SE $g(x)$ É DO TIPO:

$$\left\{\begin{array}{l} SEN(\alpha.x) \\ \text{OU} \\ COS(\alpha.x) \end{array}\right. \Rightarrow \begin{array}{l} \text{PALPITE} \\ \text{NATURAL} \end{array} \left\{\begin{array}{l} \Rightarrow \boxed{y_p = A.SEN(\alpha.x)}; \\ \Rightarrow \boxed{y_p = B.COS(\alpha.x)}. \end{array}\right.$$

MAS, DERIVADAS SUCESSIVAS DE $SEN(\alpha.x)$ E $COS(\alpha.x)$ PRODUZEM $SEN(\alpha.x)$ E $COS(\alpha.x)$.

ENTÃO, ADEQUADO PROCURAR SOLUÇÕES QUE INCLUAM AMBOS OS TERMOS:

$$\boxed{y_p = A\cos(\alpha.x) + B.SEN(\alpha.x)}$$

EX 2 - ENCONTRE UMA SOLUÇÃO PARTICULAR, y_p, PARA A EQ. $\boxed{y'' - y' + y = 2.SEN(3.x)}$. (1)

ASSUMINDO: $y_p = A.\cos(3x) + B.\operatorname{sen}(3x)$; (2)

$$y_p' = -3A\operatorname{sen}(3x) + 3B\cos(3x) \quad ; \quad (3)$$

$$y_p'' = -9A\cos(3x) - 9B\operatorname{sen}(3x) \quad ; \quad (4)$$

SUBSTITUINDO (2), (3), (4) EM (1):

$$-9.A.\cos(3x) - 9B\operatorname{sen}(3x) - \left[-3A\operatorname{sen}(3x) + 3B\cos(3x)\right] +$$
$$A\cos(3x) + B\operatorname{sen}(3x) = 2\operatorname{sen}(3x) \quad ; \quad (5)$$

$$\cos(3x).\left[-9A-3B+A\right]+\operatorname{sen}(3x).\left[-9B+3A+B\right]=2\operatorname{sen}(3x); \quad (6)$$

$$(-8A-3B).\cos(3x)+(3A-8B).\operatorname{sen}(3x)=2.\operatorname{sen}(3x); \quad (7)$$

ENTÃO:

$$\begin{cases}-8A-3B=0 & (\times 3)\\ 3A-8B=2 & (\times 8)\end{cases} \Rightarrow \begin{array}{r}-24A-9B=0\\ 24A-64B=16\\ \hline -73B=16;\end{array} +$$

$$\therefore \boxed{B=\frac{-16}{73}} \quad (8)$$

ASSIM: $-8A-3\left(\frac{-16}{73}\right)=0 \Rightarrow -8A=-\frac{3.16}{73}$,

$$A=\frac{3.\cancel{16}^{2}}{\cancel{8}.73}, \quad \therefore \boxed{A=\frac{6}{73}} \quad (9)$$

SUBSTITUINDO A E B EM (2):

$$\boxed{y_p=\frac{6}{73}.\cos(3x)-\frac{16}{73}\operatorname{sen}(3x)} \quad (10)$$

→ SOLUÇÃO PARTICULAR DA EQ. NÃO-HOMOGÊNEA

EQ. HOMOGÊNEA ASSOCIADA: $\boxed{y''-y'+y=0}$

SOLUÇÃO COMPLEMENTAR:

$$y_c=e^{\frac{x}{2}}\left[c_1\cos\left(\frac{\sqrt{3}.x}{2}\right)+c_2\operatorname{sen}\left(\frac{\sqrt{3}.x}{2}\right)\right].$$

10

EX 3 - SOLUÇÃO GERAL DE: $\boxed{y'' + 2y' - 8y = e^{3x}}$ (1)

SOL. GERAL $\Rightarrow$ $\boxed{y = y_c + y_p}$

$y_c \Rightarrow$ SOL. EQ. HOMOGÊNEA ASSOCIADA $\Rightarrow$ $\boxed{y'' + 2y' - 8y = 0}$ (2)

$\left\{ \begin{array}{l} \Delta = ? \\ m = ? \end{array} \right. \Rightarrow m^2 + 2m - 8 = 0$; (3)

