

11ª Lista de Exercícios Métodos Matemáticos
(Eq. Condução Calor)
Prof. Paulo César Béggio

- 1) Encontre a temperatura $u(x, t)$ em qualquer instante numa barra de metal com 50 cm de comprimento e isolada nas extremidades, que tem uma temperatura inicialmente de 20° C e uniforme em toda a barra e cujas extremidades são mantidas a zero graus para todo $t > 0$.

- 2) Expandir em Série de Fourier a função $f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0 \\ \pi - x, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$,
no intervalo $] -\pi, \pi[$

Esboce o gráfico de $f(x)$.

- 3) Aplique o Método de Separação de Variáveis à equação: $a^2 \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2}$,
sendo a^2 uma constante.

- 4) Resolva o problema de condução de calor para uma barra de comprimento L e sujeita as condições:

$$\begin{cases} u(0, t) = 0, \\ u(L, t) = 0. \end{cases} \quad t > 0 \quad \text{E} \quad u(x, 0) = \begin{cases} 1, & 0 < x < \frac{L}{2} \\ 0, & \frac{L}{2} < x < L \end{cases}$$

- 5) Encontre a solução do problema de condução do calor para uma barra de comprimento L e sujeitas as condições:

$$1- \quad \alpha^2 u_{xx} = u_t, \quad 0 < x < L, \quad t > 0.$$

$$2- \quad u(x, 0) = 3 \operatorname{Sen}\left(\frac{4\pi x}{L}\right), \quad 0 \leq x \leq L,$$

$$3- \quad \begin{cases} u(0, t) = 0, \\ u(L, t) = 0. \end{cases} \quad t > 0$$

6) Resolva $\frac{\partial u}{\partial t} = 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, tal que:

$$0 < x < 3, \quad t > 0, \quad u(0, t) = u(3, t) = 0 \text{ e}$$

$$u(x, 0) = 5 \cdot \text{sen}(4\pi x) - 3 \cdot \text{sen}(8\pi x) + 2 \text{sen}(10\pi x).$$

Resp:

$$\begin{aligned} u(x, t) = & 5e^{-\left(\frac{12\pi}{3}\right)^2 2t} \text{Sen}\left(\frac{12\pi x}{3}\right) - 3e^{-\left(\frac{24\pi}{3}\right)^2 2t} \text{Sen}\left(\frac{24\pi x}{3}\right) \\ & + 2e^{-\left(\frac{30\pi}{3}\right)^2 2t} \text{Sen}\left(\frac{30\pi x}{3}\right) \end{aligned}$$