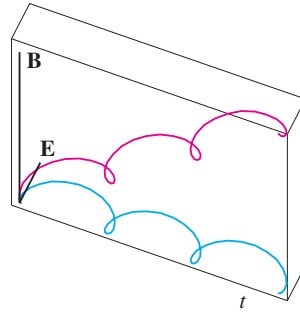
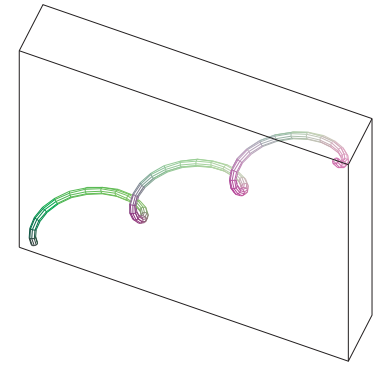
(a)  $\mathbf{r}(t) = \langle t - \sin t, 1 - \cos t, t \rangle$ (b)  $\mathbf{r}(t) = \langle t - \frac{3}{2} \sin t, 1 - \frac{3}{2} \cos t, t \rangle$ 

FIGURA 13

FIGURA 12

Movimento de partícula carregada em campos elétrico e magnético orientados ortogonalmente

Para mais detalhes sobre a física envolvida e animações das trajetórias das partículas, consulte os seguintes sites:

- [www.phy.ntnu.edu.tw/java/emField/emField.html](http://www.phy.ntnu.edu.tw/java/emField/emField.html)
- [www.physics.ucla.edu/plasma-exp/Beam/](http://www.physics.ucla.edu/plasma-exp/Beam/)

## 13.1 Exercícios

1–2 Determine o domínio das funções vetoriais.

1.  $\mathbf{r}(t) = \langle \sqrt{4 - t^2}, e^{-3t}, \ln(t + 1) \rangle$

2.  $\mathbf{r}(t) = \frac{t-2}{t+2} \mathbf{i} + \sin t \mathbf{j} + \ln(9 - t^2) \mathbf{k}$

3–6 Calcule os limites.

3.  $\lim_{t \rightarrow 0} \left( e^{-3t} \mathbf{i} + \frac{t^2}{\sin^2 t} \mathbf{j} + \cos 2t \mathbf{k} \right)$

4.  $\lim_{t \rightarrow 1} \left( \frac{t^2 - t}{t - 1} \mathbf{i} + \sqrt{t + 8} \mathbf{j} + \frac{\sin \pi t}{\ln t} \mathbf{k} \right)$

5.  $\lim_{t \rightarrow \infty} \left\langle \frac{1 + t^2}{1 - t^2}, \operatorname{tg}^{-1} t, \frac{1 - e^{-2t}}{t} \right\rangle$

6.  $\lim_{t \rightarrow \infty} \left\langle te^{-t}, \frac{t^3 + t}{2t^3 - 1}, t \sin \frac{1}{t} \right\rangle$

7–14 Esboce o gráfico da curva cuja equação vetorial é dada. Indique com setas a direção na qual o parâmetro  $t$  cresce.

7.  $\mathbf{r}(t) = \langle \sin t, t \rangle$

8.  $\mathbf{r}(t) = \langle t^3, t^2 \rangle$

9.  $\mathbf{r}(t) = \langle t, 2 - t, 2t \rangle$

10.  $\mathbf{r}(t) = \langle \sin \pi t, t, \cos \pi t \rangle$

11.  $\mathbf{r}(t) = \langle 1, \cos t, 2 \sin t \rangle$

12.  $\mathbf{r}(t) = t^2 \mathbf{i} + t \mathbf{j} + 2 \mathbf{k}$

13.  $\mathbf{r}(t) = t^2 \mathbf{i} + t^4 \mathbf{j} + t^6 \mathbf{k}$

14.  $\mathbf{r}(t) = \cos t \mathbf{i} - \cos t \mathbf{j} + \sin t \mathbf{k}$

15–16 Desenhe as projeções da curva nos três planos coordenados. Use essas projeções para ajudá-lo a esboçar a curva.

