

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

Институт прикладной математики и механики

Кафедра «Прикладная математика»

**Отчет по дисциплине «Вычислительные комплексы» по
лабораторной работе №5
«Эмиссионная томография плазмы. Решение ИСЛАУ»**

Выполнил студент группы 3630102/60201

Чепулис М.А.

Преподаватель: Баженов А.Н.

Санкт-Петербург

2019

Оглавление

Постановка задачи	3
Теория	3
Реализация.....	3
Результаты	4
Решение МНК	4
Функция <code>tolsovtu</code>	4
Оценка числа обусловленности интервальной матрицы A	7
Оценка вариабельности IVE	7
Обсуждение	7
Литература	9
Приложение.....	9
Код программы на Matlab:	9

Постановка задачи

Считать данные правой части(b) – значения детектора

Решить полученную в лабораторной №4 СЛАУ различными способами:

1) $x = (A^t A)^{-1} A^t b$

2) Используя функцию `tolsvty` [\[5\]](#)

Теория

Для построения ИСЛАУ представим правую часть уравнения $Ax = b$ как интервал: $Ax = [\underline{b}, \bar{b}]$

рассматриваются показатели детектора во временные интервалы с «текущий» - K до «текущий» + K

\underline{b} – минимум b в некотором окне радиуса K

\bar{b} – максимум b в некотором окне радиуса K

Матрица A оставляем исходной

Функция `tolsvty` возвращает:

tolmax - значение максимума распознающего функционала;

argmax - доставляющий его вектор значений аргумента, который лежит в допустовом множестве решений при $tolmax \geq 0$;

(остальные возвращаемые значения нас сейчас не интересуют)

Если $tolmax < 0$, то допустовое множество решений интервальной линейной системы пусто

Тогда ослабим условия. Для этого расширим интервал $[\underline{b}, \bar{b}]$ так, чтобы допустовое решение было не пусто.

$$\underline{b} = \underline{b} - \Delta b$$

$$\bar{b} = \bar{b} + \Delta b$$

Для получения решения достаточно взять $\Delta b = |tolmax|$

Реализация

Все задания были выполнены на языке программирования Matlab в среде разработки MATLAB R2017b [\[1\]](#)

Данные о расположении и параметрах детектора взяты пособия к лабораторной работе [\[4\]](#)

Значения детектора записаны в файле, полученном от преподавателя

Функция `tolsvty` [\[5\]](#)

Для вычисления числа обусловленности интервальной матрицы используется функция `HeurMinCond`, полученная от преподавателя

Результаты

Рассматривается:

- набор данных - 37000
- временной интервал – 000162

Матрица A размерности: $A_{256 \times 174}$

Число обусловленности матрицы A: $\text{cond}(A) = 8.2719 \cdot 10^{31}$

Число обусловленности матрицы $A^t A$: $\text{cond}(A^t A) = 5.2939 \cdot 10^{35}$

Решение МНК

Первый способ решения:

$$x = (A^t A)^{-1} A^t b$$

Т.к. Матрица A сильно разрежена, собственные числа квадратной матрицы $A^t A$ сконцентрированы около нуля

