

Part III-B: className

Lecture by 李漫漫

Note by THF

2024 年 9 月 8 日

目录

1	1-A	2
1.1	7.	2
1.2	8.	3
2	1-B	3
2.1	2.	3
2.2	3.	3
3	1.	5
4	2.	5
5	3.	5
6	4.	6
6.1	4.1	6
6.2	4.2	6

1 1-A

1.1 7.

设事件 A 为一条船卸货时另一条船等待, x 为船甲到达的时间, y 为船乙到达的时间, A 可能以如下方式发生:

1. 甲先到, 乙后到, 且乙不在甲到达后 3 小时后才到达, 即: $x < y$, $y < x + 3$, 即:

$$x \in (y - 3, y).$$

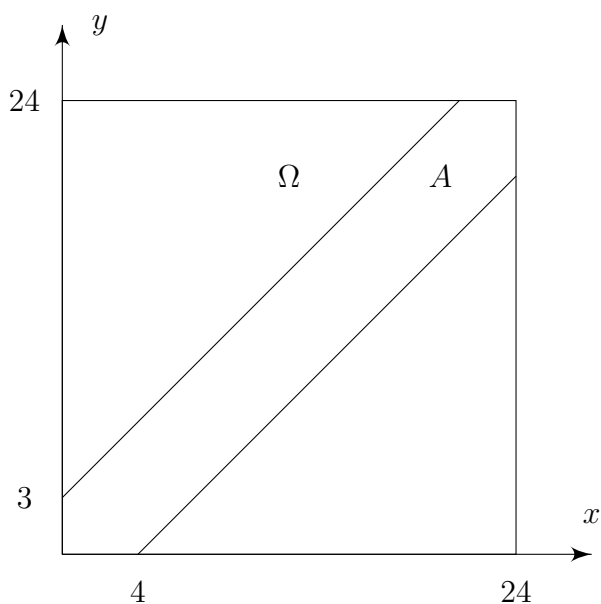
2. 乙先到, 甲后到, 且甲不在乙到达后 4 小时后才到达, 即: $y < x$, $x < y + 4$, 即:

$$y \in (x - 4, x).$$

合并后:

$$\begin{cases} y < x + 3 \\ y > x - 4 \end{cases}.$$

绘制样本空间如下:



$$P(A) = \frac{S(A)}{S(\Omega)}.$$

$$S(\Omega) = 24 \cdot 24 = 576.$$

$$S(A) = S(\Omega) - \frac{1}{2} \cdot 20^2 - \frac{1}{2} \cdot 21^2 = 155.5.$$

$$P(A) = \frac{311}{1152}.$$

1.2 8.

构成三角形的条件: $a + b + c = L$, $a + b > c$ (设 c 为最大边)

$$c = L - (a + b), \quad (a + b) = L - c$$

$$\text{即 } L - c > c, \quad c < \frac{L}{2}$$

即

$$l(A) = \frac{L}{2}.$$

$$l(\Omega) = L.$$

$$P(A) = \frac{l(A)}{l(\Omega)} = \frac{1}{2}.$$

2 1-B

2.1 2.

六次摸球中第四次是黑球: 前 5 次中有 3 次是黑球, 2 次是白球
目标事件数:

$$N(A) = 5 \cdot (2^4 \cdot 3^2).$$

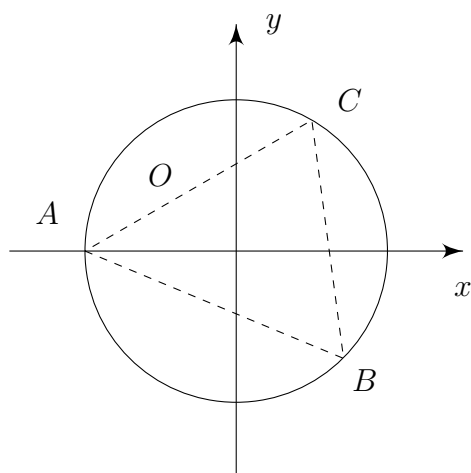
基本事件总数: $N(\Omega) = 5^6$

事件概率:

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{5 \cdot (2^4 \cdot 3^2)}{5^6} = \frac{144}{3125}.$$

2.2 3.

画单位圆:

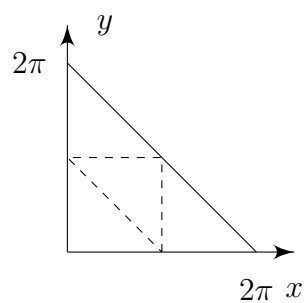


设 $x = \widehat{AB}$, $y = \widehat{BC}$, $\widehat{AC} = 2\pi - x - y$

\triangle_{ABC} 是锐角三角形的条件:

$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ 2\pi - (x + y) > 0 \\ x < \pi \\ y < \pi \\ 2\pi - (x + y) < \pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in (0, \pi) \\ y \in (0, \pi) \\ x + y > \pi \\ x + y < 2\pi \end{cases}.$$

绘制样本空间:



由图可得:

$$S(A) = \frac{3}{4}S.$$

(Δ_{ABC} 为钝角三角形)

$$S(\Omega) = S.$$

$$P(A) = \frac{S(A)}{S(\Omega)} = \frac{3}{4}.$$

3 1.

基本事件总数: $N(\Omega) = P_5^5 = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5 \cdot P_4^4$

目标事件: 第一封信有 4 个选择, 第一封信选择的信箱对应的信有 3 个选择, 第二封信选择的信箱对应的信有 2 个选择, 以此类推, 即: $N(A) = P_4^4$
概率:

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{1}{5}.$$

4 2.

$$P(A) = \frac{C_4^1}{C_5^2} = \frac{2}{5}.$$

求 B 事件的逆事件: 两台电机均来自于供应商 I:

$$P(\bar{B}) = \frac{C_2^2}{C_5^2} = \frac{1}{10}.$$

$$P(B) = 1 - P(\bar{B}) = \frac{9}{10}.$$

5 3.

$$P(A) = \frac{C_4^4}{C_{54}^4} = \frac{1}{316251}.$$

6 4.

6.1 4.1

$$\Omega = \{(x, y, z) \mid x, y, z = 0, 1\}.$$

6.2 4.2