15.  $\mathbf{r}(t) = \langle t, \sin t, 2 \cos t \rangle$

16.  $\mathbf{r}(t) = \langle t, t, t^2 \rangle$

17–20 Encontre uma equação vetorial e equações paramétricas para o segmento de reta que liga  $P$  e  $Q$ .

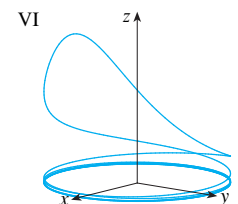
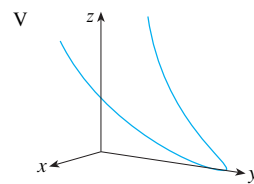
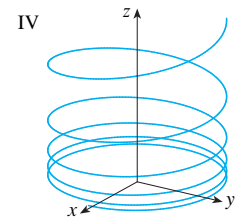
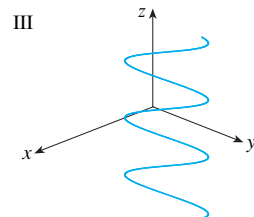
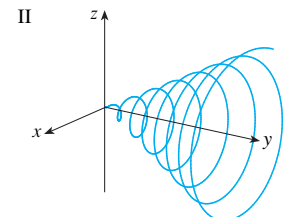
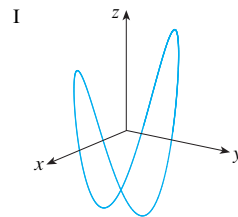
17.  $P(0, 0, 0), Q(1, 2, 3)$

18.  $P(1, 0, 1), Q(2, 3, 1)$

19.  $P(0, -1, 1), Q(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4})$

20.  $P(a, b, c), Q(u, v, w)$

21–26 Faça uma correspondência entre as equações paramétricas e os gráficos (identificados com números de I–VI). Justifique sua escolha.



21.  $x = t \cos t, \quad y = t, \quad z = t \sin t, \quad t \geq 0$

22.  $x = \cos t, \quad y = \sin t, \quad z = 1/(1 + t^2)$

23.  $x = t, \quad y = 1/(1 + t^2), \quad z = t^2$

24.  $x = \cos t, \quad y = \sin t, \quad z = \cos 2t$

25.  $x = \cos 8t, \quad y = \sin 8t, \quad z = e^{0,8t}, \quad t \geq 0$

26.  $x = \cos^2 t, \quad y = \sin^2 t, \quad z = t$

27. Mostre que a curva com equações paramétricas  $x = t \cos t, y = t \sin t, z = t$  está no cone  $z^2 = x^2 + y^2$ , e use esse fato para esboçar a curva.

28. Mostre que a curva com equações paramétricas  $x = \sin t, y = \cos t, z = \sin^2 t$  é a curva de intersecção das superfícies  $z = x^2$  e  $x^2 + y^2 = 1$ . Use esse fato para esboçar a curva.

29. Em quais pontos a curva  $\mathbf{r}(t) = t\mathbf{i} + (2t - t^2)\mathbf{k}$  intercepta o paraboloide  $z = x^2 + y^2$ ?

30. Em quais pontos a hélice  $\mathbf{r}(t) = \langle \sin t, \cos t, t \rangle$  intercepta a esfera  $x^2 + y^2 + z^2 = 5$ ?

31–35 Utilize um computador para traçar a curva da equação vetorial dada. Escolha o domínio do parâmetro e ponto de vista de forma a revelar a verdadeira natureza da curva.

31.  $\mathbf{r}(t) = \langle \cos t \sin 2t, \sin t \sin 2t, \cos 2t \rangle$

32.  $\mathbf{r}(t) = \langle t^2, \ln t, t \rangle$

33.  $\mathbf{r}(t) = \langle t, t \sin t, t \cos t \rangle$

34.  $\mathbf{r}(t) = \langle t, e^t, \cos t \rangle$

35.  $\mathbf{r}(t) = \langle \cos 2t, \cos 3t, \cos 4t \rangle$

36. Trace a curva com equações paramétricas  $x = \sin t, y = \sin 2t, z = \cos 4t$ . Explique sua forma representando por gráficos suas projeções para os três planos coordenados.

