

1 1-A

1.1 7.

设事件 A 为一条船卸货时另一条船等待, x 为船甲到达的时间, y 为船乙到达的时间, A 可能以如下方式发生:

1. 甲先到, 乙后到, 且乙不在甲到达后 3 小时后才到达, 即: $x < y, y < x+3$, 即:

$$x \in (y-3, y).$$

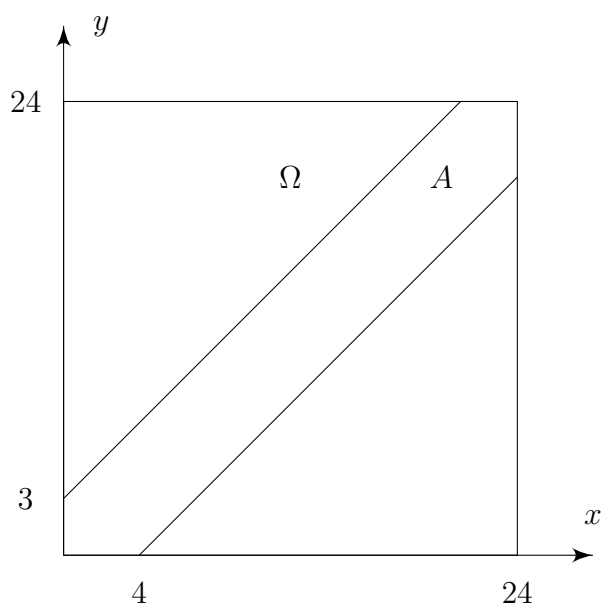
2. 乙先到, 甲后到, 且甲不在乙到达后 4 小时后才到达, 即: $y < x, x < y+4$, 即:

$$y \in (x-4, x).$$

合并后:

$$\begin{cases} y < x+3 \\ y > x-4 \end{cases}.$$

绘制样本空间如下:



$$P(A) = \frac{S(A)}{S(\Omega)}.$$

$$S(\Omega) = 24 \cdot 24 = 576.$$

$$S(A) = S(\Omega) - \frac{1}{2} \cdot 20^2 - \frac{1}{2} \cdot 21^2 = 155.5.$$

$$P(A) = \frac{311}{1152}.$$

1.2 8.

构成三角形的条件: $a + b + c = L$, $a + b > c$ (设 c 为最大边)

$$c = L - (a + b), (a + b) = L - c$$

$$\text{即 } L - c > c, c < \frac{L}{2}$$

即

$$l(A) = \frac{L}{2}.$$

$$l(\Omega) = L.$$

$$P(A) = \frac{l(A)}{l(\Omega)} = \frac{1}{2}.$$

2 1-B

2.1 2.

六次摸球中第四次是黑球: 前 5 次中有 3 次是黑球, 2 次是白球
目标事件数:

$$N(A) = 5 \cdot (2^4 \cdot 3^2).$$

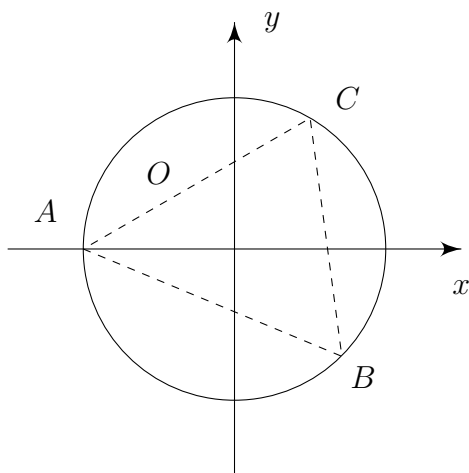
基本事件总数: $N(\Omega) = 5^6$

事件概率:

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{5 \cdot (2^4 \cdot 3^2)}{5^6} = \frac{144}{3125}.$$

2.2 3.

画单位圆:

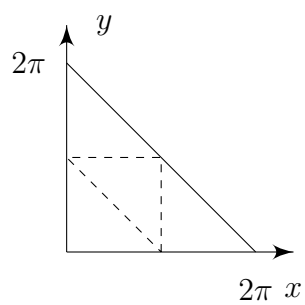


设 $x = \widehat{AB}$, $y = \widehat{BC}$, $\widehat{AC} = 2\pi - x - y$

Δ_{ABC} 是锐角三角形的条件:

$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ 2\pi - (x + y) > 0 \\ x < \pi \\ y < \pi \\ 2\pi - (x + y) < \pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in (0, \pi) \\ y \in (0, \pi) \\ x + y > \pi \\ x + y < 2\pi \end{cases}.$$

绘制样本空间:



由图可得:

$$S(A) = \frac{3}{4}S.$$

(Δ_{ABC} 为钝角三角形)

$$S(\Omega) = S.$$
$$P(A) = \frac{S(A)}{S(\Omega)} = \frac{3}{4}.$$

3 1.

基本事件总数: $N(\Omega) = P_5^5 = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5 \cdot P_4^4$

目标事件: 五封信错排的事件数 $N(A) = 44$

概率:

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{11}{30}.$$

4 2.

$$P(A) = \frac{C_4^1}{C_5^2} = \frac{2}{5}.$$

求 B 事件的逆事件: 两台电机均来自于供应商 I:

$$P(\bar{B}) = \frac{C_2^2}{C_5^2} = \frac{1}{10}.$$

$$P(B) = 1 - P(\bar{B}) = \frac{9}{10}.$$

5 3.

$$P(A) = \frac{C_4^4}{C_{54}^4} = \frac{1}{316251}.$$

6 4.

6.1 4.1

$$\Omega = \{(x, y, z) | x, y, z = 0, 1\}.$$

6.2 4.2

X 可以取到的值有 0,1,2,3

令 $P(X = X_i) = p_i$:

$$\begin{cases} p_0 = \frac{1}{2^3} \\ p_1 = \frac{3}{2^3} \\ p_2 = p_1 \\ p_3 = p_0 \end{cases}.$$

$$F_X(X) = \sum_{X_i \leq X} p_i.$$

6.3 4.3

$$F_X(2.5) = p_0 + p_1 + p_2 = \frac{7}{8}.$$

7 5.

7.1 5.1

$$C_{26}^3.$$

7.2 5.2

$$C_{26}^3 + C_{26}^2.$$

7.3 5.3

$$C_{26}^2 + C_{26}^3 + C_{26}^4.$$