বীজগাণিতিক রাশি: ডিজিটাল ব্লুপ্রিন্ট

৯ম-১০ম শ্রেণি উচ্চতর গণিত (অধ্যায় ২) —
পারফেক্ট পরীক্ষা-উপযোগী মাস্টারক্লাস

এক্সপার্ট হায়ার ম্যাথ ডায়াগনস্টিক নোটস

NotebookLM

রাশির এনাটমি: ব্লুপ্রিন্ট ডিকোড

পদ (Term):

রাশিটির একটি একক অংশ। (উদাহরণ: ৩টি পদ থাকলে এটি ত্রিপদী বা Trinomial).

$$3x^2 + 5y - 7$$

চলক (Variable):

যার মান পরিবর্তনশীল।

ধ্রুবক (Constant):

নির্দিষ্ট মান বিশিষ্ট সংখ্যা।

বীজগণিতিক রাশি (Algebraic Expression) =

সংখ্যা, চলক এবং ধ্রুবকের একটি সুনির্দিষ্ট কাঠামো।

NotebookLM

বহুপদী (Polynomial): মূল কাঠামো

শর্ত: চলকের ঘাত অবশ্যই অঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা হতে হবে!

$$P(x) = 5x^3 - 2x^2 + 4x - 1$$

$$5x^{\boxed{3}}$$

মাত্রা (Degree) = সর্বোচ্চ ঘাত।
(এখানে মাত্রা ৩)

$$\boxed{5}x^3$$

মুখ্য সহগ (Leading Coefficient) =
সর্বোচ্চ ঘাতের পদের সহগ। (এখানে মুখ্য সহগ ৫)

NotebookLM

প্যাটার্ন ১: সমমাত্রিক রাশি (Homogeneous Expression)

যে রাশির প্রতিটি পদের মাত্রা সমান থাকে।

মাত্রা: ২ | ১ + ১ = ২ | মাত্রা: ২

$$x^2 + 2xy + y^2$$

যেহেতু সব পদের মাত্রা ২, তাই এটি একটি সমমাত্রিক রাশি।

NotebookLM

প্যাটার্ন ২: প্রতিসম রাশি (Symmetric Expression)

চলকগুলোর স্থান বিনিময় করলেও রাশির মান অপরিবর্তিত থাকে।

Swap Test

x ও y স্থান বিনিময়

$$[\,x + y + z\,] \longleftrightarrow [\,y + x + z\,]$$

$$x + y + z = y + x + z$$

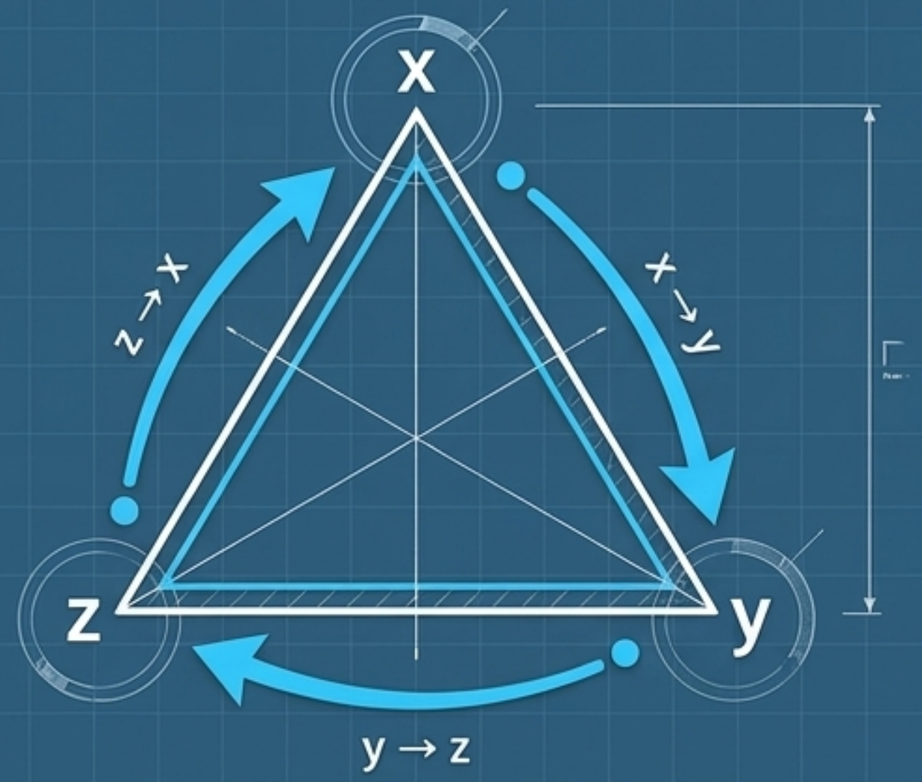
ক্লাসিক উদাহরণ

$x^2 + y^2 + z^2$ এবং $xy + yz + zx$

NotebookLM

প্যাটার্ন ৩: চক্রক্রমিক রাশি (Cyclic Expression)

