

Noções básicas de como escrever um relatório científico

O objetivo deste manuscrito é fornecer aos alunos iniciantes no curso de física experimental da Universidade Estadual do Norte Fluminense, algumas informações úteis e importantes para que tenham bom êxito na redação de relatórios dos experimentos realizados nos Laboratórios de Física Geral I, II, e III.

Ao realizarmos uma pesquisa é necessário antes de tudo fazermos um levantamento de dados. Esses dados podem ser uma pesquisa de mercado sobre um determinado produto, de opinião pública sobre um assunto específico, ou no caso dos experimentos realizados em laboratório, os dados coletados nesses experimentos. Esses dados devem ser analisados cuidadosamente a fim de evitar discrepâncias em relação ao que realmente é fato.

Os dados devem ser tabelados, colocados em gráficos para facilitar a sua visualização, e interpretados. A interpretação deve levar em consideração o que já se sabe sobre o assunto, o que é novo, e quais são as conclusões obtidas. Todo esse trabalho será inútil se não deixarmos registradas nossas descobertas. Esse registro deve seguir normas específicas para que outro pesquisador, ao realizar o mesmo experimento, seja capaz de verificar se os seus resultados estão de acordo com o que deixamos reportado. Seja um relatório científico, um artigo em jornal científico, uma monografia ou uma tese, as normas básicas são as mesmas: clareza, concatenação das idéias, concisão, e obviamente uma boa apresentação.

A seguir são apresentados os princípios básicos de como escrever um relatório científico. O aluno deve sempre seguir esse roteiro. Todo relatório deve ser dividido em seções, ser escrito de forma clara e breve, e ao mesmo tempo trazer todas as informações de como o experimento foi realizado, quais foram os resultados obtidos, discutir os resultados comparando-os com os modelos teóricos da literatura e destacar as conclusões obtidas.

Se o relatório estiver sendo feito em grupo, discuta o mesmo com todos os membros da equipe a fim de evitar que algum erro passe despercebido

1. Título

É de extrema importância identificar o experimento do qual trata o relatório e sua autoria. O título deve ser conciso.

2. Introdução

Nesta seção é feita uma discussão geral sobre o assunto. Três parágrafos são suficientes para tal fim. No primeiro parágrafo o aluno deve abordar o assunto de forma geral, aspectos históricos. No segundo parágrafo deve ser discutida a importância do experimento e finalmente no terceiro parágrafo falar sobre os objetivos e os resultados esperados do experimento realizado.



Evite apenas copiar páginas da internet. Sempre que o fizer é necessário indicar a referência de onde o texto foi tirado. Veja a seção referências bibliográficas para sanar quaisquer dúvidas. Nunca deixe frases soltas no texto, ou sem conexão com a frase anterior, isso é uma indicação de que o aluno apenas copiou, e que não trabalhou o texto de forma coerente. Lembre-se que páginas da internet podem ser retiradas da rede ou mesmo mudar de endereço, por isso recomenda-se enfaticamente o uso dos livros textos disponíveis na biblioteca como fonte de suas referências. Em caso de dúvidas peça sugestão de referências ao seu professor. Usualmente o roteiro da prática traz as referências indicadas. **Apenas referências de sítos da internet não serão aceitas.**

3. Teoria

Nesta seção é feita uma discussão da teoria envolvida no experimento. São deduzidas as fórmulas teóricas necessárias, fazendo-se uma análise das mesmas. Nesta análise, o aluno deve se ater a previsões quantitativas, ou seja, resultados previstos pela teoria que podem ser comparados com os resultados experimentais e comparações qualitativas. Um exemplo de previsão quantitativa seria prever que a velocidade de um determinado objeto deve ser 2,0 m/s. Um exemplo de análise qualitativa é verificar que o gráfico deve ser uma reta, sem se importar com os valores numéricos de seus coeficientes.

4. Procedimento Experimental

Nesta seção **descreve-se** o que foi feito em laboratório para obter os dados. Devem ser incluídas uma lista do material utilizado, esboços, figuras ou fotografias do arranjo experimental, uma explicação de como as medições foram feitas. A descrição pode ainda incluir uma explicação da função de cada um dos equipamentos utilizados.

