



CENTRO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
LABORATÓRIO DE CIÊNCIAS MATEMÁTICAS  
UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE

# Algoritmos de Ordenação

## Shellsort

*Disciplina: Estrutura de Dados II*

**Prof. Fermín Alfredo Tang Montané**

**Curso: Ciência da Computação**

# Algoritmo ShellSort

## Um Algoritmo de Inserção Otimizado

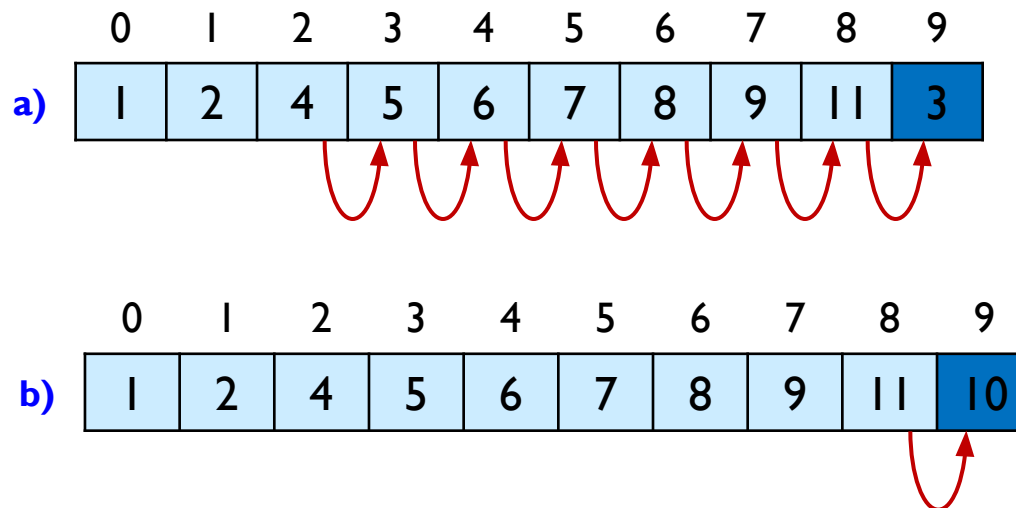
---

- A ordenação Shell é nomeada segundo Donald L. Shell, o cientista que a descobriu em 1959.
- É baseada na ordenação por inserção, mas adiciona um novo recurso que melhora muito o desempenho da ordenação por inserção.
- A ordenação é boa para vetores de tamanho médio, talvez com até alguns milhares de elementos, dependendo da implementação.
- O desempenho de pior caso não é muito pior que o desempenho médio.

# Algoritmo ShellSort

## O ponto fraco do Método de Inserção

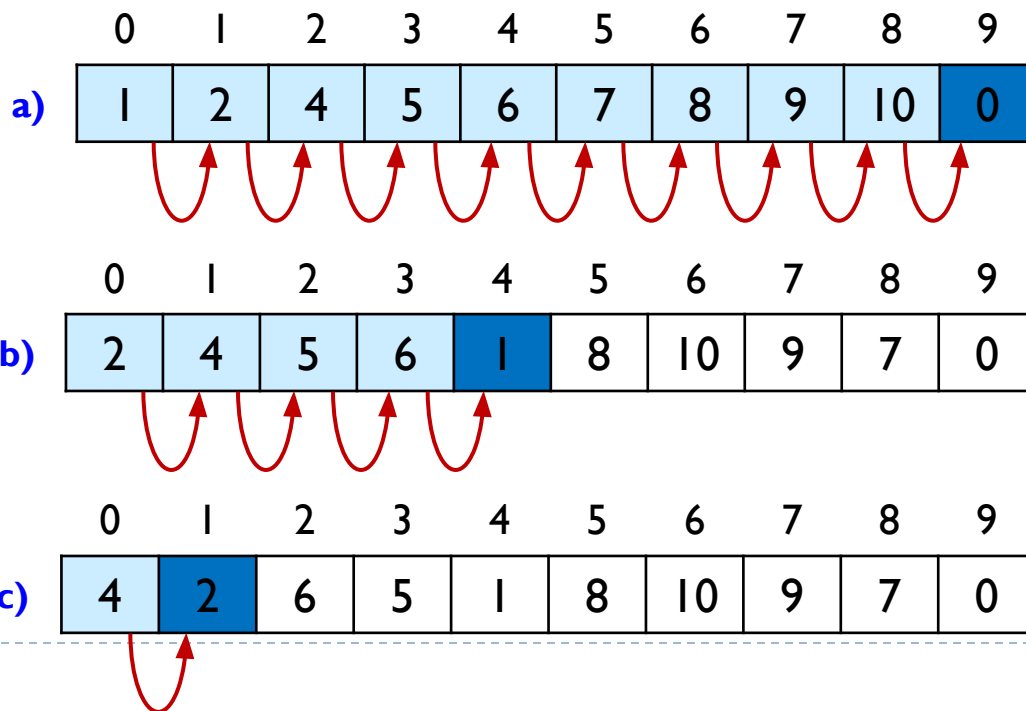
- O método de inserção procura a posição correta para a chave de um determinado elemento e realiza deslocamentos para viabilizar a inserção.
- Dependendo do valor da chave, a posição para inserção pode ficar **muito distante** da posição atual do elemento, resultando em um grande número de deslocamentos.
- Quando a posição de inserção fica **próxima** da posição atual do elemento, o número de deslocamentos é pequeno, reduzindo-se o tempo de execução. O algoritmo Shellsort aproveita este fato.



