HY217

Bonus Σειρά Ασκήσεων

«Προσέγγιση πιθανοτήτων φαινομένων με χρήση του MatLab»

Ιανουάριος 2020

Πανεπιστήμιο Κρήτης

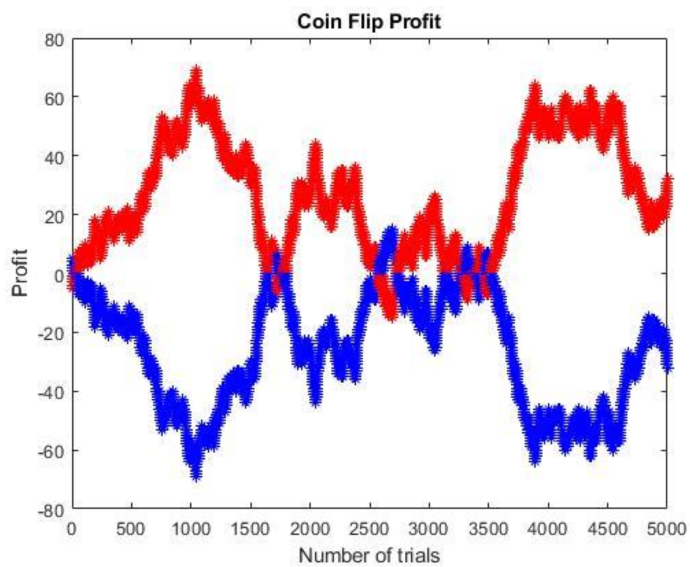
Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών

Μάνος Χατζάκης

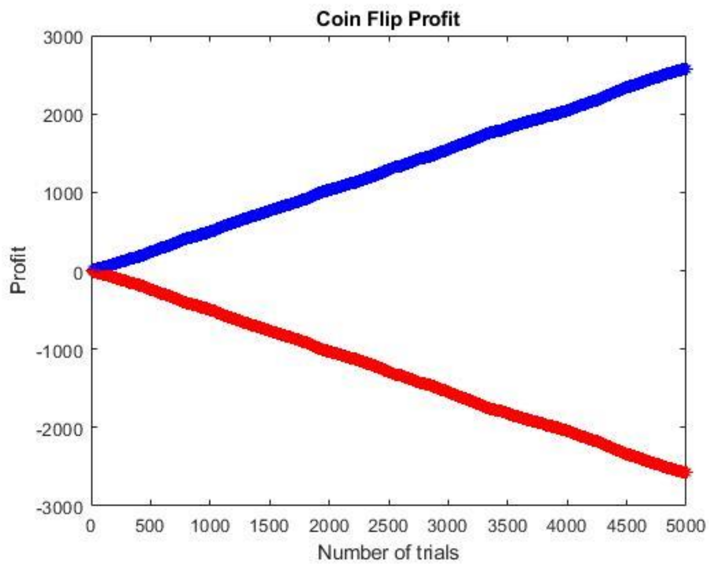
csd4238@csd.uoc.gr

Άσκηση 1

1. Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνεται το κέρδος του Περικλή(μπλε) και της Αρσινόης (κόκκινο). Παρατηρούμε πως αφενός το κέρδος μπορεί να είναι αρνητικό(ζημιά) και πως ότι κερδίζει ο ένας παίκτης, το χάνει ο άλλος. Το διάγραμμα αντιστοιχεί σε ρίψη δίκαιου κέρματος (p = 0.5). (Σημείωση: Εφόσον μιλάμε για πιθανότητες, το διάγραμμα είναι ενδεικτικό.)

