

10ª Lista de Exercícios Métodos Matemáticos
(Sistemas de EDO 1ª Ordem)
Prof. Paulo César Beggio

1) Escreva na forma matricial os sistemas:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - 5y, \\ \frac{dy}{dt} = 4x + 8y. \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -3x + 4y - 9z, \\ \frac{dy}{dt} = 6x - y, \\ \frac{dz}{dt} = 10x + 4y + 3z. \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - y + z + t - 1, \\ \frac{dy}{dt} = 2x + y - z - 3t^2, \\ \frac{dz}{dt} = x + y + z + t^2 - t + 2. \end{cases}$$

2) Escreva os sistemas abaixo na forma de sistema de equações diferenciais:

$$\text{a) } X' = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^t ;$$

$$\text{b) } \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ -2 & 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} e^{-t} - \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} t .$$

3) Verifique se o vetor X é uma solução do sistema dado:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - 4y, \\ \frac{dy}{dt} = 4x - 7y. \end{cases} \quad X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} e^{-5t} ;$$

$$\text{b) } \frac{dX}{dt} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 6 & -1 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix} X; \quad X = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ -13 \end{pmatrix}.$$

4) Encontre uma solução geral dos sistemas:

a) $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x + 3y, \\ \frac{dy}{dt} = 2x + y. \end{cases}$ Essas soluções são LI (linearmente independentes)?

b) $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x + 4y, \\ \frac{dy}{dt} = -x + 7y. \end{cases}$

c) $\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 4x_1 - 3x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = 3x_1 + 4x_2. \end{cases}$