$\Delta = 4 - 4.(-8) = 4 + 32$; $\therefore \Delta = 36$; (4)

$\Delta > 0 \Rightarrow \begin{array}{l} m_1 \\ m_2 \end{array} \Rightarrow (m+4).(m-2) = 0$; (5)

$m + 4 = 0 \Rightarrow m_1 = -4$,

ou (6)

$m - 2 = 0 \Rightarrow m_2 = 2$,

$\Delta > 0 \Rightarrow$ TEO. (I) $\Rightarrow$ $\boxed{y = C_1 . e^{2x} + C_2 e^{-4x}}$ (7)

$y_p \Rightarrow$ UMA SOL. PARTICULAR (DA NÃO-HOMOGÊNEA)

$g(x) = e^{3x} \Rightarrow$ $\boxed{y_p = A . e^{3x}}$; (8)

$\rightarrow$ (?)

$y'_p = 3A e^{3x}$; $y''_p = 9 A e^{3x}$; (9)

$\rightarrow$ SUBSTITUI NA EQ.

$9Ae^{3x} + 2(3Ae^{3x}) - 8(Ae^{3x}) = e^{3x}$, (10)

OBTER (A) $\Rightarrow$ EQ. (8)

$$(9A + 6A - 8A) \cdot e^{3x} = e^{3x} \quad ; \quad (11)$$

$$7A = \frac{e^{3x}}{e^{3x}} \Rightarrow 7 \cdot A = 1 \quad ; \quad (12)$$

$$\therefore \boxed{A = \frac{1}{7}} \quad (13) \Rightarrow \boxed{y_p = \frac{1}{7} e^{3x}} \quad (13)$$

ASSIM: $y = y_c + y_p$

$$\boxed{y = \underbrace{C_1 e^{2x} + C_2 e^{-4x}}_{y_c} + \underbrace{\frac{1}{7} e^{3x}}_{y_p}} \quad (14)$$

EX 4 - ENCONTRE UMA SOLUÇÃO PARTICULAR PARA

$$\boxed{y'' - 5y' + 4y = 8.e^{x}} \quad (1)$$

$$g(x) = 8.e^{x} \Rightarrow \boxed{y_p = A.e^{x}} \quad (2) \quad \text{(TENTATIVA)}$$

$$\boxed{y'_p = A.e^{x}} \quad (3) \longrightarrow \boxed{y''_p = A.e^{x}} \quad (4)$$

SUBSTITUINDO y_p, y'_p E y''_p NA EQ.:

$$A e^{x} - 5A.e^{x} + 4A.e^{x} = 8.e^{x};$$

$$(A - 5A + 4A).e^{x} = 8.e^{x};$$

$$(\underbrace{5A - 5A}_{0}) = 8 \Rightarrow \boxed{0 \stackrel{?}{=} 8}$$

<u>CONCLUSÃO</u>: ESCOLHA ERRADA PARA y_p.

$$\boxed{y_p = A.x.e^{x}} \quad (5) \quad \text{(OUTRA TENTATIVA)}$$

$$y'_p = A(e^{x} + x.e^{x}) \Rightarrow \boxed{y'_p = A(1+x).e^{x}} \quad (6)$$

$$y''_p = A(e^{x} + e^{x} + xe^{x}) \Rightarrow \boxed{y''_p = A(2+x).e^{x}} \quad (7)$$

(5), (6), (7) NA EQ. (1):

$$y'' - 5y' + 4y = 8.e^{x}$$

$A(2+x).e^{x} - 5A(1+x)e^{x} + 4Ax e^{x} = 8.e^{x}$; (8)

$2A + Ax - 5A - 5Ax + 4Ax = 8$; (9)

$(2A-5A) + (A-5A+4A).x = 8$; (10)

$-3A + 0.x = 8 \Longrightarrow -3A = 8$, $\therefore \boxed{A = -\frac{8}{3}}$

SUBSTITUI A EM (5): $y_p = A.x e^{x}$;

$\boxed{y_p = -\frac{8}{3} x . e^{x}}$ (11)

(11) É UMA SOLUÇÃO PARTICULAR DA EQ. (1).

OBS: $\boxed{y_c = c_1 . e^{x} + c_2 e^{4x}}$

$y = y_c + y_p$ → SOLUÇÃO GERAL.