1ª LISTA EDO

1) CLASSIFIQUE AS EQS QUANTO À ORDEM E LINEARIDADE. INDIQUE O TERMO NÃO-LINEAR, QUANDO FOR O CASO.

FORMA GERAL DE UMA EDO LINEAR DE ORDEM n:

$$a_n(x)\frac{d^n y}{dx^n} + a_{n-1}(x)\frac{d^{n-1}}{dx^{n-1}} + \dots + a_2(x)\frac{d^2y}{dx^n} + a_1(x)\frac{dy}{dx} + a_0(x).y = g(x)$$

a) $\boxed{(1-x)y'' - 4x.y' + 5.y = \cos(2x)}$ $\quad y = f(x)$

$a_2(x) = 1 - x$ $a_1(x) = -4x$	$a_0(x) = 5$	y, y' E $y'' \Rightarrow$ 1ª POTÊNCIA.

$\therefore$ EDO LINEAR, 2ª ORDEM

c) $\boxed{P.\frac{dP}{dV} + 2.P = 1 + V^2}$, $\quad P = f(V)$, $P \to y$, $V \to x$

NESSE CASO:

$a_1(V)\frac{dP}{dV} + a_0(V).P = g(V) \Rightarrow a_1(V) = P$, $a_0(V) = 2$, $g(V) = 1 + V^2$

EDO NÃO LINEAR, DE 1ª ORDEM.

TERMO NÃO-LINEAR: $\boxed{a_1(V) = P}$

b) $\boxed{x\frac{d^3y}{dx^3} - 2\left(\frac{dy}{dx}\right)^4 + y = 0}$ EDO, ORDEM 3, NÃO-LINEAR.

TERMO NÃO-LINEAR: $\left(\frac{dy}{dx}\right)^4$

d) $\boxed{t^2\,dx + (x - tx - t\,e^t)\,dt = 0}$ $\quad x = f(t) \Rightarrow \frac{dx}{dt}$, $x \to y$, $t \to x$

$$t^2\frac{dx}{dt} + x - tx - t.e^t = 0$$

$$t^2\frac{dx}{dt} + (1-t).x - t.e^t = 0 \Rightarrow \text{EDO LINEAR, ORDEM UM}$$

$$t^2\frac{dx}{dt} + (1-t).x = t.e^t$$

$a_1(t) = t^2$ $a_0(t) = 1 - t$	$g(t) = t.e^t$

2

e) $\boxed{x^3 \frac{d^4y}{dx^4} - x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 4x \frac{dy}{dx} - 3y = 0}$ $\quad y = f(x)$

$a_4(x) = x^3$ | $a_2(x) = -x^2$ | $a_0(x) = -3$ || EDO, 4ª ORDEM, LINEAR

$a_3(x) = 0$ | $a_1(x) = 4x$ | $g(x) = 0$ ||

---

f) $\boxed{\frac{d^2s}{dt^2} + 9.s = \text{sen}(s)}$ $\quad \underset{y}{s} = f(\underset{x}{t})$

$$a_2(t)\frac{d^2s}{dt^2} + a_1(t)\frac{ds}{dt} + a_0(s)\,s = g(t) \Rightarrow \left.\begin{aligned} a_2(t) &= 1 \\ a_1(t) &= 0 \\ a_0(t) &= 9 \\ g(t) &= \text{SEN}(s) \end{aligned}\right\}$$

EDO, 2ª ORDEM, NÃO-LINEAR

TERMO NÃO-LINEAR: $\boxed{\text{SEN}(s)} \neq \boxed{g(t)}$

---

g) $\boxed{\frac{du}{dx} = \sqrt{1 + \left(\frac{d^2u}{dx^2}\right)^2}}$ $\quad u = f(x)$

$\left(\frac{du}{dx}\right)^2 = 1 + \left(\frac{d^2u}{dx^2}\right)^2 \Rightarrow$ EDO, ORDEM DOIS, NÃO LINEAR

TERMOS NÃO-LINEARES: $(u')^2, (u'')^2$

---

h) $\boxed{\frac{d^2r}{dt^2} = -k \cdot \frac{1}{r^2}}$ $\quad \underset{y}{r} = f(\underset{x}{t})$

$a(t)\frac{d^2r}{dt^2} + a_0(t).r = g(t) \Rightarrow$

$\frac{d^2r}{dt^2} + k \cdot \frac{1}{r^2} = 0 \Rightarrow$ $\begin{aligned} a_2(t) &= 1 \\ a_0(t) &= k \\ g(t)\ & 0 \end{aligned}$ | TERMO NÃO LINEAR: $\frac{1}{r^2}$