5. Resultados e Discussões

A melhor maneira de se apresentar os resultados é em forma de tabelas e/ou gráficos. Não se deve, entretanto, apenas colocar os gráficos ou tabelas, eles devem ser interpretados. Deve ser feita uma análise desses dados levando em consideração os fenômenos observados durante os experimentos. Para melhor visualizar tendências no comportamento dos dados é útil apresentá-los na forma de gráfico, do qual podem ser obtidos os coeficientes de ajuste de curva e seu erros. Pode-se também verificar como está a dispersão dos dados em torno da curva ajustada. Sempre apresente o fator de correlação linear quando fizer um ajuste de uma reta. Após esta etapa inicial é feita uma discussão completa do que foi obtido comparando os resultados com as previsões teóricas através do cálculo do desvio percentual, por exemplo. Deve-se discutir as fontes de erros, bem como fazer o tratamento dos dados para verificar o desvio padrão, através do método



de propagação de erros. A seguir detalhamos alguns itens que devem ser considerados antes de apresentar os resultados finais. Começamos discutindo algarismos significativos, como apresentar os dados experimentais, como calcular a propagação de erros, como construir um gráfico e como fazer um ajuste linear.

5. 1 Algarismos Significativos

À medida que a qualidade dos instrumentos de medida e a sofisticação das técnicas evoluem é possível desenvolver experimentos com um maior grau de precisão. O número de algarismos significativos em uma medição como 2,531 é igual ao número de dígitos que são conhecidos até certo grau de certeza (2, 5 e 3) mais o último dígito (1), que é uma estimativa ou aproximação. Conforme aumentamos a sensibilidade do equipamento usado para fazer tal medição, o número de algarismos significativos aumenta.

Balança do Correio	$3 \pm 1 \text{ g}$	1 algarismo significativo
Balança de dois pratos	$2,53 \pm 0,01 \text{ g}$	3 algarismos significativos
Balança analítica	$2,531 \pm 0,001 \text{ g}$	4 algarismos significativos

Existem algumas regras que devem ser seguidas para determinar o número de algarismos significativos, e são dadas abaixo.

- Todos os algarismos diferentes de zero são significativos. 123,45 possui cinco algarismos significativos: 1, 2, 3, 4 e 5.
- Zeros entre números são sempre significativos. Tanto 4308 como 40,05 contém quatro algarismos significativos.
- Zeros à direita do ponto decimal e de algarismos diferentes de zero são algarismos significativos. Por exemplo, 12,2300 tem seis algarismos significativos. O número 0,00122300 também possui seis algarismos significativos.
- Zeros à esquerda do ponto decimal não são significativos. Por exemplo, 303 possui três algarismos significativos, da mesma forma que 0,000000000303 também o tem.
- Todos os zeros em um número sem ponto decimal e à direita de um dígito diferente de zero não são significativos. 1300 possui apenas dois algarismos significativos.

É natural você estar se perguntando: quantos algarismos são significativos quando eu faço uma medição? Para responder a essa pergunta, use a seguinte regra de ouro: o último algarismo significativo em qualquer medição ou resultado deve ser da mesma ordem de magnitude, ou seja, estar na mesma posição decimal, da incerteza daquele resultado. Considere os exemplos:

$10,78 \pm 0,03$ está correto, porém $10,784709 \pm 0,03$ não está correto

5 ± 2 está correto, porém $5,0 \pm 2$ não está.

$25,2 \pm 0,5$ está correto, porém $25,2 \pm 0,468$ não está.

Ao fazer os cálculos use sempre mais dígitos do que os algarismos significativos, então somente no final apresente os resultados usando os algarismos significativos apropriados. Isso evita que você faça arredondamentos indevidos.

5. 2 Determinando erros de dados experimentais

Geralmente os experimentos que realizamos em um laboratório estão sujeitos a algum tipo de erro, isto é, nunca será possível medir alguma grandeza física de forma exata. Existem geralmente dois tipos de erros em medições feitas em laboratório. O primeiro tipo de erro que devemos levar em consideração é o erro estatístico ou aleatório devido às flutuações naturais de certos tipos de fenômenos. Por exemplo, podemos medir a qualidade de lâmpadas considerando o tempo que elas levam para queimar. Uma boa variável seria o tempo de vida médio, que chamaremos de \bar{t} . Poderíamos verificar as variações no tempo de vida médio de um grupo de lâmpadas em relação a outro grupo devido a flutuações aleatórias entre as lâmpadas. Esse seria o erro aleatório. O segundo tipo de erro é o erro sistemático, que é aquele que tende a deslocar as medições para uma única direção. Por exemplo, considere que as lâmpadas testadas tenham sido deixadas na chuva, ou tenham sido todas fabricadas em uma sexta-feira à tarde, ou ainda que os testes tenham ocorrido durante o período de inverno rigoroso, ou seja, as condições que as amostras das lâmpadas testadas passaram, foram sistematicamente diferentes do que o lote todo.

