

**Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого**

**Институт прикладной математики и механики**

**Кафедра «Прикладная математика»**

**Отчет по дисциплине «Вычислительные комплексы» по  
лабораторной работе №5  
«Эмиссионная томография плазмы. Решение ИСЛАУ»**

Выполнил студент группы 3630102/60201

Чепулис М.А.

Преподаватель: Баженов А.Н.

Санкт-Петербург

2019

## Оглавление

Постановка задачи .....	3
Теория .....	3
Реализация.....	3
Результаты .....	4
Решение МНК .....	4
Функция <code>tolsopty</code> .....	4
Оценка числа обусловленности интервальной матрицы $A$ .....	7
Оценка вариабельности IVE .....	7
Обсуждение .....	7
Литература .....	8
Приложение.....	8
Код программы на Matlab: .....	8

## Постановка задачи

Считать данные правой части( $b$ ) – значения детектора

Решить полученную в лабораторной №4 СЛАУ различными способами:

1)  $x = (A^t A)^{-1} A^t b$

2) Используя функцию `tolstolvt` [\[5\]](#)

## Теория

Для построения ИСЛАУ представим правую часть уравнения  $Ax = b$  как интервал:  $Ax = [\underline{b}, \bar{b}]$

рассматриваются показатели детектора во временные интервалы с «текущий» -  $K$  до «текущий» +  $K$

$\underline{b}$  – минимум  $b$  в некотором окне радиуса  $K$

$\bar{b}$  – максимум  $b$  в некотором окне радиуса  $K$

Матрица  $A$  оставляем исходной

Функция `tolstolvt` возвращает:

*tolmax* - значение максимума распознающего функционала;

*argmax* - доставляющий его вектор значений аргумента, который лежит в допустовом множестве решений при  $tolmax \geq 0$ ;

(остальные возвращаемые значения нас сейчас не интересуют)

Если  $tolmax < 0$ , то допустовое множество решений интервальной линейной системы пусто

Тогда ослабим условия. Для этого расширим интервал  $[\underline{b}, \bar{b}]$  так, чтобы допустовое решение было не пусто.

$$\underline{b} = \underline{b} - \Delta b$$

$$\bar{b} = \bar{b} + \Delta b$$

Для получения решения достаточно взять  $\Delta b = |tolmax|$

## Реализация

Все задания были выполнены на языке программирования Matlab в среде разработки MATLAB R2017b [\[1\]](#)

Данные о расположении и параметрах детектора взяты пособия к лабораторной работе [\[4\]](#)

Значения детектора записаны в файле, полученном от преподавателя

Функция `tolstolvt` [\[5\]](#)

Для вычисления числа обусловленности интервальной матрицы используется функция `HeurMinCond`, полученная от преподавателя

## Результаты

Рассматривается:

- набор данных - 37000
- временной интервал – 000162

Матрица A размерности:  $A_{256 \times 174}$

Число обусловленности матрицы A:  $\text{cond}(A) = 8.2719 * 10^{31}$

Число обусловленности матрицы  $A^t A$ :  $\text{cond}(A^t A) = 5.2939 * 10^{35}$

Решение МНК

Первый способ решения:

$$x = (A^t A)^{-1} A^t b$$

Т.к. Матрица A сильно разрежена, собственные числа квадратной матрицы  $A^t A$  сконцентрированы около нуля

