Univérsité Hassan II Casablanca

Ecole normale supérieure (ENS) Casablanca

Module : Structures de données en C (Info 4)

Année universitaire 2020/2021

Parcours 2éme année LEESM **Prof. Mohamed Lahby**

TD 7

Arbres binaires

Rappel

Définition de la structure arbre : un élément d'un arbre binaire, appelé un noeud, contient les informations que l'on souhaite manipuler, l'adresse du fils gauche et également l'adresse du fils droit.

On considère la déclaration suivante :

```
typedef struct noeud{
        int val;
        struct noeud* gauche;
        struct noeud* droit;
}arb;
typedef * arb BTree;
```

Exercice 1 : *"Mesures sur les arbres"*

Q1. Ecrire une fonction d'entête **int nb_sommets(Btree a)** qui renvoie le nombre de sommets d'un arbre binaire a ;

Q2. Ecrire une fonction d'entête **int Hauteur(Btree a)** qui renvoie la hauteur d'un arbre binaire a ;

Q3. Ecrire une fonction d'entête **int nb_feuilles(Btree a)** le nombre de feuilles d'un arbre binaire a ;

Q4. Ecrire une fonction d'entête **int profondeurs(Btree a)** qui renvoie la somme des profondeurs de chacun des noeuds de l'arbre a (la racine est à la profondeur 0, les fils de la racine sont à la profondeur 1, les fils de ces fils à la profondeur 2, etc.) ;

Exercice 2 : *"Parcours d'un arbre"*

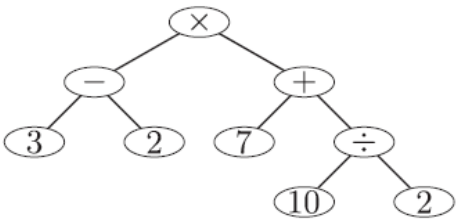
Q1. Ecrire une fonction d'entête **void PracoursPrefix(BTree bt)** qui affiche les éléments d'un arbre binaire bt selon un parcours prefixe.

Q2. Ecrire une fonction d'entête **void ParcoursInfix(BTree bt)** qui affiche les éléments d'un arbre binaire bt selon un parcours infixe.

Q2. Ecrire une fonction d'entête **void ParcoursPostfix(BTree bt)** qui affiche les éléments d'un arbre binaire bt selon un parcours postfixe.

Exercice 3 : *"Expressions arithmétiques"*

On considère les expressions arithmétiques sur les entiers n'utilisant que les opérateurs $+$, $-$, x et $\div$. Ces expressions peuvent être représentées par des arbres binaires dont les nœuds internes (noeuds non vides qui ne sont pas des feuilles) sont étiquetés par l'un des quatre opérateurs t andis que les feuilles sont étiquetées par des entiers.
Par exemple, l'expression arithmétique $(3-2)\text{x}(7+10\div 2)$ est représentée par l'arbre sur la figure suivante :



Remarque : Les opérateurs sont représentés par la chaîne de caractères qui leur correspond. Par exemple, si l'on veut tester si un noeud contient l'opérateur + on pourra écrire if n.valeur == '+'.

Q1. En utilisant les primitives de la structure Arbre vues en cours, ecrire une fonction d'entête **int Estvalide(BTree a)** qui teste si un arbre binaire a ne contenant que des entiers et des opérateurs représente bien une expression arithmétique valide (chaque noeud étiqueté par un opérateur doit avoir deux fils non vides et les entiers ne doivent apparaître que sur les feuilles de l'arbre).

Q3. Ecrire une fonction récursive d'entête **float eval(BTree a)** qui renvoie la valeur correspondant à l'expression arithmétique représentée par l'arbre a (par exemple, sur l'arbre illustré par la figure 1, la fonction eval doit renvoyer 12). On suppose ici que l'arbre représente une expression valide.

Exercice 4 : *"Dénombrement sur les arbres binaires"*

Dans cet exercice on notera n le nombre de nœuds d'un arbre binaire, f son nombre de feuilles et h sa hauteur. Tous les arbres considérés seront supposés non vides.

Q1. Quelle est la hauteur maximale d'un arbre à n noeuds ?

Q2. Quel est le nombre maximal de feuilles d'un arbre de hauteur h ?

Q3. Quel est le nombre maximal de nœuds d'un arbre de hauteur h ?

Q4. Montrez que le nombre de branches vides — nombre de fils gauches et de fils droits vides — d'un arbre à n noeuds est égale à n+1.

Exercice 5 : *"Autres fonctions"*

Q1. Ecrire une fonction d'entête **int Estcomplet(BTree a)** qui teste si un arbre binaire est complet, c'est-à-dire que tous les niveaux sont pleins (chaque sommet interne a 2 fils et les feuilles sont toutes à la même profondeur) ;

Q2. Ecrire une fonction d'entête **int Estparfait(BTree a)** qui teste si un arbre binaire est parfait, c'est-à-dire que tous les niveaux sont complètement remplis sauf éventuellement le dernier et dans ce cas les feuilles sont le plus à gauche possible.

Q3. Ecrire une fonction d'entête **int Estequilibre(BTree a)** qui teste si un arbre binaire est équilibré c'est-à-dire que la différence de hauteur entre 2 frères ne peut dépasser 1