# Algoritmo ShellSort

## O ponto fraco do Método de Inserção

- No pior caso:
  - O último elemento de um vetor de tamanho  $n$ , precisará  $n - 1$  deslocamentos para ser inserido na posição certa.
  - Já um elemento na metade do mesmo vetor precisará aproximadamente  $n/2$  deslocamentos.
  - O segundo elemento, precisará de apenas 1 deslocamento.
- O número total de deslocamentos é de ordem  $O(n^2)$ .



# Algoritmo ShellSort

## O princípio de ordenação em $h$

---

- A ordenação Shell consegue evitar grandes deslocamentos, **ordenando por inserção**, primeiro, aqueles elementos com posições **muitos espaçadas** entre si, para isso usa uma **medida de espaçamento**, denotada com  $h$ .
- Depois deles serem ordenados, o método reduz essa medida de espaçamento e ordena os elementos com **menor espaçamento (menor valor de  $h$ )** e assim sucessivamente.
- Na última etapa o espaçamento será  $h = 1$ , e o vetor estará quase ordenado, o que significa que a ordenação por inserção, neste caso, terá desempenho próximo de  $O(n)$ .
- Este método ordena parcialmente os elementos do vetor, formando conjuntos de elementos ordenados e entrelaçados, de maneira que nenhum elemento se encontre muito distante da sua posição final no vetor ordenado.
- Inicialmente, o espaçamento  $h$  deve ser grande para reduzir o esforço do método de inserção, fazendo que no final seja próximo de  $O(n)$ .

# Algoritmo ShellSort

## Exemplo1 – Ordenação em 4

Espaçamento  $h=4$

a)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
7	10	1	9	2	5	8	6	4	3

Ordenação por inserção  
de um conjunto de 3  
elementos

b)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	10	1	9	4	5	8	6	7	3

c)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	3	1	9	4	5	8	6	7	10

d)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	3	1	9	4	5	8	6	7	10

e)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	3	1	6	4	5	8	9	7	10

Processou 4 conjuntos  
de elementos

Vetor ordenado em 4

# Algoritmo ShellSort

## Exemplo 1 – Ordenação em 4

e)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	3	1	6	4	5	8	9	7	10

Vetor ordenado em 4

- Depois da ordenação em 4, o vetor deverá ser ordenado em 1 usando a ordenação por inserção comum.

