Validade mediante Regras de Inferência

Lógica Matemática

CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO UENF

Testar validade mediante Regras de Inferência

- Um método eficiente para demostrar, verificar ou testar a validade de um argumento $P_1,\ P_2,\ \ldots, P_n \vdash Q$ consiste em deduzir a conclusão Q a partir das premissas $P_1,\ P_2,\ \ldots\ , P_n$ mediante o uso de algumas regras de inferência.

Testar validade
Regras de Inferência

- 1) Verificar que é válido o seguinte argumento:

$$(p \to q), \qquad (p \wedge r) \quad \vdash \quad q$$

- Resolução:

1.	$p \to q$	Por premissa
2.	$p \wedge r$	Por premissa
3.	p	De (2) por SIMP
4.	q	De (1) e (3) por MP

Testar validade
Regras de Inferência

- 2) Verificar que é válido o seguinte argumento:

$$(p \land q), \qquad (p \lor r \to s) \quad \vdash \quad p \land s$$

- Resolução:

1	1.	$p \land q$	Por premissa
3	2.	$p \lor r \to s$	Por premissa
2	3.	p	De (1) por SIMP
3	4.	$p \lor r$	De (3) por AD
4	5.	s	De (2) e (4) por MP
	6.	$p \land s$	De (3) e (5) por CONJ

Testar validade
Regras de Inferência

- 3) Verificar que é válido o seguinte argumento:

$$(p \to (q \to r)), \quad (p \to q), \quad p \quad \vdash \quad r$$

- Resolução:

1.	$p \to (q \to r)$	Por premissa
2.	$p \to q$	Por premissa
3.	p	Por premissa
4.	$q \to r$	De (1) e (3) por MP
5.	q	De (2) e (3) por MP
6.	r	De (4) e (5) por MP

Testar validade
Regras de Inferência

✘ 4) Verificar que é válido o seguinte argumento:

$$(p \to q), \qquad (p \land q \to r), \qquad \neg(p \land r) \quad \vdash \quad \neg p$$

✘ Resolução:

1 →	1.	$p \to q$	Por premissa
2 →	2.	$p \land q \to r$	Por premissa
4 →	3.	$\neg(p \land r)$	Por premissa
2 →	4.	$p \to p \land q$	De (1) por ABS
3 →	5.	$p \to r$	De (4) e (2) por SH
4 →	6.	$p \to p \land r$	De (5) por ABS
	7.	$\neg p$	De (6) e (3) por MT

Testar validade
Regras de Inferência

- 5) Verificar que é válido o seguinte argumento:

$$(p \vee q \to r), \quad \big(r \vee q \to (p \to (s \leftrightarrow t))\big), \quad (p \wedge s) \quad \vdash \quad (s \leftrightarrow t)$$

- Resolução:

3	1.	$p \vee q \to r$	Por premissa
5	2.	$r \vee q \to (p \to (s \leftrightarrow t))$	Por premissa
1	3.	$p \wedge s$	Por premissa
6 2	4.	p	De (3) por SIMP
3	5.	$p \vee q$	De (4) por AD
	6.	r	De (1) e (5) por MP
5 4	7.	$r \vee q$	De (6) por AD
6	8.	$p \to (s \leftrightarrow t)$	De (2) e (7) por MP
	9.	$s \leftrightarrow t$	De (4) e (8) por MP

Testar validade
Regras de Inferência

- 6) Verificar que é válido o seguinte argumento:

$$(p \to \neg q), \quad (\neg p \to (r \to \neg q)), \quad (\neg s \vee \neg r) \to \neg\neg q, \quad \neg s \quad \vdash \quad \neg r$$

- Resolução:

3	1.	$p \to \neg q$	Por premissa
4	2.	$\neg p \to (r \to \neg q)$	Por premissa
2	3.	$(\neg s \vee \neg r) \to \neg\neg q$	Por premissa
1	4.	$\neg s$	Por premissa
2	5.	$\neg s \vee \neg r$	De (4) por AD
5 3	6.	$\neg\neg q$	De (3) e (5) por MP
4	7.	$\neg p$	De (1) e (6) por MT
5	8.	$(r \to \neg q)$	De (2) e (7) por MP
	9.	$\neg r$	De (8) e (6) por MT

