

Aula 03

Funções e portas Lógicas

Aula 03: Funções e Portas Lógicas

- Introdução
- Funções Lógicas E, OU, NÃO, NE e NOU
- Expressões Booleanas Obtidas de Circuito Lógicos

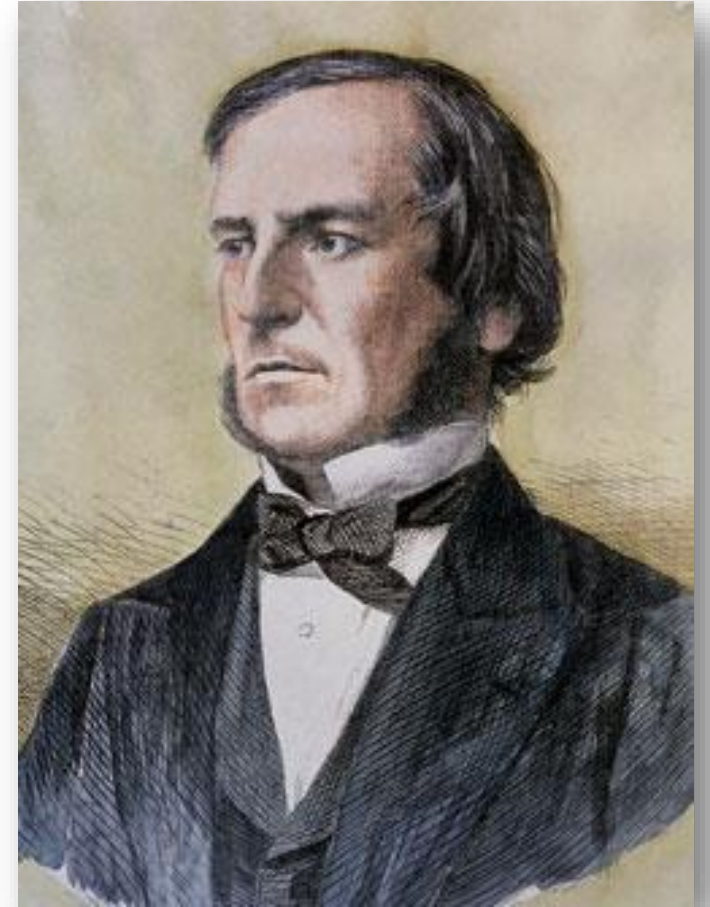
Aula 03

Funções e Portas lógicas

Funções e portas Lógicas

Introdução

- **George Boole** de início interessou-se por línguas, tendo aulas particulares de Latim com um Livreiro local. Aos doze anos de idade já conseguia traduzir um Poema Lírico em Latim, do poeta Horácio, demonstrando assim enormes capacidades.
- Aos 16 anos já era Professor Assistente, quatro anos mais tarde acabaria por fundar a sua própria Escola, isto em 1835. Já a algum tempo que Boole estudava matemática sozinho, embora seu Pai já o tivesse estimulado quando era novo ao dar-lhe um ensaio de construção de Instrumentos Ópticos.

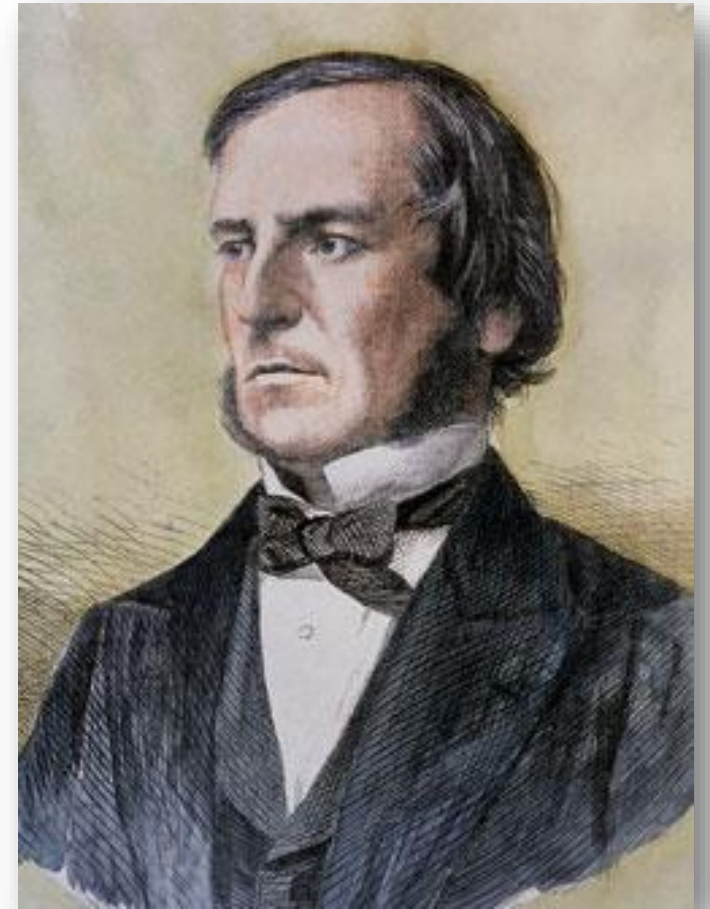


George Boole (1815 – 1864)

Funções e portas Lógicas

Introdução

- Trabalhos de Laplace e Lagrange, eram alvo do estudo de Boole, através de notas que retirava. Recebeu encorajamento de Duncan Gregory, Editor de um Jornal Matemático, para estudar em Cambrige. Contudo não abandonaria seus Pais, que necessitavam dos seus cuidados.

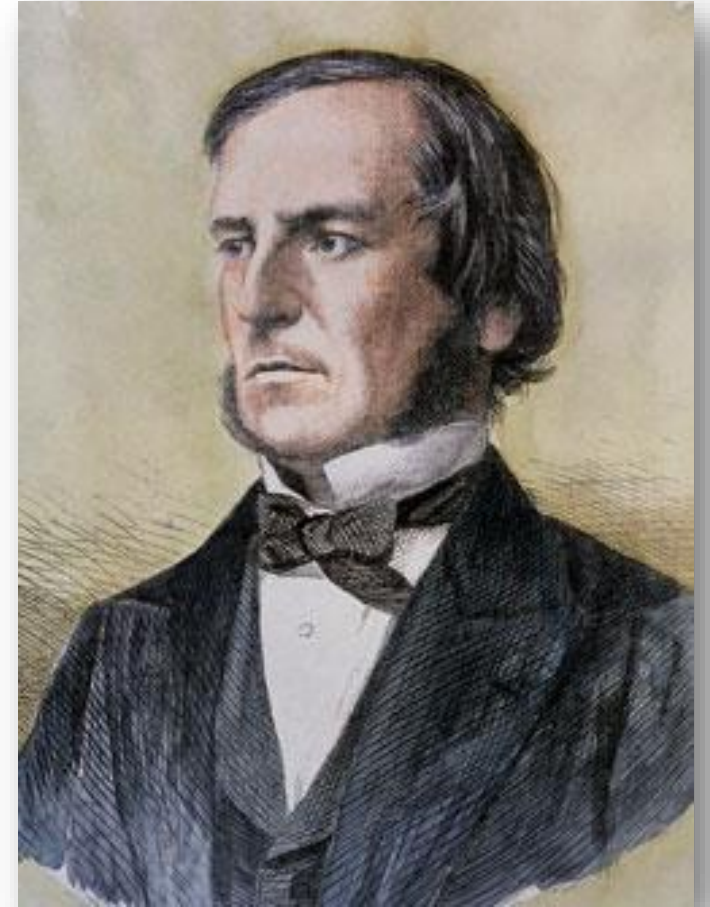


George Boole (1815 – 1864)

Funções e portas Lógicas

Introdução

- Em 1844, lançou um trabalho sobre, a Aplicação de métodos Algébricos, para a solução de Equações Diferenciais, recebendo uma medalha de Ouro da Royal Society.
- A Analise Matemática da Lógica foi outro dos trabalhos publicados em 1847, que divulgou assim as ideias que tinha da Lógica Simbólica, assim a Lógica, apresentada por Aristóteles, poderá ser apresentada por Equações Algébricas.

