

**2a Prova de Cálculo III – 10/12/2019**  
**Prof. Rafael B. de R. Borges**

**Aluno:** \_\_\_\_\_

**Matrícula:** \_\_\_\_\_ **Turma: 2**

Instruções para a prova:

- Só escreva nesta capa o que foi pedido acima.
- Você pode resolver as questões na ordem que quiser.
- Resolva as questões a lápis e escreva a caneta apenas a resposta final.
- Faça uma prova organizada. Há folhas de sobra para você fazer as questões. E, caso falte, é só pedir que eu grampeio mais.
- Parênteses são muito importantes. Use-os. Exemplos:
  - “ $x$  vezes  $-6$ ” é  $x \cdot (-6)$ , não  $x \cdot -6$ , ou, pior,  $x - 6$ .
  - $x - \frac{1}{y+2}$  é  $\frac{x \cdot (y+2) - 1}{y+2}$ , não  $\frac{x \cdot y + 2 - 1}{y+2}$ .
- Manipulações algébricas absurdas serão (muito) descontadas. As crianças do nosso Brasil dependem de que você saiba Matemática!
- Lembre-se: é melhor não simplificar, do que tentar — e se complicar!
- Mas você tem que saber o valor de expressões básicas como  $\sin 0$ ,  $\cos \pi$ ,  $\ln 1$ ,  $e^0$  etc.
- **São proibidos:** folha própria de rascunho, calculadora, e celular. Guarde-os na mochila, que deve ser guardada na frente da sala.
- **Não serão aceitas respostas sem desenvolvimento.** Mostre que você sabe o que está fazendo.
- **Não desgrampeie o caderno de provas.**

Boa prova!

**Questão 1.** Seja

$$\alpha = (x^2 + y^2) \cos(zw) dx \wedge dy + \sinh\left(\frac{x}{z}\right) dz \wedge dw$$

uma 2-forma diferencial em  $\mathbb{R}^4$ . Seja  $E$  um sólido suave em  $\mathbb{R}^4$ , e  $\partial E$  a sua superfície de fronteira (com uma orientação positiva). Determine a forma diferencial  $\beta$  tal que a igualdade

$$\iint_{\partial E} \alpha = \iiint_E \beta$$

seja válida.

**Questão 2.** Seja  $R$  a borda do retângulo de pontos  $(0, 0)$ ,  $(2, 0)$ ,  $(0, 1)$  e  $(2, 1)$ , com uma orientação positiva. Calcule

$$\oint_R e^y dx + xy^2 dy.$$

**Questão 3.** Seja  $P$  a fronteira do paralelepípedo em  $\mathbb{R}^3$  limitado pelos planos coordenados e pelos planos  $x = 1$ ,  $y = 2$  e  $z = 3$ , com uma orientação positiva. Calcule

$$\iint_P \vec{F} \cdot \vec{n} dS, \text{ onde}$$

$$\vec{F} = \langle x + y + z, x^2 + y^2 + z^2, x^3 + y^3 + z^3 \rangle.$$

**Questão 4.** Seja  $P$  a fronteira do paralelotopo em  $\mathbb{R}^4$  limitado pelos hiperplanos coordenados e pelos hiperplanos  $x = 1$ ,  $y = 1$ ,  $z = 1$  e  $w = 1$ , com uma orientação positiva. Seja

$$\alpha = x^2 w dy \wedge dz \wedge dw.$$

Calcule  $\iiint_P \alpha$ .