37. Trace a curva com equações paramétricas

$$x = (1 + \cos 16t) \cos t$$

$$y = (1 + \cos 16t) \sin t$$

$$z = 1 + \cos 16t.$$

Explique a aparência da curva, mostrando que ela está em um cone.

38. Trace a curva com equações paramétricas

$$x = \sqrt{1 - 0,25 \cos^2 10t} \cos t$$

$$y = \sqrt{1 - 0,25 \cos^2 10t} \sin t$$

$$z = 0,5 \cos 10t$$

Explique a aparência da curva, mostrando que ela está em uma esfera.

39. Mostre que a curva com equações paramétricas  $x = t^2, y = 1 - 3t, z = 1 + t^3$  passa pelos pontos  $(1, 4, 0)$  e  $(9, -8, 28)$ , mas não passa pelo ponto  $(4, 7, -6)$ .

40–44 Determine a função vetorial que representa a curva obtida pela intersecção das duas superfícies.

40. O cilindro de  $x^2 + y^2 = 4$  e a superfície  $z = xy$

41. O cone  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  e o plano  $z = 1 + y$

42. O paraboloide  $z = 4x^2 + y^2$  e o cilindro parabólico  $y = x^2$

43. A hipérbole  $z = x^2 - y^2$  e o cilindro  $x^2 + y^2 = 1$

44. O semielipsoide  $x^2 + y^2 + 4z^2 = 4, y \geq 0$ , e o cilindro  $x^2 + z^2 = 1$

45. Tente esboçar à mão a curva obtida pela intersecção do cilindro circular  $x^2 + y^2 = 4$  com o cilindro parabólico  $z = x^2$ . Determine então as equações paramétricas dessa curva e utilize um computador para desenhá-la.

46. Tente esboçar à mão a curva obtida pela intersecção do cilindro circular  $y = x^2$  e a metade superior do elipsoide  $x^2 + 4y^2 + 4z^2 = 16$ . Determine então as equações paramétricas dessa curva e utilize um computador para desenhá-la.

47. Se dois objetos viajam pelo espaço ao longo de duas curvas diferentes, é sempre importante saber se eles vão colidir. (Será que um míssil atingiu seu alvo em movimento? Vão se colidir duas aeronaves?) As curvas podem se interceptar, mas precisamos saber se os objetos estarão na mesma posição *no mesmo instante*. Suponha que as trajetórias de duas partículas sejam dadas pelas seguintes funções vetoriais

$$\mathbf{r}_1(t) = \langle t^2, 7t - 12, t^2 \rangle \quad \mathbf{r}_2(t) = \langle 4t - 3, t^2, 5t - 6 \rangle$$

para  $t \geq 0$ . As partículas colidem?

48. Duas partículas se movem ao longo das curvas espaciais

$$\mathbf{r}_1(t) = \langle t, t^2, t^3 \rangle \quad \mathbf{r}_2(t) = \langle 1 + 2t, 1 + 6t, 1 + 14t \rangle$$

As partículas colidem? Suas trajetórias se interceptam?

49. Suponha que  $\mathbf{u}$  e  $\mathbf{v}$  sejam funções vetoriais que possuem limites quando  $t \rightarrow a$  e seja  $c$  uma constante. Demonstre as seguintes propriedades de limites.

