Façam os exercícios marcados com um quadrado vermelho

10.1 Exercícios

1–4 Esboce a curva usando as equações paramétricas para marcar os pontos. Indique com uma seta a direção na qual a curva é traçada quando t aumenta.

1. $x = 1 + \sqrt{t}, \quad y = t^2 - 4t, \quad 0 \leqslant t \leqslant 5$

2. $x = 2\cos t, \quad y = t - \cos t, \quad 0 \leqslant t \leqslant 2\pi$

3. $x = \cos^2 t, \quad y = 1 - \operatorname{sen} t, \quad 0 \leqslant t \leqslant \pi/2$

4. $x = e^{-t} + t, \quad y = e^t - t, \quad -2 \leqslant t \leqslant 2$

5–10

(a) Esboce a curva usando as equações paramétricas para marcar os pontos. Indique com uma seta a direção na qual a curva é traçada quando t aumenta.

(b) Elimine o parâmetro para encontrar uma equação cartesiana da curva.

5. $x = 3 - 4t, \quad y = 2 - 3t$

6. $x = 1 - 2t, \quad y = \frac{1}{2}t - 1, \quad -2 \leqslant t \leqslant 4$

7. $x = 1 - t^2, \quad y = t - 2, \quad -2 \leqslant t \leqslant 2$

8. $x = t - 1, \quad y = t^3 + 1, \quad -2 \leqslant t \leqslant 2$

9. $x = \sqrt{t}, \quad y = 1 - t$

10. $x = t^2, \quad y = t^3$

11–18

(a) Elimine o parâmetro para encontrar uma equação cartesiana da curva.

(b) Esboce a curva e indique com uma seta a direção na qual a curva é traçada quando o parâmetro aumenta.

11. $x = \operatorname{sen}\frac{1}{2}\theta, \quad y = \cos\frac{1}{2}\theta, \quad -\pi \leqslant \theta \leqslant \pi$

12. $x = \frac{1}{2}\cos\theta, \quad y = 2\operatorname{sen}\theta, \quad 0 \leqslant \theta \leqslant \pi$

13. $x = \operatorname{sen} t, \quad y = \operatorname{cossec} t, \quad 0 < t < \pi/2$

14. $x = e^t - 1, \quad y = e^{2t}$

15. $x = e^{2t}, \quad y = t + 1$

16. $y = \sqrt{t+1}, y = \sqrt{t-1}$

17. $x = \operatorname{senh} t, \quad y = \cosh t$

18. $x = \operatorname{tg}^2\theta, \quad y = \sec\theta, -\pi/2 < 0 < \pi/2$

19–22 Descreva o movimento de uma partícula com posição (x, y) quando t varia no intervalo dado.

19. $x = 3 + 2\cos t, \quad y = 1 + 2\operatorname{sen} t, \quad \pi/2 \leqslant t \leqslant 3\,\pi/2$

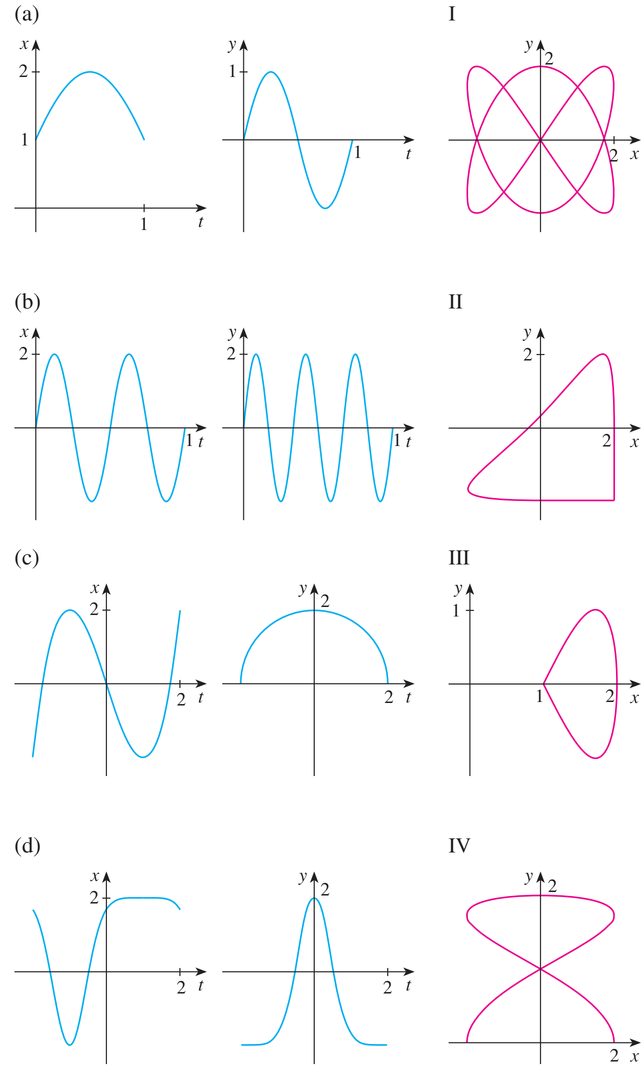
20. $x = 2\operatorname{sen} t, \quad y = 4 + \cos t, \quad 0 \leqslant t \leqslant 3\,\pi/2$

