2
1.1	Teilaufgabe a)	2
1.2	Teilaufgabe c)	2
1.3	Teilaufgabe f)	3
2	S. 137 Nr. 5	4
2.1	Teilaufgabe a)	4
2.2	Teilaufgabe b)	4
2.3	Teilaufgabe c)	4
2.4	Teilaufgabe d)	5
3	S. 139 Nr. 1	6
3.1	Teilaufgabe a)	6
3.2	Teilaufgabe e)	6
4	S. 139 Nr. 2	7
4.1	Teilaufgabe a)	7
4.2	Teilaufgabe b)	7

1. S. 136 Nr. 3

Produktregel: $f'(x) = u'(x) \times v(x) + u(x) \times v'(x)$

1.1 Teilaufgabe a)

$$f(x) = x \times e^x$$

$$u_1 = x; v_1 = e^x \Rightarrow u'_1 = 1; v'_1 = e^x$$

$$f'(x) = 1 \times e^x + x \times e^x$$

$$\Leftrightarrow f'(x) = e^x \times (1 + x)$$

$$u_2 = e^x; v_2 = 1 + x; u'_2 = e^x; v'_2 = 1$$

$$f''(x) = u'_2 \times v_2 + u_2 \times v'_2$$

$$\Leftrightarrow f''(x) = e^x \times (1 + x) + e^x \times 1$$

$$\Leftrightarrow f''(x) = e^x \times (2 + x)$$

Extremstellen

notwendige Bedingung für EST: $f'(x) = 0$

$$f'(x) = 0$$

$$e^x \times (1 + x) = 0 \quad \Big| \div e^x$$

$$1 + x = 0 \quad \Big| -1$$

$$x_1 = -1$$

hinreichende Bedingung für EST: $f'(x) = 0 \wedge f''(x) \neq 0$

$$f''(-1) = e^{-1} \times (2 - 1)$$

$$f''(-1) = e^{-1} \times 1$$

$$f''(-1) = e^{-1}$$

Y-Koordinate: $f(-1) = -1e^{-1}$

Tiefpunkt bei $P(-1 | -e^{-1})$

1.2 Teilaufgabe c)

$$f(x) = (4x - 1) \times e^x$$

$$u_1 = 4x - 1; v_1 = e^x; u'_1 = 4; v'_1 = e^x$$

$$f'(x) = 4 \times e^x + (4x - 1) \times e^x$$

$$\Leftrightarrow f'(x) = e^x \times (4x + 3)$$

$$u_2 = e^x; v_2 = 4x + 3; u'_2 = e^x; v'_2 = 4$$

$$f''(x) = e^x \times (4x + 3) + e^x \times 4$$

$$\Leftrightarrow f''(x) = e^x \times (4x + 7)$$

Extremstellen

notwendige Bedingung für EST: $f'(x) = 0$

$$f'(x) = 0$$

$$e^x \times (4x + 7) = 0 \quad \Big| \div e^x$$

$$4x + 7 = 0 \quad \Big| -7$$

$$4x = -7 \mid \div 4$$

$$x = -\frac{7}{4}$$

hinreichende Bedingung für EST: $f'(x) = 0 \wedge f''(x) \neq 0$

$$f''(-\frac{7}{4}) = e^{-\frac{7}{4}} \times (4 \times -\frac{7}{4} + 7)$$

$$f''(-\frac{7}{4}) = 0$$

Vorzeichenwechselkriterium (VZW):

$$f'(-2) = -5e^{-2} \Rightarrow \textit{negativ}$$

$$f'(2) = 11e^2 \Rightarrow \textit{positiv}$$

$$\text{Y-Koordinate: } f(-\frac{7}{4}) = -8 \times e^{-\frac{7}{4}}$$

$$\text{Tiefpunkt bei } T(-\frac{7}{4} \mid -8 \times e^{-\frac{7}{4}})$$

1.3 Teilaufgabe f)

$$f(x) = x^2 \times e^x$$

$$u_1 = x^2; v_1 = e^x; u'_1 = 2x; v'_1 = e^x$$

$$f'(x) = 2x \times e^x + x^2 \times e^x$$

$$\Leftrightarrow e^x \times (2x + x^2)$$

$$u_2 = e^x; v_2 = 2x + x^2; u'_2 = e^x; v'_2 = 2 + 2x$$

$$f''(x) = e^x \times (2x + x^2) + e^x \times (2 + 2x)$$

$$\Leftrightarrow f''(x) = e^x \times (x^2 + 2 + 4x)$$

2. S. 137 Nr. 5

2.1 Teilaufgabe a)

$$f(x) = (3 - x) \times e^{-x}$$

Nullstellen:

