

EXERCÍCIOS

1) Ache os extremos relativos de f pelo teste da derivada primeira e determine os intervalos nos quais f é crescente e decrescente.

a) $f(x) = x^2 - 4x - 1$

~~b) $f(x) = 4 \sin \frac{1}{2}x$~~

c) $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 2$

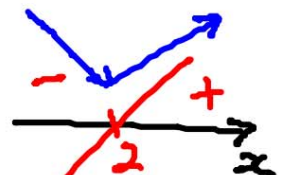
~~d) $f(x) = \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$~~

~~e) $f(x) = \begin{cases} 5 - 2x & \text{se } x < 3 \\ 3x - 10 & \text{se } 3 \leq x \end{cases}$~~

o) $f(x) = x^2 - 4x - 1$

$$f'(x) = 2x - 4$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2$$



f É DECRESCENTE QUANDO $x < 2$.

f É CRESCENTE SE $x > 2$.

O PONTO MÍNIMO DE f OCORRE EM $(2, -5)$.

EXERCÍCIOS

1) Ache os extremos relativos de f pelo teste da derivada primeira e determine os intervalos nos quais f é crescente e decrescente.

a) $f(x) = x^2 - 4x - 1$

b) $f(x) = 4 \sin \frac{1}{2}x$

c) $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 2$

d) $f(x) = \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$

e) $f(x) = \begin{cases} 5 - 2x & \text{se } x < 3 \\ 3x - 10 & \text{se } 3 \leq x \end{cases}$

c) $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 2$

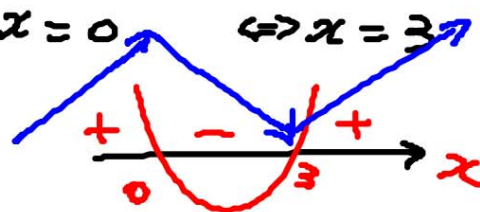
$f'(x) = 6x^2 - 18x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 18x = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 6x(x - 3) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 6x = 0 \text{ ou } x - 3 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 0 \quad \Leftrightarrow x = 3$



f É CRESCENTE SE $x < 0$ E SE $x > 3$

f É DECRESCENTE SE $0 < x < 3$

f TEM UM PONTO MÁXIMO RELATIVO $(0, 2)$

f TEM UM PONTO MÍNIMO RELATIVO $(3, -25)$

EXERCÍCIOS

1) Encontre os pontos de inflexão do gráfico da função dada, se existirem. Determine onde o gráfico é côncavo para cima e onde ele é côncavo para baixo.

a) $f(x) = x^3 + 9x$

b) $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$

c) $f(x) = (x - 1)^3$

~~d) $f(x) = \frac{2}{x^2 + 3}$~~

a) $f(x) = x^3 + 9x$

$$f'(x) = 3x^2 + 9$$

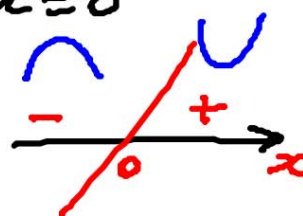
$$f''(x) = 6x$$

$$f''(x) = 0 \rightarrow 6x = 0 \rightarrow x = 0$$

O GRÁFICO DE f TEM UM PONTO DE INFLEXÃO EM $(0, 0)$.

O GRÁFICO DE f TEM C.V.B. SE $x < 0$.

O GRÁFICO DE f TEM C.V.C. SE $x > 0$.



EXERCÍCIOS

1) Represente graficamente as funções:

a) $f(x) = \frac{x-1}{2x-5}$

b) $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 5$

c) $f(x) = \frac{3x^2}{x^2+2}$

d) $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 4}{x-2}$

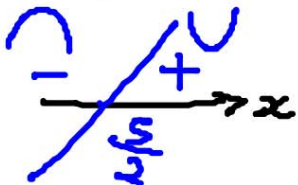
$$a) f(x) = \frac{x-1}{2x-5}$$

$$f'(x) = \frac{1 \cdot (2x-5) - (x-1) \cdot 2}{(2x-5)^2} = \frac{\cancel{2x} - 5 - \cancel{2x} + 2}{(2x-5)^2} = \frac{-3}{(2x-5)^2}$$

$$\textcircled{-3 \cdot (2x-5)^{-2}}$$

$$f''(x) = 6(2x-5)^{-3} = \frac{6}{(2x-5)^3}$$

$$2x-5=0 \rightarrow x = \frac{5}{2}$$



ASSÍNTOTA VERTICAL:

$$2x - 5 = 0 \rightarrow x = \frac{5}{2}$$

ASSÍNTOTA HORIZONTAL:

