

Prova Final de Cálculo III – 15/02/2023
Prof. Rafael B. de R. Borges

Nome: _____

Instruções para a prova:

- Só escreva nesta capa o que foi pedido acima.
- Você pode resolver as questões na ordem que quiser.
- Resolva as questões a lápis e escreva a caneta apenas a resposta final.
- Faça uma prova organizada. Há folhas de sobra para você fazer as questões. E, caso falte, é só pedir que eu grampeio mais.
- Parênteses são muito importantes. Use-os. Exemplos:
 - “ x vezes -6 ” é $x \cdot (-6)$, não $x \cdot -6$, ou, pior, $x - 6$.
 - $x - \frac{1}{y+2}$ é $\frac{x \cdot (y+2) - 1}{y+2}$, não $\frac{x \cdot y + 2 - 1}{y+2}$.
- Manipulações algébricas absurdas serão (muito) descontadas. As crianças do nosso Brasil dependem de que você saiba Matemática!
- Lembre-se: é melhor não simplificar, do que tentar — e se complicar!
- Mas você tem que saber o valor de expressões básicas como $\sin 0$, $\cos \pi$, $\ln 1$, e^0 etc.
- **São proibidos:** folha própria de rascunho, calculadora, e celular. Guarde-os na mochila, que deve ser guardada na frente da sala.
- **Não serão aceitas respostas sem desenvolvimento.** Mostre que você sabe o que está fazendo.
- **Não desgrampeie o caderno de provas.**

Boa prova!

1. Seja

$$\vec{r}(t) = (\sin(t) - t \cos(t), t^2, \cos(t) + t \sin(t)).$$

Calcule $\vec{T}(t)$ e $\vec{N}(t)$.

2. Calcule o comprimento de arco da curva C parametrizada por

$$\vec{r}(t) = (2t^3, 1 - 3t^2), \quad 0 \leq t \leq 1.$$

3. Calcule $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$, onde C é a curva parametrizada por

$$\vec{r}(t) = \left(\frac{\cos(\pi t)}{t+1}, e^{t^2} \right), \quad 0 \leq t \leq 1$$

e

$$\vec{F}(x, y) = \left(\frac{1}{x+y}, \frac{1}{x+y} \right).$$

4. Seja P o paralelogramo de vértices $(0, 0)$, $(0, 2)$, $(4, 4)$ e $(4, 2)$, e

$$\vec{F} = \left(\frac{y}{x+1}, y \ln(x+1) \right).$$

Calcule $\oint_{\partial P} \vec{F} \cdot d\vec{r}$, onde ∂P segue a orientação positiva.

5. Seja C o paralelepípedo $[-1, 1] \times [-2, 2] \times [-3, 3]$ e

$$\vec{F} = \left(\frac{x}{y+z}, \sin(\pi x^2 z^2), e^{2yz} \right).$$

Calcule $\iiint_{\partial C} \vec{F} \cdot d\vec{S}$, onde ∂C tem orientação positiva.