ORDEM DOIS

---

i) $\boxed{\text{SEN}(y)\frac{d^3x}{dy^3} - \cos(y).\frac{dx}{dy} = 2}$, $\underset{y}{x} = f(\underset{x}{t}) \rightarrow \frac{dx}{dt}$

$$a_3(y)\frac{d^3x}{dy^3} + a_1(y)\frac{dx}{dy} = g(y)$$

$$\left.\begin{aligned} a_3(y) &= \text{SEN}(y) \\ a_1(y) &= -\cos(y) \\ g(y) &= 2 \end{aligned}\right\}$$

EDO LINEAR, 3ª ORDEM

γ) $\boxed{(1-T^2)\,dt + t.\,dT = 0}$ $\quad \underset{y}{T} = f(\underset{x}{t}) \Rightarrow \dfrac{dT}{dt}$ (3)

$$t.\frac{dT}{dt} + 1 - T^2 = 0 \Rightarrow \boxed{t.\frac{dT}{dt} - T^2 = -1}$$

$\boxed{a_1(t).\dfrac{dT}{dt} + a_0(t).T = g(t)} \Rightarrow$ $a_1(t) = t$, $a_0(t) = -1$, $g(t) = -1$ | EDO 1ª ORDEM. TERMO NÃO-LINEAR: T^2

---

2) VERIFIQUE SE A FUNÇÃO É SOLUÇÃO PARA A EDO. ($C_1 \Rightarrow$ CONSTANTE).

a) $\boxed{s(t) = t + 3.e^{-t}}$, $\boxed{\dfrac{ds}{dt} + s = t + 1}$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt}\left[t + 3.e^{-t}\right] \Rightarrow \boxed{\frac{ds}{dt} = 1 - 3e^{-t}} \quad \text{(I)}$$

DA EQ. DIF. TEMOS $\dfrac{ds}{dt} = t + 1 - s \Rightarrow$ $\Rightarrow$ SUBSTITUINDO s

$$\frac{ds}{dt} = t + 1 - \left[t + 3e^{-t}\right] \Rightarrow \frac{ds}{dt} = \cancel{t} + 1 - \cancel{t} - 3e^{-t} \Rightarrow \boxed{\frac{ds}{dt} = 1 - 3.e^{-t}} \quad \text{(II)}$$

COMO (I) = (II) $\Rightarrow$ $s(t)$ É SOLUÇÃO DA EDO.

OUTRA MANEIRA:

$$\frac{ds}{dt} + s = t + 1 \Rightarrow \frac{ds}{dt} = t + 1 - s \Rightarrow \frac{ds}{dt} = \cancel{t} + 1 - \cancel{t} - 3.e^{-t} \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{ds}{dt} = 1 - 3.e^{-t}}$$

ASSIM: $\dfrac{ds}{dt} = \dfrac{d}{dt}\left[t + 3.e^{-t}\right]$

$\dfrac{ds}{dt} = 1 - 3.e^{-t}$, $\therefore$ $s(t)$ É SOLUÇÃO.

4

b) $\boxed{f(x) = 2.e^{3x} - 5.e^{4x}} \Rightarrow \boxed{y'' - 7y' + 12y = 0}$

$y = 2.e^{3x} - 5.e^{4x}$

$y' = 6e^{3x} - 20.e^{4x} \Rightarrow \boxed{y'' = 18e^{3x} - 80e^{4x}}$

ASSIM:

$$y'' - 7.y' + 12.y = 18.e^{3x} - 80.e^{4x} - 7\left[6.e^{3x} - 20e^{4x}\right] + 12\left[2.e^{3x} - 5e^{4x}\right]$$

$$= 18e^{3x} - 80.e^{4x} - 42e^{3x} + 140e^{4x} + 24e^{3x} - 60.e^{4x}$$

$$= e^{3x}\underbrace{\left[18 - 42 + 24\right]}_{0} + e^{4x}\underbrace{\left[-80 + 140 - 60\right]}_{0}$$

$y'' - 7y' + 12y = 0 \Rightarrow \therefore f(x)$ é SOLUÇÃO

c) $\boxed{Q(t) = (\sqrt{t} + c_1)^2} \Rightarrow \boxed{\frac{dQ}{dt} = \sqrt{\frac{Q}{t}}}$

