

Retomando...

Variáveis lineares e angulares

- Posição:

$$s = \theta r$$

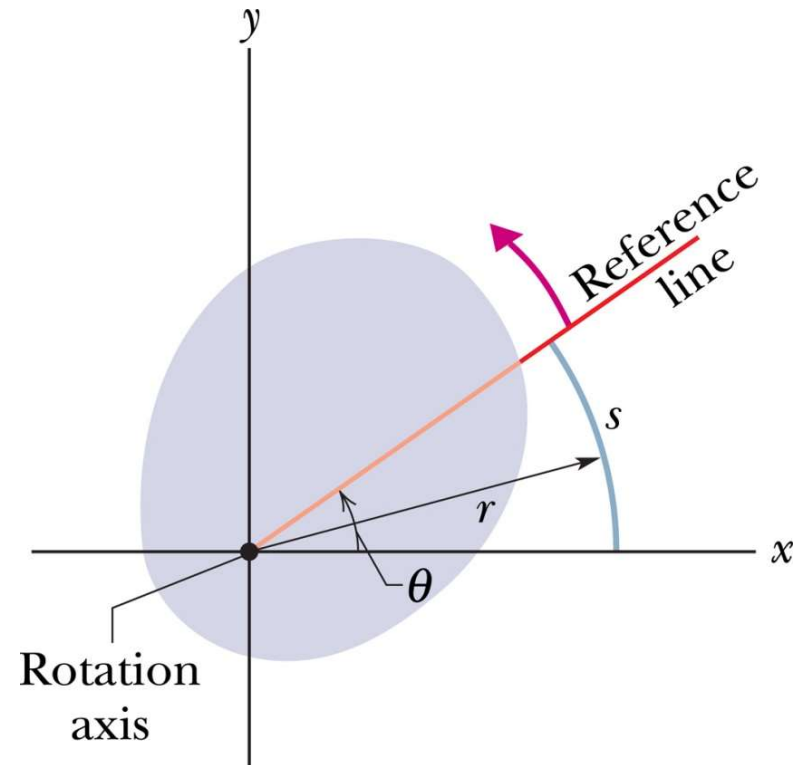
- Velocidade:

$$v = \omega r$$

- Aceleração:

$$a_t = \alpha r \quad (\text{tangencial})$$

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r \quad (\text{radial ou centrípeta})$$



Energia cinética de rotação

- Considera a energia cinética de todas as partículas envolvidas:

$$K = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 + \dots + \frac{1}{2}m_Nv_N^2$$

$$K = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2}m_i v_i^2 \quad \text{ou} \quad K = \frac{1}{2} \underbrace{\left(\sum_{i=1}^N \cancel{\frac{1}{2}} m_i r_i^2 \right)}_{\text{Momento de inércia}} \omega^2$$

Momento de inércia

$$\text{Assim, } K = \frac{1}{2}I\omega^2$$

Momento de inércia

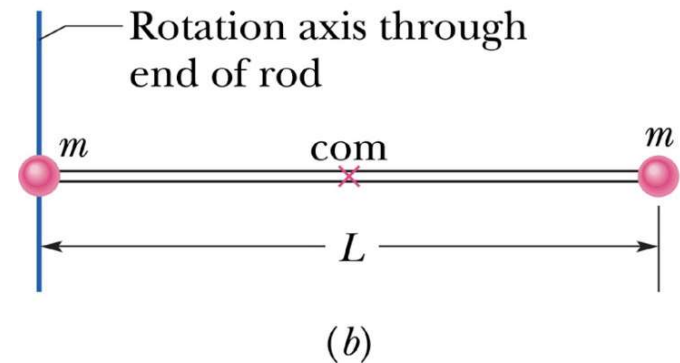
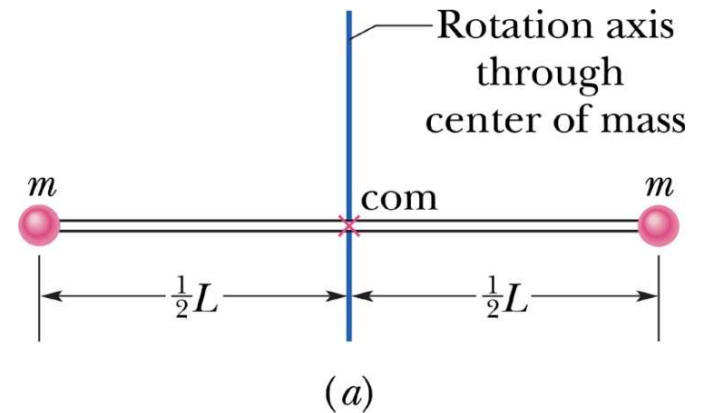
Depende de como a massa está distribuída em torno do eixo de rotação:

Distribuição discreta:

$$I = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2$$

Exemplo 10-5 (7ª ed.)