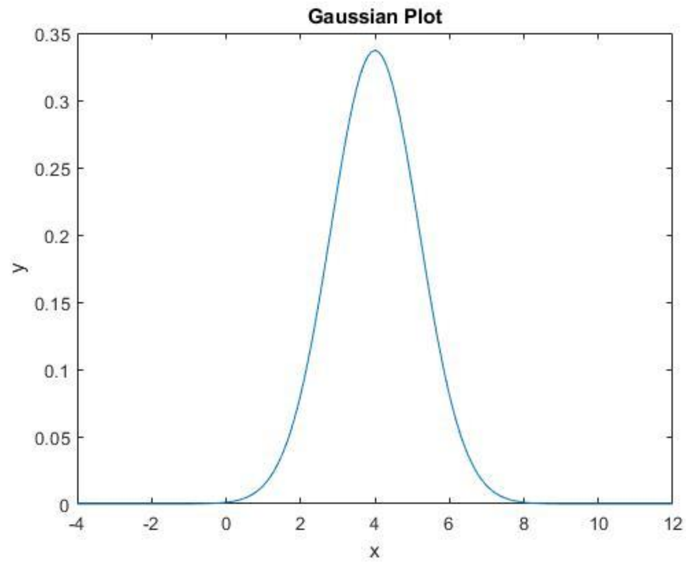


2. Στο παρακάτω διάγραμμα βλέπουμε το κέρδος του Περικλή(μπλε) έναντι της Αρσινόης(κόκκινο), μετά από 5000 προσπάθειες χρησιμοποιώντας το πειραγμένο κέρμα. Προφανώς, εφόσον πλέον οι πιθανότητες είναι με το μέρος του Περικλή, το κέρδος του θα είναι θετικό. Το διάγραμμα αντιστοιχεί σε ρίψη πειραγμένου κέρματος με πιθανότητα κορώνας αυξημένη, υπέρ του Περικλή (p = 0.75).

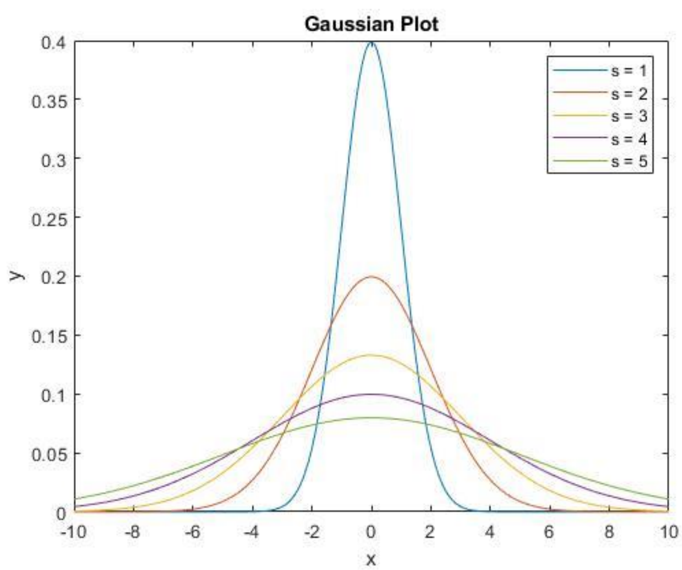


Άσκηση 2

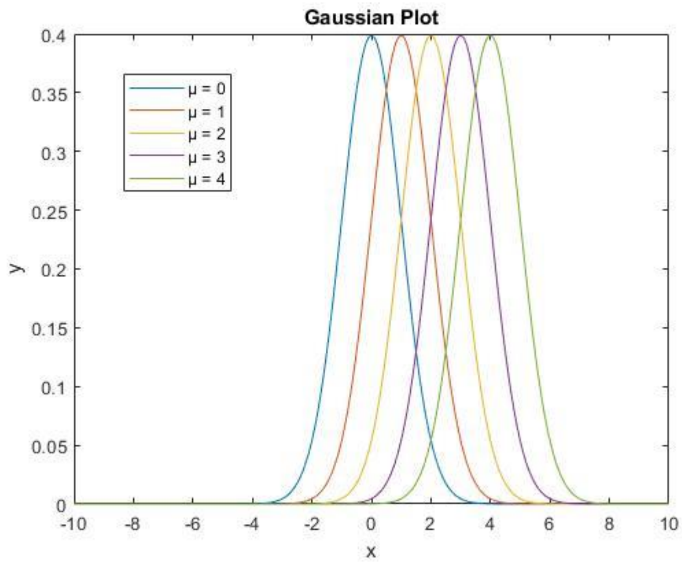
1. Το διάγραμμα της Gaussian κατανομής είναι το εξής:



2. Βλέπουμε παρακάτω τα διαγράμματα κατανομών σε ένα σταθερό διάστημα με ίση μέση τιμή (μ = 0) , στις οποίες όμως αλλάζουμε την τυπική απόκλιση. Αντιλαμβανόμαστε πως εφόσον η μέση τιμή μένει σταθερή, όλες οι γραφικές παραστάσεις είναι συμμετρικές ως προς το ίδιο σημείο μ του άξονα των x, με διαφορετική όμως τιμή στο σημείο αυτό(λόγω του διαφορετικού σ).