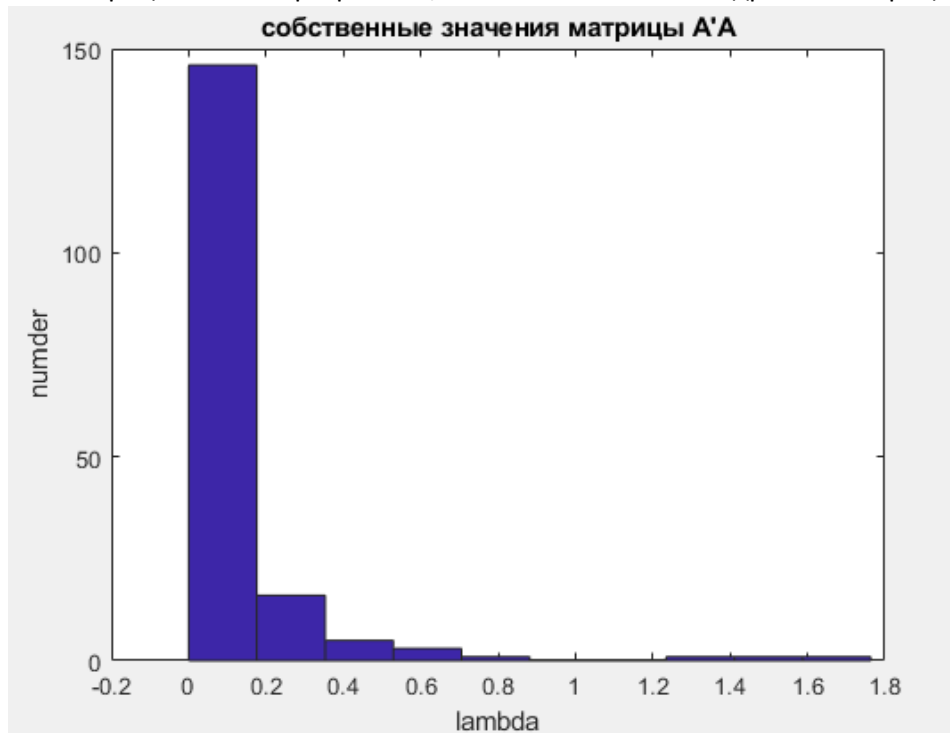


Рисунок 1 Гистограмма собственных чисел матрицы  $A^t A$

Всего 23 собственных числа больше 0.2

В качестве решения Matlab`ом получен вектор, состоящий из NaN (т.к. число обусловленности столь большое надежда на нахождение обратной матрицы почти отсутствует)

Функция `tolstolvt`

Для нахождения интервала b выбрано «окно» с радиусом  $K = 1$

При первой попытке нахождения решения получили, что  $\text{tolmax} = -16.0667$

Т.к.  $\text{tolmax} < 0$ , то Допусковое множество решений интервальной линейной системы пусто

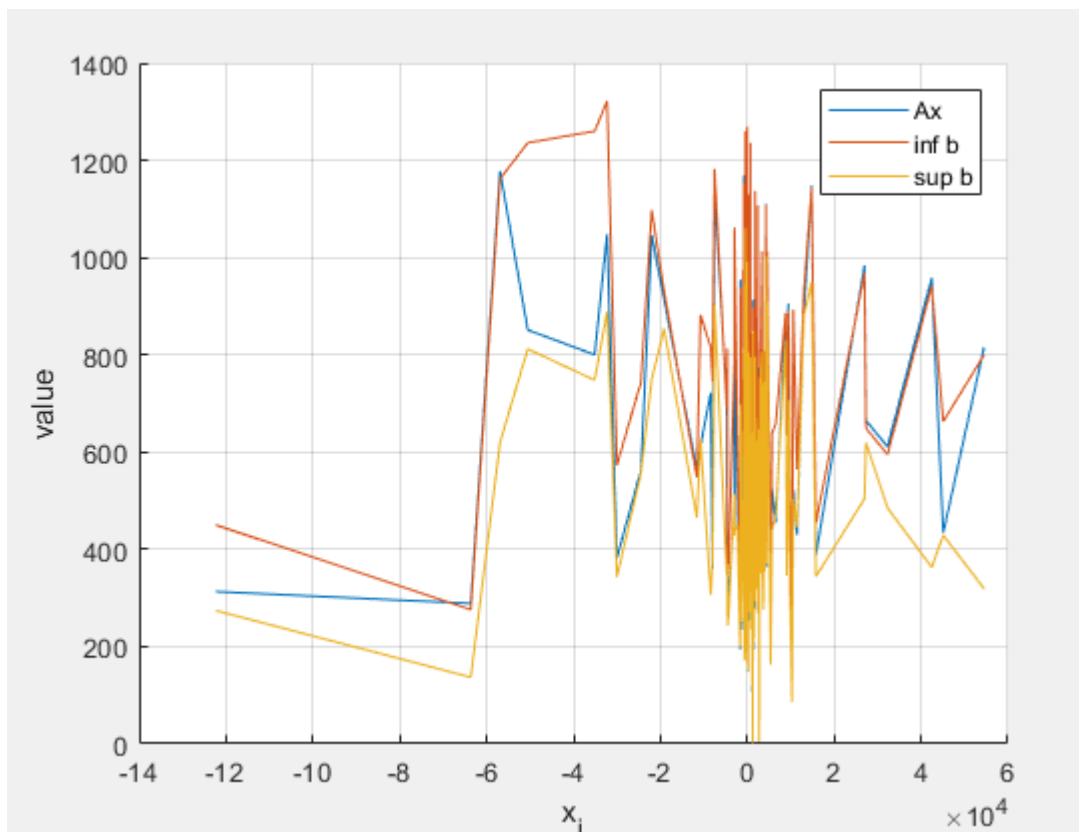


Рисунок 2 График первой попытки решения

Теперь выберем  $\Delta b = 16.0667$ , тем самым расширив границы  $b$

Для второй попытки нахождения решения получаем, что  $tolmax = 0$ , следовательно Допусковое множество решений интервальной линейной системы непусто.