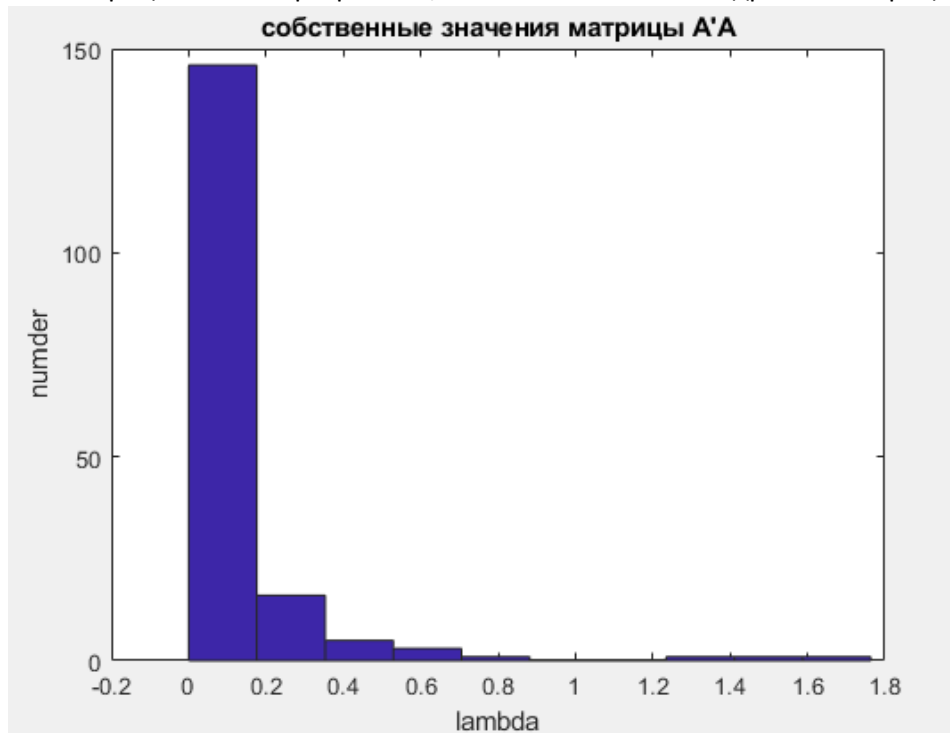


Рисунок 1 Гистограмма собственных чисел матрицы $A^t A$

Всего 23 собственных числа больше 0.2

В качестве решения Matlab`ом получен вектор, состоящий из NaN (т.к. число обусловленности столь большое надежда на нахождение обратной матрицы почти отсутствует)

Функция `tolstolvt`

Для нахождения интервала b выбрано «окно» с радиусом $K = 1$

При первой попытке нахождения решения получили, что $\text{tolmax} = -16.0667$

Т.к. $\text{tolmax} < 0$, то Допусковое множество решений интервальной линейной системы пусто