Suponha que você tenha medido o tempo de vida t para um conjunto de N lâmpadas. O tempo de vida médio, \bar{t} , será dado por:

$$\bar{t} = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + \dots + t_n}{N}$$

Há várias maneiras de estimar o erro do tempo de vida médio dessas lâmpadas. **LEIA O MANUAL DA SUA CALCULADORA E APRENDA A USAR AS FUNÇÕES DA MODALIDADE ESTATÍSTICA. ISSO VAI TE AJUDAR A ECONOMIZAR TEMPO!**

- O desvio máximo é dado por:

$$\Delta t_{\max} = \frac{1}{2}(t_{\max} - t_{\min})$$

- O desvio médio é dado por:

$$\Delta t_{\text{med}} = \frac{|t_1 - \bar{t}| + |t_2 - \bar{t}| + \dots + |t_N - \bar{t}|}{N}$$

- O desvio padrão é dado por:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(t_1 - \bar{t})^2 + (t_2 - \bar{t})^2 + \dots + (t_N - \bar{t})^2}{N - 1}}$$

Todas as três equações acima são válidas para medir o erro, mas a convenção é usar σ . O desvio padrão é a medida da amplitude da variação dos valores de dados estatísticos em relação a média aritmética. Caso você tenha uma série de medições, t_1, t_2, \dots, t_N e calcular \bar{t} e



σ então:

- O erro estatístico aleatório de cada medição será σ , ou seja $t_1 \pm \sigma$, $t_2 \pm \sigma$, etc.
- O desvio padrão Δt do valor médio, \bar{t} , é σ/\sqrt{N} .

E como devemos proceder no caso de quisermos estimar os erros sistemáticos? A resposta é que não há um única resposta correta para determinar os efeitos que levam seus resultados a desviar da realidade. Uma receita grosseira é:

- Varie tudo o que você acha que pode afetar o resultado das medições.
- Verifique os efeitos dessas variações, e a ocorrência de erros sistemáticos.
- Calcule o desvio padrão dessas medições.

Considerando o exemplo do experimento para determinar a qualidade das lâmpadas:

- Os resultados são iguais quando os testes são feitos fora ou dentro do laboratório?
- Os resultados feitos no inverno são iguais aos feitos no verão?
- Os resultados feitos em alta umidade são os mesmos que aqueles feitos em baixa umidade?
- Faça os testes sobre todas essas condições e tome o desvio padrão como erro sistemático (se o efeito for observado).

5.3 Propagação de Erros

Suponha que você tenha medido duas quantidades e queira combiná-las para obter um resultado. Essas quantidades podem ser por exemplo o comprimento $A = (27,9 \pm 0,1)$ cm e a largura $B = (21,6 \pm 0,1)$ cm de uma folha de papel. Desta maneira a medida total será dada por:

$$f = A + B$$

$$f = (27,9 \pm 0,1) \text{ cm} + (21,6 \pm 0,1) \text{ cm}$$

$$f = (49,5 \pm 0,1 \pm 0,1) \text{ cm}$$

Então como podemos relacionar Δf com ΔA e ΔB ? Será que $\Delta f = \Delta A + \Delta B$?

Fazendo desta forma no exemplo acima teremos $\Delta f = 0,2$ cm. Esse é certamente um critério razoável.

Se os erros ΔA e ΔB são resultantes de uma imprecisão instrumental (ou seja metade da menor divisão do seu instrumento de medida) o erro Δf será o resultado da soma dos erros individuais ΔA e ΔB , dessa forma o erro Δf será sempre maior que os erros nas medições individuais. Na tabela abaixo são apresentados os critérios para propagação de erros instrumentais em operações aritméticas simples.

Tabela 1 Propagação de erros instrumentais em medidas indiretas (sem repetições)

Função	Erro Absoluto	Erro Relativo
$f = A + B$	$\Delta f = \Delta A + \Delta B$	$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta A + \Delta B}{A + B}$
$f = A - B$	$\Delta f = \Delta A + \Delta B$	$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta A + \Delta B}{A - B}$
$f = A \cdot B$	$\Delta f = B \Delta A + A \Delta B$	$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B}$
$f = A/B$	$\Delta f = \frac{\Delta A}{B} + A \frac{\Delta B}{B^2}$	$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B}$
$\Delta f(A, B) = \left \frac{\partial f}{\partial A} \right \Delta A + \left \frac{\partial f}{\partial B} \right \Delta B$		