(a)  $\lim_{t \rightarrow a} [\mathbf{u}(t) + \mathbf{v}(t)] = \lim_{t \rightarrow a} \mathbf{u}(t) + \lim_{t \rightarrow a} \mathbf{v}(t)$

(b)  $\lim_{t \rightarrow a} c\mathbf{u}(t) = c \lim_{t \rightarrow a} \mathbf{u}(t)$

(c)  $\lim_{t \rightarrow a} [\mathbf{u}(t) \cdot \mathbf{v}(t)] = \lim_{t \rightarrow a} \mathbf{u}(t) \cdot \lim_{t \rightarrow a} \mathbf{v}(t)$

(d)  $\lim_{t \rightarrow a} [\mathbf{u}(t) \times \mathbf{v}(t)] = \lim_{t \rightarrow a} \mathbf{u}(t) \times \lim_{t \rightarrow a} \mathbf{v}(t)$

50. A visão do nó de trevo apresentada na Figura 8 é correta, mas não muito reveladora. Use as equações paramétricas

$$x = (2 + \cos 1,5t) \cos t$$

$$y = (2 + \cos 1,5t) \sin t$$

$$z = \sin 1,5t$$

para esboçar à mão a curva vista de cima, deixando pequenas falhas para indicar os pontos onde a curva se sobrepõe. Comece mostrando que sua projeção sobre o plano  $xy$  tem coordenadas polares  $r = 2 + \cos 1,5t$  e  $\theta = t$ , de forma que  $r$  varia entre 1 e 3. Mostre então que  $z$  tem um valor máximo e um mínimo quando a projeção está entre  $r = 1$  e  $r = 3$ .

Quando você terminar o esboço à mão livre, utilize um computador para traçar a curva com o observador vindo de cima e compare-a ao seu desenho. Trace a curva sob outros pontos de vista. Você alcançará melhor resultado se traçar um tubo de raio 0,2 em torno da curva. (Utilize o comando `tubepLOT` do Maple ou o `curvetube` ou comando `Tube` no Mathematica.)

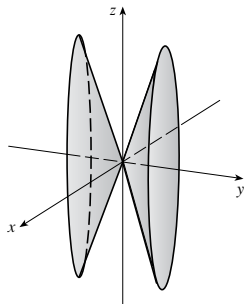
51. Mostre que  $\lim_{t \rightarrow a} \mathbf{r}(t) = \mathbf{b}$  se e somente se para todo  $\varepsilon > 0$  existe um número  $\delta > 0$  tal que

$$\text{se } 0 < |t - a| < \delta \quad \text{então} \quad |\mathbf{r}(t) - \mathbf{b}| < \varepsilon$$

21. VII 23. II 25. VI 27. VIII

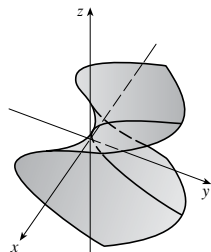
29.  $y^2 = x^2 + \frac{z^2}{9}$

Cone elíptico com eixo no eixo y



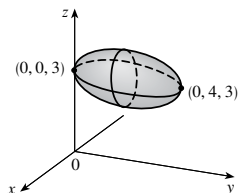
31.  $y = z^2 - \frac{x^2}{2}$

Parabolóide hiperbólico

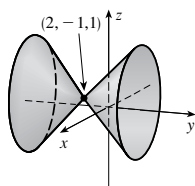


33.  $x^2 + \frac{(y-2)^2}{4} + (z-3)^2 = 1$

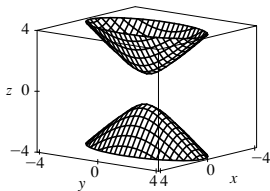
Elipsoide com centro (0, 2, 3)



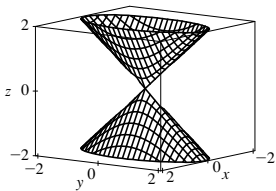
35.  $(y+1)^2 = (x-2)^2 + (z-1)^2$   
Cone circular com vértice (2, -1, 1) e eixo paralelos ao eixo y



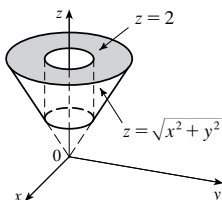
37.



39.



41.

