1-A

14

设“第一次比赛取到 k 个新球”为 A_k，“第二次全取到新球”为 B

$$P\left(A_k\right)=\frac{C_9^kC_6^{3-k}}{C_{15}^3}.$$

$$P\left(B|A_k\right)=\frac{C_{9-k}^3C_{6+k}^0}{C_{15}^3}.$$

$$P\left(B\right)=\sum_{k=0}^{3}P\left(B|A_k\right)P\left(A_k\right)\approx 0.089.$$

22

射击为伯努利试验：

表 1: 射击

X	p
0	0.8
1	0.2

假设 n 次射击都不击中，概率：

$$P\left(\bar{A}\right)=0.8^n.$$

$$P\left(A\right)=1-P\left(\bar{A}\right)\geq 0.9.$$

求得：$n\geq 11$，即至少要 11 次独立射击

2-B

6

若采用三局两胜制，甲胜利概率：

$$P\left(A_1\right)=0.6\times 0.4\times 0.6+0.4\times 0.6\times 0.6+0.6\times 0.6=0.648.$$

若采用五局三胜制：

1. 甲全胜：$p_1 = 0.6^5$
2. 甲胜 4 场：$p_2 = 0.6^4 \cdot 0.4 \cdot C_5^1$
3. 甲胜 3 场：$p_3 = 0.6^3 \cdot 0.4^2 \cdot C_5^2$

$$P\left(A_2\right) = p_1 + p_2 + p_3 = 0.68256 > P\left(A_1\right).$$

即五局三胜制有利

7

抽取一次，令：产品为正品为 A ，检测得正品为 B

有：

$$P\left(A\right) = 0.96, P\left(\bar{A}\right) = 0.04, P\left(B|A\right) = 0.99, P\left(B|\bar{A}\right) 0.05.$$

则：

$$P\left(B\right) = P\left(B|A\right) P\left(A\right) + P\left(B|\bar{A}\right) P\left(\bar{A}\right) = 0.9524.$$

抽取三次：$P\left\{X = 3\right\} = 0.9524^3 \approx 0.864$

1.

事件发生的情况：第一次、第二次不合格，第三次合格

设“第 k 次抽到不合格”为 A_k，求：$P\left(A_1A_2\bar{A}_3\right)$

$$P\left(A_1A_2\bar{A}_3\right) = P\left(A_1\right) P\left(A_2|A_1\right) P\left(\bar{A}_3|A_1A_2\right).$$

$$= \frac{5}{20} \cdot \frac{4}{19} \cdot \frac{15}{18} \approx 0.044.$$

2.

$$P\left(A|C\right) = 0.95, P\left(C\right) = 0.0004.$$

可得：

$$P(AC) = P(A|C)P(C), P\left(\bar{C}\right) = 0.9996.$$

$$P\left(\bar{A}|\bar{C}\right) = 0.9 \implies P\left(A|\bar{C}\right) = 0.1.$$

由贝叶斯公式：

$$P(C|A) = \frac{P(AC)}{P(A)} = \frac{P(A|C)P(C)}{P\left(A|\bar{C}\right)P\left(\bar{C}\right) + P(A|C)P(C)}.$$

计算得：$P(C|A) \approx 0.0038$

3.

$P(A) = \dfrac{1}{2^2} = \dfrac{1}{4}$

4.

题目更正：载客量 5 人
目标事件：5 个人分到 7 层楼中，即 $N(A) = P_7^5$
基本事件总数：$N(\Omega) = 7^5$
概率：

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} \approx 0.150.$$

5.

不被所有的雷达捕捉到的概率：

$$P\left(\bar{A}\right) = (1 - 0.4) \cdot (1 - 0.3) \cdot (1 - 0.2) \cdot (1 - 0.3) = 0.2352.$$

被至少一个雷达捕捉到即收到超速罚单，即：

$$P(A) = 1 - P\left(\bar{A}\right) = 0.7648.$$

6.

令："完成任务" 为 A，"通过测试" 为 B ，则：

$$P\left(B|A\right)=0.65, P\left(B|\bar{A}\right)=0.25, P\left(A\right)=0.9.$$

求：$P\left(\bar{A}|B\right)$ ：使用贝叶斯公式：

$$\begin{aligned}P\left(\bar{A}|B\right)&=\frac{P\left(\bar{A}B\right)}{P\left(B\right)}=\frac{P\left(B|\bar{A}\right)P\left(\bar{A}\right)}{P\left(B|\bar{A}\right)P\left(\bar{A}\right)+P\left(B|A\right)P\left(A\right)}\\&=\frac{0.25\cdot 0.1}{0.215\cdot 0.1+0.65\cdot 0.9}\approx 0.041.\end{aligned}$$