21. $x = 5\operatorname{sen} t, \quad y = 2\cos t, \quad -\pi \leqslant t \leqslant 5\pi$

22. $x = \operatorname{sen} t, \quad y = \cos^2 t, \quad -2\pi \leqslant t \leqslant 2\pi$

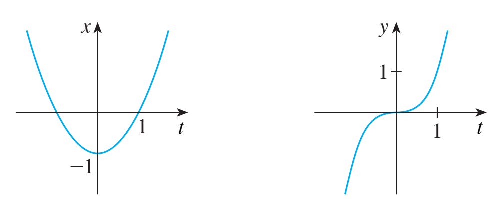
23. Suponha que uma curva seja dada pela equação paramétrica $x = f(t)$, $y = g(t)$ onde a imagem de f é $[1, 4]$ e a imagem de g é $[2, 3]$. O que você pode dizer sobre a curva?

24. Associe os gráficos das equações paramétricas $x = f(t)$ e $y = g(t)$ em (a) – (d) com as curvas paramétricas rotuladas de I–IV. Dê razões para suas escolhas.

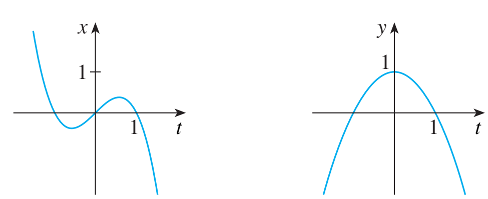


25–27 Use os gráficos de $x = f(t)$ e $y = g(t)$ para esboçar a curva parametrizada $x = f(t)$ e $y = g(t)$. Indique com setas a direção na qual a curva é traçada quanto t aumenta.

25.

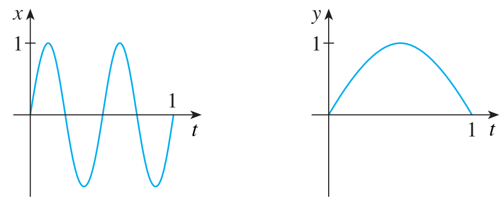


26.



Confiram suas respostas usando o CalcPlot3D

27.



28. Associe as equações paramétricas aos gráficos de I–VI. Dê razões para suas escolhas. (Não use uma ferramenta gráfica.)

(a) $x = t^4 - t + 1, \quad y = t^2$

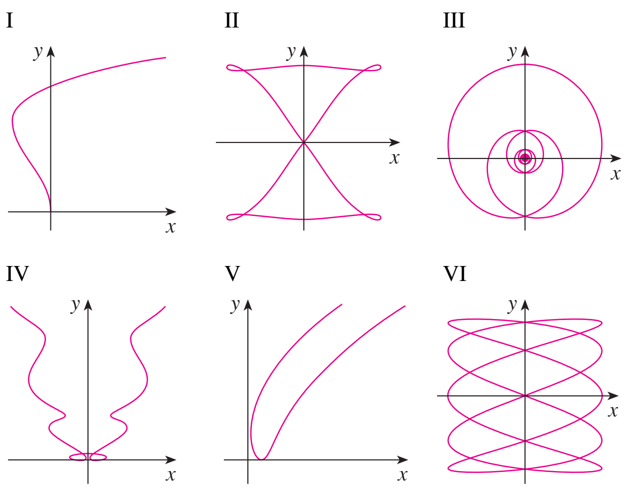
(b) $x = t^2 - 2t, \quad y = \sqrt{t}$

(c) $x = \operatorname{sen} 2t, \quad y = \operatorname{sen}(t + \operatorname{sen} 2t)$

(d) $x = \cos 5t, \quad y = \operatorname{sen} 2t$

(e) $x = t + \operatorname{sen} 4t, \quad y = t^2 + \cos 3t$

(f) $x = \dfrac{\operatorname{sen} 2t}{4 + t^2}, \quad y = \dfrac{\cos 2t}{4 + t^2},$



29. Trace a curva $x = y - 2 \operatorname{sen} \pi y$.

30. Trace as curvas $y = x^3 - 4x$ e $x = y^3 - 4y$ e encontre seus pontos de intersecção, com precisão de uma casa decimal.

31. (a) Mostre que as equações paramétricas

$$x = x_1 + (x_2 - x_1)t \qquad y = y_1 + (y_2 - y_1)t$$

onde $0 \leqslant t \leqslant 1$ descrevem o segmento de reta que une os pontos $P_1(x_1, y_1)$ e $P_2(x_2, y_2)$.

