1) Ache a derivada indicada.

a) $\dfrac{d}{dx}(8\text{-}x^3) =$

b) $D_x\left(\dfrac{1}{x+1}\right) =$

c) $\dfrac{d}{dx}(x^3) =$

d) $\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{2x+3}{3x-2}\right) =$

e) $\dfrac{d}{dx}\left(\sqrt{x}\right) =$

f) $D_x\left(\sqrt{3x+5}\right) =$

a) $\dfrac{d}{dx}(8-x^3) = -3x^2$

b) $D_x\left(\dfrac{1}{x+1}\right) = D_x\left((x+1)^{-1}\right) = (-1).1.(x+1)^{-2} =$

$= -(x+1)^{-2} = \dfrac{-1}{(x+1)^2}$

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I
Profª. Mylane dos Santos Barreto

1) Ache a derivada indicada.

a) $\frac{d}{dx}(8-x^3) =$

b) $D_x\left(\frac{1}{x+1}\right) =$

c) $\frac{d}{dx}(x^3) =$

d) $\frac{d}{dx}\left(\frac{2x+3}{3x-2}\right) =$

e) $\frac{d}{dx}(\sqrt{x}) =$

f) $D_x\left(\sqrt{3x+5}\right) =$

c) $\frac{d}{dx}(x^3) = 3x^2$

d) $\frac{d}{dx}\left(\frac{2x+3}{3x-2}\right) = \frac{2.(3x-2)-(2x+3).3}{(3x-2)^2} =$

$= \frac{\cancel{6x}-4-\cancel{6x}-9}{(3x-2)^2} = \frac{-13}{(3x-2)^2}$

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I
Profª. Mylane dos Santos Barreto

1) Ache a derivada indicada.

a) $\frac{d}{dx}(8-x^3) =$

b) $D_x\left(\frac{1}{x+1}\right) =$

c) $\frac{d}{dx}(x^3) =$

d) $\frac{d}{dx}\left(\frac{2x+3}{3x-2}\right) =$

e) $\frac{d}{dx}(\sqrt{x}) =$

f) $D_x\left(\sqrt{3x+5}\right) =$

e) $\frac{d}{dx}(\sqrt{x}) = \frac{d}{dx}\left(x^{\frac{1}{2}}\right) = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot x^{-\frac{1}{2}} = \frac{x^{-\frac{1}{2}}}{2} = \frac{1}{2x^{\frac{1}{2}}}$

f) $D_x\left(\sqrt{3x+5}\right) = D_x\left((3x+5)^{\frac{1}{2}}\right) = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot (3x+5)^{-\frac{1}{2}} =$

$= \frac{3}{2(3x+5)^{\frac{1}{2}}}$ //

2) Ache $f'(a)$.

a) $f(x) = 2 - x^3$, $a = -2$

b) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2x+3}}$, $a = 3$

c) $f(x) = x^2 - x + 4$, $a = 4$

d) $f(x) = \sqrt{1+9x}$, $a = 7$

$$-\frac{1}{2} - 1 = -\frac{3}{2}$$

a) $f(x) = 2 - x^3 \rightarrow f'(x) = -3x^2$

$f'(-2) = -3.(-2)^2 = -3.4 = -12$

b) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2x+3}} \rightarrow f(x) = (2x+3)^{-\frac{1}{2}} \rightarrow f'(x) = -\dfrac{1}{\cancel{2}}.\cancel{2}.(2x+3)^{-\frac{3}{2}} =$

$= \dfrac{-1}{(2x+3)^{3/2}}$

2) Ache $f'(a)$.

a) $f(x) = 2 - x^3$, $a = -2$

b) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2x+3}}$, $a = 3$

c) $f(x) = x^2 - x + 4$, $a = 4$

d) $f(x) = \sqrt{1+9x}$, $a = 7$

b) $f'(3) = \dfrac{-1}{(2.3+3)^{3/2}} = \dfrac{-1}{\sqrt{9^3}} = -\dfrac{1}{27}$

$\rightarrow (\sqrt{9})^3 = 3^3$

c) $f(x) = x^2 - x + 4 \rightarrow f'(x) = 2x - 1$

$f'(4) = 2.4 - 1 = 7$

2) Ache $f'(a)$.