Para diminuir a imprecisão nas medições indiretas é necessário realizar N repetições da mesma medida, e aplicar os princípios da média estatística introduzidos na seção 5.2. A melhor estimativa para o erro da média é dada pela adição dos erros em quadratura, isto é:

$$(\Delta f)^2 = (\Delta A)^2 + (\Delta B)^2$$

Este resultado geral é obtido a partir do seguinte tratamento matemático: se temos uma função f tal que ela seja função de duas variáveis A e B , ou seja, $f(A, B)$, então Δf é dada por:

$$[\Delta f(A, B)]^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial A} \right)^2 (\Delta A)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial B} \right)^2 (\Delta B)^2$$

Assumimos aqui que A e B não estão correlacionadas, ou seja foram medidas independentemente. Caso tenham sido medidas de maneira dependente essa expressão deve ser modificada. Podemos aplicar a forma geral para vários tipos de resultados combinados, como por exemplo adição, multiplicação, etc... Essa fórmulas são dadas a seguir.

Tabela 2 - Propagação de erros aleatórios em N repetições.

função	Desvio padrão da média	função	Desvio padrão da média
$f(A, B) = A \pm B$	$(\sigma_f)^2 = (\sigma_A)^2 + (\sigma_B)^2$	$f(A, B) = A^n$	$\frac{\sigma_f}{f} = \frac{n \sigma_A}{A}$
$f(A, B) = A \times B$	$\left(\frac{\sigma_f}{f} \right)^2 = \left(\frac{\sigma_A}{A} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_B}{B} \right)^2$	$f(A, B) = \ln(A)$	$\sigma_f = \frac{\sigma_A}{A}$
$f(A, B) = A/B$	$\left(\frac{\sigma_f}{f} \right)^2 = \left(\frac{\sigma_A}{A} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_B}{B} \right)^2$	$f(A, B) = e^A$	$\frac{\sigma_f}{f} = \sigma_A$

Exemplo 1 – Vamos agora determinar o erro do nosso experimento que investigou a qualidade de um lote de lâmpadas que tiveram diferentes condições de uso. O parâmetro escolhido foi o tempo que as lâmpadas levaram para “queimar”. A Tabela 3 mostra os resultados obtidos.

Tabela 3 – Tempo de vida de lâmpadas que sofreram condições diferentes de uso.

Medida	Tempo de vida (h)	Condições de uso
1	2012	Alta umidade
2	2396	Alta umidade
3	1920	Alta umidade
4	2242	Baixa umidade
5	1810	Baixa umidade
6	2101	Baixa umidade
7	2085	Fora de casa

Tendo esses resultados tabelados, a primeira coisa a fazer é determinarmos o valor médio do tempo de vida:

$$\bar{t} = (2012 + 2396 + 1920 + 2242 + 1810 + 2101 + 2085) / 7 = 2080,857$$

O segundo passo é determinarmos o desvio padrão, σ . Fazer isso manualmente usando a fórmula dada acima pode ser cansativo, principalmente se tivermos muitos dados. Por isso é fundamental termos em mãos uma calculadora científica e fazermos uso da modalidade estatística da mesma. Há funções específicas que nos fornecem o valor médio e os desvios padrões. Em algumas calculadoras podem ser encontradas duas teclas para o desvio padrão: σ_n e σ_{n-1} . Devemos usar σ_n quando se tomam os dados de todos os elementos do universo de dados. Esta “ponderação n” (ou universo de dados) do desvio padrão é calculada de acordo com a seguinte equação:

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{(t_1 - \bar{t})^2 + (t_2 - \bar{t})^2 + \dots + (t_N - \bar{t})^2}{N}}$$

Esta última equação seria útil se tivéssemos determinado o tempo de vida médio de **todas** as lâmpadas produzidas (por exemplo 1000 lâmpadas), porém medimos o tempo de vida de apenas sete lâmpadas, e temos portanto uma amostragem do universo de dados (das 1000 lâmpadas), nesse caso devemos calcular o desvio padrão usando a “ponderação n-1”, ou seja:

$$\sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{(t_1 - \bar{t})^2 + (t_2 - \bar{t})^2 + \dots + (t_N - \bar{t})^2}{N - 1}}$$