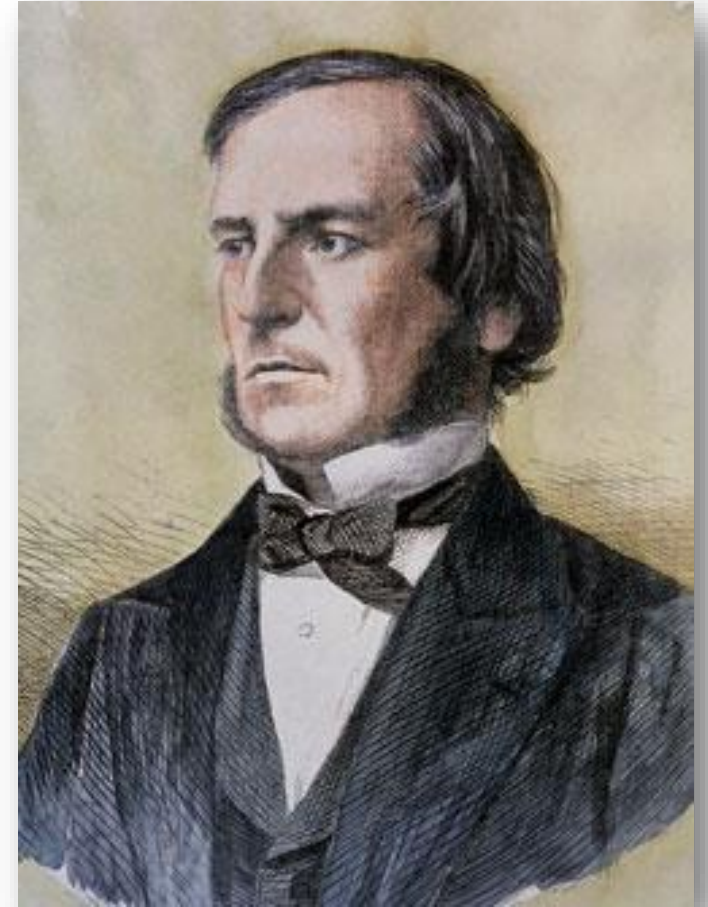


George Boole (1815 – 1864)

Funções e portas Lógicas

Introdução

- Boole tornou-se rapidamente conhecido, e o seu trabalho e ideias reconhecidos por todos os Matemáticos Britânicos e não só. 1840 foi o ano em que foi eleito para ocupar o lugar de Professor principal de Matemática na Irlanda, em Queen's College em Cork. E seria ali, que Boole iria permanecer para o resto da vida. Uma investigação sobre as **Leis do Pensamento**, seria em 1854 a sua nova publicação, onde estão cimentadas as Teorias da Lógica e das Probabilidades. Ele conseguiu aquilo que é conhecido como Álgebra de Boole, pois abordou a Lógica, de forma a reduzi-la a uma Álgebra simples, inserindo Lógica em Matemática.

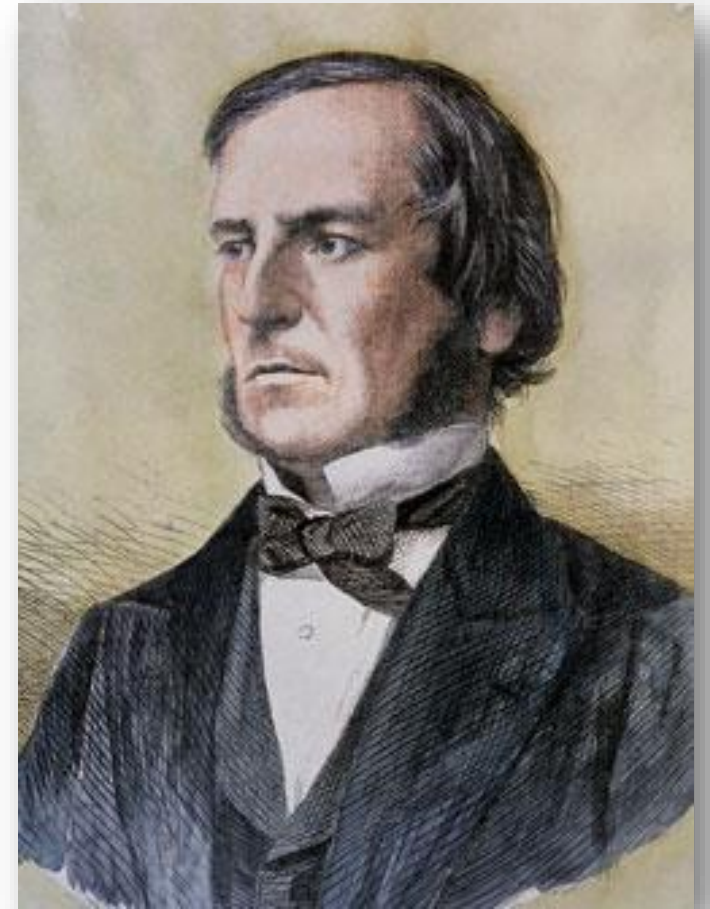


George Boole (1815 – 1864)

Funções e portas Lógicas

Introdução

- Em 1857 foi eleito membro da Royal Society, e recebeu Honras e reconhecimento das Universidades de Dublin e Oxford. Um trabalho sobre Equações Diferenciais em 1859, e em 1860 sobre cálculo de diferenças finitas, e outro sobre Métodos Gerais nas Probabilidades, foram alvo da investigação de Boole. Publicou muitos trabalhos, e foi o primeiro a investigar a propriedade básica dos números, tal como a Propriedade Distributiva.

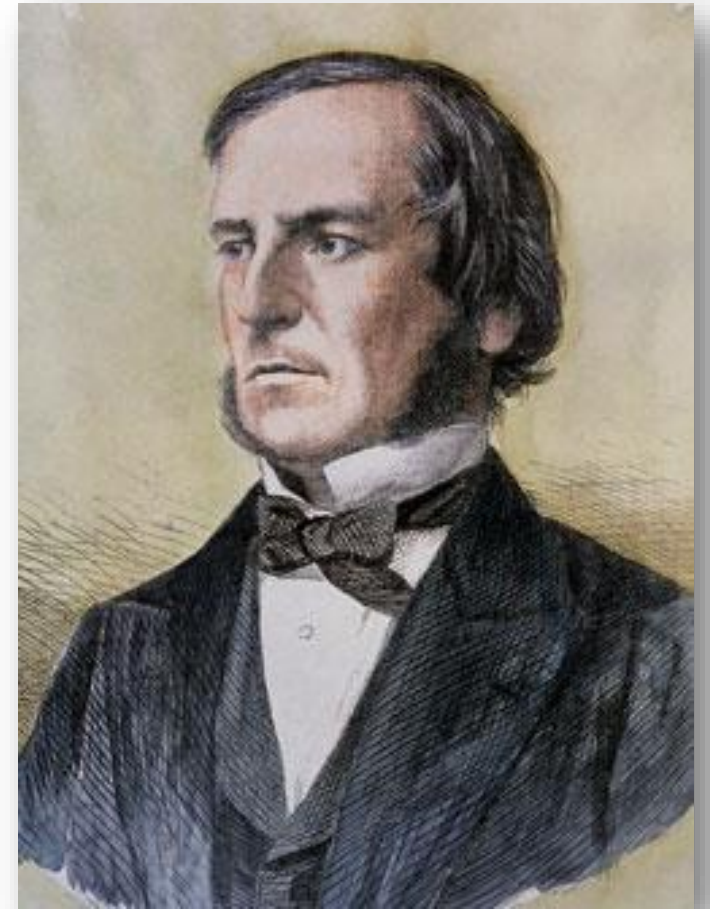


George Boole (1815 – 1864)

Funções e portas Lógicas

Introdução

- Seu trabalho **Leis do Pensamento** foi fundamental para a construção e programação dos computadores eletrônicos iniciada cerca de 100 anos mais tarde.

