Álgebra Linear
Profa. Elba Bravo
Semestre: 2022 - 1

Lista de Exercícios 11

1) Sejam $u = (x_1, y_1)$ e $v = (x_2, y_2)$. Mostrar que cada operação a seguir define um produto interno no $\mathbb{R}^2$:

a) $u \cdot v = x_1x_2 + y_1y_2$

b) $u \cdot v = 2x_1x_2 + 5y_1y_2$

c) $u \cdot v = x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 2y_1y_2$

2) Calcular o produto interno dos vetores $u = (1, 1)$ e $v = (-3, 2)$ segundo cada produto do exercício anterior.

21) Consideremos as seguintes bases do $\mathbb{R}^2$ e do $\mathbb{R}^3$:

a) $B = \{(3, 4), (1, 2)\}$

b) $B = \{(1, 0, 0), (0, 1, 1), (0, 1, 2)\}$

c) $B = \{(1, 0, 1), (1, 0, -1), (0, 3, 4)\}$

Ortonormalizar essas bases pelo processo de Gram-Schmidt, segundo o produto interno usual de cada espaço.

2) Determinar os valores próprios e os vetores próprios das seguintes transformações lineares:

a) $T: \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, $T(x, y) = (x + 2y, -x + 4y)$

b) $T: \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, $T(x, y) = (2x + 2y, x + 3y)$

e) $T: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$, $T(x, y, z) = (x + y + z, 2y + z, 2y + 3z)$

f) $T: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$, $T(x, y, z) = (x, -2x - y, 2x + y + 2z)$

11) Verificar se a matriz A é diagonalizável. Caso seja, determinar uma matriz P que diagonaliza A e calcular $P^{-1}AP$.

c) $$A = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

g) $$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

13) Para cada uma das seguintes matrizes simétricas A, encontrar uma matriz ortogonal P, para a qual P^tAP seja diagonal:

c) $$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

e) $$A = \begin{bmatrix} 7 & -2 & -2 \\ -2 & 1 & 4 \\ -2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$