চলকগুলোকে চক্রাকারে ঘুরালে রাশি একই থাকে।



$$x^2 + y^2 + z^2 + 3xyz$$

রোটেশন

$$y^2 + z^2 + x^2 + 3yzx$$

রাশিটি অপরিবর্তিত!

x এর স্থলে y, y এর স্থলে z, এবং z এর স্থলে x বসাতে হবে।

PRO-TIP

প্রো-টিপ: ভেন ডায়াগ্রামের মতো মনে মনে চলকগুলো ঘুরিয়ে চেক করো!

NotebookLM

ডায়াগনস্টিক ম্যাট্রিক্স: প্যাটার্ন শনাক্তকরণ

রাশির ধরন	মূল শর্ত (Visual Trigger)	ক্লাসিক উদাহরণ
সমমাত্রিক (Homogeneous)	প্রতিটি পদের মাত্রা সমান হতে হবে	$x^2 + 2xy + y^2$
প্রতিসম (Symmetric)	যেকোনো দুটি চলক (যেমন $x \leftrightarrow y$) অদলবদল করলে অপরিবর্তিত	$x^2 + y^2 + z^2$
চক্রক্রমিক (Cyclic)	$x \to y \to z \to x$ চক্রাকারে ঘুরালে অপরিবর্তিত	$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$

⚠ সাধারণ ভুল: সব প্রতিসম রাশি চক্রক্রমিক, কিন্তু সব চক্রক্রমিক রাশি প্রতিসম নয়! চক্রক্রমিক না হয়েও চক্রক্রমিক ভেবে ভুল করা যাবে না।

NotebookLM

টুলকিট: গুরুত্বপূর্ণ অভেদ (Master Identities)

উৎপাদকে বিশ্লেষণ এবং মান নির্ণয়ের সুপার-ওয়েপন।

ফাউন্ডেশন

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

কিউবস

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$
$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

বস ফাইট ফর্মুলা

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$$

NotebookLM

উৎপাদকে বিশ্লেষণ (Factorization): ডিসিশন ট্রি

সাধারণ উৎপাদক আছে কি? → থাকলে: কমন নাও।

না থাকলে → পদগুলো কি রি-অ্যারেঞ্জ করা যায়? → যোগ-বিয়োগ করে গ্রুপিং করো।

না থাকলে → এটি কি পরিচিত সূত্রের কাঠামো? → বিশেষ অভেদ ব্যবহার করো।

উচ্চ মাত্রার বহুপদী বা চক্রক্রমিক রাশি? → Remainder Theorem বা চক্রক্রমিক/প্রতিসম কৌশল প্রয়োগ করো।

NotebookLM

সিক্রেট হ্যাক: চক্রক্রমিক রাশির উৎপাদক

সমস্যা

যখন উচ্চ মাত্রার বহুপদী উৎপাদকে বিশ্লেষণ করতে হবে, তখন আগে চেক করো এটি চক্রক্রমিক কি না!

সমাধান

যদি চক্রক্রমিক হয়, তবে $x = -y - z$ বসিয়ে চেক করো রাশিটির মান শূন্য (০) হয় কি না।