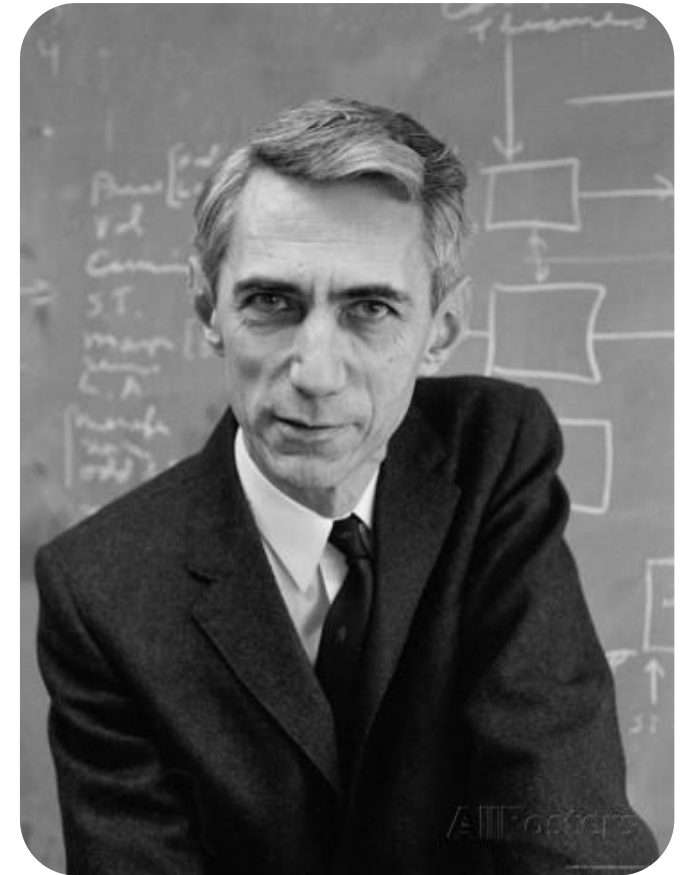


George Boole (1815 – 1864)

Funções e portas Lógicas

Introdução

- Em 1937, cerca de 75 anos após a morte de Boole, **Claude Shannon**, então estudante no MIT - Boston, USA - estabeleceu a relação entre a Álgebra de Boole e os circuitos eletrônicos transferindo os dois estados lógicos (SIM e NÃO) para diferentes diferenças de potencial no circuito.
- Atualmente todos os computadores usam a Álgebra de Boole materializada em microchips que contêm milhares de interruptores miniaturizados combinados em portas (gates) lógicos que produzem os resultados das operações utilizando uma linguagem binária.

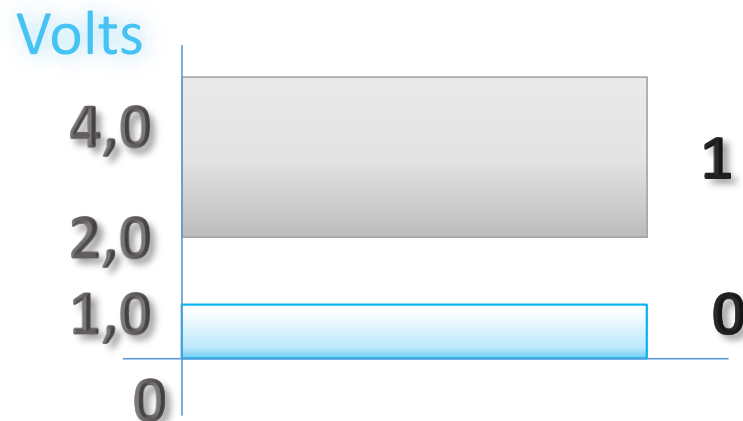


Claude Shannon

Funções e portas Lógicas

Introdução

- Computador digital = sistema digital = máquina digital binária = máquina projetada para armazenar e manipular informações representadas por 0s e 1s;
- Essa informação é representada em um sinal digital (sinais elétricos) gerado e mantido em dois níveis de intensidade:



Funções e portas Lógicas

Introdução

- Internamente o computador é composto de elementos eletrônicos:
 - Resistores;
 - Capacitores;
 - Transistores (principalmente).
- Transistores são componentes de circuitos eletrônicos (circuitos digitais) que precisam armazenar os sinais binários e realizar certos tipos de operações com eles;
- Elem. eletrônicos = portas (gates) lógicas:
 - permitem ou não a passagem de sinais;