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt}\left[(t^{1/2} + c_1)^2\right] \Rightarrow \frac{dQ}{dt} = 2(t^{1/2} + c_1)\cdot\left[\frac{d}{dt}(t^{1/2} + c_1)\right]$$

$$\frac{dQ}{dt} = \cancel{2}(t^{1/2} + c_1)\frac{1}{\cancel{2}}t^{-1/2} \Rightarrow \frac{dQ}{dt} = \frac{t^{1/2} + c_1}{t^{1/2}} \Rightarrow \boxed{\frac{dQ}{dt} = \frac{\sqrt{t} + c_1}{\sqrt{t}}} \quad \text{I}$$

COMO $Q = (\sqrt{t} + c_1)^2 \Rightarrow \boxed{\sqrt{Q} = \sqrt{t} + c_1}$ II

SUBSTITUINDO II EM I :

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\sqrt{Q}}{\sqrt{t}} \quad \text{OU} \quad \boxed{\frac{dQ}{dt} = \sqrt{\frac{Q}{t}}}$$

$Q(t)$ é SOLUÇÃO.

d) $\boxed{V(x) = 5 \cdot tg(5x)}$, $\boxed{\frac{dV}{dx} = 25 + V^2}$ $\left(\frac{a}{b}\right)' = \frac{a'b - ab'}{b^2}$

$$\frac{dV}{dt} = 5\frac{d}{dt}\left[\frac{sen(5x)}{cos(5x)}\right] = 5\left[\frac{cos(5x) \cdot 5 \cdot cos(5x) - sen(5x) \cdot (-5)\, sen(5x)}{[cos(5x)]^2}\right]$$

$$\frac{dV}{dt} = 5 \cdot 5\left[\frac{cos^2(5x) + sen^2(5x)}{[cos(5x)]^2}\right] \Rightarrow \frac{dV}{dt} = 25\left[\frac{1}{cos(5x)}\right]^2 \Rightarrow$$

$\frac{dV}{dt} = 25\left[sec(5x)\right]^2$, MAS $sec^2(\theta) = 1 + tg^2(\theta)$, ASSIM:

$$\frac{dV}{dt} = 25\left[1 + tg^2(5x)\right] \Rightarrow \frac{dV}{dt} = 25 + \underbrace{25\, tg^2(5x)}_{= V^2}$$

$\boxed{V = 5\, tg(5x) \\ V^2 = 25\, tg^2(5x)}$

$\boxed{\frac{dV}{dt} = 25 + V^2}$ $\therefore$ $V(x)$ É SOLUÇÃO

---

e) $\boxed{x^2 \cdot y + y^2 = C_1}$ $\boxed{2xy\,dx + (x^2 + 2y)\,dy = 0}$

$$D_x[x^2 \cdot y + y^2] = D_x[C_1] \Rightarrow D_x[x^2 y] + D_x[y^2] = 0$$

$$2x \cdot y + x^2 \cdot y' + 2y \cdot y' = 0 \Rightarrow y'(x^2 + 2y) = -2xy \Rightarrow$$

$y' = \frac{-2xy}{x^2 + 2y}$ OU $\boxed{\frac{dy}{dx} = \frac{-2xy}{x^2 + 2y}}$ (I)

REESCREVENDO A EQ. DIF. DADA : $y = f(x)$

$$2xy + (x^2 + 2y)\frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow (x^2 + 2y)\frac{dy}{dx} = -2xy \Rightarrow$$

$\boxed{\frac{dy}{dx} = \frac{-2xy}{x^2 + 2y}}$ (II)

A EQ. DIF. DADA FOI COLOCADA NA FORMA (II), ASSIM $x^2 \cdot y + y^2 = C_1$ É SOLUÇÃO IMPLÍCITA.

6

f) $\boxed{f(x) = x+1}$ $\quad \boxed{(y')^3 + x.y' = y}$, $y' = 1$

$(y')^3 + x.y' = (1)^3 + x.1$

$= 1 + x = y$

$(y')^3 + x.y' = y$. $\therefore$ É SOLUÇÃO

g) $\boxed{y = x.\ln(x)}$ $\quad \boxed{\dfrac{dy}{dx} = 1 + \dfrac{1}{x}.y}$

$\dfrac{dy}{dx} = 1.\ln(x) + x.\dfrac{1}{x} \Rightarrow \boxed{\dfrac{dy}{dx} = 1 + \ln(x)}$, MAS $\ln(x) = \dfrac{y}{x}$

PELA SOLUÇÃO PROPOSTA: $y = x.\ln(x)$. ASSIM,

$\boxed{\dfrac{dy}{dx} = 1 + \dfrac{y}{x}}$ $\quad y$ É SOLUÇÃO