Álgebra Linear
Profa. Elba Bravo
Semestre: 2022 - 1

<u>Lista de Exercícios 8</u>

1. Em cada parte, determine se **b** está no espaço coluna de *A* e, se estiver, expresse **b** como combinação linear dos vetores coluna de *A*.

(c) $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 9 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$; $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$

(e) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$; $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix}$

2. Em cada parte, encontre a forma vetorial da solução geral do sistema linear $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ dado e depois use o resultado obtido para encontrar a forma vetorial da solução geral de $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$.

(a) $$\begin{aligned} x_1 - 3x_2 &= 1 \\ 2x_1 - 6x_2 &= 2 \end{aligned}$$

(b) $$\begin{aligned} x_1 + x_2 + 2x_3 &= 5 \\ x_1 \phantom{{}+x_2} + x_3 &= -2 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 &= 3 \end{aligned}$$

(c) $$\begin{aligned} x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 &= -1 \\ 2x_1 - 4x_2 + 2x_3 + 4x_4 &= -2 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 &= 1 \\ 3x_1 - 6x_2 + 3x_3 + 6x_4 &= -3 \end{aligned}$$

3. Em cada parte, encontre uma base do espaço linha e uma base do espaço coluna da matriz.

(a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(d) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 5 \\ 0 & 1 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Respostas:

Exercício 1**.**

(c) $\begin{bmatrix} 1 \\ 9 \\ 1 \end{bmatrix} - 3\begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ (e) $\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix} = -26\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + 13\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} - 7\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} + 4\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$

Exercício 2.

(a) $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + t\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$; $t\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} -2 \\ 7 \\ 0 \end{bmatrix} + t\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$; $t\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + r\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + s\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + t\begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$; $r\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + s\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + t\begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

Exercício 3.

(a) $\mathbf{r}_1 = [\ 1 \quad 0 \quad 2\ ]$; $\mathbf{r}_2 = [\ 0 \quad 0 \quad 1\ ]$; $\mathbf{c}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$; $\mathbf{c}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

(b) $\mathbf{r}_1 = [\ 1 \quad -3 \quad 0 \quad 0\ ]$; $\mathbf{r}_2 = [\ 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0\ ]$; $\mathbf{c}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$; $\mathbf{c}_2 = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

(c) $\mathbf{r}_1 = [\ 1 \quad 2 \quad 4 \quad 5\ ]$; $\mathbf{r}_2 = [\ 0 \quad 1 \quad -3 \quad 0\ ]$; $\mathbf{r}_3 = [\ 0 \quad 0 \quad 1 \quad -3\ ]$;
$\mathbf{r}_4 = [\ 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1\ ]$; $\mathbf{c}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$; $\mathbf{c}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$; $\mathbf{c}_3 = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$; $\mathbf{c}_4 = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ -3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

(d) $\mathbf{r}_1 = [\ 1 \quad 2 \quad -1 \quad 5\ ]$; $\mathbf{r}_2 = [\ 0 \quad 1 \quad 4 \quad 3\ ]$; $\mathbf{r}_3 = [\ 0 \quad 0 \quad 1 \quad -7\ ]$;
$\mathbf{r}_4 = [\ 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1\ ]$; $\mathbf{c}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$; $\mathbf{c}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$; $\mathbf{c}_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$; $\mathbf{c}_4 = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ -7 \\ 1 \end{bmatrix}$

4. Em cada parte, encontre o posto e a nulidade da matriz; em seguida, verifique que os valores obtidos satisfazem a Fórmula do teorema da dimensão.

(a) $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & -4 & -4 \\ 7 & -6 & 2 \end{bmatrix}$ (b) $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 4 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(c) $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & 0 \\ -1 & 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}$

(d) $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 & 6 & 9 \\ 3 & -2 & 1 & 4 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & -2 & -1 \\ 2 & 3 & 5 & 7 & 8 \end{bmatrix}$

5. Em cada parte do Exercício 4, use os resultados obtidos para encontrar, sem resolver o sistema, o número de variáveis líderes e o número de parâmetros (variáveis livres) na solução de $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$.

Resposta
Exercício 5.

(a) 2; 1 **(b)** 1; 2 **(c)** 2; 2 **(d)** 2; 3