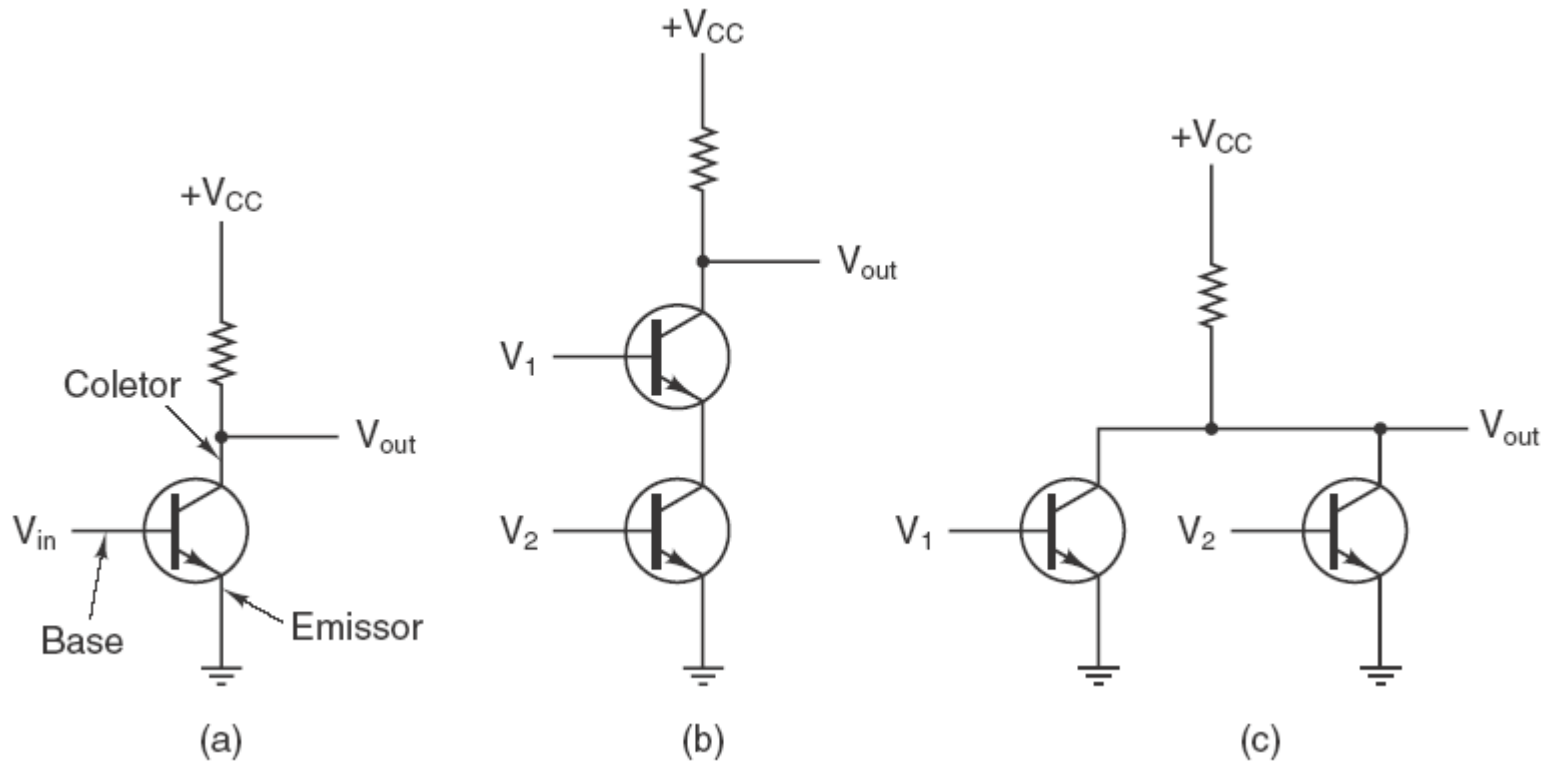
Funções e portas Lógicas

Funções Lógicas E, OU, NÃO, NE e NOU

- Uma porta (gate): é um hardware (circuito eletrônico) que recebe um ou mais sinais de entrada e produz um sinal de saída;
- O valor depende da regra da porta;
- Porta lógica (gate) é um circuito eletrônico (peça de hardware) que constitui o elemento básico e mais elementar de um sistema de computação;
- Grande parte do hardware é fabricado a partir da combinação desses elementos: CPU, memória, interfaces de E/S etc.;

Funções e portas Lógicas

Funções Lógicas E, OU, NÃO, NE e NOU



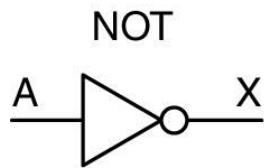
(a) Inversor com transistor.

(b) Porta NAND.

(c) Porta NOR.

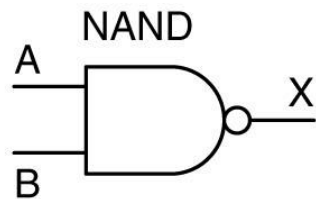
Funções e portas Lógicas

Funções Lógicas E, OU, NÃO, NE e NOU



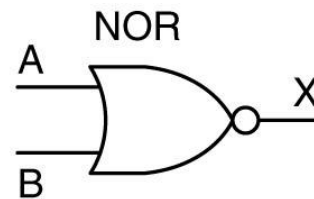
A	X
0	1
1	0

(a)



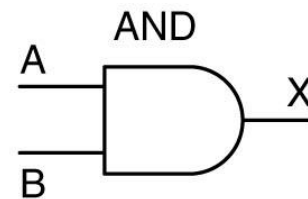
A	B	X
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

(b)



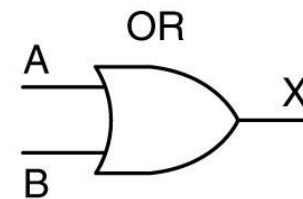
A	B	X
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

(c)



A	B	X
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

(d)



A	B	X
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

(e)

Símbolos e comportamento funcional das cinco portas básicas.

Funções e portas Lógicas

Funções Lógicas E, OU, NÃO, NE e NOU

Nas funções lógicas, temos apenas dois estados distintos:

⇒ o estado **0** (zero)

⇒ o estado **1** (um)

O estado 0 representará por exemplo: portão fechado, aparelho desligado, ausência de tensão, chave aberta, **não**, etc.

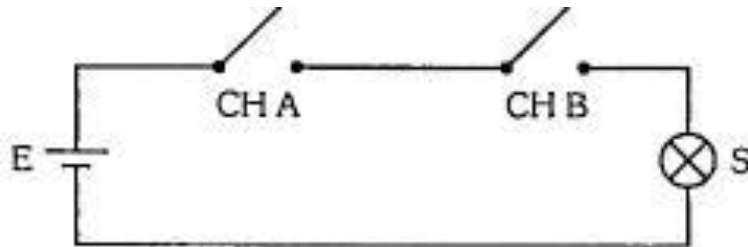
O estado 1 representará a situação contrária: portão aberto, aparelho ligado, presença de tensão, chave fechada, **sim**, etc.



Funções e portas Lógicas

Funções E ou AND

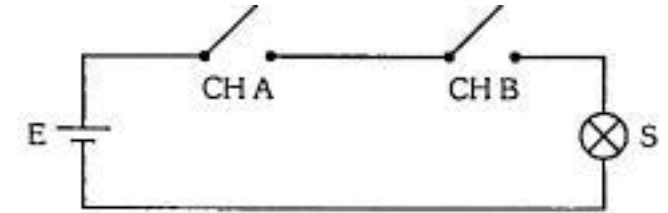
- Representação algébrica para 2 variáveis $S = A \cdot B$
- Convenções:
 - chave aberta = 0
 - chave fechada = 1
 - lâmpada apagada = 0
 - lâmpada acesa = 1



Funções e portas Lógicas

Funções E ou AND

○ Situações possíveis:



1º) Se tivermos a chave A aberta (0) e a chave B aberta (0), neste circuito não circulará corrente, logo, a lâmpada permanecerá apagada (0): $A = 0, B = 0 \Rightarrow S = A.B = 0$.

2º) Se tivermos a chave A aberta (0) e a chave B fechada (1), logo a lâmpada permanecerá apagada (0): $A = 0, B = 1 \Rightarrow S = 0$.

3º) Se tivermos a chave A fechada (1) e a chave B aberta (0), a lâmpada permanecerá apagada (0): $A = 1, B = 0 \Rightarrow S = 0$.

4º) Se tivermos a chave A fechada (1) e a chave B fechada (1), a lâmpada irá acender, pois circulará corrente: $A = 1, B = 1 \Rightarrow S = 1$.

Funções e portas Lógicas

Funções E ou AND

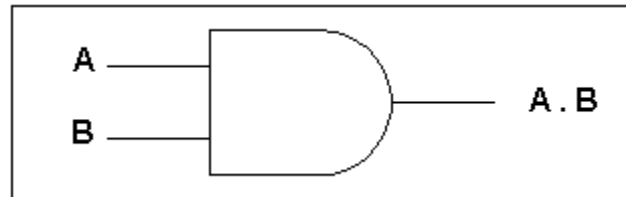
- **Tabela Verdade:** um mapa onde colocamos todas as possíveis situações com seus respectivos resultados. Nela encontramos o modo como a função se comporta.

A	B	S
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Funções e portas Lógicas

Funções E ou AND

- **Porta E:** é um circuito que executa a função E, sendo representada na prática através do símbolo:

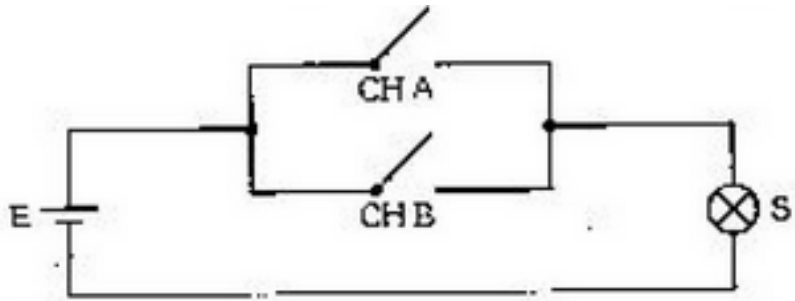


- Para uma porta E de 3 variáveis de entrada existem 8 possíveis combinações, pois $2^3 = 8$.
- O número de situações possíveis é igual a 2^N , onde N é o número de variáveis de entrada.

