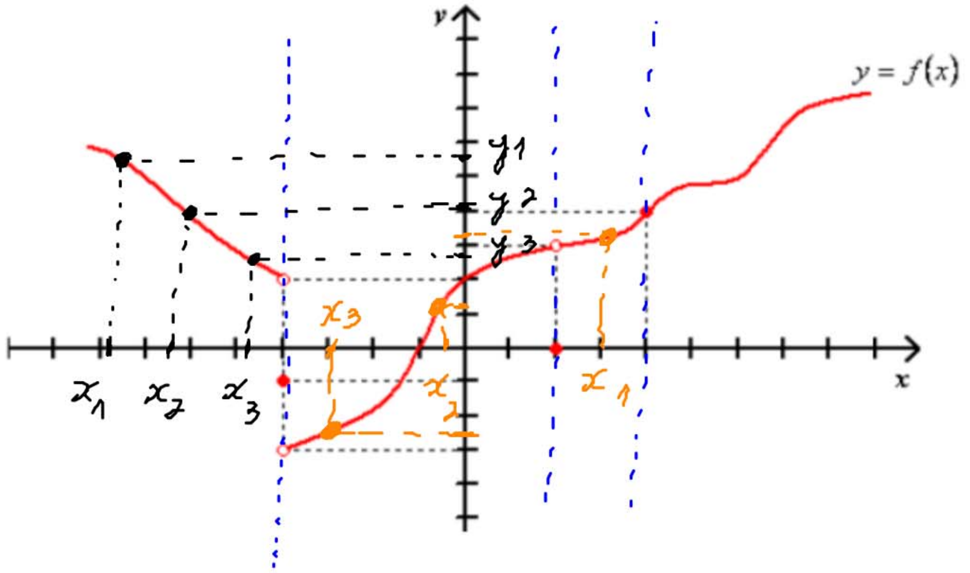
3) Dado o gráfico da função, responda:



a) Para quanto se "aproxima" o valor de $f(x)$ quando x se "aproxima" de - 4 e $x < -4$? $\boxed{2}$

b) Para quanto se "aproxima" o valor de $f(x)$ quando x se "aproxima" de - 4 e $x > -4$? $\boxed{-3}$

c) Qual é o valor de $f(x)$ quando $x = -4$? $\boxed{-1}$

d) Para quanto "tende" o valor de f (ou se "aproxima") quando x "tende" a 2 pela esquerda (ou tende a 2 e é menor do que 2)? $\boxed{3}$

e) Para quanto "tende" o valor de f quando x "tende" a 2 pela direita? 3

f) Qual é o valor de f quando $x = 2$? 0

g) Para quanto "tende" o valor de f quando x "tende" a 4 pela esquerda? 4

h) Para quanto "tende" o valor de f quando x "tende" a 4 pela direita? 4

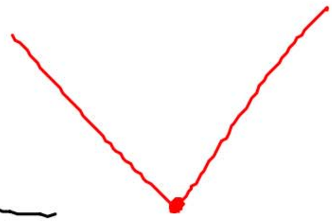
i) Qual é o valor de $f(4)$? 4

FUNÇÃO CONTÍNUA: Para provar que f é contínua em x_1 precisamos mostrar que condições são satisfeitas:

i) $f(x_1)$ existe;
ii) $\lim\limits_{x \to x_1} f(x)$ existe;
iii) $\lim\limits_{x \to x_1} f(x) = f(x_1)$.

Exemplo: Verifique se $f(x) = \begin{cases} -2x & \text{se } x \leq 1 \\ 3x - 5 & \text{se } x > 1 \end{cases}$ é contínua em $x_1 = 1$.

$$\lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1^-} (-2x) = -2 \cdot 1 = -2$$



$$\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^+} (3x - 5) = 3 \cdot 1 - 5 = -2$$