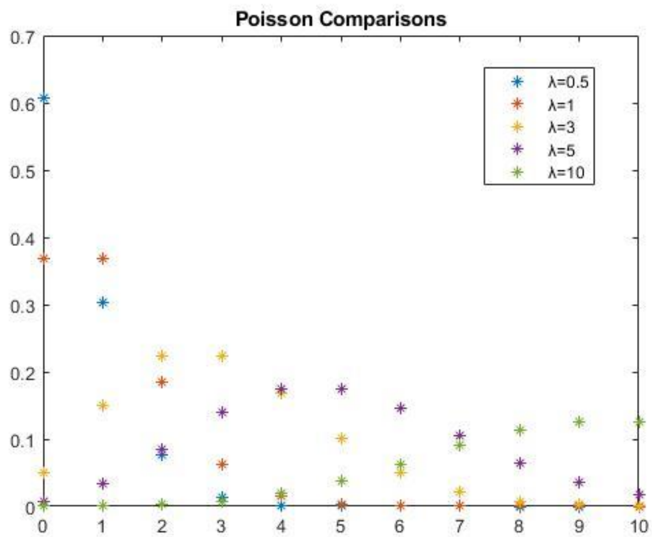


3. Στο παρακάτω διάγραμμα βλέπουμε την αντίθετη περίπτωση. Δηλαδή κρατάμε σταθερό το σ, και δίνουμε διαφορετικές τιμές στο μ. Βλέπουμε πως αυτή η κίνηση οδηγεί σε μετατόπιση της κατανομής κατά τον άξονα των x.



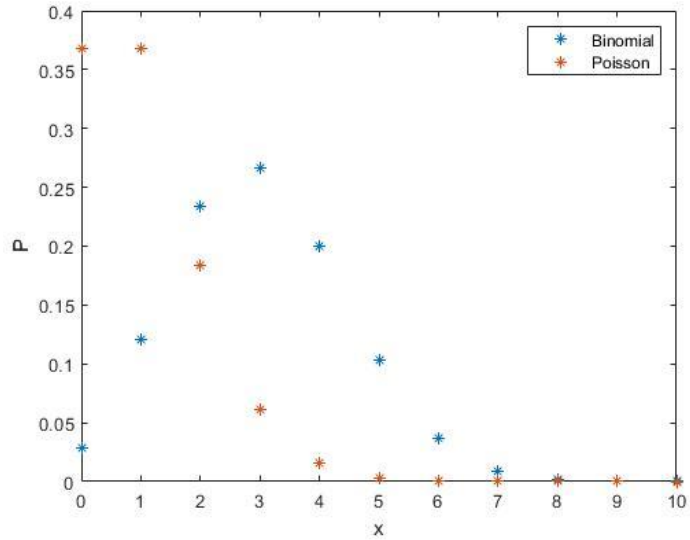
Άσκηση 3

1. Στο παρακάτω διάγραμμα βλέπουμε 5 κατανομές Poisson, με διαφορετικό λ για κάθε κατανομή. Από το διάγραμμα αυτό παρατηρούμε πως ουσιαστικά η τιμή του λ είναι εκείνη που καθορίζει την μορφή της κατανομής στο διάστημα που παρουσιάζεται. Επίσης, το διάγραμμα περιλαμβάνει σημεία και όχι γραμμές, μιας και η κατανομές είναι διακριτές.