A figura ao lado mostra um corpo rígido composto de duas partículas de massa m conectadas por uma haste de comprimento L e massa desprezível. Calcule o momento de inércia para os casos (a) e (b).



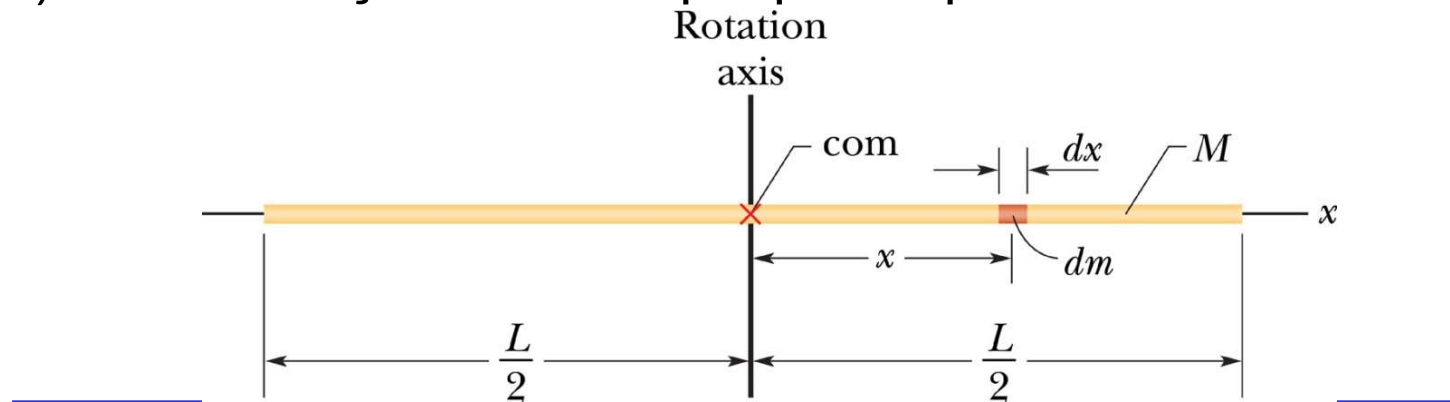
Momento de inércia

Distribuição contínua:

$$I = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2 \Rightarrow I = \int r^2 dm$$

Exemplo 10-5 (7ª ed.)

A figura abaixo mostra uma haste fina uniforme de massa M e comprimento L . (a) Qual o momento de inércia com relação ao eixo que passa pelo centro? (b) E com relação ao eixo que passa pela extremidade esquerda?



Momento de inércia

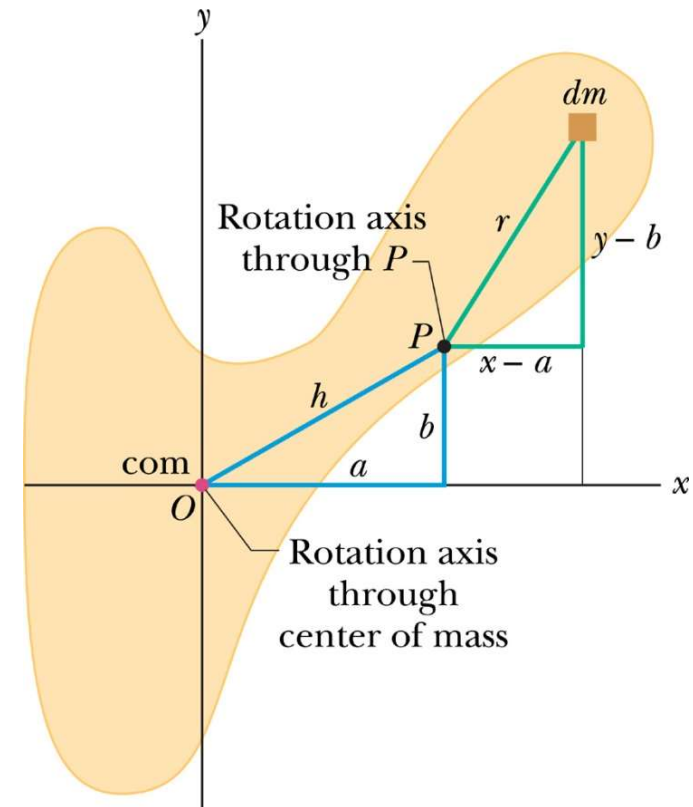
Teorema dos eixos paralelos:

Se conhecemos o momento de inércia, I_{CM} , de um objeto com relação a um eixo que passa pelo centro de massa, o momento de inercia com relação a outro eixo, que é paralelo e se encontra a uma distância h do primeiro é dado por:

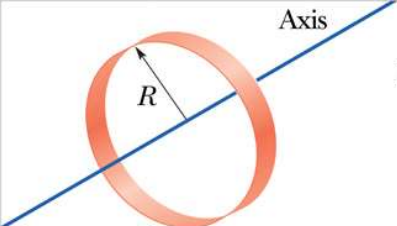
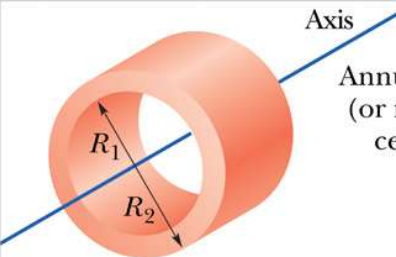
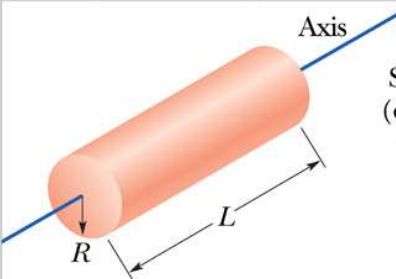
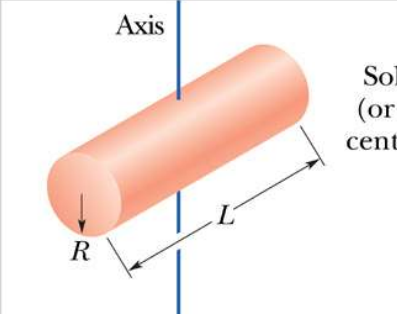
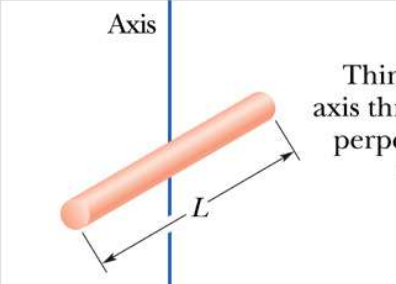
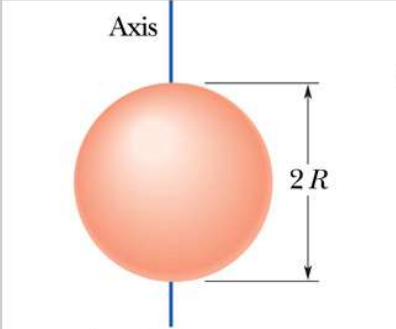
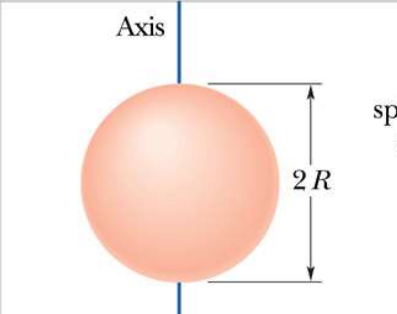
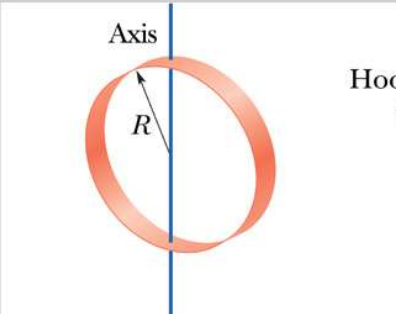
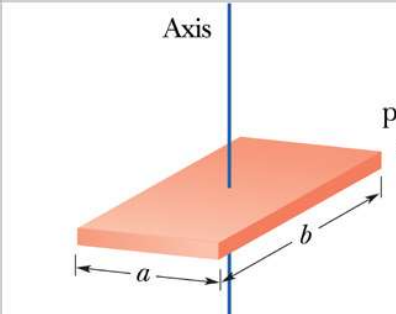
$$I = I_{CM} + Mh^2$$

Demonstração: seção 10-7 (7ª ed.)