f)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

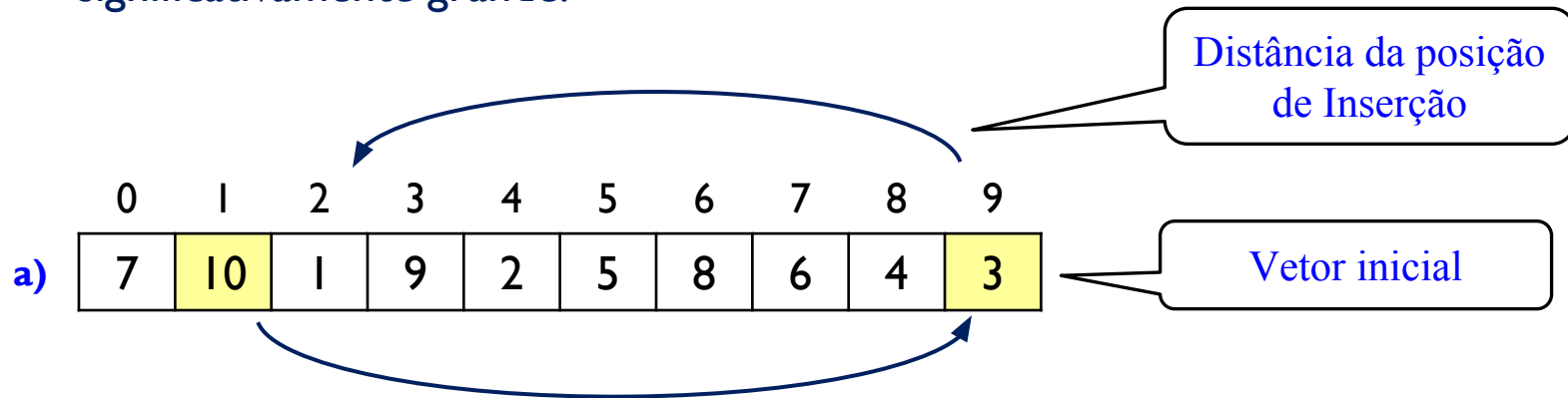
Vetor ordenado em 1

- A combinação da ordenação em 4 e a ordenação em 1 é muito mais rápida que a ordenação por inserção comum, porque a ordenação em 4 reduz a distancia de cada elemento da sua posição final no vetor ordenado, minimizando o número de deslocamentos.

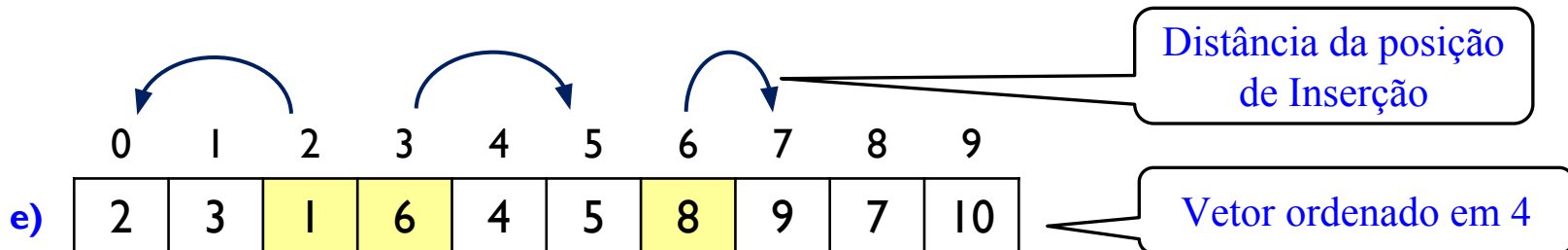
# Algoritmo ShellSort

## Exemplo1 – Reduzindo o esforço de deslocamento

- Inicialmente, a distancia de cada elemento para a sua posição ordenada é significativamente grande.



- Depois da ordenação em 4, observa-se que a distancia de cada elemento para a sua posição ordenada ficou bastante reduzida.





# Algoritmo ShellSort

## Subconjuntos de Elementos

---

- Observe que ao definir um espaçamento de  $h$  posições são formados  $h$  subconjuntos de elementos.

a)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
7	10	1	9	2	5	8	6	4	3

b)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
7	10	1	9	2	5	8	6	4	3

O espaçamento  $h = 2$   
define 2 Subconjuntos

# Algoritmo ShellSort

## Subconjuntos de Elementos

- Observe que ao definir um espaçamento de  $h$  posições são formados  $h$  subconjuntos de elementos.

a)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
7	10	1	9	2	5	8	6	4	3

O espaçamento  $h = 4$   
define 4 Subconjuntos

b)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
7	10	1	9	2	5	8	6	4	3

c)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
7	10	1	9	2	5	8	6	4	3

d)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
7	10	1	9	2	5	8	6	4	3

# Algoritmo ShellSort

## Critério para definir a sequência de espaçamentos

- A sequência de espaçamentos mais utilizada no algoritmo de Shell é a chamada **Sequência de Knuth**.
- Para aplicar o algoritmo Shell, aplica-se primeiro a formula de Knuth para descobrir o **maior valor** menor que o tamanho do vetor.
- Logo, calculam-se os valores de espaçamento mediante a função inversa de Knuth.