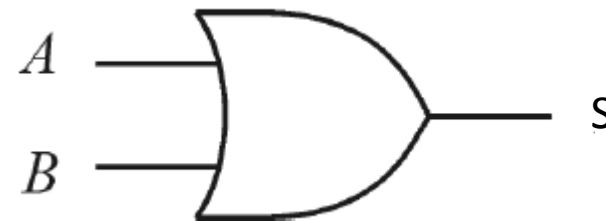
Funções e portas Lógicas

Funções OU ou OR

- A função OU é aquela que assume valor um quando uma ou mais variáveis de entrada forem iguais a 1 e assume valor 0 se, e somente se, todas as variáveis de entrada forem iguais a 0.
- Sua representação algébrica para duas variáveis de entrada é **$S = A + B$**



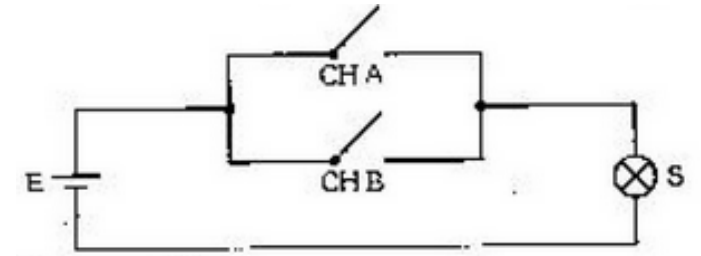
Porta OU:



Funções e portas Lógicas

Funções OU ou OR

○ Situações possíveis:



1º) Se tivermos a chave A aberta (0) e a chave B aberta (0), neste circuito não circulará corrente, logo, a lâmpada permanecerá apagada (0): $A = 0, B = 0 \Rightarrow S = A + B = 0$.

2º) Se tivermos a chave A aberta (0) e a chave B fechada (1), circulará corrente pela chave B e a lâmpada acenderá (1): $A = 0, B = 1 \Rightarrow S = 1$.

3º) Se tivermos a chave A fechada (1) e a chave B aberta (0), circulará corrente pela chave A e a lâmpada acenderá (1): $A = 1, B = 0 \Rightarrow S = 1$.

4º) Se tivermos a chave A fechada (1) e a chave B fechada (1), circulará corrente pelas duas chaves e a lâmpada acenderá (1): $A = 1, B = 1 \Rightarrow S = 1$.

Funções e portas Lógicas

Funções OU ou OR

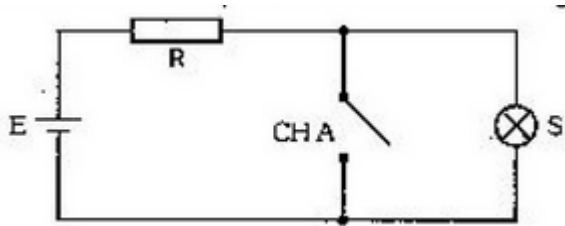
- **Tabela Verdade:**

A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Funções e portas Lógicas

Funções NÃO ou NOT

- A função NÃO é aquela que inverte ou complementa o estado da variável, ou seja, se a variável estiver em 0, a saída vai para 1, e se estiver em 1, a saída vai para 0.
- É representada algebricamente da seguinte forma $S = \bar{A}$ ou $S = A'$.

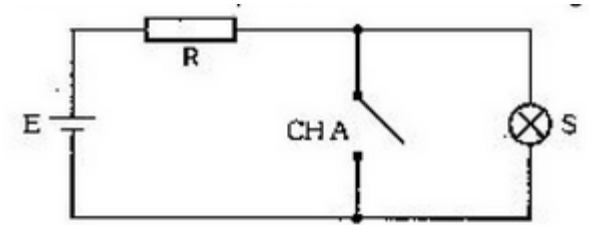


A	S
0	1
1	0

Funções e portas Lógicas

Funções NÃO ou NOT

- Situações possíveis:



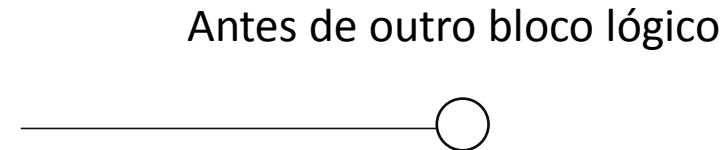
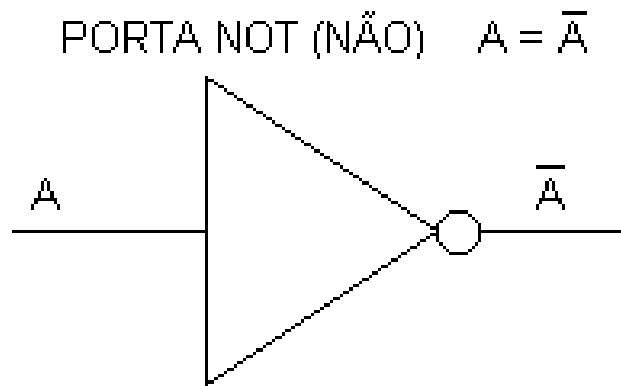
1º) Quando a chave A estiver aberta (0) passará corrente pela lâmpada e esta acenderá (1): $A = 0 \Rightarrow S = \bar{A} = 1$

2º) Quando a chave A estiver fechada (1), curto-circundaremos a lâmpada e esta se apagará (0): $A = 1 \Rightarrow S = \bar{A} = 0$

Funções e portas Lógicas

Funções NÃO ou NOT

- Inversor: é o bloco lógico que executa a função NOT.
- Sua representação simbólica é:

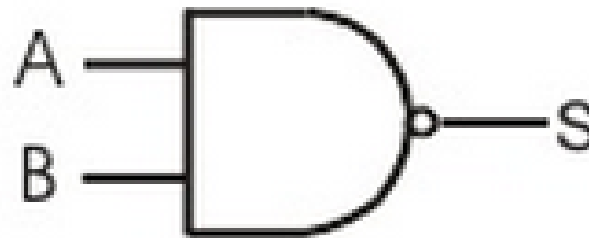


Funções e portas Lógicas

Funções NÃO E, NE ou NAND

- $S = \overline{A \cdot B}$

A	B	S
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

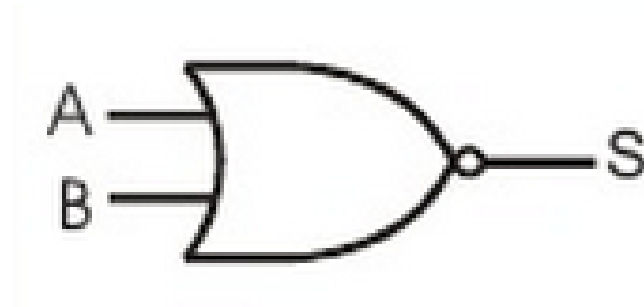


Funções e portas Lógicas



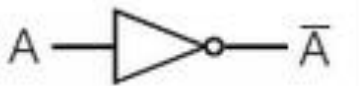
Funções NÃO OU, NOU ou NOR

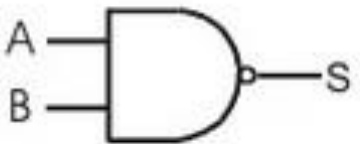
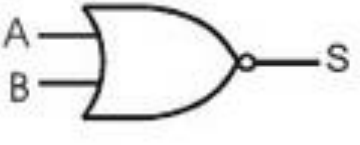
- $S = \overline{A + B}$

A	B	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0



Funções e portas Lógicas

Blocos Lógicos Básicos					
PORTA	SÍMBOLO USUAL	TABELA DA VERDADE		FUNÇÃO LÓGICA	
E AND		A	B	S	Função E : Assume valor 1 quando todas as variáveis de entrada forem iguais a 1, e zero nos demais casos.
		0	0	0	
		0	1	0	
		1	0	0	
		1	1	1	
OU OR		A	B	S	Função OU : Assume valor zero quando todas as variáveis forem iguais a zero, e assume valor um nos demais casos.
		0	0	0	
		0	1	1	
		1	0	1	
		1	1	1	
NÃO NOT INVERSOR		A	\bar{A}	Função NÃO : inverte a variável aplicada à sua entrada	
		0	1		
		1	0		

