UENF

Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro

Curso: Ciência de Computação **Data:** 29 /.04./2024
Prova: P1 **Período:** 3º **Disciplina:** Estatística e Probabilidades
Professor: Fermín Alfredo Tang **Turno:** Diurno
Nome do Aluno: ....**Matrícula:** ....

1- **[3,0 Pontos]** Na Empresa Mercury Ltda. Foi observada a distribuição de funcionários do setor de serviços gerais com relação ao salário semanal, conforme mostra a distribuição de frequências:

Salário Semanal (em $)	Número de funcionários
[25, 30 >	10
[30, 35 >	20
[35, 40 >	30
[40, 45 >	15
[45, 50 >	40
[50, 55 >	35
Total	**150**

Calcule o seguinte:

i) O salário médio semanal dos funcionários; [1,0 ponto]

ii) O desvio padrão semanal dos funcionários; [1,0 ponto]

iii) Determine o limite dos salários que divide os funcionários em duas categorias, aqueles menos produtivos na categoria A e os mais produtivos na categoria B. [1,0 ponto].

Resposta 1.- Calculamos a tabela com as frequências e pontos médios:

Salário Semanal (em $)	Ponto médio x_i	Freq. f_i	Freq. Acum. fac_i	$x_i f_i$	$(x_i - \bar{x})^2 f_i$
[25, 30 >	27,5	10	10	275	2.351,008
[30, 35 >	32,5	20	30	650	2.135,417
[35, 40 >	37,5	30	60	1.125	853,226
[40, 45 >	42,5	15	75	637,5	1,663
[45, 50 >	47,5	40	115	1.900	871,235
[50, 55 >	52,5	35	150	1.837,5	3.270,781
Total		**150**		**6.425**	**9.483,33**

i) Salário médio dos funcionários: $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i f_i}{n} = \frac{6.425}{150} = 42,833$

ii) Desvio padrão dos funcionários:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k}(x_i - \bar{x})^2 f_i}{n-1} = \frac{9.483,33}{149} = 63,646$$

$$s = \sqrt{63,646} = 7,977$$

iii) O limite de salários que divide os funcionários em duas categorias é a mediana.

Calculando a posição de mediana temos: $P = \frac{150}{2} = 75$

Corresponde à classe que contém o elemento número 75. Temos $h = 5$

$$M_e = LI_e + \left(\frac{P - f'_{ac}}{f_e}\right)h = 40 + \left(\frac{75-60}{15}\right)5 = 45$$

2- **[3,0 Ponto]** O depósito da loja de confecções Savanah Ltda possui 180 calças jeans da marca A, das quais 6 são defeituosas, e 200 da marca B, das quais 9 são defeituosas. Um funcionário da loja vai ao depósito e retira uma calça jeans. Calcule a probabilidade de que:

i) A calça jeans retirada seja: da marca A, da marca B, defeituosa D e não defeituosa (D^C) ; [0,4 ponto]
ii) A calça jeans retirada seja: da marca A ou não defeituosa (D^C); [1,0 ponto]
iii) A calça jeans retirada seja defeituosa sabendo-se que é da marca B? [0,6 ponto]
iv) A calça jeans retirada seja defeituosa (D), usando Prob. Total. [1,0 ponto]

Resposta 2.- Em total temos 180+200=380 calças jeans das quais $6 + 9 = 15$ são defeituosas.

i) $P(A) = \frac{180}{380} = 0,474;$ $P(B) = \frac{200}{380} = 0,526;$

$P(D) = \frac{15}{380} = 0,0394;$ $P(D^C) = \frac{365}{380} = 0,961;$

ii) $P\left(A \cup D^C\right) = P(A) + P\left(D^C\right) - P\left(A \cap D^C\right) = \frac{180}{380} + \frac{365}{380} - \frac{174}{380} = 0,9763;$

iii) $P(D/B) = \frac{P(D\cap B)}{P(B)} = \frac{9/380}{200/380} = \frac{9}{200} = 0,0455$

iv) $(D/A) = \frac{P(D\cap A)}{P(A)} = \frac{6/380}{180/380} = \frac{6}{180} = 0,0333$

$$P(D) = P(A \cap D) + P(B \cap D) = P(D/A)P(A) + P(D/B)P(B)$$

$$= \frac{6}{180} \times \frac{180}{380} + \frac{9}{200} \times \frac{200}{380} = \frac{15}{380} = 0,0394$$