Incremento	Função de Knuth	Função Inversa de Knuth
$h$	$3*h+1$	$(h-1)/3$
1	4	
4	13	1
13	40	4
40	121	13
121	364	40
364	1093	121
1093	3280	364

Vetor 1000  
Elementos

# Algoritmo ShellSort

## Modificação do Algoritmo de inserção

- Considere o algoritmo de inserção original (Versão2).
- Neste algoritmo, podemos considerar que o espaçamento entre elementos é igual a um ( $h = 1$ ). Tanto as comparações quanto os deslocamentos acontecem entre elementos adjacentes, com espaçamento igual a um.

### INSERTION\_SORT (V)

1. **para**  $j \leftarrow 1$  até  $(n - 1)$  **fazer**

2.      $key \leftarrow V[j]$ ;

3.      $i \leftarrow j$ ;

4.     **enquanto**  $(i > 0)$  e  $(key < V[i-1])$  **fazer**

5.          $V[i] \leftarrow V[i-1]$ ;

6.          $i \leftarrow i - 1$ ;

7.     **fim-enquanto**

8.      $V[i] \leftarrow key$ ;

9. **fim-para**

/\* Ordena o arranjo V[n] \*/

/\* Variável temporária Key \*/

/\* Deslocamento de elementos \*/

**Espaçamento  $h=1$ !**

/\* Inserção da Key \*/

# Algoritmo ShellSort

## Descrição do Algoritmo

- O algoritmo Shellsort realiza a ordenação de subconjuntos de elementos com espaçamento  $h$ , definido inicialmente pela sequência de Knuth. Para isso utiliza um algoritmo de inserção modificado para incorporar esse espaçamento.
- O valor do espaçamento inicial  $h$  é reduzido, nas iterações, até atingir o valor ( $h = 1$ ).

### SHELLSORT (V)

```
1. h=1;
2. enquanto (h <= (n - 1)/3) fazer
3.     h=3*h+1;
4. fim-enquanto
5. enquanto (h > 0) fazer
6.     para j ← h até (n - 1) fazer
7.         key ← V[ j ];
8.         i ← j;
9.         enquanto (i-h >= 0) e (key <= V[i-h]) fazer
10.            V[i] ← V[ i-h ];
11.            i ← i - h;
12.         fim-enquanto
13.         V[i] ← key;
14.     fim-para
15.     h=(h-1)/3;
16. fim-enquanto
```

/\* Ordena o arranjo V[N] \*/

Valor inicial de  $h$

/\* Valor inicial de  $h$  \*/

Algoritmo  
de Inserção  
Modificado

/\* Variável temporária Key \*/

/\* Deslocamento de elementos \*/

Espaçamento  $h$ !