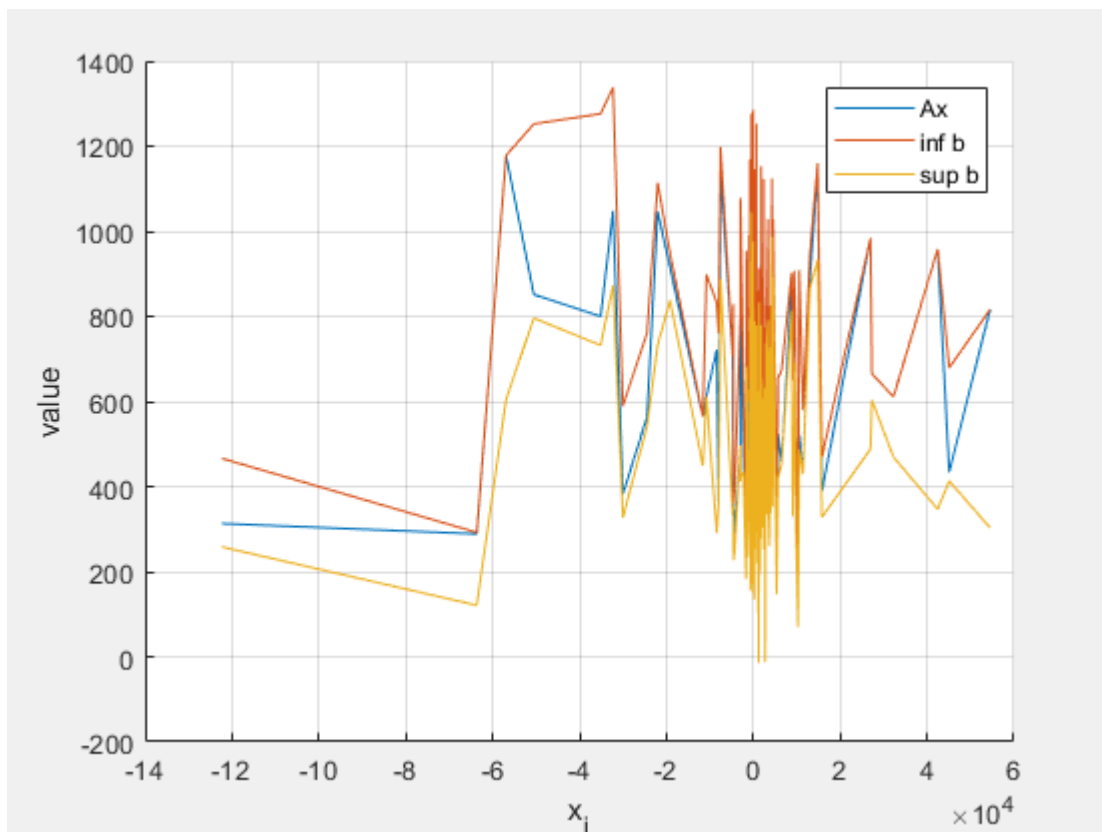


Рисунок 3 График решения с расширенным интервалом

Полученное решение:

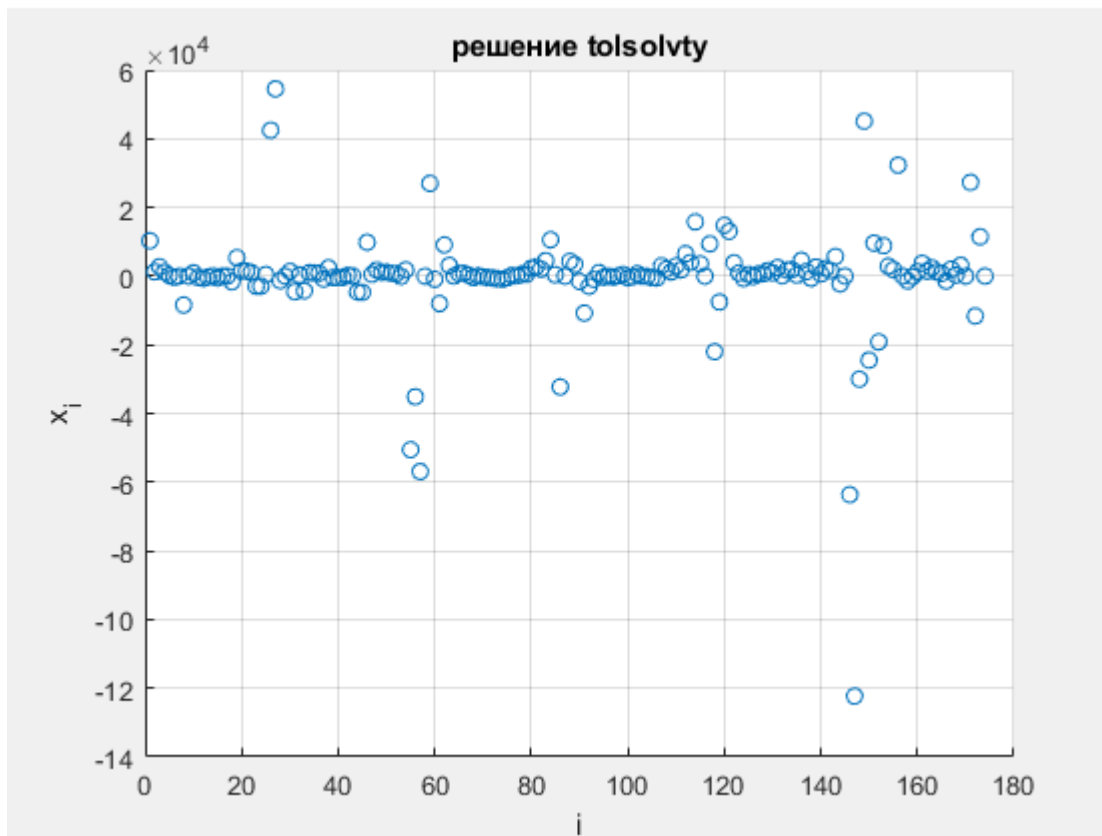


Рисунок 4 График полученного решения от  $i$

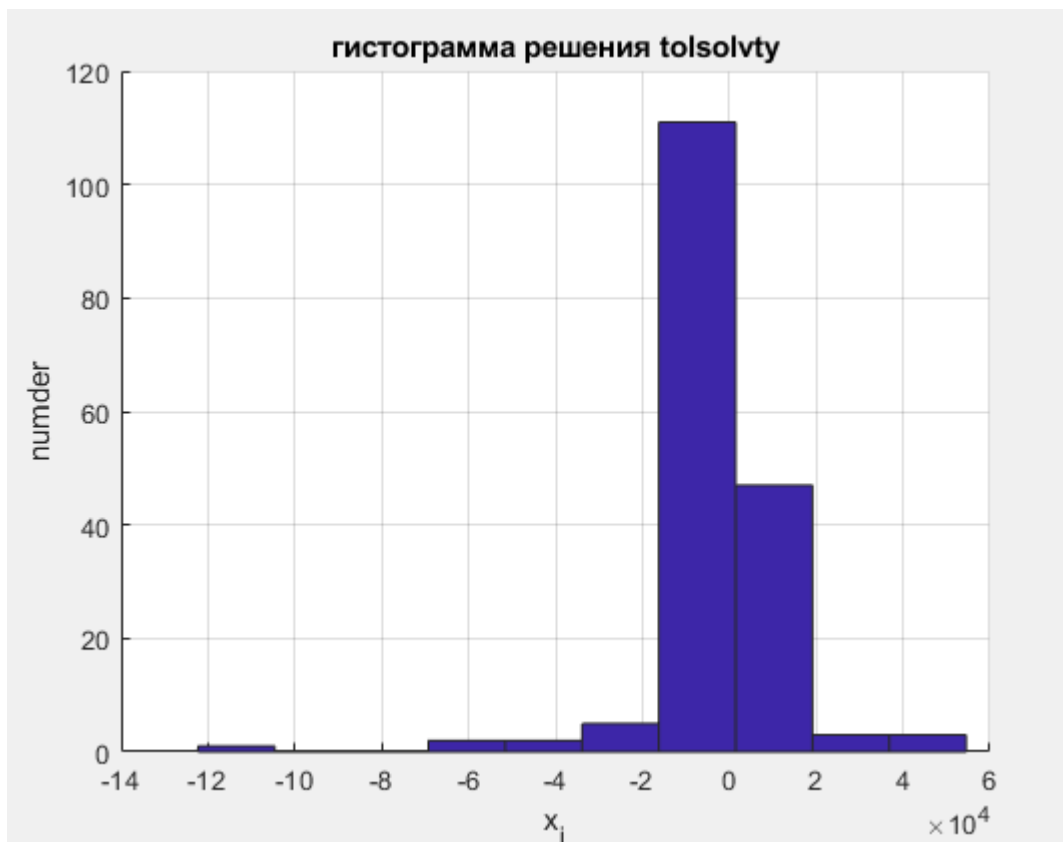


Рисунок 5 гистограмма решения, полученного с помощью tolsolvty

Оценка числа обусловленности интервальной матрицы A

В качестве оценки радиуса элементов матрицы A возьмём 10% от их величины.

Выбор именно 10% обусловлен тем, что точность знания сепаратрисы, по которой построена матрицы A около 10%

Тогда оценка числа обусловленности интервальной матрицы A равна 6.2114e+31

Оценка вариабельности IVE

$$\text{IVE}(\mathbf{A}, \mathbf{b}) = \sqrt{n} \max_{\mathbb{R}^n} \text{Tol} \cdot \left( \min_{\mathbf{A} \in \mathbf{A}} \text{cond}_2 \mathbf{A} \right) \cdot \frac{\|\arg \max_{\mathbb{R}^n} \text{Tol}\|_2}{\|\hat{\mathbf{b}}\|_2}.$$

[6]

Т.к. для полученного решения  $\text{maxtol} = 0$ , то и  $\text{IVE}(\mathbf{A}, \mathbf{b}) = 0$

## Обсуждение

СЛАУ представляет собой матрицу 256xN, где N – это количество элементов разбиения.

Матрица A имеет огромное число обусловленности ( $\text{cond}(A) = 8.2719 * 10^{31}$ ). Это означает, что матрица крайне плохо обусловлена.

Матрица A – плохо обусловлена. От того матрица  $A^t A$  становится уже настолько плохо обусловлена ( $\text{cond}(A^t A) = 5.2939 * 10^{35}$ ), что невозможно получить решение в виде:  $x = (A^t A)^{-1} A^t b$

Вторым методом ИСЛАУ решение получено, но при этом сильно ослаблены условия на b (раздвинуты границы интервала). И не гарантируется, что  $x \geq 0$ . А изначальная постановка задачи требует, чтобы излучение было неотрицательным.

