# Exponentialfunktionen Übung

Ben Siebert Tanel Malak Julina Elfert Moritz Junkermann

29. Januar 2024

# Inhaltsverzeichnis

# 1. S. 136 Nr. 3

**Produktregel:** $f'(x) = u'(x) \times v(x) + u(x) \times v'(x)$

## 1.1 Teilaufgabe a)

$f(x) = x \times e^x$
$u_1 = x;\ v_1 = e^x \Rightarrow u_1' = 1;\ v_1' = e^x$

$f'(x) = 1 \times e^x + x \times e^x$
$\Leftrightarrow f'(x) = e^x \times (1 + x)$
$u_2 = e^x;\ v_2 = 1 + x;\ u_2' = e^x;\ v_2' = 1$

$f''(x) = u_2' \times v_2 + u_2 \times v_2'$
$\Leftrightarrow f''(x) = e^x \times (1 + x) + e^x \times 1$
$\Leftrightarrow f''(x) = e^x \times (2 + x)$

**Extremstellen**
notwendige Bedingung für EST: $f'(x) = 0$
$f'(x) = 0$
$e^x \times (1 + x) = 0 \ \Big| \div e^x$
$1 + x = 0 \ \Big| -1$
$x_1 = -1$
hinreichende Bedingung für EST: $f'(x) = 0 \ \wedge \ f''(x) \neq 0$
$f''(-1) = e^{-1} \times (2 - 1)$
$f''(-1) = e^{-1} \times 1$
$f''(-1) = e^{-1}$
Y-Koordinate: $f(-1) = -1e^{-1}$
Tiefpunkt bei P(-1|$-e^{-1}$)

## 1.2 Teilaufgabe c)

$f(x) = (4x - 1) \times e^x$
$u_1 = 4x - 1;\ v_1 = e^x;\ u_1' = 4;\ v_1' = e^x$

$f'(x) = 4 \times e^x + (4x - 1) \times e^x$
$\Leftrightarrow f'(x) = e^x \times (4x + 3)$
$u_2 = e^x;\ v_2 = 4x + 3;\ u_2' = e^x;\ v_2' = 4$

$f''(x) = e^x \times (4x + 3) + e^x \times 4$
$\Leftrightarrow f''(x) = e^x \times (4x + 7)$

**Extremstellen**
notwendige Bedingung für EST: $f'(x) = 0$
$f'(x) = 0$
$e^x \times (4x + 7) = 0 \ \Big| \div e^x$
$4x + 7 = 0 \ \Big| -7$

$4x = -7 \,\Big|\, \div 4$
$x = -\frac{7}{4}$
hinreichende Bedingung für EST: $f'(x) = 0 \ \wedge \ f''(x) \neq 0$
$f''(-\frac{7}{4}) = e^{-\frac{7}{4}} \times (4 \times -\frac{7}{4} + 7)$
$f''(-\frac{7}{4}) = 0$
Vorzeichenwechselkriterium (VZW):
$f'(-2) = -5e^{-2} \Rightarrow negativ$
$f'(2) = 11e^{2} \Rightarrow positiv$

Y-Koordinate: $f(-\frac{7}{4}) = -8 \times e^{-\frac{7}{4}}$
Tiefpunkt bei T($-\frac{7}{4}$|$-8 \times e^{-\frac{7}{4}}$)

## 1.3 Teilaufgabe f)

$f(x) = x^2 \times e^x$
$u_1 = x^2; \ v_1 = e^x; \ u_1' = 2x; \ v_1' = e^x$

$f'(x) = 2x \times e^x + x^2 \times e^x$
$\Leftrightarrow e^x \times (2x + x^2)$
$u_2 = e^x; \ v_2 = 2x + x^2; \ u_2' = e^x; \ v_2' = 2 + 2x$

$f''(x) = e^x \times (2x + x^2) + e^x \times (2 + 2x)$
$\Leftrightarrow f''(x) = e^x \times (x^2 + 2 + 4x)$

# 2. S. 137 Nr. 5

## 2.1 Teilaufgabe a)

$f(x) = (3 - x) \times e^{-x}$
Nullstellen:
$f(x) = 0$
$(3 - x) \times e^{-x} = 0$
Satz vom Nullprodukt: $x_1 = 3$

$u_1 = 3 - x;\ v_1 = e^{-x};\ u_1' = -1;\ v_1' = -e^{-x}$

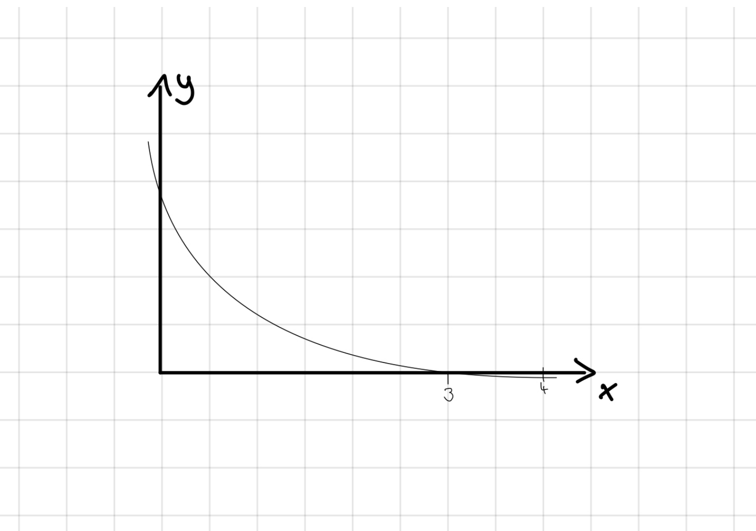
$f'(x) = -1 \times e^{-x} + (3 - x) \times (-e^{-x})$
$\Leftrightarrow f'(x) = e^{-x} \times (x - 4)$
$u_2 = e^{-x};\ v_2 = x - 4;\ u_2' = -e^{-x};\ v_2' = 1$