a) $f(x) = 2 - x^3$, $a = -2$

b) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2x+3}}$, $a = 3$

c) $f(x) = x^2 - x + 4$, $a = 4$

d) $f(x) = \sqrt{1+9x}$, $a = 7$

d) $f(x) = \sqrt{1+9x} = (1+9x)^{\frac{1}{2}} \rightarrow f'(x) = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot (1+9x)^{-\frac{1}{2}} =$

$$= \frac{9}{2(1+9x)^{1/2}}$$

$$f'(7) = \frac{9}{2(1+9 \cdot 7)^{1/2}} = \frac{9}{2 \cdot 8} = \frac{9}{16}$$

3) Um produtor pode fabricar gravadores a um custo de R$20,00 a unidade. É estimado que, se os gravadores são vendidos a x reais cada, os consumidores comprarão $(120 - x)$ gravadores por mês. Use o cálculo para determinar o preço no qual o lucro do produtor será máximo.

$$\underset{\text{LUCRO}}{L(x)} = \underset{\text{RECEITA}}{R(x)} - \underset{\text{CUSTO}}{C(x)}$$

$$L(x) = \underbrace{(120-x)}_{\text{QUANT. VEND.}} . \underset{\text{PREÇO}}{x} - (120-x) . \underset{\text{GASTO}}{20}$$

$$L(x) = 120x - x^2 - 2400 + 20x$$

$$L(x) = -x^2 + 140x - 2400$$

$$L'(x) = -2x + 140$$

3) Um produtor pode fabricar gravadores a um custo de R$20,00 a unidade. É estimado que, se os gravadores são vendidos a x reais cada, os consumidores comprarão $(120 - x)$ gravadores por mês. Use o cálculo para determinar o preço no qual o lucro do produtor será máximo.

$L(x) = -x^2 + 140x - 2400$

$L(70) = -70^2 + 140.70 - 2400$

$L(70) = -4900 + 9800 - 2400$

$L(70) = 2500 \rightarrow$ LUCRO TOTAL

$L'(x) = -2x + 140$

$-2x + 140 = 0$ (x ONDE L(x) É MAX.)

$-2x = -140$

$x = 70$

R: R$70,00

4) Experimentos indicam que, quando uma pulga salta, a sua altura (em metros), após t segundos, é dada pela função $H(t) = 4,4t - 4,9t^2$. Usando o Cálculo, determine o tempo no qual a pulga estará no ponto mais alto do seu salto. Que altura máxima é essa?

$H(t) = 4,4t - 4,9t^2$

$H'(t) = 4,4 - 9,8t$ → TAXA DE VARIAÇÃO DA FUNÇÃO

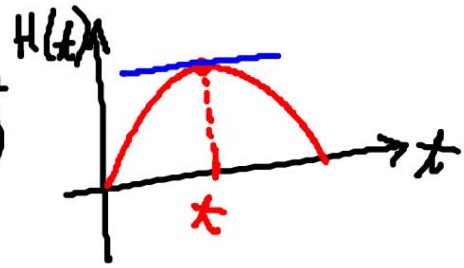
$4,4 - 9,8t = 0$ → INCLINAÇÃO DAS RETAS TANGENTES AO GRÁFICO DE H(t).

$-9,8t = -4,4$

$t = \dfrac{-4,4}{-9,8} \cong 0,45\,s$

$H(0,45) = 4,4 \cdot 0,45 - 4,9 \cdot (0,45)^2$

$H(0,45) = 0,98775\ m$



5) Derive as funções:

a) $f(x) = \dfrac{7x - 5}{2}$

b) $f(x) = 1 - 2x - x^2$

c) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 2$

a) $f(x) = \dfrac{7x-5}{2} = \dfrac{1}{2}(7x-5)$

$f'(x) = \dfrac{1}{2} \cdot (7+0) = \dfrac{7}{2}$

b) $f(x) = 1 - 2x - x^2 \rightarrow f'(x) = -2 - 2x$

c) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 2 \rightarrow f'(x) = 3x^2 - 6x + 5$

d) $f(x) = \dfrac{-3}{\sqrt[3]{(x+1)^2}}$

e) $f(t) = \dfrac{1}{4}t^4 - \dfrac{1}{2}t^2$

d) $f(x) = \dfrac{-3}{\sqrt[3]{(x+1)^2}} = \dfrac{-3}{(x+1)^{\frac{2}{3}}} = -3 \cdot (x+1)^{-\frac{2}{3}}$

$f'(x) = -\cancel{3} \cdot \left(-\dfrac{2}{\cancel{3}}\right) \cdot 1 \cdot (x+1)^{-\frac{5}{3}} = 2(x+1)^{-\frac{5}{3}} =$

$= \dfrac{2}{(x+1)^{\frac{5}{3}}}$.