Testar validade
Regras de Inferência

- 7) Verificar que é válido o seguinte argumento:

$$(p \wedge q \to r), \quad (r \to s), \quad t \to \neg u, \quad t, \quad \neg s \vee u \quad \vdash \quad \neg(p \wedge q)$$

- Resolução:

1.	$p \wedge q \to r$	Por premissa
2.	$r \to s$	Por premissa
3.	$t \to \neg u$	Por premissa
4.	t	Por premissa
5.	$\neg s \vee u$	Por premissa
6.	$\neg u$	De (3) e (4) por MP
7.	$\neg s$	De (5) e (6) por SD
8.	$\neg r$	De (2) e (7) por MT
9.	$\neg(p \wedge q)$	De (1) e (8) por MT

Testar validade
Regras de Inferência

- 8) Verificar que é válido o seguinte argumento:

$$(p \rightarrow q), \quad (q \rightarrow r), \quad (s \rightarrow t), \quad (p \vee s) \vdash (r \vee t)$$

- Resolução:

1 →	1.	$p \rightarrow q$	Por premissa
1 →	2.	$q \rightarrow r$	Por premissa
2 →	3.	$s \rightarrow t$	Por premissa
2 →	4.	$p \vee s$	Por premissa
2 →	5.	$p \rightarrow r$	De (1) e (2) por SH
	6.	$r \vee t$	De (5), (3) e (4) por DC

Testar validade
Regras de Inferência

- 9) Verificar que é válido o seguinte argumento:

$$(p \to q), \quad (\neg r \to (s \to t)), \quad r \vee (p \vee s), \quad \neg r \quad \vdash \quad (q \vee t)$$

- Resolução:

3	1.	$p \to q$	Por premissa
1	2.	$\neg r \to (s \to t)$	Por premissa
2	3.	$r \vee (p \vee s)$	Por premissa
2 1	4.	$\neg r$	Por premissa
3	5.	$s \to t$	De (2) e (4) por MP
3	6.	$(p \vee s)$	De (3) e (4) por SD
	7.	$(q \vee t)$	De (1), (5) e (6) por DC

Testar validade
Regras de Inferência

- 10) Verificar que é válido o seguinte argumento:

$$(p \to q), \quad ((p \to r) \to s \lor q), \quad (p \land q \to r), \quad \neg s \quad \vdash \quad q$$

- Resolução:

1.	$p \to q$	Por premissa
2.	$(p \to r) \to s \lor q$	Por premissa
3.	$(p \land q \to r)$	Por premissa
4.	$\neg s$	Por premissa
5.	$p \to p \land q$	De (1) por ABS
6.	$p \to r$	De (5) e (3) por SH
7.	$s \lor q$	De (2) e (6) por MP
8.	q	De (7) e (4) por SD

Testar validade
Regras de Inferência

- 11) Verificar que é válido o seguinte argumento:

$$(p \to q), \quad (p \lor (\neg\sim r \land \neg\neg q)), \quad (s \to \neg r), \quad \neg(p \land q) \;\vdash\; \neg s \lor \neg q$$

- Resolução:

1	1.	$p \to q$	Por premissa
3	2.	$p \lor (\neg\neg r \land \neg\neg q)$	Por premissa
5	3.	$(s \to \neg r)$	Por premissa
2	4.	$\neg(p \land q)$	Por premissa
2	5.	$p \to p \land q$	De (1) por ABS
3	6.	$\neg p$	De (5) e (4) por MT
4	7.	$(\neg\neg r \land \neg\neg q)$	De (2) e (6) por SD
5	8.	$\neg\neg r$	De (7) por SIMP
6	9.	$\neg s$	De (3) e (8) por MT
	10.	$\neg s \lor \neg q$	De (9) por AD