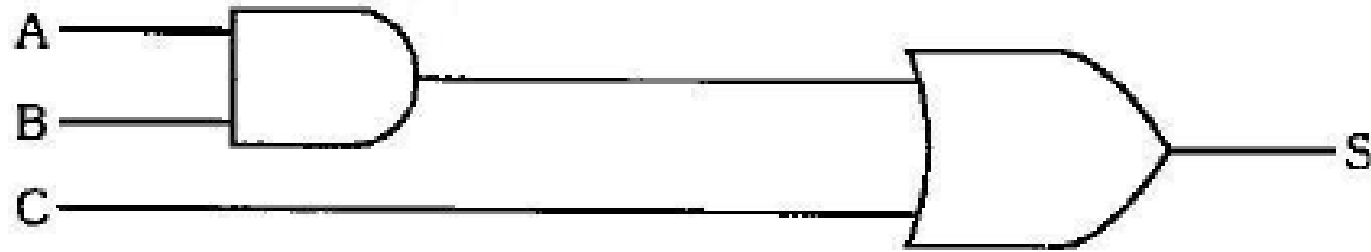
Blocos Lógicos Universais					
PORTA	SÍMBOLO USUAL	TABELA DA VERDADE		FUNÇÃO LÓGICA	
NE NAND		A	B	S	Função NE : Inverso da função E . Haverá 1 na saída se uma das entradas assumir nível lógico 0.
		0	0	1	
		0	1	1	
		1	0	1	
		1	1	0	
NOU NOR		A	B	S	Função NOU : Inverso da função OU . Haverá nível 0 na saída se uma das entradas assumir valor 1.
		0	0	1	
		0	1	0	
		1	0	0	
		1	1	0	

Aula 03

Expressões Booleanas obtidas de Circuitos Lógicos

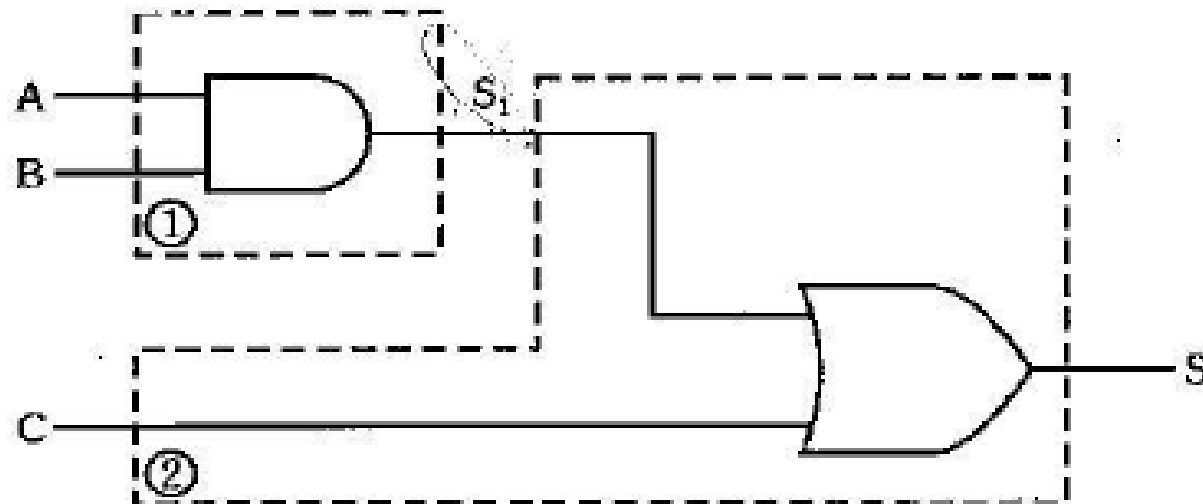
Expressões Booleanas obtidas de Circuitos Lógicos

- Todo circuito lógico excuta uma expressão booleana e, por mais complexo que seja, é formado pela interligação de portas lógicas básicas.



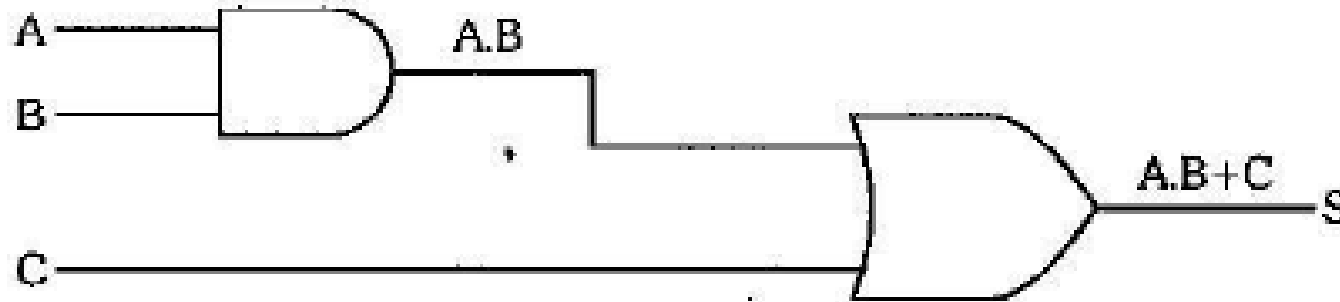
Expressões Booleanas obtidas de Circuitos Lógicos

- $S = A.B + C$



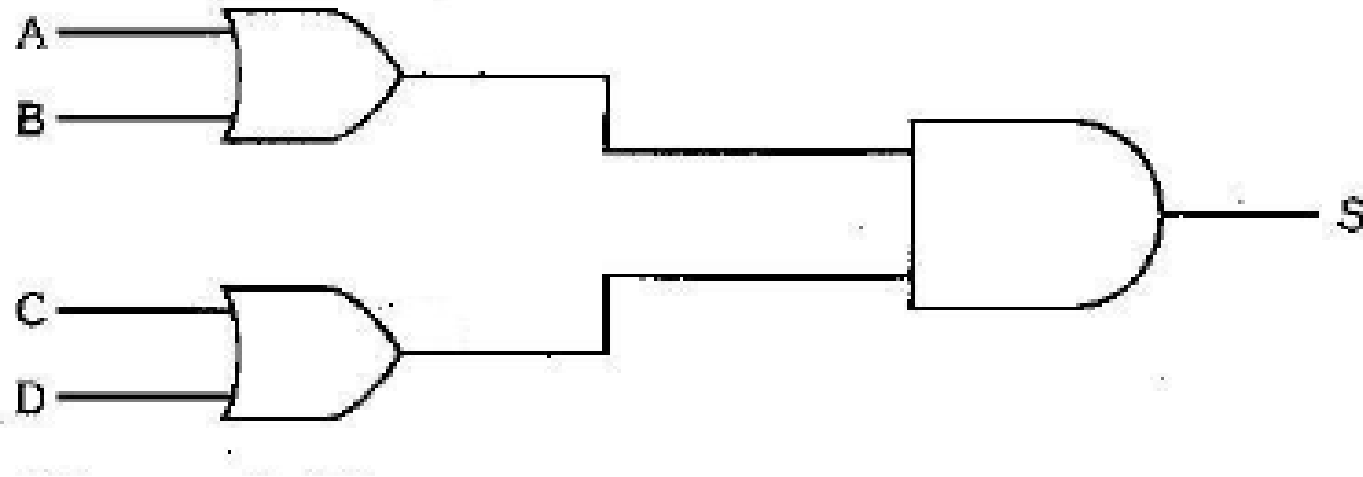
Expressões Booleanas obtidas de Circuitos Lógicos