3- **[2,0 Ponto]** Considere os seguintes retornos para os ativos A e B de acordo com os cenários possíveis:

Situação da Economia	**Chances de ocorrer em (%)**	**Retorno em (%)**	
		Ativo A	**Ativo B**
Crescimento	30	28	8
Estabilidade	40	15	12
Recessão	30	-5	7

Calcule o seguinte:

i) O retorno médio esperado de cada ativo; [1,0 ponto]
ii) O risco envolvido (desvio padrão) para cada ativo. [1,0 ponto]

Resposta 3.- Pela descrição

i) O retorno médio esperado de cada ativo é calculado:

$E(X_A) = \sum_{i=1}^{n} x_i p(x_i) = 28 \times 0{,}30 + 15 \times 0{,}40 - 5 \times 0{,}30 = 12{,}9$

$E(X_B) = \sum_{i=1}^{n} x_i p(x_i) = 8 \times 0{,}30 + 12 \times 0{,}40 + 7 \times 0{,}30 = 9{,}3$

ii) O risco envolvido para cada ativo é calculado:

$V(X_A) = E(X_A^2) - [E(X_A)]^2 = \sum_{i=1}^{n} {x_i}^2 p(x_i) - [E(X_A)]^2$

$= 28^2 \times 0{,}30 + 15^2 \times 0{,}40 + (-5)^2 \times 0{,}30 - (12{,}9)^2$

$= 332{,}7 - 166{,}41 = 166{,}29$

$\sigma_A = \sqrt{V(X_A)} = \sqrt{166{,}29} = 12{,}89$

$V(X_B) = E(X_B^2) - [E(X_B)]^2 = \sum_{i=1}^{n} {x_i}^2 p(x_i) - [E(X_B)]^2$

$= 8^2 \times 0{,}30 + 12^2 \times 0{,}40 + 7^2 \times 0{,}30 - (9{,}3)^2$

$= 91{,}5 - 86{,}49 = 5{,}01$

$\sigma_B = \sqrt{V(X_A)} = \sqrt{5{,}01} = 2{,}238$

4- ,0 Ponto] De um lote de 200 peças, retiram-se cinco para serem analisadas pelo controle de qualidade. Considerando que a porcentagem de peças defeituosas no lote seja 1%, determine:

i) A probabilidade de que, entre as cinco peças retiradas, pelo menos uma seja defeituosa; [1,0 ponto]
ii) O valor esperado para o número de peças defeituosas desse lote; [0,5 ponto]
iii) A variância para o número de pelas defeituosas desse lote. [0,5 ponto]

Resposta 4.- Pela descrição o caso se ajusta a uma distribuição Hipergeométrica onde o total de peças é $N = 200$, o tamanho da amostra é $n = 5$, a caraterística a ser analisada é possuir defeito. Como sabe-se que a porcentagem de peças defeituosas é de 1%, temos que:

$p = \frac{k}{N} = \frac{k}{200} = 0{,}01$ onde, $k = 200 \times 0{,}01 = 2$

i) $P(X = x) = \frac{\binom{k}{x}\binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}}$, onde $x \leq \min(n, k) = \min(5, 2) = 2$

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \frac{\binom{2}{0}\binom{200-2}{5-0}}{\binom{200}{5}} = 1 - \frac{1 \times \binom{198}{5}}{\binom{200}{5}} = 1 - 0{,}951 = 0{,}049$$

ii) $E(X) = np = 5 \times 0{,}01 = 0{,}05$

iii) $V(X) = npq\frac{N-n}{N-1} = 5 \times 0{,}01 \times 0{,}99 \times \frac{195}{199} = 0{,}048$