CENTRO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
LABORATÓRIO DE CIÊNCIAS MATEMÁTICAS
UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE

Curso: Ciência da Computação **Disciplina:** Estatística e Probabilidade
Data: 16./.06./2024

Distribuições Amostrais

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n-1}\{\sum_{i=1}^{n} x_i{}^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2/n\}$$

1. Distribuição da Média Amostral $\bar{X}$ com variância σ^2 conhecida, população grande:

$$\bar{X} \sim N\left(\mu,\ \frac{\sigma^2}{n}\right) \qquad z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1)$$

2. Distribuição da Média Amostral $\bar{X}$ com variância σ^2 conhecida, população finita N:

$$\bar{X} \sim N\left(\mu,\ \frac{\sigma^2}{n}\left(\frac{N-n}{N-1}\right)\right) \qquad z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}\left(\frac{N-n}{N-1}\right)}} \sim N(0, 1)$$

3. Distribuição da Média Amostral $\bar{X}$ com variância desconhecida

$$\bar{X} \sim t\left(\mu,\ \frac{s^2}{n}\right) \qquad t = \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$$

4. Distribuição Amostral da Variância

$$\frac{(n-1)\, s^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{n-1}$$

5. Distribuição de uma Proporção Amostral

$$\hat{p} \sim N\left(p,\ \frac{pq}{n}\right) \qquad z = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} \sim N(0, 1)$$

6. Distribuição Diferença de Duas Médias Amostrais

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \sim N\left(\mu_1 - \mu_2,\ \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}\right) \qquad z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0, 1)$$

7. Distribuição da Diferença de Duas Proporções Amostrais

$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \sim N\left(p_1 - p_2, \frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}\right) \qquad z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}}} \sim N(0, 1)$$

Intervalos de Confiança

Para nível de confiança $(1-\alpha)$ e nível de significância α.

$z_{\alpha/2}$: Valor crítico para a distribuição normal padrão com área superior $\alpha/2$;

$t_{\alpha/2}$: Valor crítico para a distribuição t-student com área superior $\alpha/2$;

x_a: Valor crítico para a distribuição Chi-Quadrado χ^2_{n-1} com área inferior $\alpha/2$;

x_b: Valor crítico para a distribuição Chi-Quadrado χ^2_{n-1} com área superior $\alpha/2$.

1. Para μ populacional com variância σ^2 conhecida, população grande:

$$\bar{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$P\left(\bar{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1-\alpha$$

   Caso a variância σ^2 desconhecida substituir por s^2.

2. Para μ populacional com variância σ^2 conhecida, população finita N:

$$\bar{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \leq \mu \leq \bar{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

$$P\left(\bar{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \leq \mu \leq \bar{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}\right) = 1-\alpha$$

3. Para μ populacional com variância desconhecida, amostra pequena:

$$\bar{X} - t_{\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + t_{\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$P\left(\bar{X} - t_{\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + t_{\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}}\right) = 1-\alpha$$

4. Para variância populacional σ^2:

$$\frac{(n-1)s^2}{x_b} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)s^2}{x_a}$$

$$P\left(\frac{(n-1)s^2}{x_b} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)s^2}{x_a}\right) = 1-\alpha$$

5. Para uma proporção populacional p:

$$\hat{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} \leq p \leq \hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$$

$$P\left(\bar{X} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} \leq p \leq \bar{X} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}\right) = 1-\alpha$$

6. Para diferença de duas médias populacionais $(\mu_1 - \mu_2)$:

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \leq (\mu_1 - \mu_2) \leq (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

$$P\left((\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \leq (\mu_1 - \mu_2) \leq (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right) = 1 - \alpha$$

7. Para diferença de duas proporções populacionais $(p_1 - p_2)$:

$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}} \leq (p_1 - p_2) \leq (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}}$$

$$P\left((\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}} \leq (p_1 - p_2) \leq (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}}\right) = 1 - \alpha$$