- $S = A.B + C$



Expressões Booleanas obtidas de Circuitos Lógicos

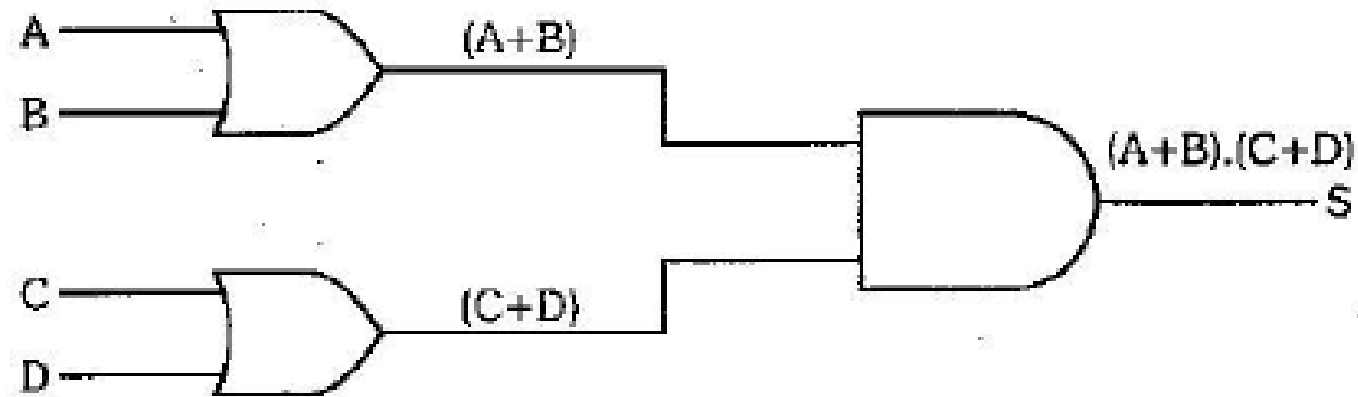
- Exercício



Expressões Booleanas obtidas de Circuitos Lógicos

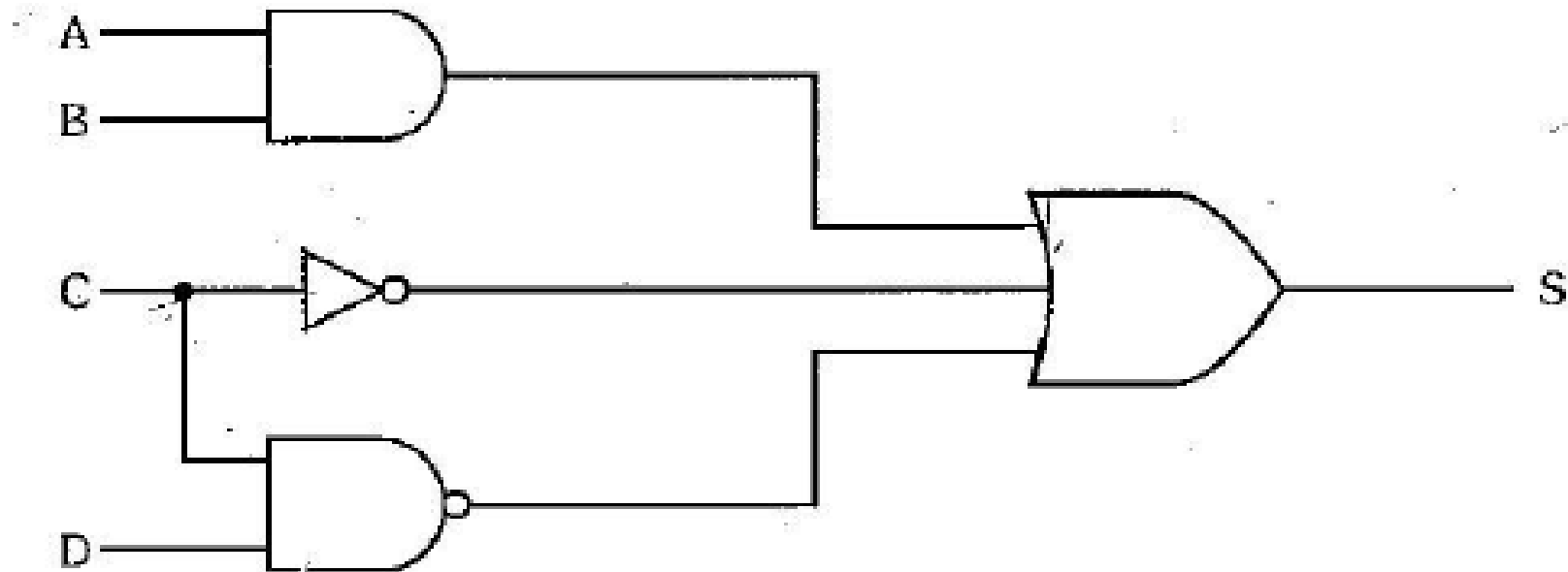
- Exercício

Gabarito: $S = (A+B) \cdot (C+D)$



Expressões Booleanas obtidas de Circuitos Lógicos

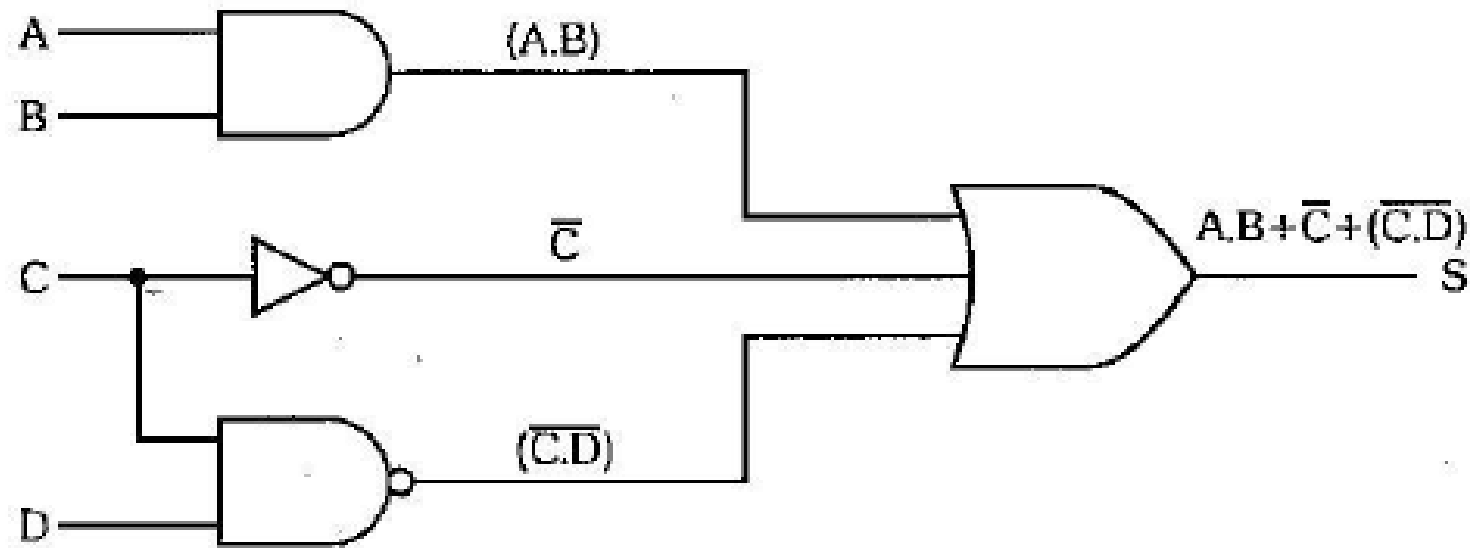
- Exercício



Expressões Booleanas obtidas de Circuitos Lógicos