Voltando a nossa tabela de dados, e fazendo os cálculos vamos obter o valor de $\sigma_{n-1}=195,65$ e o erro do experimento é dado por $\Delta t=(\sigma_{n-1}/\sqrt{N})=73,951$. Podemos verificar que os dados da tabela não apresentam nenhum erro de efeito sistemático, já que os valores apresentam um comportamento similar. Desta forma podemos assumir que o erro total é apenas estatístico. Portanto temos que o tempo de vida médio das lâmpadas será dado por:

$$\bar{t} = (2080,857 \pm 73,951) \text{ h}$$

Todavia esse não é ainda o resultado final. Vejamos porque: primeiro o erro está em torno de 70 horas, logo não faz sentido considerarmos as casas decimais depois da vírgula, ou seja, podemos arredondar o primeiro termo para 2081 e o segundo termo para 74. Porém, o erro está na dezena, e não na unidade, já que a última casa em 2081, ou seja, 1 já está dentro do erro. Por isso como 1 e 4 são menores que cinco podemos arredondar para zero. Consequentemente a nossa resposta final é:

$$\bar{t} = (2080 \pm 70) \text{ h}$$

Exemplo 2 – Vamos agora considerar que realizamos um experimento e determinamos que a distância que um carro percorreu foi de $d=(122 \pm 5) \text{ m}$ no intervalo de $t=(1,02 \pm 0,04) \text{ s}$. Qual é a velocidade do carro? Como podemos perceber, temos o erro da distância e do tempo, e isso deve ser levado em consideração para determinarmos o erro da velocidade. Como a velocidade do carro é $v = d/t$, ou seja 119,608 m/s, então podemos usar a equação da Tabela 1, $f(A, B) = A/B$, para determinarmos o erro da velocidade dada por:

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta t}{t} \quad \text{ou} \quad \Delta v = v \left[\frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta t}{t} \right]$$

$$\Delta v = 119,608 (0,0410 + 0,0392) = 9,592$$

Logo a velocidade será dada por $v = (119,608 \pm 9,592) \text{ m/s}$. Aqui mais uma vez podemos verificar que os algarismos depois da vírgula não fazem sentido já que o erro está na primeira casa antes da vírgula, ou seja, podemos arredondar os valores, então a velocidade final, levando em consideração os erros da distância percorrida e do tempo será dada por:

$$v = (120 \pm 10) \text{ m/s}$$

5.4 Roteiro para obter um bom gráfico

Os gráficos são uma das principais maneiras de se apresentar e analisar dados em ciência e tecnologia. Devem ser claros e conter um título, eixos, escalas, unidades e barras de erros. A lista abaixo é útil para o iniciante não esquecer alguns quesitos necessários para que o gráfico possa ser bem interpretado, trazendo todas as informações concernentes ao experimento.

- Escolha a área do papel com o tamanho adequado.
- Em geral a relação de aspecto (altura/largura) deve ser menor do que 1, pois o gráfico será de mais fácil leitura.
- Desenhe os eixos claramente: a variável dependente deve estar sempre no eixo vertical (y) e a variável independente no eixo horizontal (x).
- Marque nos eixos as escalas, escolhendo divisões que resultem em fácil leitura de valores intermediários (por exemplo, divida de 2 em 2, e não de 7,7 em 7,7).
- Marque abaixo do eixo horizontal e ao lado do eixo vertical o nome da variável ali representada e, entre parênteses, as unidades usadas.
- Marque cada um dos pontos do gráfico cuidadosamente e claramente, escolhendo para isto um símbolo adequado e de tamanho facilmente visível (por exemplo, um círculo ou um quadradinho) com um pontinho no centro. Nunca marque os pontos apenas com um pontinho do lápis.
- Marque claramente as barras de erro em cada ponto. Se o erro for muito pequeno para aparecer na escala faça menção de tal fato na legenda da figura: "as barras de erro são muito pequenas para aparecer na figura".
- Se desejar, desenhe uma linha suave através dos pontos. Se os erros forem aleatórios, aproximadamente 1/3 das barras de erro poderão ficar fora da linha.
- Não esqueça de numerar e escrever uma legenda breve explicando de que se trata a figura e fornecendo a informação necessária para que o leitor entenda a figura. Todas as figuras são numeradas em seqüência. Esquemas, desenhos e gráficos são figuras.