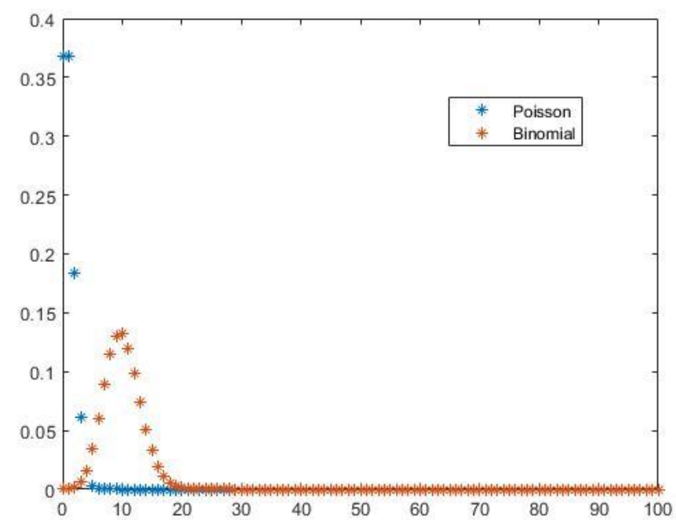


2. Έχουμε τις εξής κατανομές για:
   a. N = 10: Παρατηρούμε πως για N=10, η κατανομή Poisson παίρνει αρχικά μεγαλύτερες τιμές από την διωνυμική, όμως τείνει

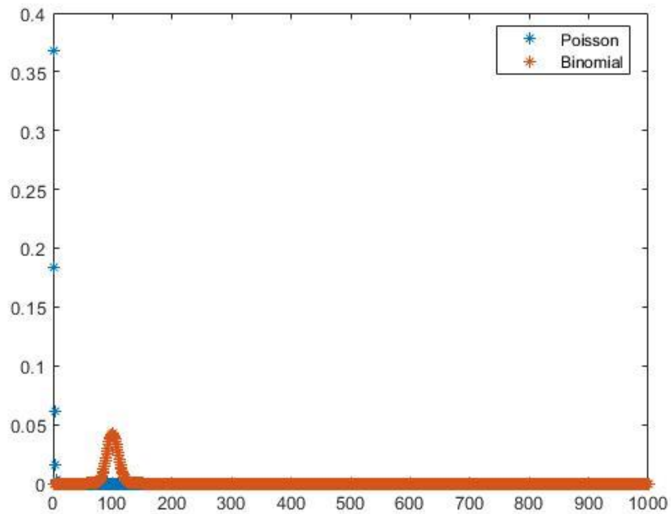
γρηγορότερα προς το 0.



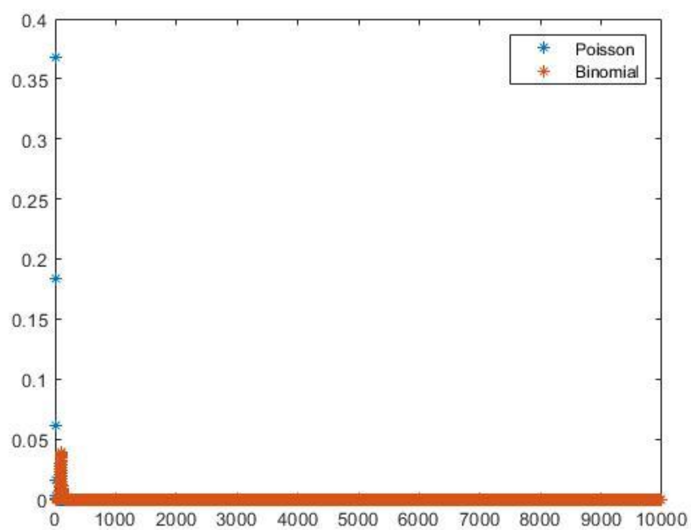
b. N = 100: Ομοίως, για N = 100 η Poisson παίρνει αρχικά μεγαλύτερες τιμές όμως μηδενίζεται πιο γρήγορα.



c. N = 1000: Ξανά η Poisson μηδενίζεται πιο γρήγορα ενώ αρχικά παίρνει μεγαλύτερες τιμές.



d. N = 10000: Εδώ βλέπουμε πως για N=1000 και πάλι η Poisson παίρνει μεγαλύτερες τιμές, όμως και οι δύο κατανομές μηδενίζονται γρήγορα.



