Prova de Reposição de Cálculo III – 17/12/2019
Prof. Rafael B. de R. Borges

Aluno: ____

Matrícula: ____________________________________ **Turma: 2**

Instruções para a prova:

- Só escreva nesta capa o que foi pedido acima.
- Você pode resolver as questões na ordem que quiser.
- Resolva as questões a lápis e escreva a caneta apenas a resposta final.
- Faça uma prova organizada. Há folhas de sobra para você fazer as questões. E, caso falte, é só pedir que eu grampeio mais.
- Parênteses são muito importantes. Use-os. Exemplos:
  - "x vezes -6" é $x \cdot (-6)$, não $x \cdot -6$, ou, pior, $x - 6$.
  - $x - \dfrac{1}{y+2}$ é $\dfrac{x \cdot (y+2) - 1}{y+2}$, não $\dfrac{x \cdot y + 2 - 1}{y+2}$.
- Manipulações algébricas absurdas serão (muito) descontadas. As crianças do nosso Brasil dependem de que você saiba Matemática!
- Lembre-se: é melhor não simplificar, do que tentar — e se complicar!
- Mas você tem que saber o valor de expressões básicas como $\operatorname{sen} 0$, $\cos \pi$, $\ln 1$, e^0 etc.
- **São proibidos:** folha própria de rascunho, calculadora, e celular. Guarde-os na mochila, que deve ser guardada na frente da sala.
- **Não serão aceitas respostas sem desenvolvimento.** Mostre que você sabe o que está fazendo.
- **Não desgrampeie o caderno de provas.**

Boa prova!

Questão 1. Seja C a curva parametrizada por $\langle x,\, y,\, z\rangle = \langle 2\,\mathrm{sen}(t),\, t,\, -2\cos(t)\rangle$, $0 \le t \le \pi$. Qual o valor de $\displaystyle\int_C xyz\, ds$?

A. $\sqrt{5}\pi \longleftarrow$ C. $-\sqrt{3}\pi$ E. $\sqrt{2}\pi$

B. 0 D. π F. N.D.A.[1]

Questão 2. Seja C a curva parametrizada por $\vec{r}(t) = \langle 11t^4,\, t^3\rangle$, $0 \le t \le 1$, e $\vec{F}(x,y) = \langle xy,\, 3y^2\rangle$. Qual o valor de $\displaystyle\int_C \vec{F}\cdot d\vec{r}$?

A. 56 C. 0 E. 38

B. 13 **D.** 45 $\longleftarrow$ F. N.D.A.

Questão 3. Seja C a fronteira da região limitada pelas parábolas $y = x^2$ e $x = y^2$. Qual o valor de $\displaystyle\oint_C (y + e^{\sqrt{x}})\, dx + (2x + \cos(y^2))\, dy$?

A. 0 C. 1/6 **E.** 1/3 $\longleftarrow$

B. 1/12 D. 1/2 F. N.D.A.

Questão 4. Seja S a superfície da caixa delimitada pelos planos coordenados e pelos planos $x = 3$, $y = 2$ e $z = 1$. Qual o valor do fluxo de $\vec{F} = \langle xye^2,\, xy^2z^3,\, ye^z\rangle$ através de S?

A. 0 C. 1/6 E. 1/3

B. 1/12 D. 1/2 **F. N.D.A.** $\longleftarrow$

Solução:

$6e + 6e^2 - \dfrac{3}{2}$.

Questão 5. Seja $\alpha = xz\, dx + \sqrt{2y^2 + 2z^2}\, dy + \dfrac{z^2+1}{x^2+1}\, dz$ uma forma diferencial em $\mathbb{R}^2$ (*errata: deveria ser* $\mathbb{R}^3$). Quanto vale $d\alpha$ em $(x, y, z) = (1, 1, 1)$?

A. $2\, dy \hat{} dz + 3\, dz \hat{} dx - 4\, dx \hat{} dy$ D. $5\, dy \hat{} dz + 8\, dz \hat{} dx - 3/2\, dx \hat{} dy$

B. $2/3\, dy \hat{} dz - dz \hat{} dx - 3/2\, dx \hat{} dy$ E. $2/3\, dy \hat{} dz + 3\, dz \hat{} dx - dx \hat{} dy$

C. $2\, dy \hat{} dz - 3\, dz \hat{} dx + 4\, dx \hat{} dy$ **F. N.D.A.** $\longleftarrow$

Solução:

$$\begin{aligned} d\alpha(x,y,z) &= x\, dz \hat{} dx + \frac{4z}{2\sqrt{2y^2+2z^2}}\, dz \hat{} dy - \frac{2x(z^2+1)}{(x^2+1)^2}\, dx \hat{} dz = \\ &= -\frac{4z}{2\sqrt{2y^2+2z^2}}\, dy \hat{} dz + \left(x + \frac{2x(z^2+1)}{(x^2+1)^2}\right) dz \hat{} dx, \end{aligned}$$

$$\therefore \quad d\alpha(1,1,1) = -dy \hat{} dz + 2\, dz \hat{} dx.$$

Também seria aceitável dizer que é N.D.A. porque foi assumido que α estava em $\mathbb{R}^2$.

[1]N.D.A. = Nenhuma das anteriores