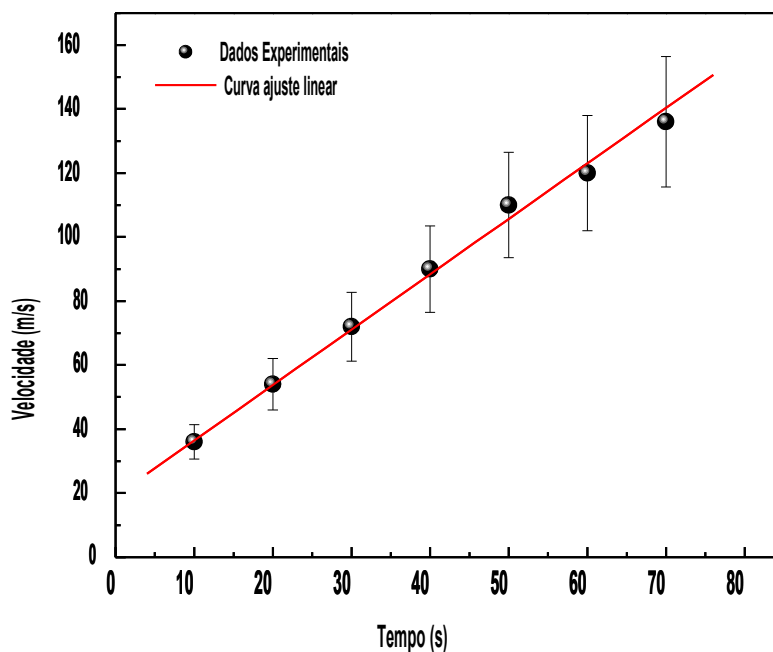


Fig. 1 – Gráfico da velocidade em função do tempo do movimento de uma partícula qualquer. Os pontos representam os dados experimentais e a linha reta representa o ajuste linear dos dados. O erro estimado nesse experimento foi de 15%.

Como mencionado, os gráficos são usados para mostrar a relação entre dados. Então, é necessário estarmos sempre atentos às informações que podemos obter dele, escolhendo para isso as escalas e as variáveis adequadas. Consideremos por exemplo o movimento de uma partícula percorrendo uma determinada distância em um determinado tempo. Podemos desenhar um gráfico $x(t)$, ou seja, o espaço percorrido versus o tempo transcorrido, se quisermos evidenciar a relação parabólica do movimento de uma partícula em queda livre ou ainda, um gráfico $x(t^2)$, isto é, o espaço percorrido versus o quadrado do tempo transcorrido, se o que desejamos determinar for a aceleração desta partícula. Na Fig. 1 apresentamos o exemplo de um gráfico que representa a velocidade em função do tempo de um determinada partícula.

Os dados podem ser colocados em um gráfico em escalas diferentes daquela mostrada na Fig. 1, como por exemplo, o gráfico log-log da Fig. 2A. Este tipo de gráfico permite analisar mais facilmente variáveis que tenham uma relação de potência entre si. Na verdade, quando se marcam os dados neste tipo de gráfico é como se estivéssemos aplicando a função logarítimo nos dados. As divisões da escala do gráfico não estão espaçadas em intervalos iguais, mas diminuem progressivamente até começarem a se repetir, como se pode observar na Fig. 2A. As escalas são divididas em potências de 10. Compare agora os mesmos dados representados na escala linear, Fig. 2B. Podemos observar que os dados abaixo de 2000 ms estão muito próximos, dificultando a visualização dos mesmos.

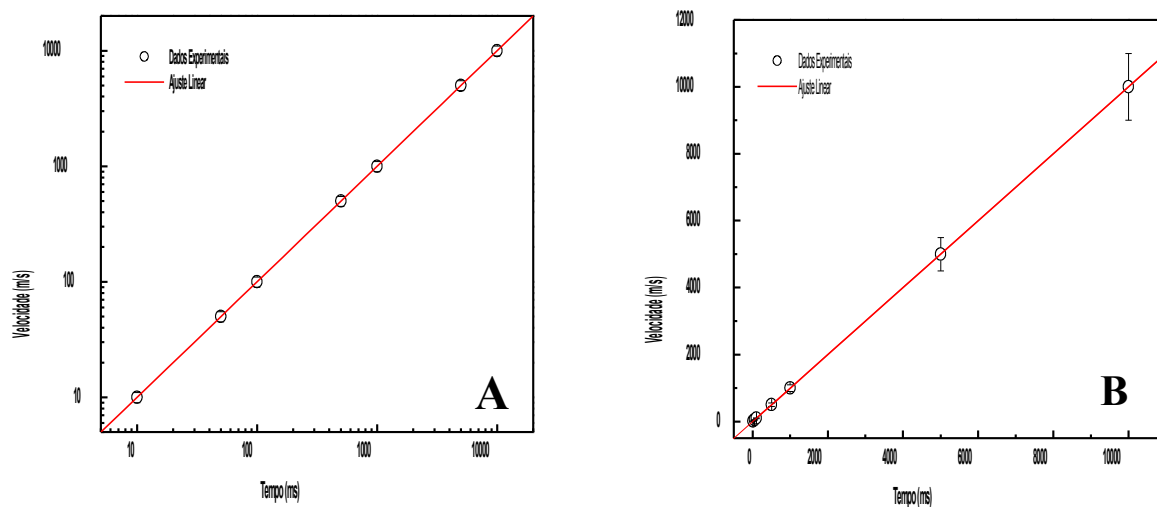


Fig. 2. A) Ilustração da velocidade em função do tempo usando a escala log-log. B) Ilustração da velocidade em função do tempo usando a escala linear.