d) $f(x) = \dfrac{-3}{\sqrt[3]{(x+1)^2}}$

e) $f(t) = \dfrac{1}{4}t^4 - \dfrac{1}{2}t^2$

e) $f(t) = \dfrac{1}{4}t^4 - \dfrac{1}{2}t^2$

$f'(t) = t^3 - t$

f) $v(r) = \frac{4}{3}\pi r^3$

g) $f(x) = 4x^4 - \frac{1}{4x^4}$

f) $v(r) = \frac{4}{3}\pi r^3$

$v'(r) = \frac{4}{\cancel{3}}\pi . \cancel{3} r^2 = 4\pi r^2$

g) $f(x) = 4x^4 - \frac{1}{4x^4} \rightarrow -\frac{1}{4} . \frac{1}{x^4} = -\frac{1}{4} . x^{-4}$

$f'(x) = 16x^3 - \frac{1}{\cancel{4}} . (-\cancel{4}) . x^{-5}$

$f'(x) = 16x^3 + x^{-5} = 16x^3 + \frac{1}{x^5}$

h) $f(x) = x^4 - 5 + x^{-2} + 4x^{-4}$

i) $f(s) = \sqrt{3}(s^3 - s^2)$

h) $f(x) = x^4 - 5 + x^{-2} + 4x^{-4}$

$f'(x) = 4x^3 - 2x^{-3} - 16x^{-5}$

$f'(x) = 4x^3 - \dfrac{2}{x^3} - \dfrac{16}{x^5}$

i) $f(s) = \sqrt{3}(s^3 - s^2)$

$f'(s) = \sqrt{3}(3s^2 - 2s)$

$f'(s) = 3\sqrt{3}s^2 - 2\sqrt{3}s$

j) $f(x) = (2x^4 - 1)(5x^3 + 6x)$

k) $g(y) = y^{10} + 7y^5 - y^3 + 1$

j) $f(x) = (2x^4 - 1)(5x^3 + 6x)$

$f'(x) = 8x^3 \cdot (5x^3 + 6x) + (2x^4 - 1)(15x^2 + 6)$

$f'(x) = 40x^6 + 48x^4 + 30x^6 + 12x^4 - 15x^2 - 6$

$f'(x) = 70x^6 + 60x^4 - 15x^2 - 6$

k) $g(y) = y^{10} + 7y^5 - y^3 + 1$

$g'(y) = 10y^9 + 35y^4 - 3y^2$

l) $f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{3}{x^3}$

m) $g(x) = (2x^2 + 5)(4x - 1)$

$$l)\ f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{3}{x^3} = \frac{1}{3} \cdot x^3 + 3 \cdot x^{-3}$$

$$f'(x) = \frac{1}{\cancel{3}} \cdot \cancel{3} \cdot x^2 + 3 \cdot (-3) \cdot x^{-4}$$

$$f'(x) = x^2 - \frac{9}{x^4}$$

l) $f(x) = \dfrac{x^3}{3} + \dfrac{3}{x^3}$

m) $g(x) = (2x^2 + 5)(4x - 1)$

m) $g(x) = (2x^2+5)(4x-1)$

$g'(x) = 4x(4x-1) + (2x^2+5).4$

$g'(x) = 16x^2 - 4x + 8x^2 + 20$

$g'(x) = 24x^2 - 4x + 20$

n) $f(x) = (4x^2 + 3)^2$

o) $g(y) = (7 - 3y^3)^2$

n) $f(x) = (4x^2+3)^2 \rightarrow f'(x) = 2.8x.(4x^2+3) = 16x(4x^2+3)$ //

o) $g(y) = (7-3y^3)^2 \rightarrow f'(x) = 2.(-9y^2).(7-3y^3) =$

$= -18y^2(7-3y^3)$ //

p) $f(t) = (t^3 - 2t + 1)(2t^2 + 3t)$

q) $\frac{d}{dx}\left(\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 2x + 1}\right)$

p) $f(t) = (t^3 - 2t + 1)(2t^2 + 3t)$

$f'(t) = (3t^2 - 2) \cdot (2t^2 + 3t) + (t^3 - 2t + 1) \cdot (4t + 3)$

$f'(t) = 6t^4 + 9t^3 - 4t^2 - 6t + 4t^4 + 3t^3 - 8t^2 - 6t + 4t + 3$

$f'(x) = 10t^4 + 12t^3 - 12t^2 - 8t + 3$

p) $f(t) = (t^3 - 2t + 1)(2t^2 + 3t)$

q) $\frac{d}{dx}\underbrace{\left(\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 2x + 1}\right)}_{f}$

q) $$\frac{df}{dx} = \frac{(2x+2).(x^2-2x+1)-(x^2+2x+1).(2x-2)}{(x^2-2x+1)^2}$$

$$\frac{df}{dx} = \frac{\left[2(x+1)(x-1)^2 - (x+1)^2 . 2(x-1)\right]}{(x-1)^4} \quad \begin{matrix} \div(x-1) \\ \div(x-1) \end{matrix}$$