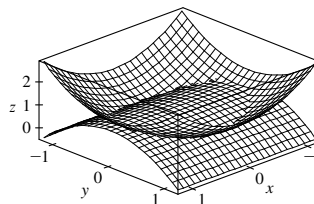


43.  $y = x^2 + z^2$  45.  $-4x = y^2 + z^2$ , parabolóide

47. (a)  $\frac{x^2}{(6\,378,137)^2} + \frac{y^2}{(6\,378,137)^2} + \frac{z^2}{(6\,356,523)^2} = 1$

(b) Círculo (c) Elipse

51.



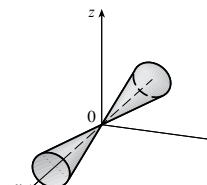
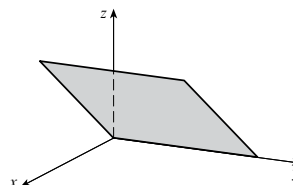
## CAPÍTULO 12 REVISÃO

### Teste Verdadeiro-Falso

1. Falso 3. Falso 5. Verdadeiro 7. Verdadeiro 9. Verdadeiro  
11. Verdadeiro 13. Verdadeiro 15. Falso  
17. Falso 19. Falso 21. Verdadeiro

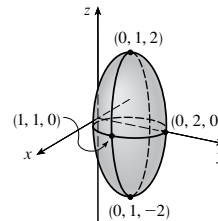
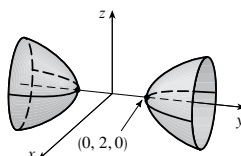
### Exercícios

1. (a)  $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 69$   
(b)  $(y-2)^2 + (z-1)^2 = 68, x = 0$   
(c) Centro (4, -1, -3), raio 5  
3.  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 3\sqrt{2}; |\mathbf{u} \times \mathbf{v}| = 3\sqrt{2}$ ; fora da página  
5. -2, -4 7. (a) 2 (b) -2 (c) -2 (d) 0  
9.  $\cos^{-1}(\frac{1}{3}) \approx 71^\circ$  11. (a)  $\langle 4, -3, 4 \rangle$  (b)  $\sqrt{41}/2$   
13. 166 N, 114 N  
15.  $x = 4 - 3t, y = -1 + 2t, z = 2 + 3t$   
17.  $x = -2 + 2t, y = 2 - t, z = 4 + 5t$   
19.  $-4x + 3y + z = -14$  21. (1, 4, 4) 23. Desvio  
25.  $x + y + z = 4$  27.  $22/\sqrt{26}$   
29. Plano 31. Cone



33. Hiperbolóide de duas folhas

35. Elipsoide



37.  $4x^2 + y^2 + z^2 = 16$

## PROBLEMAS QUENTES

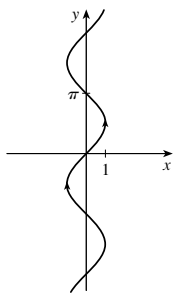
1.  $(\sqrt{3} - \frac{3}{2})\mathbf{m}$   
3. (a)  $(x+1)/(-2c) = (y-c)/(c^2-1) = (z-c)/(c^2+1)$   
(b)  $x^2 + y^2 = t^2 + 1, z = t$  (c)  $4\pi/3$   
5. 20

## CAPÍTULO 13

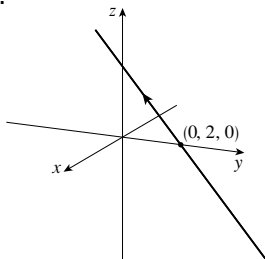
### EXERCÍCIOS 13.1

1.  $(-1, 2]$  3.  $\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$  3.  $\langle -1, \pi/2, 0 \rangle$

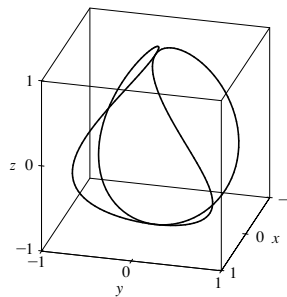
7.



