



Lista de Exercícios 9

Nos Exercícios **3, 5 e 7**, determine se a função é uma transformação linear. Justifique sua resposta.

3. $T: M_{22} \rightarrow M_{23}$, sendo B uma matriz 2×3 fixada e $T(A) = AB$.

5. $F: M_{mn} \rightarrow M_{nm}$, sendo $F(A) = A^T$.

7. $T: P_2 \rightarrow P_2$, sendo

(a) $T(a_0 + a_1x + a_2x^2) = a_0 + a_1(x + 1) + a_2(x + 1)^2$

(b) $T(a_0 + a_1x + a_2x^2) = (a_0 + 1) + (a_1 + 1)x + (a_2 + 1)x^2$

11. Considere a base $S = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$ de R^3 , em que $\mathbf{v}_1 = (1, 1, 1)$, $\mathbf{v}_2 = (1, 1, 0)$ e $\mathbf{v}_3 = (1, 0, 0)$ e seja $T: R^3 \rightarrow R^3$ o operador linear tal que

$$\begin{aligned}T(\mathbf{v}_1) &= (2, -1, 4), T(\mathbf{v}_2) = (3, 0, 1), \\T(\mathbf{v}_3) &= (-1, 5, 1)\end{aligned}$$

Encontre uma fórmula para $T(x_1, x_2, x_3)$ e use essa fórmula para obter $T(2, 4, -1)$.

14. Seja $T: R^2 \rightarrow R^2$ o operador linear dado pela fórmula

$$T(x, y) = (2x - y, -8x + 4y)$$

Em cada caso, decida se o vetor está em $\text{Im}(T)$.

(a) $(1, -4)$ (b) $(5, 0)$ (c) $(-3, 12)$

15. Seja $T: R^2 \rightarrow R^2$ o operador linear do Exercício 14. Em cada caso, decida se o vetor está em $\text{Nuc}(T)$.

16. Seja $T: R^4 \rightarrow R^3$ a transformação linear dada pela fórmula

$$\begin{aligned}T(x_1, x_2, x_3, x_4) &= (4x_1 + x_2 - 2x_3 - 3x_4, \\&\quad 2x_1 + x_2 + x_3 - 4x_4, 6x_1 - 9x_3 + 9x_4)\end{aligned}$$

Em cada caso, decida se o vetor está em $\text{Im}(T)$.

(a) $(0, 0, 6)$ (b) $(1, 3, 0)$ (c) $(2, 4, 1)$

17. Seja $T: R^4 \rightarrow R^3$ a transformação linear do Exercício 16. Em cada caso, decida se o vetor está em $\text{Nuc}(T)$.

(a) $(3, -8, 2, 0)$ (b) $(0, 0, 0, 1)$ (c) $(0, -4, 1, 0)$

18. Seja $T : P_2 \rightarrow P_3$ a transformação linear definida por $T(p(x)) = xp(x)$. Em cada caso, decida se o vetor está em $\text{Nuc}(T)$.
 (a) x^2 (b) 0 (c) $1 + x$
19. Seja $T : P_2 \rightarrow P_3$ a transformação linear do Exercício 18. Em cada caso, decida se o vetor está em $\text{Im}(T)$.
 (a) $x + x^2$ (b) $1 + x$ (c) $3 - x^2$
20. Encontre uma base do núcleo
 (a) do operador linear do Exercício 14.
 (b) da transformação linear do Exercício 16.
 (c) da transformação linear no Exercício 18.
21. Encontre uma base da imagem
 (a) do operador linear do Exercício 14.
 (b) da transformação linear do Exercício 16.
 (c) da transformação linear no Exercício 18.

Respostas:

3. É linear. 5. É linear. 7. (a) É linear. (b) Não é linear.
11. $T(x_1, x_2, x_3) = (-x_1 + 4x_2 - x_3, 5x_1 - 5x_2 - x_3, x_1 + 3x_3)$; $T(2, 4, -1) = (15, -9, -1)$
15. (a) 17. (a)
19. (a) 21. (a) $(1, -4)$ (b) $(4, 2, 6), (1, 1, 0), (-3, -4, 9)$ (c) x, x^2, x^3