Άσκηση 4

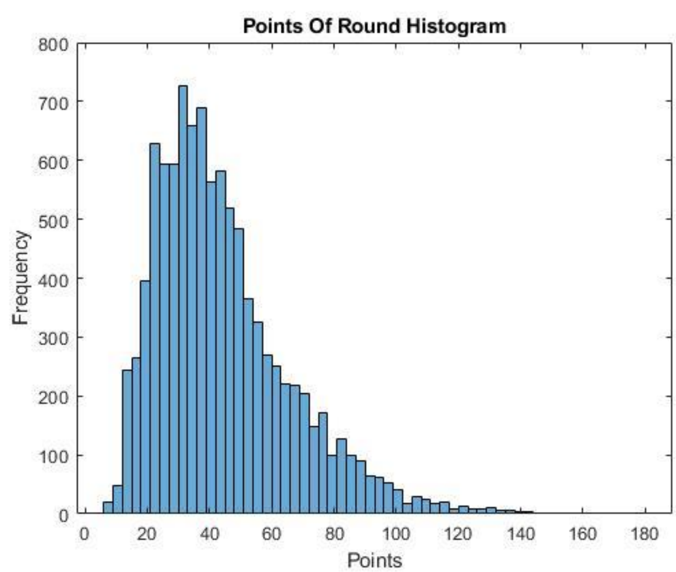
Στην άσκηση αυτή, ο κώδικας του αρχείου darts.m προσομοιώνει 10000 παιχνίδια με βελάκια, όπου κάθε παιχνίδι τελειώνει όταν ολοκληρωθούν 6 προσπάθειες.

Για την απάντηση των ερωτήσεων έχουμε τον παρακάτω πίνακα.

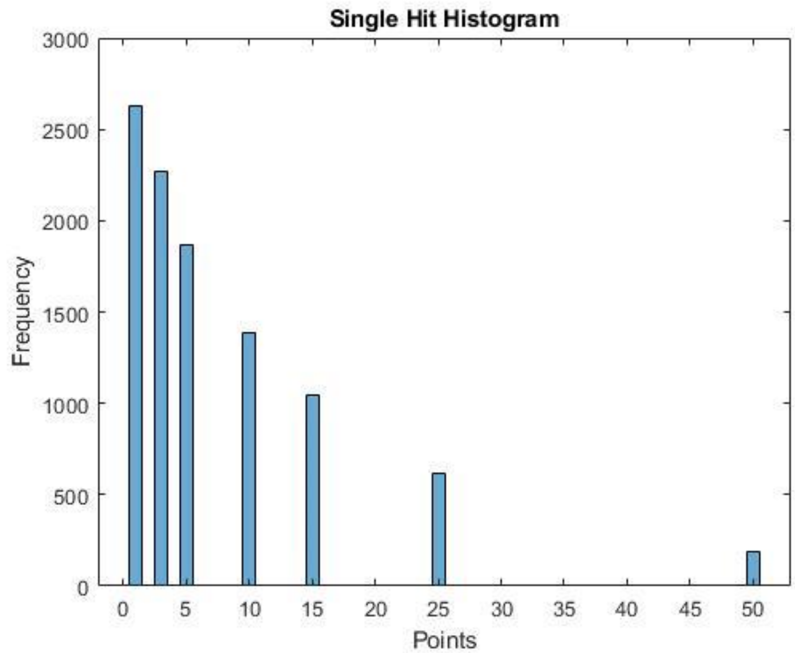
Ερώτημα	Προσέγγιση	Σχόλιο
α.	~2.057%	Προφανώς, υπάρχει μικρή πιθανότητα για τόσο μεγάλη ευστοχία. Συνεπώς το αποτέλεσμα ήταν αναμενόμενο.
β.	~18.075%	Σαφώς, είναι πιο εύκολο να πετύχουμε το 5.
γ.	~0.000%	Η πιθανότητα να πετύχουμε πάνω από 200 πόντους σε ένα γύρο είναι σχεδόν μηδενική. Για περισσότερες επαναλήψεις, (για παράδειγμα 1m) ο κώδικας προσεγγίζει αυτήν την πιθανότητα ως μία πολύ μικρή τιμή κοντά στο 0.004%
δ.	~66.860%	Κανονική προσέγγιση του κώδικα.
ε.	~0.090%	Κανονική προσέγγιση του κώδικα.

