5ª. Lista de Exercícios Métodos Matemáticos (Equações Homogêneas) Prof. Paulo C. Beggio

1) Nos exercícios abaixo, determine se a função dada é homogênea. Especifique o grau de homogeneidade, quando for o caso (c é uma constante).

a)
$$x^3 + 2xy^2 - \frac{y^4}{x}$$
; b) $\frac{x^3y - x^2y^2}{(x+8y)^2}$; c) $\cos(\frac{x^2}{x+y})$;
d) $\ln(x^2) - 2\ln(y)$; e) $(x^{-1} + y^{-1})^2$; f) $\frac{\ln(x^3)}{\ln(y^3)}$;

b)
$$\frac{x^3y - x^2y^2}{(x+8y)^2}$$
;

c)
$$\cos(\frac{x^2}{x+y})$$
;

d)
$$\ln(x^2) - 2\ln(y)$$

e)
$$(x^{-1} + y^{-1})^2$$
;

f)
$$\frac{\ln(x^3)}{\ln(y^3)}$$

g)
$$\operatorname{sen}(\frac{x}{x+y})$$
;

2) Nos exercícios abaixo, resolva a equação diferencial dada usando uma substituição apropriada.

a)
$$(x - y)dx + xdy = 0$$
; R: $y = -x \ln(x) + cx$.

R:
$$y = -x \ln(x) + cx$$

b)
$$(x+y)dx + xdy = 0$$
; R: $\sqrt{x(x+2y)} = c$.

R:
$$\sqrt{x(x+2y)} = c$$

c)
$$xdx + (y - 2x)dy = 0$$

c)
$$xdx + (y-2x)dy = 0$$
; R: $(y-x)\ln|y-x| = c(y-x) - x$.

$$d) \frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \frac{x}{y}$$

d)
$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \frac{x}{y}$$
; R: $y^2 = x^2 \ln x^2 + c x^2$.

e)
$$(y^2 + yx)dx - x^2dy = 0$$
; R: $y \ln |x| + x = cy$.

R:
$$y \ln |x| + x = cy$$

f)
$$-ydx + (x + \sqrt{xy})dy = 0$$
; R: $4x = y(\ln y + c)^2$.

R:
$$4x = y(\ln y + c)^2$$