

| |
|---|
| <p style="text-align: center;">Statystyka stosowana 2023/2024</p> |
|---|

Lista 6

1. Na podstawie informacji uzyskanych w 12 losowo wybranych stacjach meteorologicznych wyznaczono (w dniach) średnią długość okresu wegetacyjnego $\bar{X} = 231.33$ dnia oraz $S^2 = 31.44$ dnia. Zakładając, że rozkład badanej cechy jest normalny, zbuduj przedział ufności dla średniej i wariancji długości okresu wegetacyjnego. Przyjmij poziom ufności $\alpha = 0.05$.
2. Rozważmy problem estymacji średniej w z rozkładu normalnego przy znanej wariancji. Jak duża powinna być długość próby, aby długość przedziału ufności dla średniej była równa $1/3$ długości przedziału ufności przy próbie długości n ?
3. Niech X_1, \dots, X_n będzie próbą pochodzącą z rozkładu normalnego, dla którego średnia μ jest nieznana, natomiast wariancja σ^2 jest znana. Pokaż, że dla pewnego $u \in R, [-\infty, \bar{X} + u\sigma/\sqrt{n}]$ jest także przedziałem ufności dla μ przy poziomie ufności α . Znajdź u .
4. Wsymuluj próbę z rozkładu normalnego o długości n z parametrami $\mu = 2.1$ oraz $\sigma = 0.2$. Wyznacz przedział ufności dla μ przy współczynniku ufności $\alpha = 0.02$. Powtórz te procedurę 1000 razy i sprawdź ile razy teoretyczna wartość μ wpada w wyznaczony przedział ufności. Wyniki sprawdź dla $n = 20, 50$ oraz $n = 100$. Rozpatrz przypadki, gdy σ jest znana i nieznana.
5. Niech X_1, \dots, X_n, X_{n+1} będzie próbą prostą z rozkładu normalnego z nieznaną średnią μ oraz znaną wariancją σ^2 . Na podstawie próby X_1, \dots, X_n chcemy skonstruować przedział, zwany przedziałem predykcji, w którym przewidujemy wartość X_{n+1} z prawdopodobieństwem 0.95.
 - a) Jaki jest rozkład $X_{n+1} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$?
 - b) Wyznacz teoretyczny przedział ufności dla X_{n+1} wykorzystując punkt a).
 - c) Dla danych ze strony [www](#) wyznacz przedział predykcji zakładając, że $\sigma^2 = 20$.
6. Dla danych ze strony [www](#) wyznacz przedział ufności dla średniej oraz wariancji zakładając, że wektor obserwacji pochodzi z rozkładu normalnego. Przyjmij $\alpha = 0.05$.