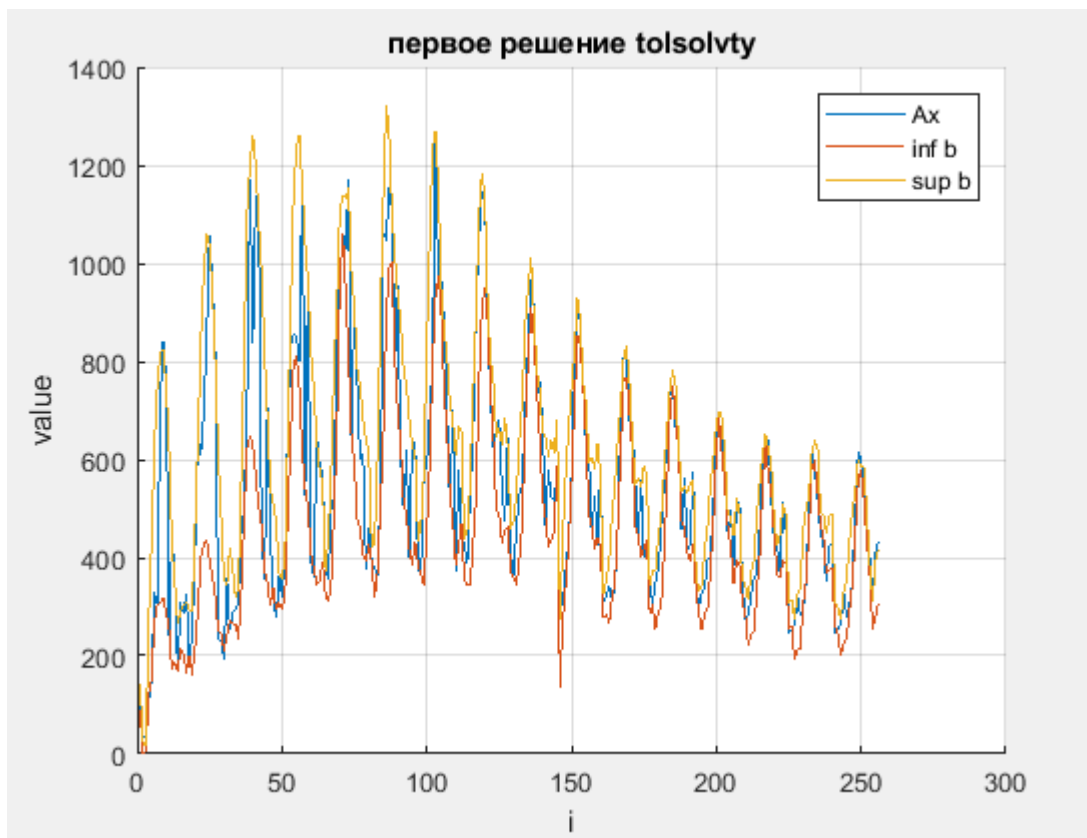


Рисунок 2 График первой попытки решения

Теперь выберем $\Delta b = 16.0667$, тем самым расширив границы b

Для второй попытки нахождения решения получаем, что $tolmax = 0$, следовательно Допусковое множество решений интервальной линейной системы непусто.

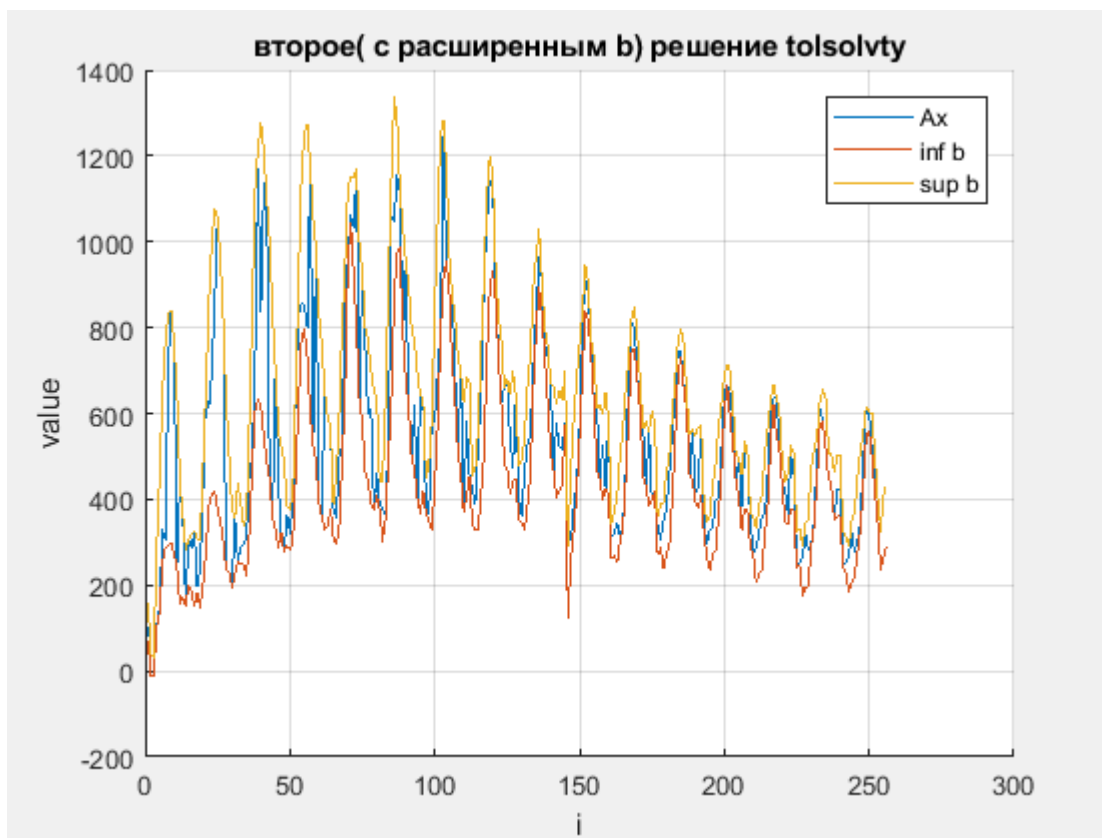


Рисунок 3 График решения с расширенным интервалом

Полученное решение:

