Todas as funções, cujos gráficos estão anteriormente, têm uma assíntota vertical em $x = a$, a qual está indicada pela reta tracejada.

11) Calcule os limites, se existirem:

a) $\lim_{x \to 2} \frac{x^2 + 4}{x - 2} = \frac{8}{0}$ (IMPOSSÍVEL)

Para calcular o limite desta função, devemos calcular os limites laterais. Comparamos seus valores. Se forem iguais, existe o limite no ponto e este tem o mesmo valor dos limites laterais. Se forem diferentes, não existe o limite no ponto.

TESTE:

$x = 1,9 \rightarrow \frac{(1,9)^2 + 4}{1,9 - 2} = \frac{+}{-} = -$

$x = 2,1 \rightarrow \frac{(2,1)^2 + 4}{2,1 - 2} = \frac{+}{+} = +$

$\lim_{x \to 2} \frac{x^2 + 4}{x - 2} \nexists$

ASSÍNTOTA VERTICAL: $x = 2$

12) Verifique se o gráfico das funções reais abaixo possui assíntota vertical. Em caso afirmativo estabeleça sua equação. (Verifique suas respostas utilizando um *software* que possua recursos gráficos.

a) $f(x) = \dfrac{x}{x^2 - 4}$

ASSÍNTOTAS VERTICAIS: $x = -2$ E $x = 2$

$x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{4} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \pm 2$

$f(2) = \dfrac{2}{0}$ $\qquad f(-2) = -\dfrac{2}{0}$

b) $f(x) = \dfrac{x^4 - 1}{x^2 + 1}$

$x^2 + 1 = 0 \iff$

$\iff x^2 = -1 \iff$

$\iff x = \pm\sqrt{-1} \notin \mathbb{R}$

NÃO EXISTE ASSÍNTOTA VERTICAL.

c) $f(x) = \dfrac{x^2 + 3x + 2}{x + 2}$

$x + 2 = 0 \iff x = -2$

$f(-2) = \dfrac{4 - 6 + 2}{-2 + 2} = \dfrac{0}{0}$

NÃO EXISTE ASSÍNTOTA VERTICAL

$D(f) = \mathbb{R} - \{-2\}$

$f(x) = \dfrac{x^2 + 3x + 2}{x + 2} = \dfrac{(x+1)\cancel{(x+2)}}{\cancel{x+2}} = x + 1$

$x^2 + 3x + 2 = 0$

$x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2} = \dfrac{-3 \pm 1}{2} \begin{cases} -1 \\ -2 \end{cases}$

d) $f(x) = \dfrac{x^3 - 1}{(x - 4)^4}$

$(x-4)^4 = 0$

$x - 4 = 0$ ou $x - 4 = \pm\sqrt[4]{0}$

$x = 4$ $\quad$ $x - 4 = 0$

$x = 4$

$f(4) = \dfrac{4^3 - 1}{(4-4)^4} = \dfrac{63}{0}$

ASSÍNTOTA VERTICAL: $x = 4$

e) $f(y) = \dfrac{y - 3}{9 - y^2}$

$$9 - y^2 = 0$$

$$9 = y^2$$

$$y = \pm\sqrt{9}$$

$$y = \pm 3$$

$$f(3) = \frac{3-3}{9-3^2} = \frac{0}{0} \qquad f(-3) = \frac{-3-3}{9-(-3)^2} = -\frac{6}{0}$$

ASSÍNTOTA VERTICAL: $y = -3$

f) $f(x) = \log(x-3)$

$x - 3 > 0 \iff x > 3$

$D(f) = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x > 3\}$

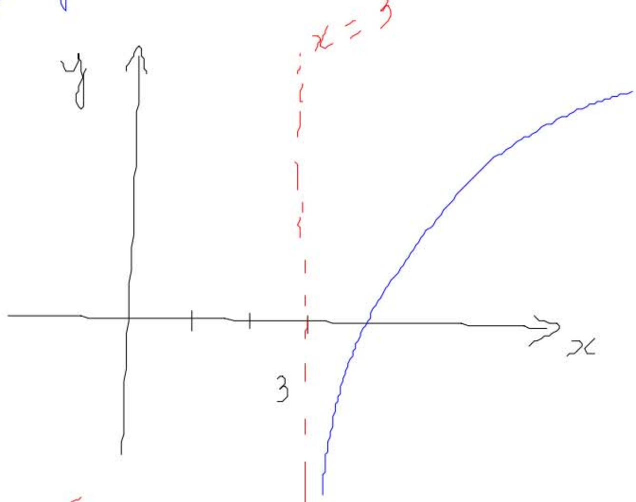
ou

$D(f) =]3, +\infty[$

$$\lim_{x \to 3^+} \log(x-3) = -\infty$$

x	$\log(x-3)$
3,1	$\log 0{,}1 = -1$
3,01	$\log 0{,}01 = -2$
3,001	$\log 0{,}001 = -3$