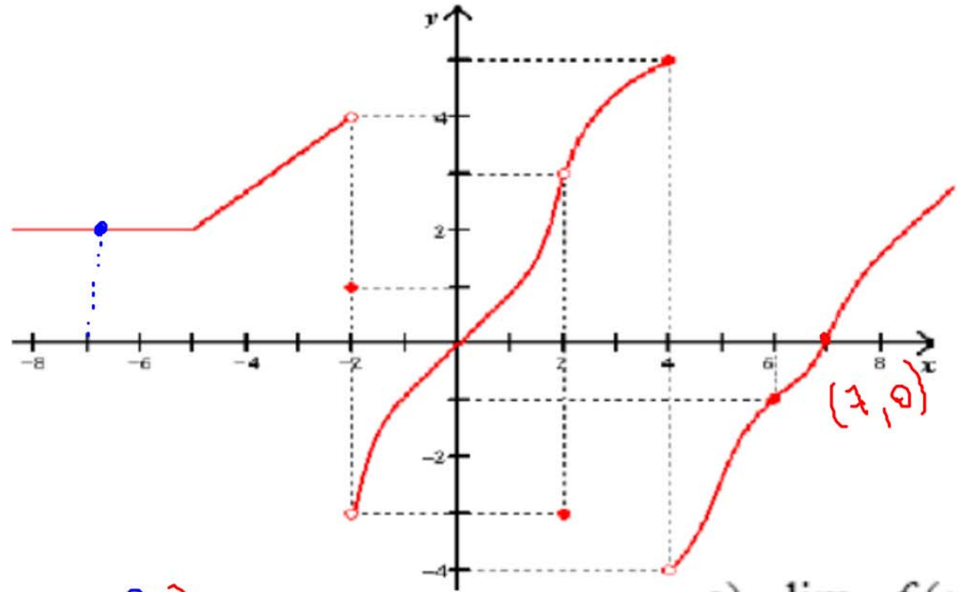
R: f É CONTÍNUA EM $x = 1$, POIS

$$f(1) = -2 \cdot 1 = -2$$

$\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = f(1)$.

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I
Profª. Me. Mylane dos Santos Barreto

5) Dado o gráfico abaixo, determine, se existir:



a) $\lim_{x \to -7^-} f(x) = 2$

b) $\lim_{x \to -7^+} f(x) = 2$

c) $\lim_{x \to -7} f(x) = 2$

CONTÍNUA

d) $f(-7) = 2$

e) $\lim_{x \to -2^-} f(x) = 4$

f) $\lim_{x \to -2^+} f(x) = -3$

SALTO

g) $\lim_{x \to -2} f(x)$ $\nexists$

h) $f(-2) = 1$

i) $\lim_{x \to 2^-} f(x) = 3$

j) $\lim_{x \to 2^+} f(x) = 3$

k) $\lim_{x \to 2} f(x) = 3$

FURO

l) $f(2) = -3$

m) $\lim_{x \to 4^-} f(x) = 5$

n) $\lim_{x \to 4^+} f(x) = -4$

SALTO

o) $\lim_{x \to 4} f(x) \nexists$

p) $f(4) = 5$

q) $\lim_{x \to 6^-} f(x) = -1$

r) $\lim_{x \to 6^+} f(x) = -1$

s) $\lim_{x \to 6} f(x) = -1$

CONTÍNUA

t) $\lim_{x \to 7} f(x) = 0$

u) $f(6) = -1$

v) $f(7) = 0$

6) Considere a função $f(x) = x^2$ e seu gráfico dado. Calcule:

a) $f(-1)$

b) $\lim\limits_{x \to -1} x^2$

c) $\lim\limits_{x \to -2} x^2 = (-2)^2 = 4$

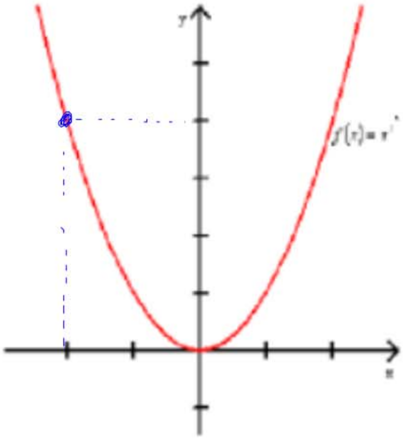
d) $\lim\limits_{x \to 0} x^2$

e) $\lim\limits_{x \to 1} x^2$

f) $\lim\limits_{x \to 2} x^2$

g) $\lim\limits_{x \to 3} x^2$

h) $\lim\limits_{x \to 4} x^2$



7) Calcule, se existir:

Para calcular o limite de uma função, primeiramente supomos que a função é contínua no ponto estudado, como no exemplo em x = 1. Com isso podemos calcular a imagem neste ponto e igualar ao limite, pois em funções contínuas o limite do ponto é igual à imagem do ponto. Sempre que o $\lim\limits_{x \to c} f(x) = f(c)$ dizemos que o limite pode ser calculado por **substituição direta**.

$$\boxed{\text{a) } \lim_{x \to 1} \frac{x^2 - 3}{1+x} = f(1) = -1}$$

b) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2 - 1}{3x + 1} = \dfrac{1^2 - 1}{3.1 + 1} = \dfrac{0}{4} = 0$

c) $\lim\limits_{t \to 1} \left(- t^3 + t^2 + 5t - 5\right) = -1 + 1 + 5 - 5 = 0$

d) $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} \dfrac{\text{sen}^2\, x + \cos^2 x}{\text{sen}\, x} = \dfrac{1}{\text{sen}\,\frac{\pi}{2}} = \dfrac{1}{1} = 1$

e) $\lim\limits_{x \to 5} 1 = 1$

f) $\lim\limits_{\alpha \to \pi} \text{sen}\, \alpha = \text{sen}\, \pi = 0$

g) $\lim\limits_{\alpha \to \frac{\pi}{2}} \cos \alpha = \cos \dfrac{\pi}{2} = 0$

h) $\lim\limits_{a \to 10} (a + 1)^2 = (10 + 1)^2 = 11^2 = 121$

i) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\left(5x^2 - 3x + 2\right)^3}{\sqrt{x + 15}} = \dfrac{(5 - 3 + 2)^3}{4} = \dfrac{64}{4} = 16$