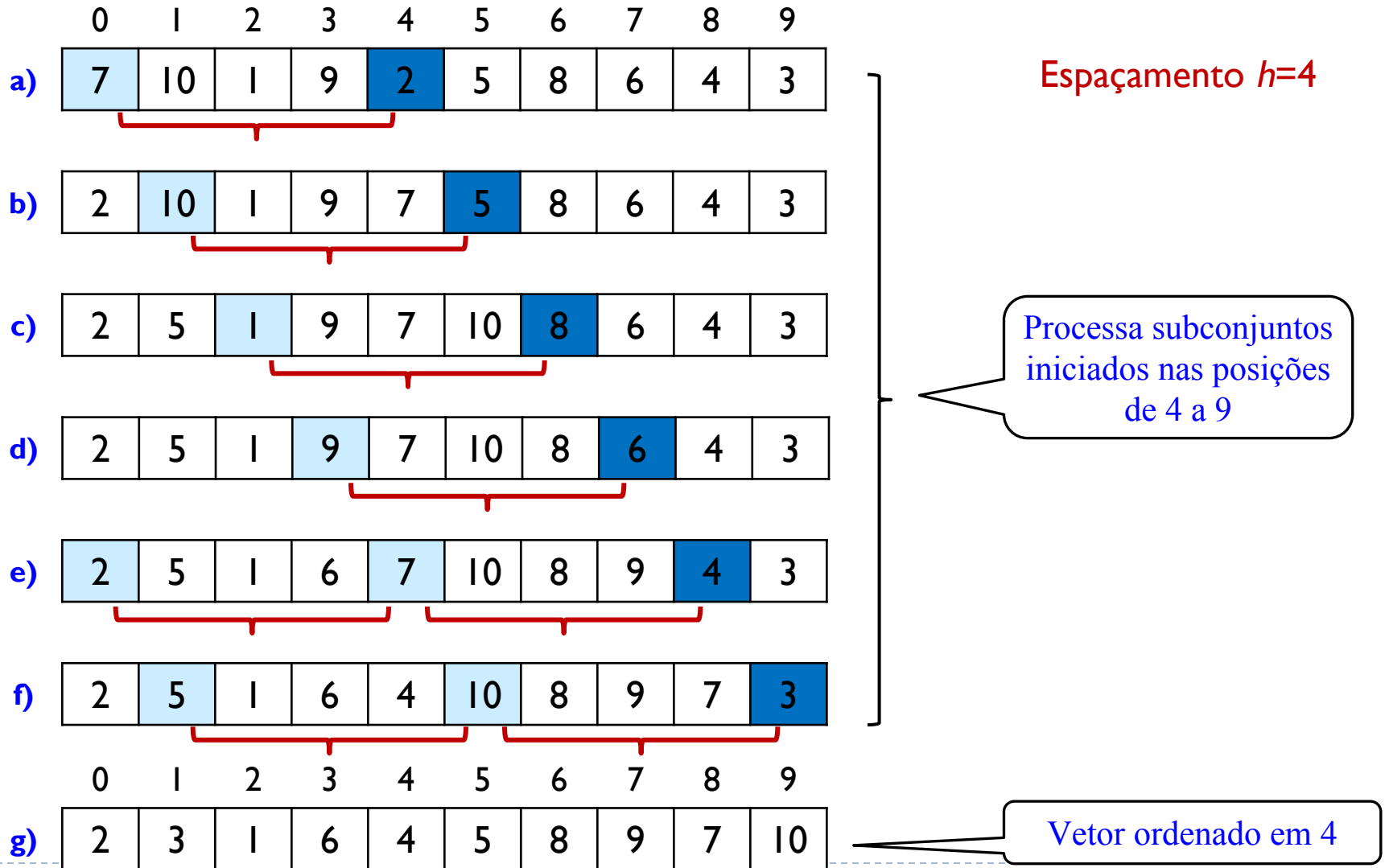
/\* Inserção da Key \*/

/\* Diminui  $h$  \*/

Decremento de  $h$

# Algoritmo ShellSort

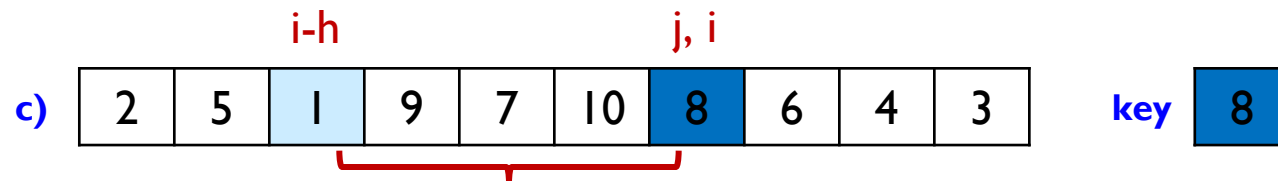
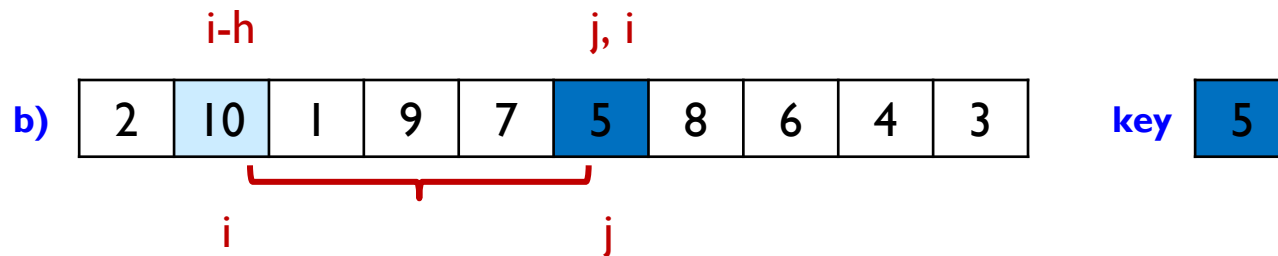
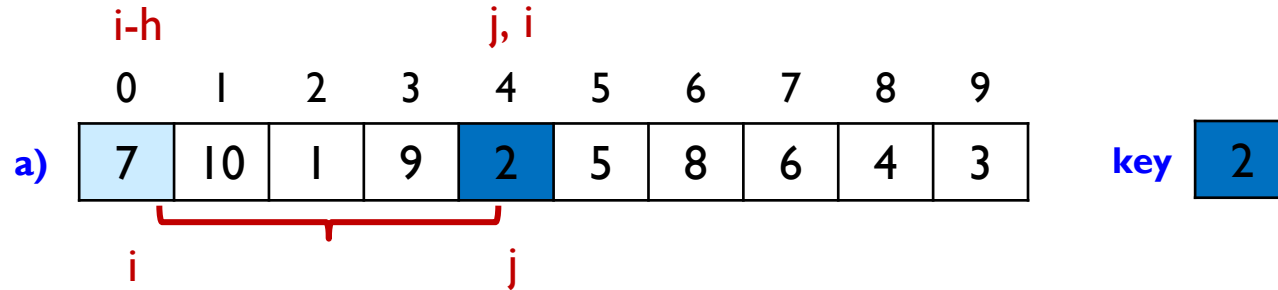
## Exemplo2 – Ordenação em 4 - Subconjuntos