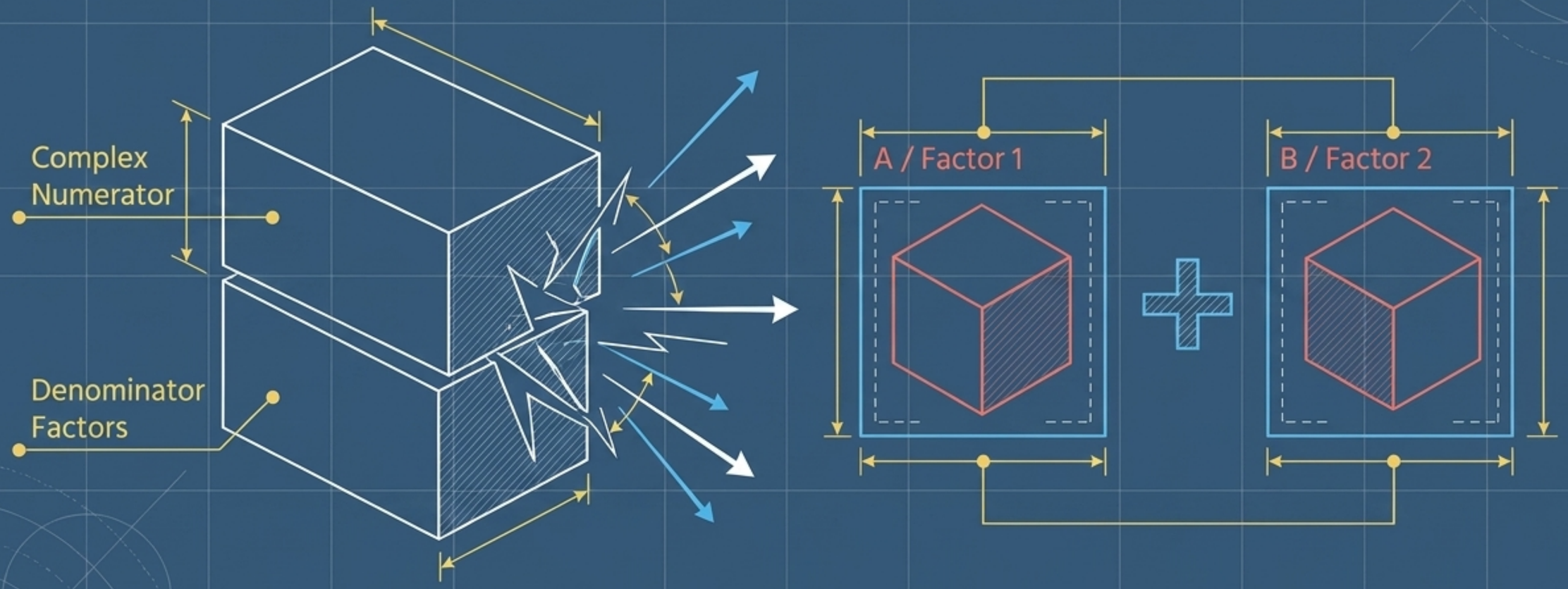
শূন্য হলে, Factor Theorem অনুযায়ী $(x + y + z)$ হবে রাশিটির একটি নিশ্চিত উৎপাদক!

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x + y + z)(\ldots)$$

NotebookLM

আংশিক ভগ্নাংশ (Partial Fraction): ডিকনস্ট্রাকশন

একটি জটিল যৌক্তিক ভগ্নাংশকে ভেঙে একাধিক সরল ভগ্নাংশের যোগফল হিসেবে প্রকাশ করা।



উদ্দেশ্য: Denominator বা হর-কে টুকরো টুকরো করে আলাদা করা, যাতে সমীকরণ সমাধান সহজ হয়।

NotebookLM

আংশিক ভগ্নাংশ: সেটআপ ম্যাট্রিক্স (CQ-এর জন্য Must Memorize)

হর-এর অবস্থা (Denominator Condition)	সেটআপ কাঠামো (Setup Format)
সরল রৈখিক (Linear): সরল উৎপাদক থাকলে	$\frac{A}{(x-a)}$
পুনরাবৃত্তি (Repeated): পুনরাবৃত্তি রৈখিক উৎপাদক থাকলে	$\frac{A}{(x-a)} + \frac{B}{(x-a)^2} + \dots$
দ্বিঘাত (Quadratic): দ্বিঘাত উৎপাদক (যা ভাঙা যায় না)	$\frac{(Ax + B)}{(x^2 + px + q)}$

A, B, C হলো সহগ যা আমাদের নির্ণয় করতে হবে!

NotebookLM

ডেঞ্জার জোন: ফ্র্যাকশন ডিগ্রি ট্র্যাপ

সাধারণ ভুল:
আংশিক ভগ্নাংশে সহগ ভুল সেট করা এবং ডিগ্রির হিসাব না করা।

সবসময় নিশ্চিত করো:
Denominator-এর ডিগ্রি > Numerator-এর ডিগ্রি
(প্রকৃত ভগ্নাংশ)

যদি লবের মাত্রা হরের মাত্রার সমান বা বড় হয়, তবে প্রথমে ভাগ করে প্রকৃত ভগ্নাংশে রূপান্তর করতে হবে!