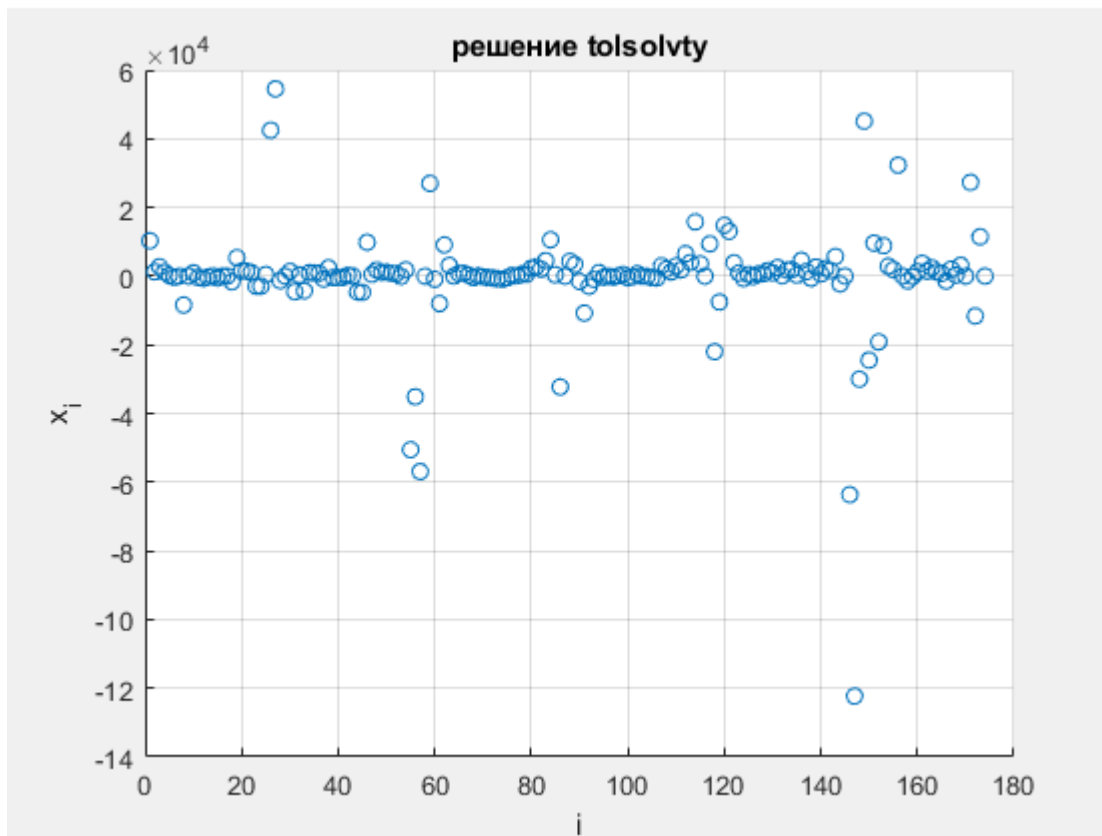


Рисунок 4 График полученного решения от i

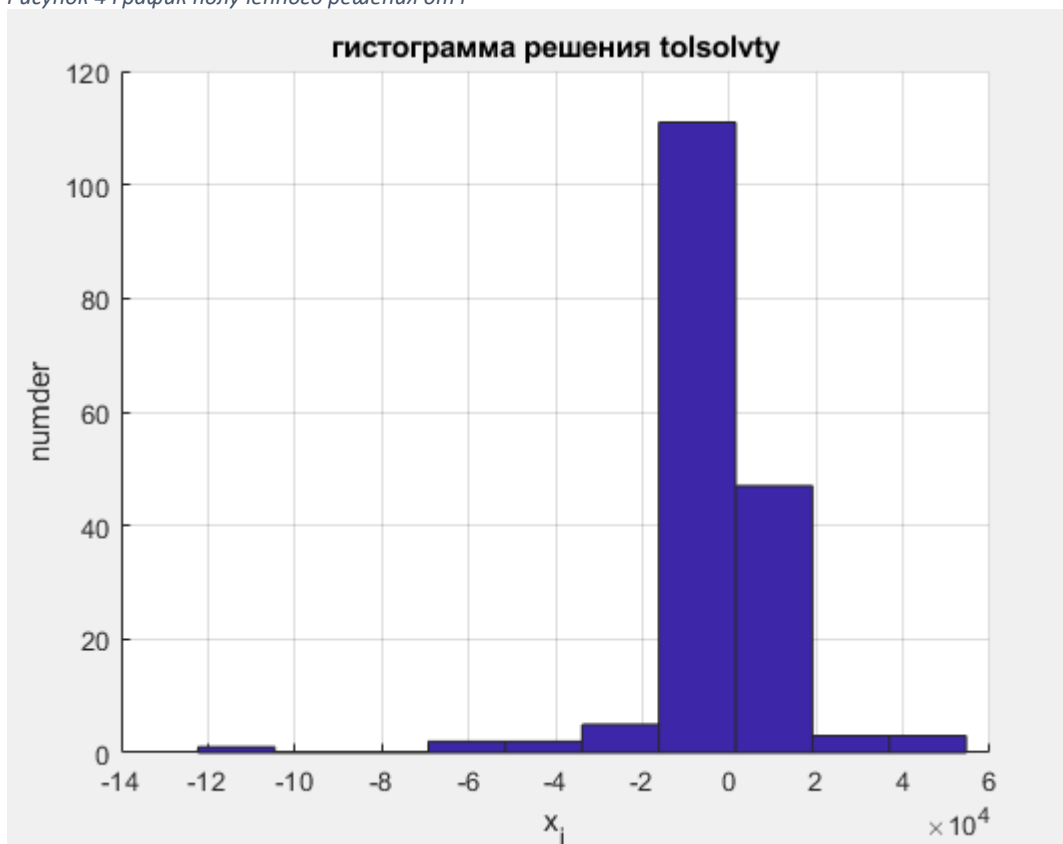


Рисунок 5 Гистограмма решения, полученного с помощью tolsolvty

Оценка числа обусловленности интервальной матрицы A

В качестве оценки радиуса элементов матрицы A возьмём 10% от их величины.

Выбор именно 10% обусловлен тем, что точность знания сепаратрисы, по которой построена матрицы A около 10%

Тогда оценка числа обусловленности интервальной матрицы A равна $6.2114e+31$

Рассмотрим значения оценки числа обусловленности для разного кол-ва повторений про постоянном радиусе элементов 10%

```
rad = 0.1 : HeurMinCond(A, 10) = 6.595030997534693e+31
rad = 0.1 : HeurMinCond(A, 20) = 5.666081210988658e+31
rad = 0.1 : HeurMinCond(A, 30) = 5.402263022831222e+31
rad = 0.1 : HeurMinCond(A, 40) = 5.284609263907637e+31
rad = 0.1 : HeurMinCond(A, 50) = 5.900367211873665e+31
rad = 0.1 : HeurMinCond(A, 60) = 5.165786281829939e+31
rad = 0.1 : HeurMinCond(A, 70) = 5.237570064608348e+31
rad = 0.1 : HeurMinCond(A, 80) = 5.09626718190901e+31
rad = 0.1 : HeurMinCond(A, 90) = 4.780679134726027e+31
rad = 0.1 : HeurMinCond(A, 100) = 5.256962346985742e+31
rad = 0.1 : HeurMinCond(A, 1000) = 4.295294384566447e+31
```