# Algoritmo ShellSort

## Exemplo2 – Ordenação em 4 - Iterações

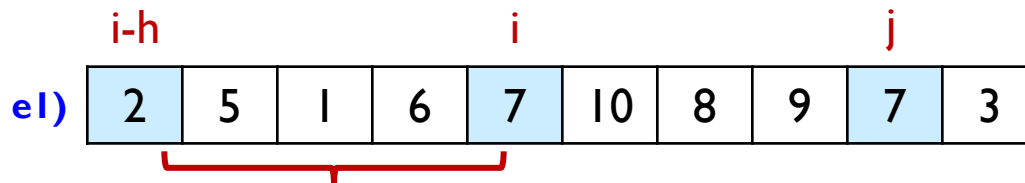
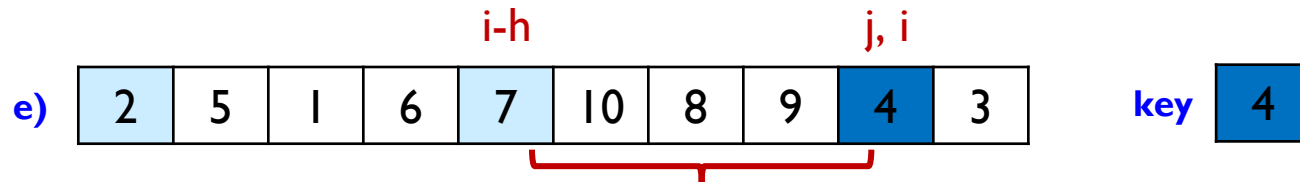
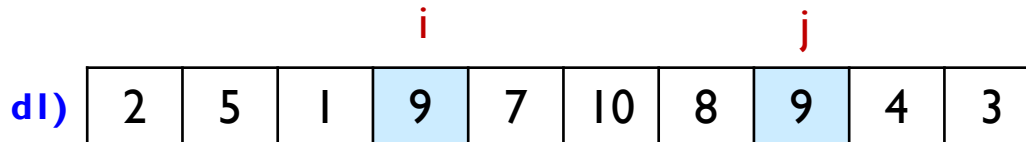
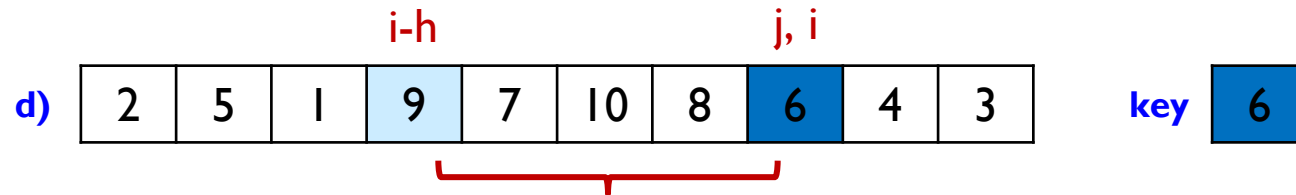
Espaçamento  $h=4$