Verificar: exemplo 10-5



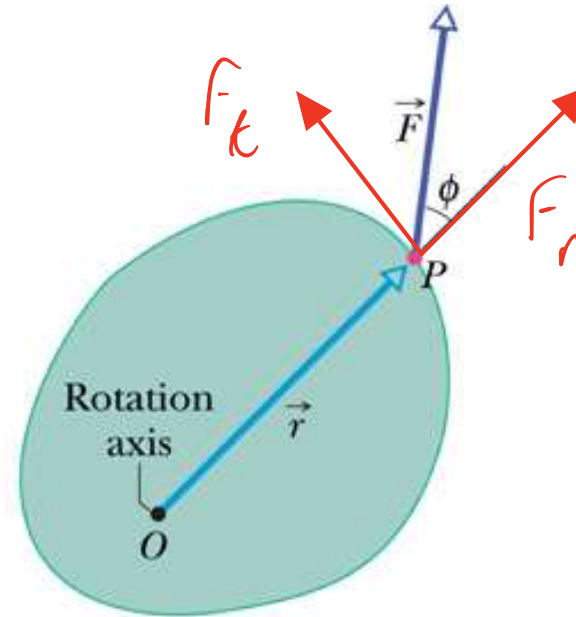
Alguns momentos de inércia

 <p>Hoop about central axis</p> <p>$I = MR^2$ (a)</p>	 <p>Annular cylinder (or ring) about central axis</p> <p>$I = \frac{1}{2}M(R_1^2 + R_2^2)$ (b)</p>	 <p>Solid cylinder (or disk) about central axis</p> <p>$I = \frac{1}{2}MR^2$ (c)</p>
 <p>Solid cylinder (or disk) about central diameter</p> <p>$I = \frac{1}{4}MR^2 + \frac{1}{12}ML^2$ (d)</p>	 <p>Thin rod about axis through center perpendicular to length</p> <p>$I = \frac{1}{12}ML^2$ (e)</p>	 <p>Solid sphere about any diameter</p> <p>$I = \frac{2}{5}MR^2$ (f)</p>
 <p>Thin spherical shell about any diameter</p> <p>$I = \frac{2}{3}MR^2$ (g)</p>	 <p>Hoop about any diameter</p> <p>$I = \frac{1}{2}MR^2$ (h)</p>	 <p>Slab about perpendicular axis through center</p> <p>$I = \frac{1}{12}M(a^2 + b^2)$ (i)</p>

Torque

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

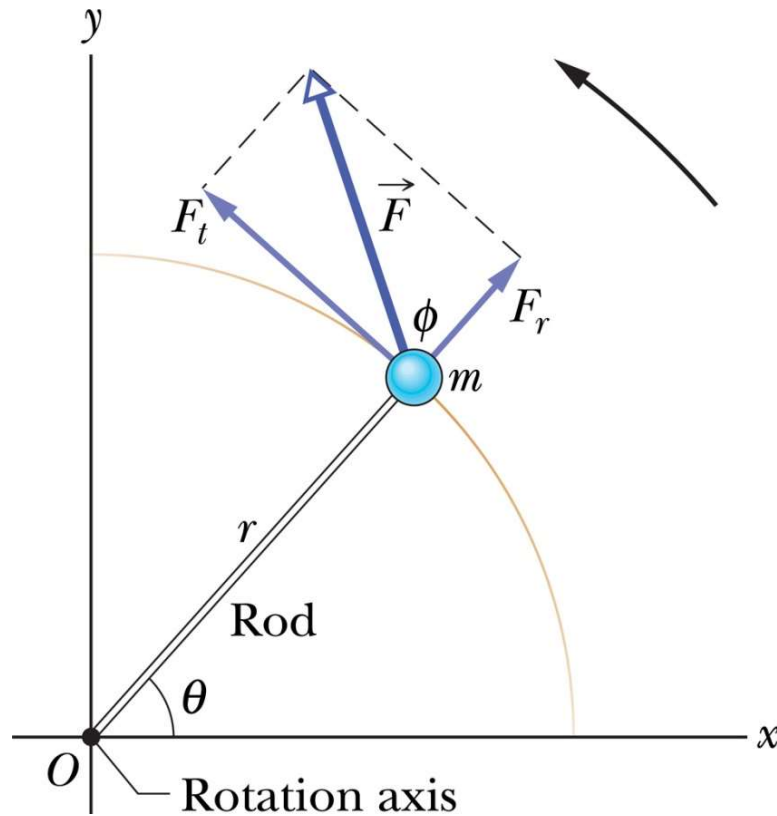
$$[\tau] = [r] \cdot [F] = N \cdot m$$



Propriedades do vetor torque:

- Módulo: depende de $r, F, \sin\phi$
- Direção do eixo de rotação
- Sentido: Regra da mão direita

2ª Lei de Newton para rotação



Generalização:

$$\sum \vec{\tau} = I \vec{\alpha}$$

Exemplo 10-9 (8ª ed.)

A figura ao lado mostra um disco uniforme, de massa $M=2,5$ kg e raio $R=20$ cm, montado em um eixo horizontal fixo. Um bloco de massa $m=1,2$ kg está pendurado por uma corda de massa desprezível que está enrolada na borda do disco. Determine a aceleração do bloco em queda, a aceleração angular do disco e a tensão na corda. A corda não escorrega e não existe atrito no eixo.