(b) Encontre as equações paramétricas para representar o segmento de reta de $(-2, 7)$ para $(3, -1)$

32. Usando uma ferramenta gráfica e o resultado do Exercício 31(a), desenhe o triângulo com vértices $A\ (1, 1)$, $B(4, 2)$ e $C\ (1, 5)$.

33. Encontre equações paramétricas para a trajetória de uma partícula que se move ao longo do círculo $x^2 + (y - 1)^2 = 4$ da seguinte maneira:

(a) Uma vez no sentido horário, a partir de (2, 1).

(b) Três vezes no sentido anti-horário, a partir de (2, 1).

(c) Meia-volta no sentido anti-horário, a partir de (0, 3).

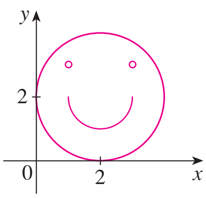
34. (a) Encontre as equações paramétricas para a elipse $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$. [*Dica*: Modifique as equações do círculo no Exemplo 2.]

(b) Use as equações paramétricas para traçar a elipse quando $a = 3$ e $b = 1, 2, 4$ e 8.

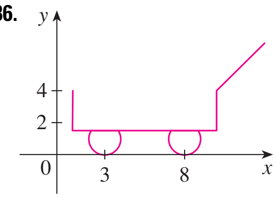
(c) Como muda o formato da elipse quando b varia?

35–36 Use uma calculadora gráfica ou um computador para reproduzir a figura.

35.



36.



37–38 Compare as curvas representadas pelas equações paramétricas. Em que elas diferem?

37. (a) $x = t^3, \quad y = t^2$ (b) $x = t^6, \quad y = t^4$
(c) $x = e^{-3t}, \quad y = e^{-2t}$

38. (a) $x = t, \quad y = t^{-2}$ (b) $x = \cos t, \quad y = \sec^2 t$
(c) $x = e^t, \quad y = e^{-2t}$

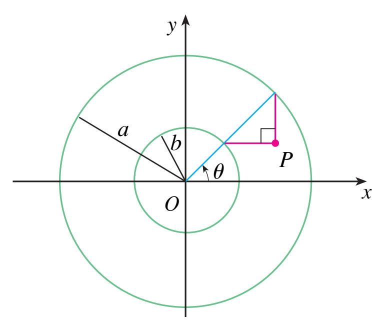
39. Deduza as Equações 1 para o caso $\pi/2 < \theta < \pi$.

40. Seja P um ponto a uma distância d do centro de um círculo de raio r. A curva traçada em P como um círculo desliza ao longo de uma linha reta chamada **trocoide**. (Pense no movimento de um ponto sobre um raio de uma roda de bicicleta.) A cicloide é o caso especial de uma trocoide com $d = r$. Usando o mesmo parâmetro θ que para a cicloide e supondo que a reta seja o eixo x e $\theta = 0$ quando P está em um de seus pontos mais baixos, mostre que as equações paramétricas para a trocoide são

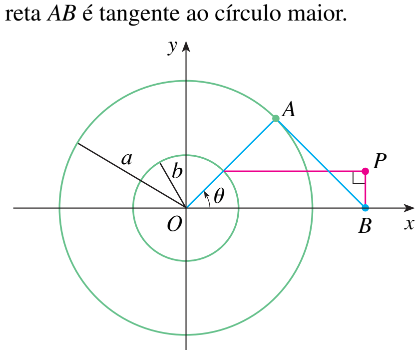
$$x = r\theta - d \operatorname{sen} \theta \qquad y = r - d \cos \theta$$

Esboce a trocoide para os casos $d < r$ e $d > r$.

41. Se a e b forem números fixos, encontre as equações paramétricas para a curva que consiste em todas as posições possíveis do ponto P na figura, usando o ângulo θ como parâmetro. Então elimine o parâmetro e identifique a curva.



42. Se a e b forem números fixos, encontre as equações paramétricas para a curva que consiste em todas as posições possíveis do ponto P na figura, usando o ângulo θ como parâmetro. O segmento de reta AB é tangente ao círculo maior.