Για το τελευταίο ερώτημα:

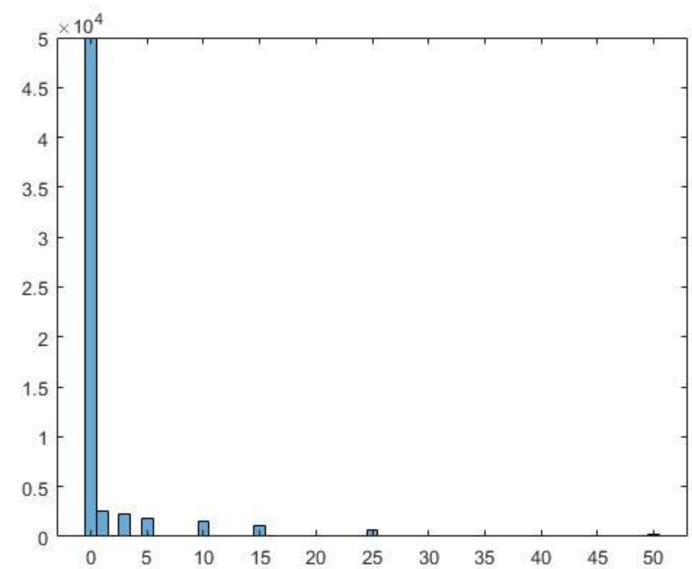
- Συνολικό ιστόγραμμα για τους πόντους κάθε γύρου: Από το ιστόγραμμα αυτό παρατηρούμε πως οι συνηθισμένοι πόντοι ανά γύρο που συλλέγουμε είναι στο εύρος των 20 με 60 πόντων.



- Ιστόγραμμα ρίψης: Παρατηρούμε πως συνήθως στις ρίψεις μας πετυχαίνουμε πιο συχνά 1 3 η 5 πόντους (Για τις 1000 δοκιμές/ρίψεις) .



Επίσης, για όλες τις δοκιμές το ιστόγραμμα που προκύπτει είναι το εξής:



Άσκηση 5 (The Monty Paradox)

Στην άσκηση αυτή καλούμαστε να προσεγγίσουμε διαισθητικά και να επιβεβαιώσουμε προγραμματιστικά την στρατηγική που πρέπει να ακολουθήσουμε σε παιχνίδια όπως αυτό του Monty Hall, στο οποίο επιλέγουμε μία από τρεις κλειστές πόρτες. Μία από αυτές έχει κρυμμένο ένα βραβείο, και μόλις επιλέξουμε ο παρουσιαστής ανοίγει την τρίτη πόρτα(αυτή που δεν έχουμε επιλέξει και δεν κερδίζει τίποτα). Τότε, πριν η δεύτερη πόρτα ανοίξει και μάθουμε το αποτέλεσμα, έχουμε την επιλογή να αλλάξουμε την πόρτα που επιλέξαμε.

Έστω λοιπόν πως επιλέγουμε την πόρτα 1 (χωρίς βλάβη της γενικότητας). Έχουμε τις εξής τρεις περιπτώσεις:

Πόρτα 1	Πόρτα 2	Πόρτα 3	Αλλάζω	Παραμένω
Βραβείο	-	-	ΑΠΟΤΥΧΙΑ	ΝΙΚΗ
-	Βραβείο	-	ΝΙΚΗ	ΑΠΟΤΥΧΙΑ
-	-	Βραβείο	ΝΙΚΗ	ΑΠΟΤΥΧΙΑ

Παρατηρούμε πως η καλύτερη στρατηγική είναι αυτή της αλλαγής. Ο πίνακας δείχνει πως στα 2/3 των περιπτώσεων η αλλαγή πόρτας επιφέρει νίκη (για τις υπόλοιπες περιπτώσεις, το αποτέλεσμα είναι ανάλογο).

Ο κώδικας του φακέλου “Assignment4” επιβεβαιώνει πειραματικά την παραπάνω διαισθητική προσέγγιση του προβλήματος.

Μάλιστα, τρέχοντας τον κώδικα, παρατηρούμε πως για 1000 δοκιμές, η πιθανότητα νίκης αν αλλάξουμε πόρτα κυμαίνεται στο 60% έως 65% ενώ κρατήσουμε την αρχική μας επιλογή κυμαίνεται στο 30% έως 35%.

Συνεπώς, η «διαισθητική» παρατήρηση που αποτυπώνεται στον παραπάνω πίνακα μπορεί να επιβεβαιωθεί και πειραματικά.