NotebookLM

আংশিক ভগ্নাংশ সমাধানের মাস্টার অ্যালগরিদম

01

সরলীকরণ (Simplify)

প্রথমে ভগ্নাংশটিকে প্রকৃত ভগ্নাংশ হিসেবে নিশ্চিত করো।

02

বিশ্লেষণ (Factorize)

Denominator (হর)-কে সম্পূর্ণরূপে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো।

03

সেটআপ (Setup)

ম্যাট্রিক্সের নিয়ম অনুযায়ী A, B, C ধরে সমীকরণ তৈরি করো।

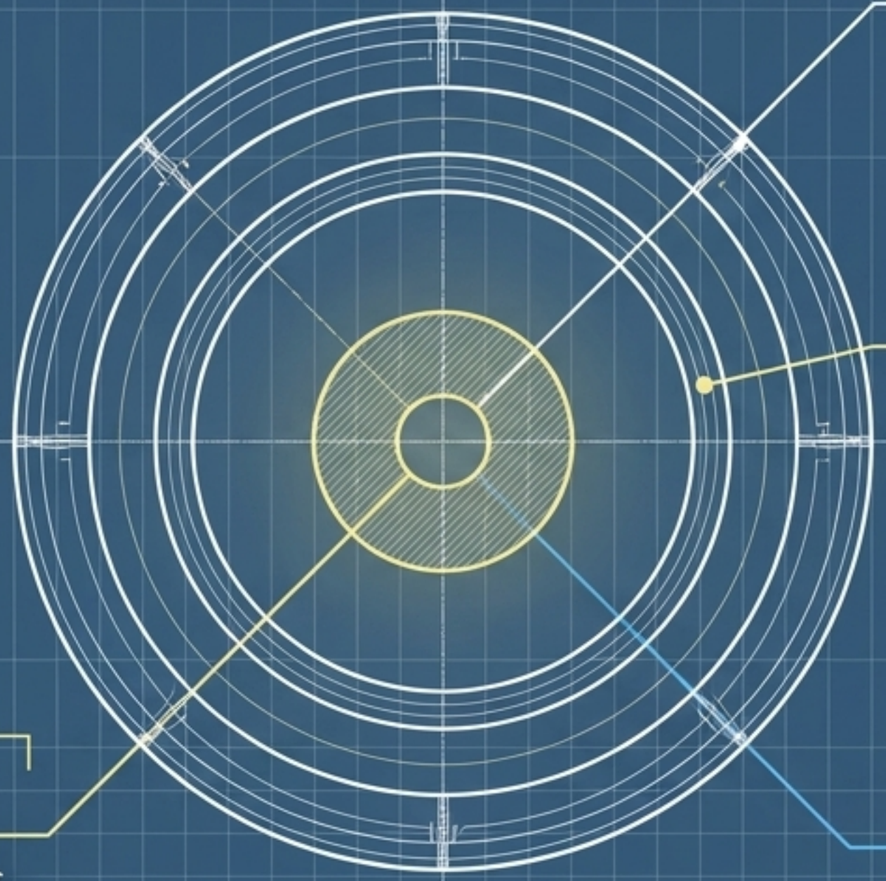
04

মান নির্ণয় (Solve)

সমীকরণে সুবিধাজনক মান বসিয়ে বা সহগ সমীকৃত করে A, B, C এর মান নির্ণয় করো।

NotebookLM

বোর্ড এক্সাম ফোকাস (ঢাকা, রাজশাহী, চট্টগ্রাম বোর্ড)



MCQ Focus:
- মাত্রা ও মুখ্য সহগ নির্ণয়
- $a^4 + b^4 + c^4 + d^4$ এর বিশ্লেষণ

CQ Priority 2:
- প্রতিসম ও চক্রক্রমিক রাশি শনাক্তকরণ
- অভেদ প্রয়োগ করে মান নির্ণয়

CQ Priority 1:
- আংশিক ভগ্নাংশে সহগ নির্ণয়
- উচ্চ মাত্রার বহুপদী উৎপাদকে বিশ্লেষণ

MCQ Focus:
- মাত্রা ও মুখ্য সহগ নির্ণয়
- $a^4 + b^4 + c^4 + d^4$ এর বিশ্লেষণ

NotebookLM

ফাইনাল চেকপয়েন্ট ও মিশন ব্রিফিং

- বহুপদী, মাত্রা ও মুখ্য সহগের ধারণা পরিষ্কার?
- সমমাত্রিক, প্রতিসম এবং চক্রক্রমিক রাশির পার্থক্য বুঝতে পেরেছো?
- উৎপাদকে বিশ্লেষণের সবগুলো কৌশল ও অভেদ মুখস্থ?
- আংশিক ভগ্নাংশের প্রতিটি সেটআপ নিয়ম জানা আছে?

"এই অধ্যায়টি বীজগণিতের ফাউন্ডেশন! এটি ভালোভাবে শিখলে জ্যামিতি এবং পরবর্তী অধ্যায়গুলো অনেক সহজ হয়ে যাবে।"

ডেইলি টার্গেট: প্রতিদিন অন্তত ৮-১০টি সমস্যা সমাধান করো। অনুশীলনী ২.১ থেকে ২.৫ ভালোভাবে শেষ করো।

NotebookLM