$$f(x) = 0$$

$$(3 - x) \times e^{-x} = 0$$

Satz vom Nullprodukt: $x_1 = 3$

$$u_1 = 3 - x; v_1 = e^{-x}; u'_1 = -1; v'_1 = -e^{-x}$$

$$f'(x) = -1 \times e^{-x} + (3 - x) \times (-e^{-x})$$

$$\Leftrightarrow f'(x) = e^{-x} \times (x - 4)$$

$$u_2 = e^{-x}; v_2 = x - 4; u'_2 = -e^{-x}; v'_2 = 1$$

$$f''(x) = -e^{-x} \times (x - 4) + e^{-x} \times 1$$

$$\Leftrightarrow f''(x) = e^{-x} \times (5 - x)$$

2.2 Teilaufgabe b)

notwendige Bedingung für EST: $f'(x) = 0$

$$f'(x) = 0$$

$$e^{-x} \times (x - 4) = 0$$

Satz des Nullprodukts: $x_1 = 4$

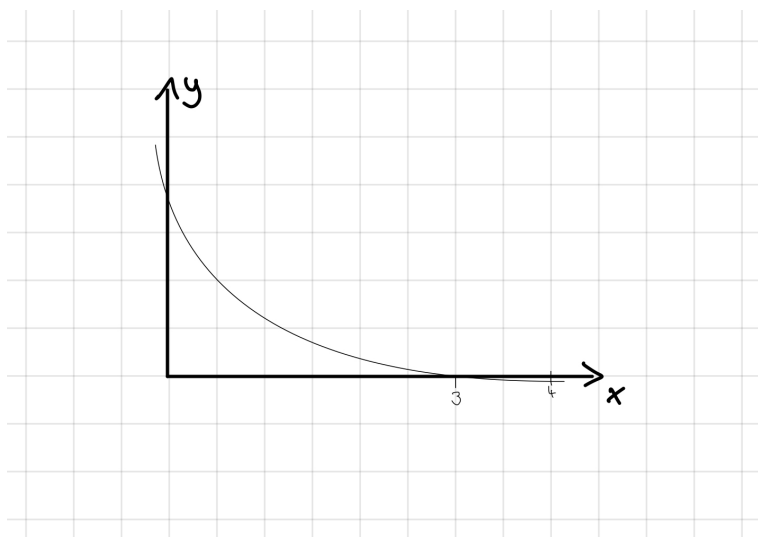
hinreichende Bedingung für EST: $f'(x) = 0 \wedge f''(x) \neq 0$

$$f''(4) = e^{-4} \Rightarrow \text{positiv} \rightarrow TP$$

$$Y\text{-Wert: } f(4) = -e^{-4}$$

Der Graph der Funktion f hat einen Tiefpunkt $T(4 | -e^{-4})$

2.3 Teilaufgabe c)



2.4 Teilaufgabe d)

$$t(x) = mx + b$$

$$m = f'(0) = -4$$

$$t(0) = -4 \times 0 + b = 3$$

$$\Leftrightarrow b = 3$$

$$t(x) = -4x + 3$$

3. S. 139 Nr. 1

3.1 Teilaufgabe a)

$$f(x) = (x + 2)^4$$

$$u \circ v$$

$$u = x^4; v = x + 2; u' = 4x^3; v' = 1$$

$$f'(x) = u'(v(x)) \times v'(x)$$

$$\Leftrightarrow f'(x) = 4 \times (x + 2)^3 \times 1$$

$$\Leftrightarrow f'(x) = 4 \times (x + 2)^3$$

3.2 Teilaufgabe e)

$$f(x) = e^{2x}$$

$$u \circ v$$

$$u = e^x; v = 2x; u' = e^x; v' = 2$$

$$f'(x) = u'(v(x)) \times v'(x)$$

$$\Leftrightarrow f'(x) = e^{2x} \times 2$$

$$\Leftrightarrow f'(x) = 2e^{2x}$$

4. S. 139 Nr. 2

4.1 Teilaufgabe a)

$$f(x) = 2e^{x^3-x^2}$$

$$u \circ v$$

$$u = 2e^x; v = x^3 - x^2; u' = 2e^x; v' = 3x^2 - 2x$$

$$f'(x) = 2e^{x^3-x^2} \times 3x^2 - 2x$$

4.2 Teilaufgabe b)

$$f(x) = e^{\sqrt{x}}$$

$$u = e^x; v = \sqrt{x}; u' = e^x; v' = \frac{1}{2}\sqrt{x}$$

$$f'(x) = e^{\sqrt{x}} \times \frac{1}{2}\sqrt{x}$$