j) $\lim\limits_{x \to 2} \log\left(x^2 + 6\right)^2 = \log\left(2^2 + 6\right)^2 = \log 10^2 = 2$

k) $\lim\limits_{x \to 64} \left(\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}\right) = \sqrt{64} - \sqrt[3]{64} = 4$

l) $\lim\limits_{x \to 1} \left(x^2 - 3x + 5\right) = 1 - 3 + 5 = 3$

m) $\lim\limits_{x \to \frac{1}{2}} \dfrac{1}{x} = \dfrac{1}{\frac{1}{2}} = 1 \times \dfrac{2}{1} = 2$

n) $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{x^2 - x}{1 - x} = \dfrac{4 + 2}{1 + 2} = \dfrac{6}{3} = 2$

o) $\lim\limits_{x \to 0} 2^x = 2^0 = 1$

p) $\lim\limits_{x \to -3} \dfrac{\sqrt{x^2 - 5}}{1 - x} = \dfrac{2}{1 + 3} = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$

q) $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{2x - 7}{x} = \dfrac{1}{4}$

r) $\lim\limits_{x \to -2} \left[\log_3 \left(\dfrac{x^2 - 3x}{8 - x}\right)\right] = \log_3 1 = 0$

s) $\lim\limits_{x \to -2} \left(3^x + 2^x\right) = \dfrac{13}{36}$

Para os itens a seguir considere $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, \text{ se } x \leq -1 \\ 1 - x, \text{ se } -1 < x < 0 \\ e^x, \text{ se } x \geq 0 \end{cases}$

t) $\lim\limits_{x \to -1} f(x)$

v) $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$

u) $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$

x) $\lim\limits_{x \to -\frac{1}{2}} f(x)$

t) $\lim\limits_{x \to -1^-} f(x) = \lim\limits_{x \to -1^-} \frac{1}{x} = \frac{1}{-1} = -1$

$\lim\limits_{x \to -1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to -1^+} (1 - x) = 1 - (-1) = 1 + 1 = 2$

$\lim\limits_{x \to -1} f(x) \nexists$

u) $\lim\limits_{x \to 2} f(x) = \lim\limits_{x \to 2} e^x = e^2$

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I
Profª. Me. Mylane dos Santos Barreto

Para os itens a seguir considere $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, \text{ se } x \leq -1 \\ 1 - x, \text{ se } -1 < x < 0 \\ e^x, \text{ se } x \geq 0 \end{cases}$

t) $\lim_{x \to -1} f(x)$

u) $\lim_{x \to 2} f(x)$

v) $\lim_{x \to 0} f(x)$

x) $\lim_{x \to -\frac{1}{2}} f(x)$

v) $\lim_{x \to 0^-} f(x) = \lim_{x \to 0^-} (1 - x) = 1$

$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^+} e^x = e^0 = 1$

$\lim_{x \to 0} f(x) = 1$

x) $\lim_{x \to -\frac{1}{2}} f(x) = \lim_{x \to -\frac{1}{2}} (1 - x) = 1 - \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

8) Considere as funções reais de variável real, e estude a continuidade no ponto pedido:

a) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 2, \text{ se } x < 3 \\ x^2 - 5x + 8, \text{ se } x \geq 3 \end{cases}$, para $x = 3$

Solução:

$f(3) = 3^2 - 5 \cdot 3 + 8 = 2$

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to 3^-} f(x) = 2 \\ \lim\limits_{x \to 3^+} f(x) = 2 \end{array}\right\} \exists \lim_{x \to 3} f(x) = 2$$

Como $\lim\limits_{x \to 3} f(x) = f(3)$ então a função f é contínua no ponto $x = 3$.

b) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}x - 2, \text{ se } x \leq 3 \\ -2x + 5, \text{ se } x > 3 \end{cases}$, para $x = 3$

$$\lim_{x \to 3^-} f(x) = \lim_{x \to 3^-} \left(\frac{1}{3}x - 2\right) = 1 - 2 = -1$$

$$\lim_{x \to 3^+} f(x) = \lim_{x \to 3^+} (-2x + 5) = -6 + 5 = -1$$

$$f(3) = \frac{1}{3} \cdot 3 - 2 = -1$$

R: f É CONTÍNUA EM $x = 3$, POIS $\lim_{x \to 3^-} f(x) = \lim_{x \to 3^+} f(x) = f(3)$.

c) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x}, & \text{se } 0 < x < 2 \\ 1 - \dfrac{x}{4}, & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$, para $x = 2$

$$\lim_{x \to 2^+} f(x) = \lim_{x \to 2^+} \left(1 - \frac{x}{4}\right) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \to 2^-} f(x) = \lim_{x \to 2^-} \frac{1}{x} = \frac{1}{2}$$

$$f(2) = 1 - \frac{2}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

R: f É CONTÍNUA EM $x = 2$, POIS $\lim_{x \to 2^-} f(x) = \lim_{x \to 2^+} f(x) = f(2)$.