Gabarito P2 Estatística e Probabilidades 26/06/2024

1 – diametro arvore $\sim N(\mu, \sigma) = N(8{,}8; 2{,}8)$

i) $P(x \geq 10) = P\left(z \geq \frac{10 - 8{,}8}{2{,}8}\right)$

$= P(z \geq 0{,}4285)$

$= 1 - P(z \leq 0{,}4285)$ usando a tabela Normal padrão

$= 1 - 0{,}6664 = 0{,}3336$

ii) $P(x \geq 20) = P\left(z \geq \frac{20 - 8{,}8}{2{,}8}\right)$

$= P(z \geq 4)$

$= 1 - P(z \leq 4)$

Como a $P(z \leq 3{,}49) = 0{,}9998$ praticamente igual a 1

temos que a $P(z \leq 4) \triangleq 1$

Logo a $P(x \geq 20) = 1 - 1 = 0$

iii) $P(5 \leq x \leq 10) = P\left(\frac{5 - 8{,}8}{2{,}8} \leq z \leq \frac{10 - 8{,}8}{2{,}8}\right)$

$= P(-1{,}357 \leq z \leq 0{,}4285)$

$= P(z \leq 0{,}4285) - P(z \leq -1{,}357)$

$= 0{,}6664 - 0{,}0877$

$= 0{,}5787$

2- i) Calcula-se a media amostral $n = 16$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{2259}{16} = 141,1875 \simeq 141,187$$

o desvio padrão amostral

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\left(\sum x_i^2 - n\bar{x}^2\right)$$

$$s^2 = \frac{1}{15}\left(319137 - (16)\,19930,38\right)$$

$$s^2 = \frac{196,696}{15} = 13,113 \quad s = 3,621 \cong 3,62$$

ii) Como a amostra e pequena e o desvio padrão populacional é desconhecido utilizamos a distribuição t de Student

$$\bar{x} - t_{\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + t_{\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}}$$

Consideramos $\alpha = 0,05$. Com isso $\alpha/2 = 0,025$

Calculamos $t_{\alpha/2}$ com $n-1 = 15$ graus de liberdade

$t_{0,025;15} = 2,131 \qquad -t_{0,025;15} = -2,131$ Simétric

Calculamos o intervalo substituindo os valores:

$$d = t_{\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}} = (2,131)\frac{(3,621)}{\sqrt{16}} = 1,929$$

$$\bar{x} - d \leq \mu \leq \bar{x} + d$$

$$141,187 - 1,929 \leq \mu \leq 141,187 + 1,929$$

$$139,258 \leq \mu \leq 143,116$$

$$139,3 \leq \mu \leq 143,1$$

ii) Considerando que a amostra é suficientemente grande podemos considerar que a distribuisão da média amostral segue uma normal.

Calcula-se a amplitude do intervalo:

$$A_1 = 143,116 - 139,258$$

$$A_1 = 3,858$$

$$A_2 = \frac{3,858}{5} = 0,7716$$

No caso da normal a amplitude é:

$$2 Z_{\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}} = 0,7716$$

Considerando $\alpha/2 = 0,025$ temos $-Z_{\alpha/2} = -Z_{0,025}$

$= -1,96$

Substituindo os valores:

$$(2)(1,96)\frac{(3,62)}{\sqrt{n}} = 0,7716$$

$$\frac{14,1904}{0,7716} = \sqrt{n} \qquad \sqrt{n} = 18,3908$$

$$n = 338,224$$

3 – Trata-se de uma propoição amostral $\hat{p} = \frac{82}{150} = 0,546$ usada para testar hipoteses sobre a proposisão populacional p de doadores de sangue tipo A

i) Definimos as hipoteses:

Hipotese nula $H_0: p = 0,40$

Hipotese alternativa $H_1: p > 0,40$

Realizaremos um teste de cauda superior.

ii) Realizamos o teste de hipotese para $\alpha = 0,01$, $n = 150$

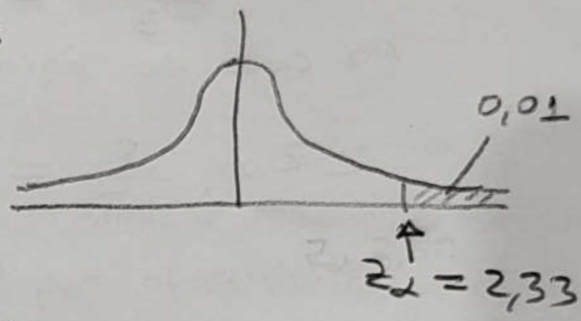
Calculamos a estatística de teste:

$$z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{p_0 q_0 / n}} = \frac{0,546 - 0,4}{\sqrt{(0,4)(0,6)/150}} = \frac{0,146}{0,04} = 3,67$$