3^+ $\qquad -\infty$



ASSÍNTOTA VERTICAL: $x = 3$

g) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$

$x > 0$

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{0}} = \frac{1}{0} \text{ (IMPOSSÍVEL)}$$

TESTE:

$x = 0{,}1 \Rightarrow \dfrac{1}{\sqrt{0{,}1}} = \dfrac{+}{+} = +$

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty$$

ASSÍNTOTA VERTICAL: $x = 0$

h) $f(x) = \dfrac{4x}{\sqrt[3]{x}}$

NÃO EXISTE ASSÍNTOTA VERTICAL

$$\frac{4x}{\sqrt[3]{x}} = 4 \cdot \frac{x}{\sqrt[3]{x}} = 4 \cdot \frac{x^1}{x^{\frac{1}{3}}} = 4x^{\frac{2}{3}}$$

$x \neq 0$

$$\lim_{x \to 0^-} \frac{4x}{\sqrt[3]{x}} = 0$$

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{4x}{\sqrt[3]{x}} = 0$$

x	$\frac{4x}{\sqrt[3]{x}}$
$-0,1$	$0,86$
$-0,01$	$0,19$
$-0,001$	$0,04$

0

x	$\frac{4x}{\sqrt[3]{x}}$
$0,1$	$0,86$
$0,01$	$0,19$
$0,001$	$0,04$

0

i) $f(x) = \dfrac{x+2}{\sqrt{x-4}}$

$D(f) = \{x \in \mathbb{R} / \ x > 4\}$

ou

$D(f) =]4, +\infty[$

$x - 4 > 0 \iff x > 4$

$$\lim_{x \to 4^+} \frac{x+2}{\sqrt{x-4}} = \frac{6}{0} \text{ (IMPOSSÍVEL)}$$

TESTE:

$x = 4{,}1 \longrightarrow \dfrac{4{,}1+2}{\sqrt{4{,}1-4}} = \dfrac{+}{+} = +$

$$\lim_{x \to 4^+} \frac{x+2}{\sqrt{x-4}} = +\infty$$

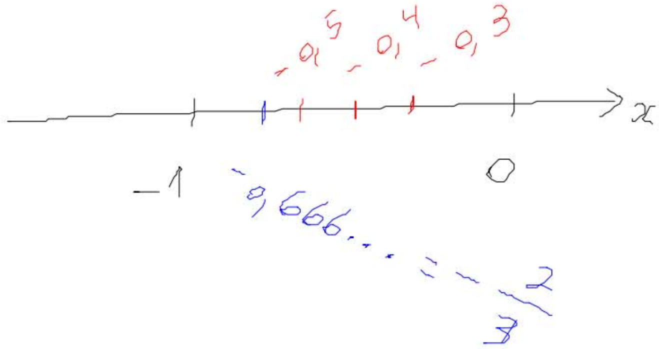
ASSÍNTOTA VERTICAL: $x = 4$

j) $f(x) = 5 \log_2 (3x+2)$

$D(f) = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x > -\frac{2}{3}\}$

ou $D(f) = \left] -\frac{2}{3}, +\infty \right[$

$3x + 2 > 0 \iff 3x > -2 \iff x > -\frac{2}{3}$



$$\lim_{x \to -\frac{2}{3}^+} 5 \log_2 (3x+2) = -\infty$$

x	$5 \log_2 (3x+2)$
$-0,3$	$0,69$
$-0,4$	$-1,61$
$-0,5$	-5

$\to -\infty$

ASSÍNTOTA VERTICAL: $x = -\frac{2}{3}$

13) Depositа-se a quantia de $1000 em uma conta, a juro composto trimestralmente à taxa anual *r* (em forma decimal). O saldo *A* após 10 anos é

$$A = 1000\left(1 + \frac{r}{4}\right)^{40}.$$

Existe o limite de *A* quando a taxa de juros tende para 6%? Em caso afirmativo, qual é o limite?

$$\lim_{r \to 0{,}06} A = \lim_{r \to 0{,}06}\left(1000 \cdot \left(1 + \frac{r}{4}\right)^{40}\right) = 1000 \cdot \left(1 + \frac{0{,}06}{4}\right)^{40} \cong$$

$\cong 1814$ UNIDADES MONETÁRIAS