# Algoritmo ShellSort

## Exemplo2 – Ordenação em 4 - Iterações

Espaçamento  $h=4$

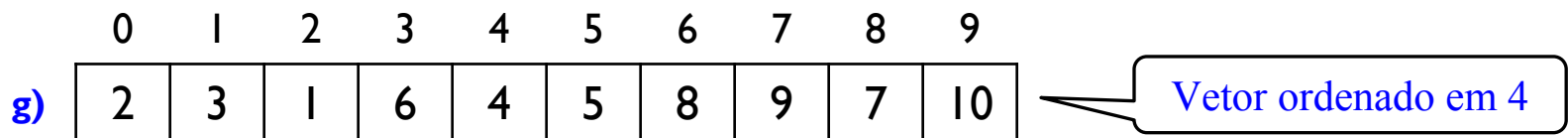
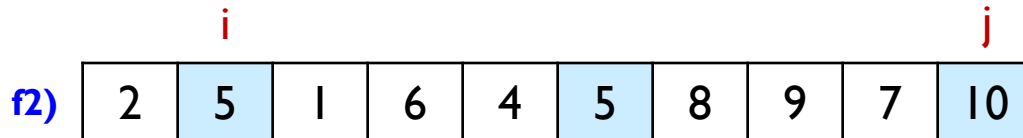
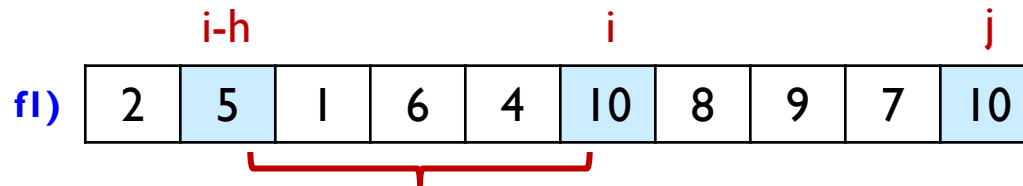
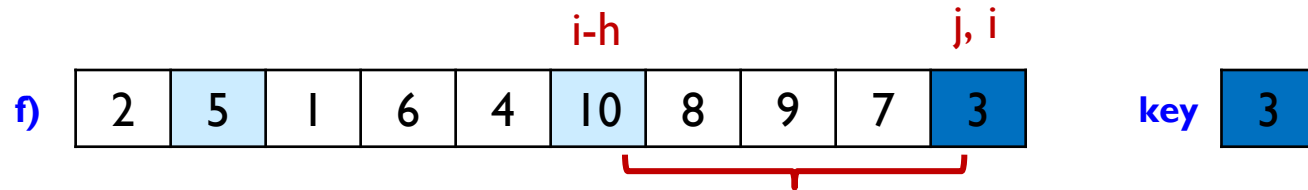




# Algoritmo ShellSort

## Exemplo2 – Ordenação em 4 - Iterações

Espaçamento  $h=4$



# Algoritmo ShellSort

## Complexidade do Algoritmo

- A análise da complexidade do algoritmo Shellsort não é uma tarefa simples. Esta análise foi realizada para alguns casos especiais.
- No entanto, algumas estimativas sobre a complexidade do tempo foram realizadas com base em experimentos.
- Estas estimativas mostraram que o algoritmo tem um desempenho melhor ao algoritmo de inserção tradicional.

Tamanho	Método de Inserção	Método Shellsort	Método Shellsort
$n$	$O(n^2)$	Est. Pessimista $O(n^{3/2})$	Est. Otimista $O(n^{7/6})$
10	100	32	15
100	10.000	1.000	216
1.000	1.000.000	31.623	3.162
10.000	100.000.000	1.000.000	46.416

# Referências

---

- Thomas **Cormen**, Charles **Leiserson**, et al.. Algoritmos. Teoria e Prática. 2ª Edição. 2002.
- Robert **Lafore**. Estruturas de Dados e Algoritmos em Java. Editora Ciencia Moderna. 2ª Edição. 2004.