Calculamos z_α para $\alpha = 0,01$

apartir do $-z_{0,01} = -2,33$

Logo $z_\alpha = 2,33$



Como $z = 3,67 > z_\alpha = 2,33$

rejeita-se a hipótese nula H_0

iii) Realizamos o teste de hipotese para $\alpha = 0,05$

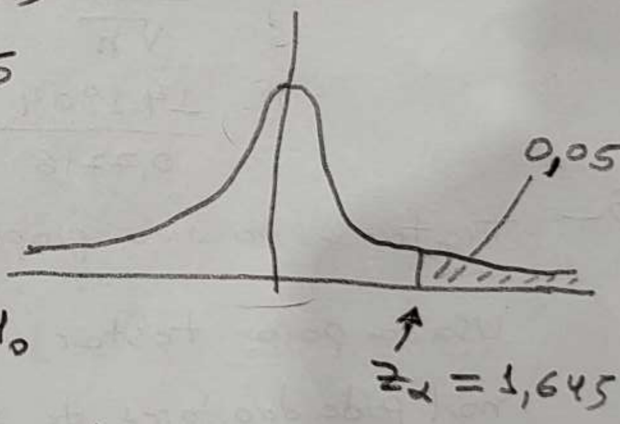
Calculamos z_α para $\alpha = 0,05$

Apartir de $-z_\alpha = -1,645$

Logo $z_\alpha = 1,645$

Como $z = 3,67 > z_\alpha = 1,645$

rejeita-se a hipótese nula H_0



iv) Em ambos casos a Hipotese nula H_0 foi rejeitada concluindo-se que a proporsão real p de doadores com sangue tipo A supera significativamente 40%.

No primeiro caso o Ello Tipo I é de 1%

No segundo caso o Ello Tipo II é de 5%

Ou seja a probabilidade de rejeitar H_0 mesmo sendo verdadeira.

3 – i) Podemos definir as hipoteses no caso Bicaudal:

Hipotese nula $H_0 : p = 0{,}40$

Hipotese alternativa $H_1 : p \neq 0{,}40$

Realizaremos um teste Bicaudal

ii) Teste para $\alpha = 0{,}01$, $n = 150$

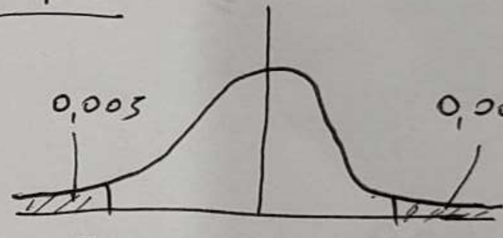
Calculamos a estatística de teste:

$$z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{p_0 q_0 / n}} = \frac{0{,}546 - 0{,}4}{\sqrt{(0{,}4)(0{,}6)/150}} = \frac{0{,}146}{0{,}04} = 3{,}67$$

Calculamos $z_{\alpha/2}$ para $\alpha = 0{,}01$

apartir do $-z_{\alpha/2} = -\underline{z_{0{,}005}} = \underline{-2{,}58}$ Da tabela Normal

Logo $z_{\alpha/2} = 2{,}58$



0,005 0,005

$-z_{\alpha/2} = -2{,}58$ $z_{\alpha/2} = 2{,}58$

Como $z = 3{,}67 > z_{\alpha/2} = 2{,}58$

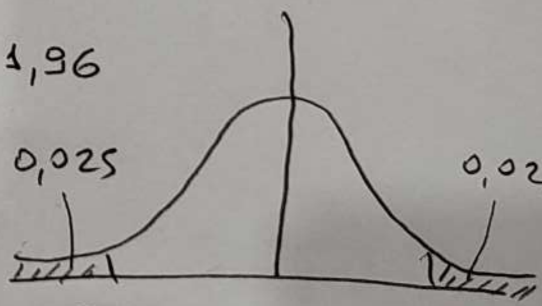
rejeita-se a hipotese nula $H_0 = 0{,}40$

iii) Realizamos o teste de hipotese para $\alpha = 0{,}05$

Calculamos $z_{\alpha/2}$ para $\alpha = 0{,}05$

Apartir de $-z_{\alpha/2} = -z_{0{,}025} = -1{,}96$

Logo $z_{\alpha/2} = 1{,}96$



0,025 0,025

$-z_{\alpha/2} = -1{,}96$ $z_{\alpha/2} = 1{,}96$

Como $z = 3{,}67 > z_{\alpha/2} = 1{,}96$

rejeita-se a hipotese nula $H_0 = 0{,}40$