$$\frac{df}{dx} = \frac{2(x+1)(x-1) - (x+1)^2 . 2}{(x-1)^3}$$

$$\frac{df}{dx} = \frac{2(x^2-1) - 2(x^2+2x+1)}{(x-1)^3} = \frac{\cancel{2x^2} - 2 - \cancel{2x^2} - 4x - 2}{(x-1)^3} = \frac{-4x-4}{(x-1)^3}$$

r) $\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{5t}{\underbrace{1+2t^2}_{}}\right)$ f

s) $\dfrac{d}{dy}\left(\dfrac{y^3 - 8}{y^3 + 8}\right)$

r) $\dfrac{df}{dt} = \dfrac{5.(1+2t^2) - 5t \cdot 4t}{(1+2t^2)^2}$

$$\frac{df}{dt} = \frac{5 + 10t^2 - 20t^2}{(1+2t^2)^2}$$

$$\frac{df}{dt} = \frac{5 - 10t^2}{(1+2t^2)^2}$$

r) $\frac{d}{dt}\left(\frac{5t}{1+2t^2}\right)$

s) $\frac{d}{dy}\underbrace{\left(\frac{y^3 - 8}{y^3 + 8}\right)}_{f}$

s) $$\frac{df}{dy} = \frac{3y^2 \cdot (y^3+8) - (y^3-8) \cdot 3y^2}{(y^3+8)^2}$$

$$\frac{df}{dy} = \frac{\cancel{3y^5} + 24y^2 - \cancel{3y^5} + 24y^2}{(y^3+8)^2}$$

$$\frac{df}{dy} = \frac{48y^2}{(y^3+8)^2}$$

t) $D_x \left(\dfrac{2x}{x+3}\right)$

u) $f(x) = \log_3 (x^2 - 3x)$

t) $D_x\left(\dfrac{2x}{x+3}\right) = \dfrac{2(x+3) - 2x \cdot 1}{(x+3)^2} = \dfrac{\cancel{2x} + 6 - \cancel{2x}}{(x+3)^2} = \dfrac{6}{(x+3)^2}$

u) $f(x) = \log_3 (x^2 - 3x)$

$f'(x) = \dfrac{2x - 3}{(x^2 - 3x) \cdot \ln 3}$

v) $f(x) = 5^{2x^3 - 3x + 1}$

w) $g(y) = e^{\frac{1}{2}y^3 + 7y}$

v) $f(x) = 5^{2x^3 - 3x + 1}$

$f'(x) = (6x^2 - 3) \cdot \ln 5 \cdot 5^{2x^3 - 3x + 1}$

w) $g(y) = e^{\frac{1}{2}y^3 + 7y}$

$g'(y) = \left(\frac{3}{2}y^2 + 7\right) \cdot \overbrace{\ln e}^{1} \cdot e^{\frac{1}{2}y^3 + 7y}$

$g'(y) = \left(\frac{3}{2}y^2 + 7\right) \cdot e^{\frac{1}{2}y^3 + 7y}$

x) $f(x) = \log_5 (-3x^4 + 6)$

z) $f(x) = e^{4x^5 - 2x^2 + 5}$

x) $f(x) = \log_5 (-3x^4 + 6)$

$$f'(x) = \frac{-12x^3}{(-3x^4+6) \cdot \ln 5}$$

$$f'(x) = \frac{-12x^3}{-3(x^4-2) \ln 5} \begin{matrix} \div(-3) \\ \div(-3) \end{matrix}$$

$$f'(x) = \frac{4x^3}{(x^4-2) \cdot \ln 5}$$

x) $f(x) = \log_5 (-3x^4+6)$

z) $f(x) = e^{4x^5-2x^2+5}$

z) $f(x) = e^{4x^5-2x^2+5}$

$f'(x) = (20x^4-4x) . \overbrace{\ln e}^{1} . e^{4x^5-2x^2+5}$

$f'(x) = (20x^4-4x) . e^{4x^5-2x^2+5}$

6) Encontre a derivada das funções trigonométricas:

a) $f(x) = 3\text{sen}\, x$

b) $g(y) = \text{tg}\, y + \cos y$

a) $f(x) = 3\,\text{sen}\, x$

$f'(x) = 3 \cdot \cos x$

b) $g(y) = \text{tg}\, y + \cos y$

$g'(y) = \sec^2 y + (-\text{sen}\, y)$

$g'(y) = \sec^2 y - \text{sen}\, y$