## **Литература**

- [1] Документация по Матлаб [Электронный ресурс]  
Режим доступа: <https://www.mathworks.com/help/> (дата обращения декабрь 2019)
- [2] Код функции g\_file\_extractor\_1t [электронный ресурс, облачное хранилище]  
Режим доступа: <https://cloud.mail.ru/public/5o3T/4G4dD71hL> (дата обращения декабрь 2019)
- [3] Пособие к Лабораторным работам [электронный ресурс, облачное хранилище]  
Режим доступа: <https://cloud.mail.ru/public/4ra6/5wwqBzMBC/LabPractics.pdf> (дата обращения декабрь 2019)
- [4] Пособие к Лабораторным работам «Построение матриц СЛАУ» [электронный ресурс, облачное хранилище]  
Режим доступа:  
[https://vk.com/doc38035266\\_528474113?hash=8c9ddc720dfadef7b6&dl=48b180ef19a7dc0f33](https://vk.com/doc38035266_528474113?hash=8c9ddc720dfadef7b6&dl=48b180ef19a7dc0f33) (дата обращения ноябрь 2019)
- [5] Код функции tolsolvtу [электронный ресурс]  
Режим доступа: <http://www.nsc.ru/interval/Programing/MCodes/> (дата обращения декабрь 2019)
- [6] «О мере вариабельности оценки параметров в статистике интервальных данных» [электронный ресурс]  
Режим доступа: <http://www-sbras.nsc.ru/interval/shary/Papers/SShary-VariabMeasure-JCT.pdf>

## **Приложение**

Код программы на Matlab:

[Электронный ресурс, репозиторий GitHub]

Режим доступа: <https://github.com/MChepulis/computing-complex/tree/develop> (дата обращения декабрь 2019)