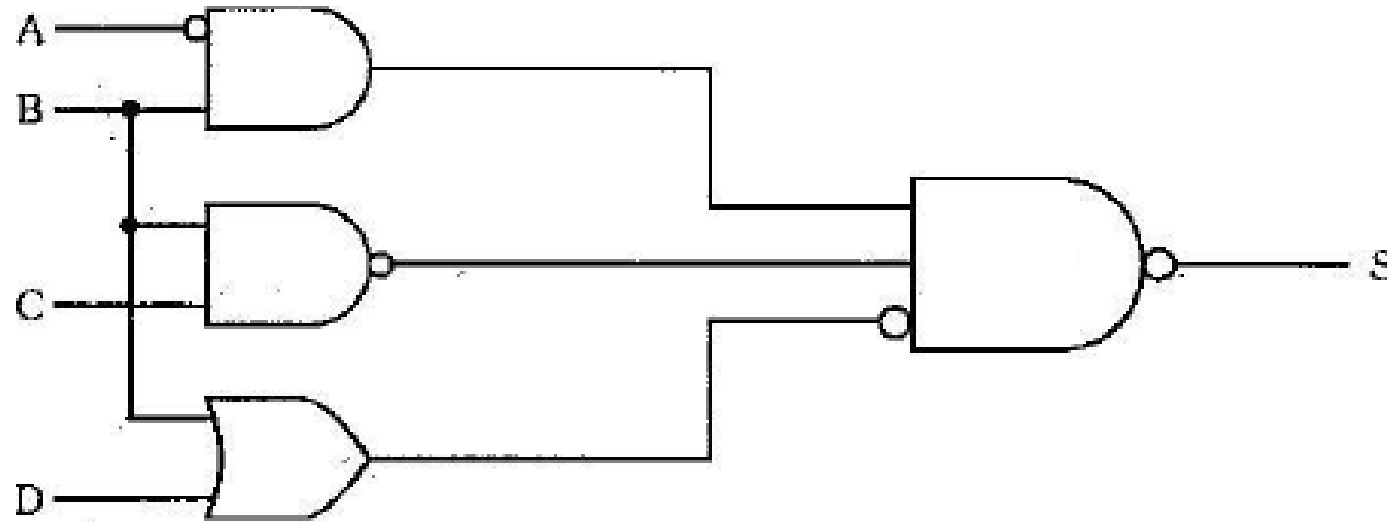
- Exercício

Gabarito



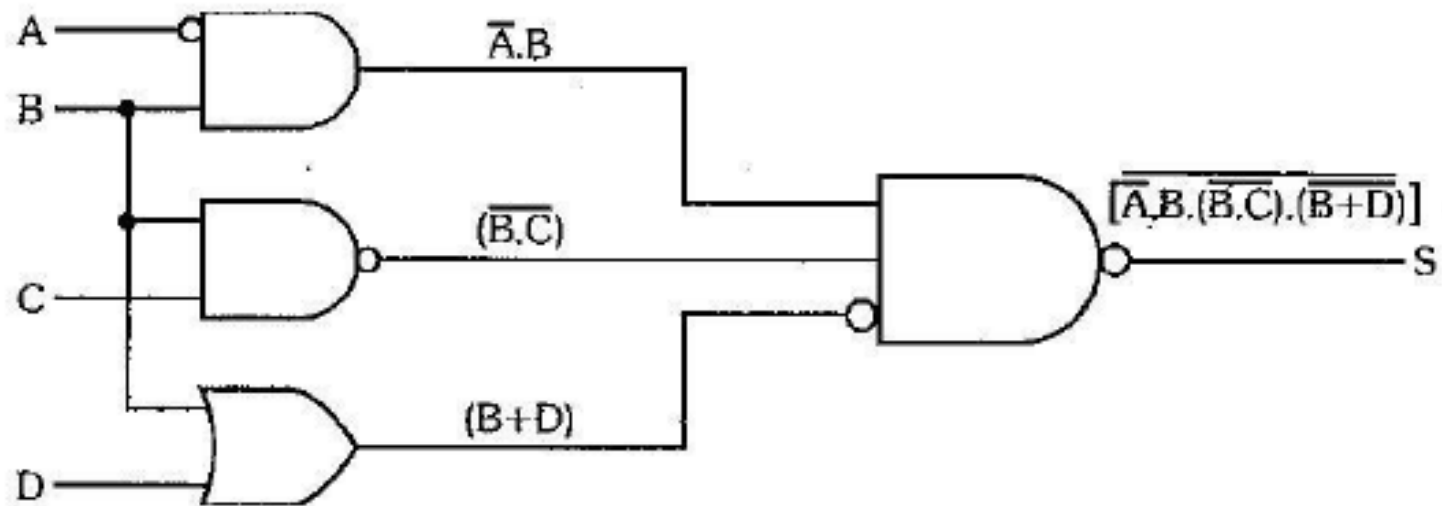
Expressões Booleanas obtidas de Circuitos Lógicos

- Exercício



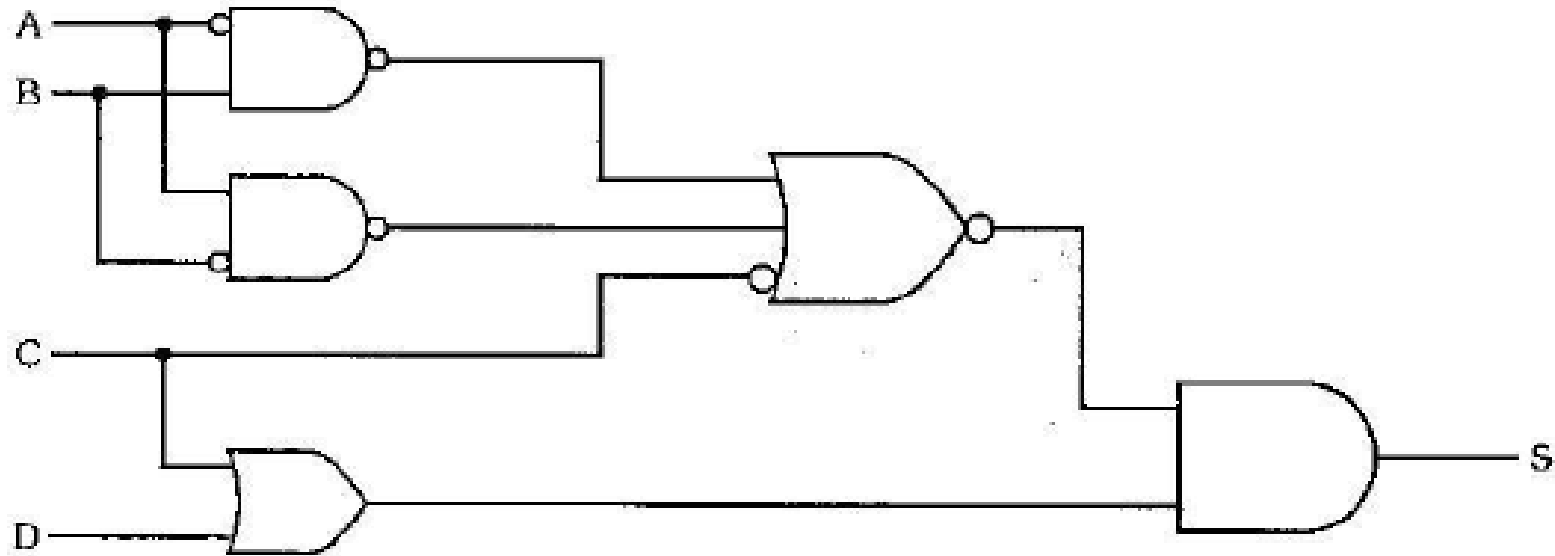
Expressões Booleanas obtidas de Circuitos Lógicos

- Gabarito



Expressões Booleanas obtidas de Circuitos Lógicos

- Exercício



Expressões Booleanas obtidas de Circuitos Lógicos

- Gabarito