5.5 Ajuste pelo Método dos Mínimos Quadrados

A idéia básica no processo de ajuste de uma função, a partir de um conjunto de dados experimentais $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)\}$, é de se obter a curva que melhor represente o conjunto de



pontos. Para isto é necessário minimizar as distâncias de cada ponto à curva. Portanto, este método se baseia em achar os valores de a e b (parâmetros a serem determinados) que minimizam a função e que representa a soma dos desvios quadráticos da relação linear ($y = f(x) = a + bx$).

$$f(a, b) = \sum_i^N (y_i - a - bx_i)^2 \quad (\text{onde } x_i \text{ e } y_i \text{ são valores conhecidos})$$

Para que este valor seja um mínimo, deriva-se $f(a, b)$ com relação a cada um dos parâmetros a e b , condicionando suas derivadas a serem iguais a zero.

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial a} = \sum_i^N \frac{\partial (a + bx_i - y_i)^2}{\partial a} = 0$$
$$\frac{\partial \chi^2}{\partial b} = \sum_i^N \frac{\partial (a + bx_i - y_i)^2}{\partial b} = 0$$

Através da resolução de um sistema de duas equações, determinamos os valores de a e b .

$$a = \frac{1}{\Delta} \left(\sum y_i \sum x_i^2 - \sum x_i y_i \sum x_i \right)$$
$$b = \frac{1}{\Delta} \left(N \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i \right)$$
$$\text{onde: } \Delta = \left(N \sum x_i^2 - \left(\sum x_i \right)^2 \right)$$

O método de ajuste, denominado de método dos mínimos quadrados é o caso de ajuste de funções simples. No entanto, na maioria dos casos, o tratamento matemático é complicado e métodos computacionais são necessários para obter este ajuste. Dados os valores :

Tabela 3 – Dados experimentais do deslocamento em função do tempo

$t(s)$	1,0	2,0	3,0	4,0
$x(m)$	0,9	1,8	3,2	4,1

$$x = x_0 + v t$$

Para calcularmos os valores de a e b temos que calcular os seguintes termos:

$$N = 4$$

$$\left(\sum t_i\right)^2 = 100 \text{ s}^2, \quad \sum x_i = 10 \text{ m}, \quad \sum t_i = 10 \text{ s},$$

$$\sum t_i^2 = 30 \text{ s}^2, \quad \sum t_i x_i = 30,5 \text{ m/s}$$

$$\Delta = 20, \quad a = -0,25 \text{ e } b = 1,1$$

Esses resultados são dados na Tabela 4 e representados graficamente na Fig. 3. Portanto esta é a reta que melhor se ajusta aos dados experimentais.

Tabela 4 – Dados obtidos através do método dos mínimos quadrados

t(s)	1,0	2,0	3,0	4,0
X(m)	0,85	1,95	3,05	4,15

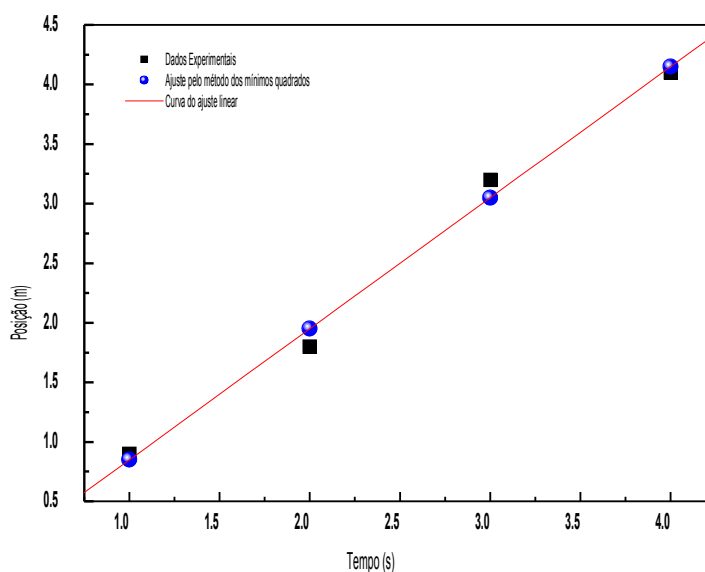


Fig. 3 – Exemplo do uso do método dos mínimos quadrados. Os quadrados representam os dados obtidos experimentalmente, as esferas representam os dados obtidos usando o ajuste dos mínimos quadrados e a linha reta representa o ajuste linear.