Рисунок 6 значение числа обусловленности при изменении числа итераций

Рассмотрим значения оценки числа обусловленности для разных радиусов элементов A при постоянном числе итераций равным 100

```
rad = 0.1 : HeurMinCond(A, 100) = 4.30910776866434e+31
rad = 0.15 : HeurMinCond(A, 100) = 5.574673584792059e+31
rad = 0.2 : HeurMinCond(A, 100) = 5.676402349805232e+31
rad = 0.25 : HeurMinCond(A, 100) = 5.067168740298085e+31
rad = 0.3 : HeurMinCond(A, 100) = 5.179667387108424e+31
rad = 0.35 : HeurMinCond(A, 100) = 3.994031690403123e+31
rad = 0.4 : HeurMinCond(A, 100) = 5.177939716913563e+31
rad = 0.45 : HeurMinCond(A, 100) = 5.269911045127477e+31
rad = 0.5 : HeurMinCond(A, 100) = 5.249783143127363e+31
```

Рисунок 7 значение числа обусловленности при изменении радиуса элементов

Оценка вариабельности IVE

$$\text{IVE}(\mathbf{A}, \mathbf{b}) = \sqrt{n} \max_{\mathbf{R}^n} \text{Tol} \cdot \left(\min_{\mathbf{A} \in \mathbf{A}} \text{cond}_2 \mathbf{A} \right) \cdot \frac{\|\arg \max_{\mathbf{R}^n} \text{Tol}\|_2}{\|\hat{\mathbf{b}}\|_2}.$$

[6]

Т.к. для полученного решения $\text{maxtol} = 0$, то и $\text{IVE}(\mathbf{A}, \mathbf{b}) = 0$

Обсуждение

СЛАУ представляет собой матрицу $256 \times N$, где N – это количество элементов разбиения.

Матрица A имеет огромное число обусловленности ($\text{cond}(A) = 8.2719 * 10^{31}$). Это означает, что матрица крайне плохо обусловлена.

Матрица A – плохо обусловлена. От того матрица $A^t A$ становится уже настолько плохо обусловлена ($\text{cond}(A^t A) = 5.2939 * 10^{35}$), что невозможно получить решение в виде: $x = (A^t A)^{-1} A^t b$

Вторым методом ИСЛАУ решение получено, но при этом сильно ослаблены условия на b (раздвинуты границы интервала). И не гарантируется, что $x \geq 0$. А изначальная постановка задачи требует, чтобы излучение было неотрицательным.

Литература

- [1] Документация по Матлаб [Электронный ресурс]
Режим доступа: <https://www.mathworks.com/help/> (дата обращения декабрь 2019)
- [2] Код функции g_file_extractor_1t [электронный ресурс, облачное хранилище]
Режим доступа: <https://cloud.mail.ru/public/5o3T/4G4dD71hL> (дата обращения декабрь 2019)
- [3] Пособие к Лабораторным работам [электронный ресурс, облачное хранилище]
Режим доступа: <https://cloud.mail.ru/public/4ra6/5wwqBzMBC/LabPractics.pdf> (дата обращения декабрь 2019)
- [4] Пособие к Лабораторным работам «Построение матриц СЛАУ» [электронный ресурс, облачное хранилище]
Режим доступа:
https://vk.com/doc38035266_528474113?hash=8c9ddc720dfadef7b6&dl=48b180ef19a7dc0f33 (дата обращения ноябрь 2019)
- [5] Код функции tolsolvtu [электронный ресурс]
Режим доступа: <http://www.nsc.ru/interval/Programing/MCodes/> (дата обращения декабрь 2019)
- [6] «О мере вариабельности оценки параметров в статистике интервальных данных» [электронный ресурс]
Режим доступа: <http://www-sbras.nsc.ru/interval/shary/Papers/SShary-VariabMeasure-JCT.pdf>

Приложение

Код программы на Matlab:

[Электронный ресурс, репозиторий GitHub]

Режим доступа: <https://github.com/MChepulis/computing-complex/tree/develop> (дата обращения декабрь 2019)