Testar validade
Regras de Inferência

- 12) Verificar que é válido o seguinte argumento:

$$(p \rightarrow r), \quad (q \rightarrow s), \quad \neg r, \quad (p \vee q) \wedge (r \vee s) \quad \vdash \quad s$$

- Resolução:

1.	$p \rightarrow r$	Por premissa
2.	$q \rightarrow s$	Por premissa
3.	$\neg r$	Por premissa
4.	$(p \vee q) \wedge (r \vee s)$	Por premissa

TESTAR VALIDADE
REGRAS DE INFERÊNCIA

- 13) Verificar que é válido o seguinte argumento:

$$(p \to q), \quad (q \to r), \quad (r \to s), \quad \neg s, \quad (p \vee t) \vdash t$$

- Resolução:

1.	$p \to q$	Por premissa
2.	$q \to r$	Por premissa
3.	$r \to s$	Por premissa
4.	$\neg s$	Por premissa
5.	$p \vee t$	Por premissa

Testar validade
Regras de Inferência

- 14) Verificar que é válido o seguinte argumento:

$$(p \to q) \wedge (r \to s), \quad (t \to u), \quad (u \to v), \quad (\neg q \vee \neg v) \quad \vdash \quad (\neg p \vee \neg t)$$

- Resolução:

1.	$(p \to q) \wedge (r \to s)$	Por premissa
2.	$t \to u$	Por premissa
3.	$u \to v$	Por premissa
4.	$\neg q \vee \neg v$	Por premissa

Testar validade
Regras de Inferência

- 15) Verificar que é válido o seguinte argumento:

$$(x = y \rightarrow x = z), (x = z \rightarrow x = 1), (x = 0 \rightarrow x \neq 1), (x = y) \;\vdash\; (x \neq 0)$$

- Resolução:
- Neste caso, vale a pena converter as expressões matemáticas em proposições utilizando símbolos proposicionais.

$$p\colon x = y \qquad r\colon x = 1$$
$$q\colon x = z \qquad s\colon x = 0$$

- Temos assim:

$$(p \rightarrow q)\,,\;\; (q \rightarrow r)\,,\;\; (s \rightarrow \neg r)\;\,, p \;\;\vdash\;\; \neg s$$

Testar validade
Regras de Inferência

- 16) Verificar que é válido o seguinte argumento:

1. se $x = y$ então $x = z$
2. se $x = z$ então $x = t$
3. ou $x = y$ ou $x = 0$
4. se $x = 0$ então $x + u = 1$
5. mas $x + u \neq 1$

————————————————————

Portanto, $x = t$

- Resolução:
- Neste caso, devemos converter as expressões matemáticas em proposições utilizando símbolos proposicionais.

p: $x = y$ $\quad$ r: $x = t$ $\quad$ w: $x + u = 1$

q: $x = z$ $\quad$ s: $x = 0$

- Substituindo temos:

1. $p \to q$
2. $q \to r$
3. $\neg(p \leftrightarrow s)$
4. $s \to w$
5. $\neg w$

————————————————————

$\therefore \quad r$

Testar validade
Regras de Inferência

- 17) Verificar que é válido o seguinte argumento:

$$(x = y \to x = z), (x \neq y \to x < z), (x \nless z \vee y > z), (y \neq z) \wedge (x \neq z) \;\vdash\; (y > z)$$

- Resolução:
- Neste caso, vale a pena converter as expressões matemáticas em proposições utilizando símbolos proposicionais.

$p{:}\ x = y$ $\quad$ $r{:}\ x < z$ $\quad$ $t{:}\ y \neq z$

$q{:}\ x = z$ $\quad$ $s{:}\ y > z$

- Temos assim:

$$(p \to q), (\neg p \to r), (\neg r \vee s), t \wedge \neg q \vdash s$$

Referências

- De Alencar Filho, Edgar. Iniciação à Lógica Matemática. Capítulo 11. Validade mediante Regras de Inferência. Editora Nobel. São Paulo. 1975. Reimpresso em 2015.