Ajuste linear para o caso $y = ax$

Agora pretendemos determinar a reta que melhor se ajusta aos dados experimentais e que simultaneamente passa pela origem. O problema é mais simples do que o visto anteriormente. A função que irá ser:



$$y = ax \quad \text{Então a condição será: } \chi^2(a) = \sum_i^N (ax_i - y_i)^2 = 0$$

Portanto:

$$a = \frac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2}$$

6. Conclusões

Nesta parte do relatório é feita uma breve discussão do experimento, descrevendo rapidamente o que foi feito para testar a teoria descrita e a pertinência ou não dessa montagem para se atingir o fim proposto. Deve-se indicar os resultados mais importantes e quais são as conclusões do experimento.

7. Referências Bibliográficas

O uso de referências bibliográficas é essencial em qualquer trabalho científico. A ordem de apresentação das referências a ser apresentada na seção **referências bibliográficas** deve ser a mesma da sequência que aparecer no texto. As referências podem ter uma ordenação alfabética, numérica, ou cronológica e sistemática (por assunto). O procedimento a ser adotado nos relatórios dos experimentos realizados nos laboratórios de Física (I, II e III) deve ser o numérico. A referência no texto deve ser dada sempre entre colchetes “[]”, de preferência no fim da frase. A primeira referência é sempre 1, sendo acrescido de mais um, a medida que for aparecendo novas referências. Como por exemplo:

*Se nenhuma força resultante for aplicada a um corpo, ele manterá sua velocidade constante em relação a um observador fixo à superfície da Terra [1]. Por outro lado, uma força centrípeta acelera um corpo através da mudança de direção da velocidade desse corpo sem que o módulo da sua velocidade mude [2]. Essas duas passagens estão relacionadas com as leis de Newton. Essas leis modelam o comportamento de corpos em movimento, e foram formuladas por Isaac Newton e publicadas em 1687, no seu trabalho de três volumes intitulado *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* [3].*

Como podemos perceber, embora essas três frases tenham sido retiradas de fontes diferentes, apresentam concatenação, ou seja, há uma ligação entre elas, fazendo com que a leitura flua suavemente, sem tirar a atenção do leitor.

Na seção de referências bibliográficas, as referências deve seguir a ordem de aparição no texto como a seguir.



Referências Bibliográficas

- [1] R. M. Eisberg e L. S. Lerner, Física Fundamentos e Aplicações, Vol. 1, 1982, pag. 142.
- [2] D. Halliday, R. Resnick e J. Walker, Fundamentals of Physics – Extended, 6ª ed., 2001, pag. 107.
- [3] http://pt.wikipedia.org/wiki/Leis_de_Newton

Se na sequência, ou em uma outra parte do texto mais adiante fosse necessário citar novamente a referência [2], bastaria apenas colocar no fim da sentença “[2]”. Essa referência pode aparecer entre duas novas referências, por exemplo: ... texto [19] ... texto [2] ... texto [20]. Ou ainda na seguinte forma [2, 19-23], o que indica que a frase anterior aparece na referência 2 e nas referências de 19 a 23. Não há portanto a necessidade de uma outra referência para um autor, artigo ou livro que já foi citado. No caso de referências da internet use o endereço completo de onde você extraiu a informação. Jamais use apenas referências somente da internet já que as “home pages” não são perenes, pois mudam sempre, ou até mesmo o sítio onde ela está hospedada pode ser fechado. Por isso sempre dê uma referência de livros textos. Só faça citação das referências que você tenha em mãos. Qualquer outra referência deve aparecer em uma outra seção chamada de “Referências Recomendadas”.

OBSERVAÇÕES

Todos os valores apresentados, tanto na parte teórica quanto na de apresentação de resultados devem ser seguidos pelas respectivas unidades, erro (no caso da 2ª parte) e de acordo com a notação científica. **Nenhuma medida deve ser apresentada sem unidades, erro ou sem estar de acordo com a notação científica.** Use sempre o **Sistema Internacional** de unidades.

O relatório deve estar, em todo o momento, conciso, claro e concatenado. É importante que não haja discrepância entre as seções e que haja uma ligação entre elas, não as tornando totalmente independentes.

Todas as tabelas e todos os gráficos devem apresentar as respectivas legendas; estas legendas devem vir acima no caso de tabelas e abaixo no de gráficos. No texto use sempre **Fig.** para figuras e **Tabela** para tabelas.

Essa é uma versão foi atualizada em 02/09/2009, queira por gentileza enviar sugestões, críticas e/ou correções que se façam necessárias para o e-mail jsampaio@uenf.br