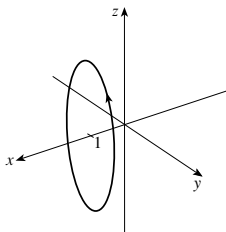
9.



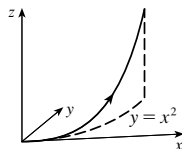
31.



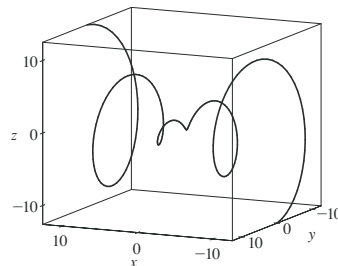
11.



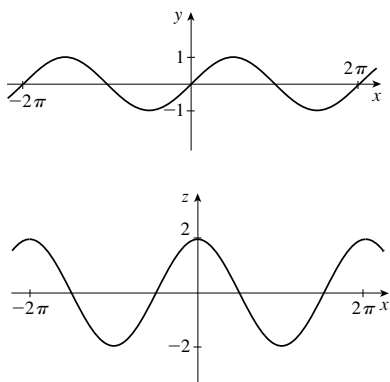
13.



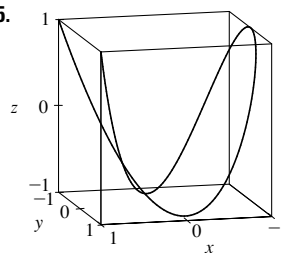
33.



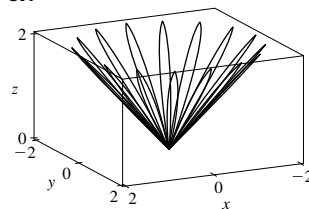
15.



35.



37.



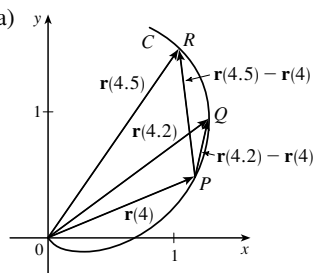
$$41. \mathbf{r}(t) = t \mathbf{i} + \frac{1}{2}(t^2 - 1) \mathbf{j} + \frac{1}{2}(t^2 + 1) \mathbf{k}$$

$$43. \mathbf{r}(t) = \cos t \mathbf{i} + \sin t \mathbf{j} + \cos 2t \mathbf{k}, 0 \leq t \leq 2\pi$$

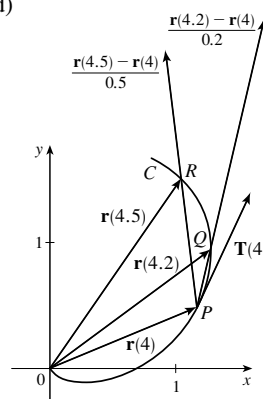
$$45. x = 2 \cos t, y = 2 \sin t, z = 4 \cos^2 t \quad 47. \text{ Sim}$$

### EXERCÍCIOS 13.2

1. (a)



(b), (d)



$$17. \mathbf{r}(t) = \langle t, 2t, 3t \rangle, 0 \leq t \leq 1;$$

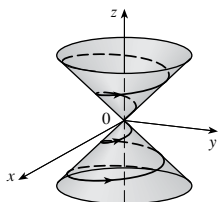
$$x = t, y = 2t, z = 3t, 0 \leq t \leq 1$$

$$19. \mathbf{r}(t) = \left\langle \frac{1}{2}t, -1 + \frac{4}{3}t, 1 - \frac{3}{4}t \right\rangle, 0 \leq t \leq 1;$$

$$x = \frac{1}{2}t, y = -1 + \frac{4}{3}t, z = 1 - \frac{3}{4}t, 0 \leq t \leq 1$$

$$21. \text{ II} \quad 23. \text{ V} \quad 25. \text{ IV}$$

27.



$$29. (0, 0, 0), (1, 0, 1)$$