$f''(x) = -e^{-x} \times (x - 4) + e^{-x} \times 1$
$\Leftrightarrow f''(x) = e^{-x} \times (5 - x)$

## 2.2 Teilaufgabe b)

notwendige Bedingung für EST: $f'(x) = 0$
$f'(x) = 0$
$e^{-x} \times (x - 4) = 0$
Satz des Nullprodukts: $x_1 = 4$
hinreichende Bedingung für EST: $f'(x) = 0\ \wedge\ f''(x) \neq 0$
$f''(4) = e^{-4} \Rightarrow positiv \rightarrow TP$
Y-Wert: $f(4) = -e^{-4}$
Der Graph der Funktion $f$ hat einen Tiefpunkt $T(4\Big|-e^{-4})$

## 2.3 Teilaufgabe c)



## 2.4 Teilaufgabe d)

$t(x) = mx + b$
$m = f'(0) = -4$
$t(0) = -4 \times 0 + b = 3$
$\Leftrightarrow b = 3$
$t(x) = -4x + 3$

# 3. S. 139 Nr. 1

## 3.1 Teilaufgabe a)

$f(x) = (x+2)^4$
$u^\circ v$
$u = x^4;\ v = x+2;\ u' = 4x^3;\ v' = 1$
$f'(x) = u'(v(x)) \times v'(x)$
$\Leftrightarrow f'(x) = 4 \times (x+2)^3 \times 1$
$\Leftrightarrow f'(x) = 4 \times (x+2)^3$

## 3.2 Teilaufgabe e)

$f(x) = e^{2x}$
$u^\circ v$
$u = e^x;\ v = 2x;\ u' = e^x;\ v' = 2$
$f'(x) = u'(v(x)) \times v'(x)$
$\Leftrightarrow f'(x) = e^{2x} \times 2$
$\Leftrightarrow f'(x) = 2e^{2x}$

# 4. S. 139 Nr. 2

## 4.1 Teilaufgabe a)

$f(x) = 2e^{x^3-x^2}$
$u^\circ v$
$u = 2e^x;\ v = x^3 - x^2;\ u' = 2e^x;\ v' = 3x^2 - 2x$
$f'(x) = 2e^{x^3-x^2} \times (3x^2 - 2x)$
$f'(x) = (6x^2 - 4x) \times e^{x^3-x^2}$

## 4.2 Teilaufgabe b)

$f(x) = e^{\sqrt{x}}$
$u = e^x;\ v = \sqrt{x};\ u' = e^x;\ v' = \frac{1}{2\times\sqrt{x}}$
$f'(x) = e^{\sqrt{x}} \times \frac{1}{2\times\sqrt{x}}$
$\Leftrightarrow f'(x) = \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\times\sqrt{x}}$

## 4.3 Teilaufgabe g)

$f(x) = 3x \times ln(2x)$
$u = 3x;\ v = ln(2x) = ln(2) + ln(x);\ u' = 3;\ v' = \frac{1}{x}$
$f'(x) = 3 \times ln(2x) + 3x \times \frac{1}{x}$
$f'(x) = 3 \times (ln(2x) + 1)$

## 4.4 Teilaufgabe h)

$f(x) = ln(\sqrt{x})$
$u^\circ v$
$u = ln(x);\ u' = \frac{1}{x};\ v = \sqrt{x};\ v' = \frac{1}{2\times\sqrt{x}}$
$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} \times \frac{1}{2\times\sqrt{x}}$
$\Leftrightarrow f'(x) = \frac{1}{2x}$

# 5. S. 139 Nr. 5

$f(x) = (2x-1)^2 \times e^x$

## 5.1 Teilaufgabe a)

$u = e^x;\ u' = e^x;\ v = (2x-1)^2 = 4x^2 - 4x + 1;\ v' = 8x - 4$
$f'(x) = e^x \times (8x-4) + e^x \times (4x^2 - 4x + 1)$
$f'(x) = e^x \times (8x - 4 + 4x^2 - 4x + 1)$
$f'(x) = e^x \times (4x - 3 + 4x^2)$

Steigung im Punkt $P\left(2\middle|f(2)\right)$
$f'(2) = e^2 \times (4 \times 2 - 3 + 4 \times 2^2)$
$\Leftrightarrow e^2 \times 21$

Die Steigung im Punkt $P\left(2\middle|f(2)\right)$ liegt bei $21 \times e^2$