(b) 0,75676

(c) $y = x$ e $y = -x$; há um max loc ou min loc

5. $y = (\frac{1}{2}x^2 + C)e^{-\text{sen}\, x}$

7. $y = \pm\sqrt{\ln(x^2 + 2x^{3/2} + C)}$

9. $r(t) = 5e^{t-t^2}$ **11.** $y = \frac{1}{2}x(\ln x)^2 + 2x$ **13.** $x = C - \frac{1}{2}y^2$

15. (a) $P(t) = \dfrac{2\,000}{1 + 19e^{-0,1t}}$; ≈ 560 (b) $t = -10 \ln \frac{2}{57} \approx 33{,}5$

17. (a) $L(t) = L_\infty - [L_\infty - L(0)]e^{-kt}$ (b) $L(t) = 53 - 43e^{-0,2t}$

19. 15 dias **21.** $k \ln h + h = (-R/V)t + C$

23. (a) Estabiliza em 200.000

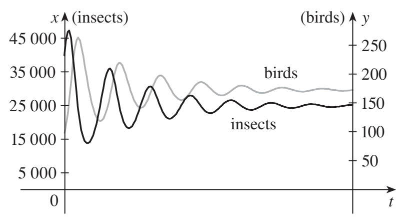
(b) (i) $x = 0$, $y = 0$: Zero populações

(ii) $x = 200\,000$, $y = 0$: Na ausência de pássaros, a população de insetos é sempre 200 000.

(iii) $x = 25\,000$, $y = 175$: Ambas as populações são estáveis.

(c) As populações se estabilizam em 25 000 insetos e 175 pássaros.

(d)



25. (a) $y = (1/k)\cosh kx + a - 1/k$ ou

$y = (1/k)\cosh kx - (1/k)\cosh kb + h$ (b) $(2/k)$ senh kb

PROBLEMAS QUENTES

1. $f(x) = \pm 10e^x$ **5.** $y = x^{1/n}$ **7.** 20 °C

9. (b) $f(x) = \dfrac{x^2 - L^2}{4L} - \frac{1}{2}L \ln\left(\dfrac{x}{L}\right)$ (c) Não

11. (a) 9,5 h (b) $2\,700\pi \approx 8\,482$ m²; 471 m²/h (c) 5,5 h

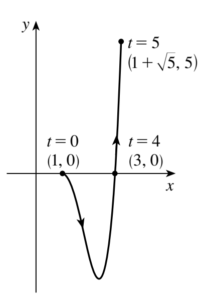
13. $x^2 + (y - 6)^2 = 25$

15. $y = K/x$, $K \neq 0$

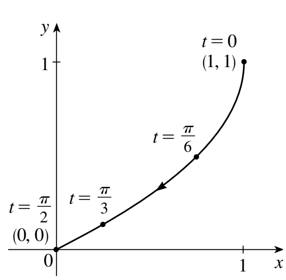
CAPÍTULO 10

EXERCÍCIOS 10.1

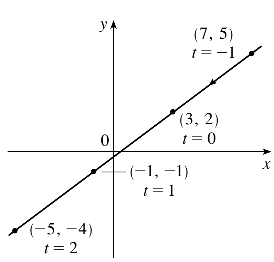
1.



3.

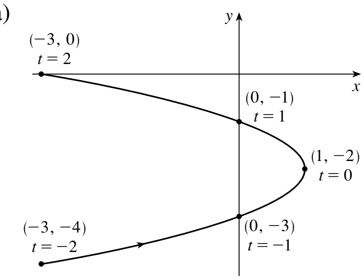


5. (a)



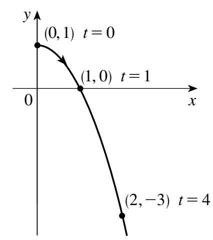
(b) $y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$

7. (a)



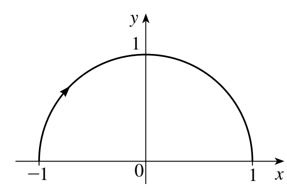
(b) $x = -(y + 2)^2 + 1$, $-4 \leqslant y \leqslant 0$

9. (a)

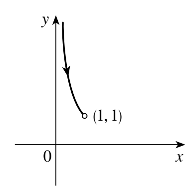


(b) $y = 1 - x^2$, $x \geqslant 0$

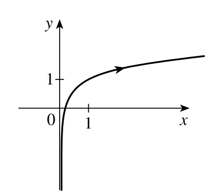
11. (a) $x^2 + y^2 = 1$, $x \geqslant 0$ (b)



13. (a) $y = 1/x$, $y > 1$ (b)

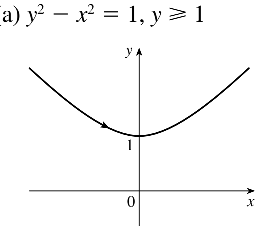


15. (a) $y = \frac{1}{2}\ln x + 1$ (b)



17. (a) $y^2 - x^2 = 1$, $y \geqslant 1$

(b)



19. Move-se em sentido anti-horário ao longo do círculo $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 4$ de $(3, 3)$ para $(3, -1)$

21. Move-se 3 vezes em sentido horário em torno da elipse $(x^2/25) + (y^2/4) = 1$, começando e terminando em $(0, -2)$

23. Está contida no retângulo descrito por $1 \leqslant x \leqslant 4$ e $2 \leqslant y \leqslant 3$.