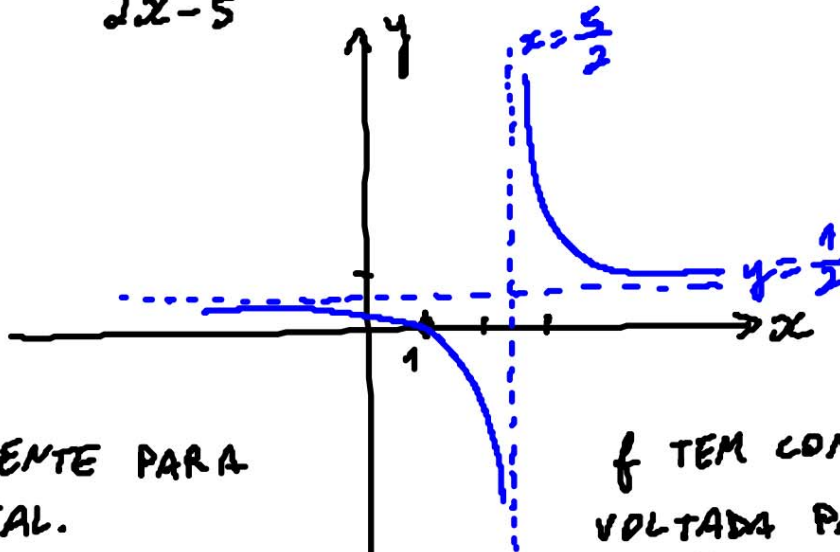
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-1}{2x-5} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{2x} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-1}{2x-5} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{2x} = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}$$

RAÍZES:

$$f(x) = 0 \rightarrow \frac{x-1}{2x-5} = 0 \rightarrow x-1=0 \rightarrow x=1$$



f É DECRESCENTE PARA
TODO x REAL.

f TEM CONCAVIDADE VOLTADA
PARA BAIXO SE $x < \frac{5}{2}$.

f TEM CONCAVIDADE
VOLTADA PARA CIMA SE
 $x > \frac{5}{2}$.

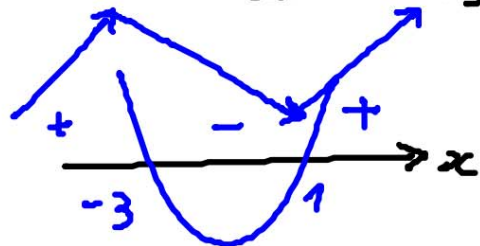
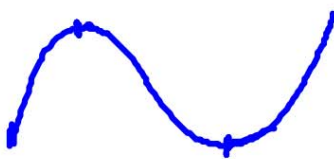
$$b) f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 5$$

$$f'(x) = 3x^2 + 6x - 9$$

$$f'(x) = 0 \rightarrow (3x^2 + 6x - 9 = 0) \div 3$$

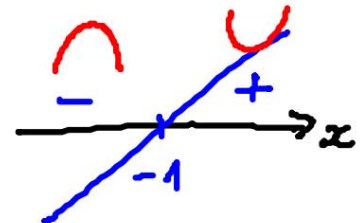
$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2} = \frac{-2 \pm 4}{2} \begin{cases} 1 \\ -3 \end{cases}$$



$$f''(x) = 6x + 6$$

$$f''(x) = 0 \rightarrow 6x + 6 = 0 \rightarrow x = -1$$



$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} x^3 = \infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty \end{array} \right\} f \text{ N\tilde{A}O TEM ASS\tilde{I}NTOTA HORIZONTAL}$$

$$f(x) = 0 \rightarrow x^3 + 3x^2 - 9x + 5 = 0 \text{ (1 É UMA RAIZ)}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 3 & -9 & 5 \\ \hline & 1 & 4 & -5 & 0 \end{array}$$

$$x^3 + 3x^2 - 9x + 5 = (x-1)(x^2 + 4x - 5)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2 + 4x - 5) = 0$$

$$x-1=0 \text{ ou } x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$x=1$$

$$x' = 1 \text{ e } x'' = -5$$

f TEM PONTO DE INFLEXÃO
COM COORDENADAS $(-1, 16)$.

f É CRESCENTE QUANDO

$x < -3$ E QUANDO

$x > 1$

f É DECRESCENTE QUANDO

$-3 < x < 1$.

f TEM UM MÁXIMO RELATIVO NO PONTO $(-3, 32)$ E UM
MÍNIMO RELATIVO NO PONTO $(1, 0)$.

f TEM C.V.D. QUANDO $x < -1$ E C.V.C. QUANDO $x > -1$.

