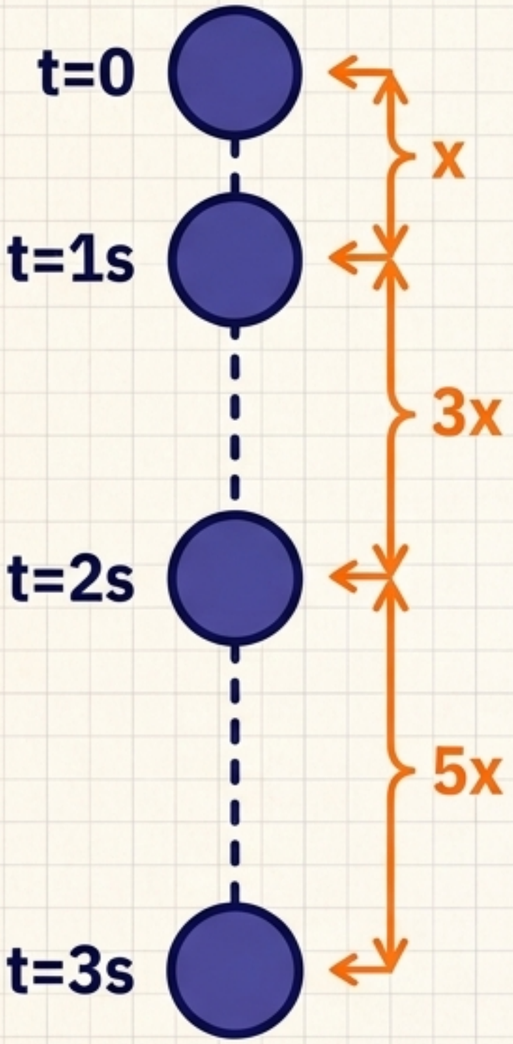
Admission & Board Exam Ready

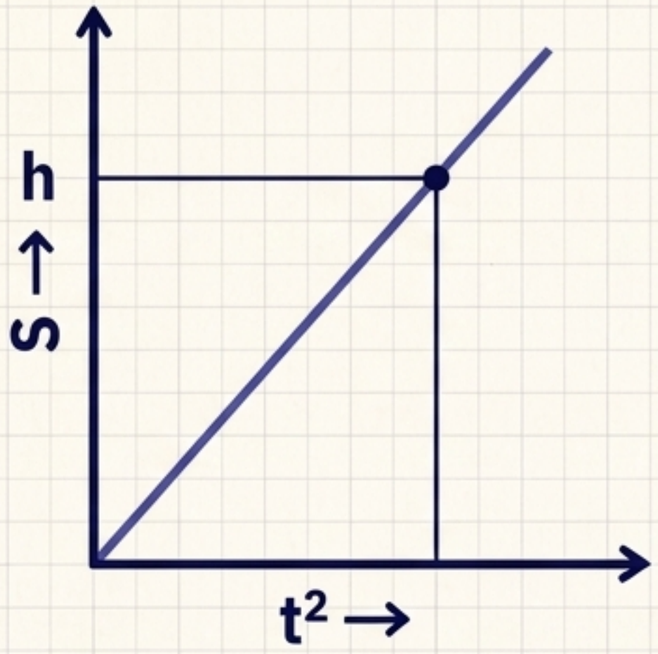
মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ

HSC Physics 1st Paper: The Complete One-Shot Blueprint

NotebookLM

গ্যালিলিওর পড়ন্ত বস্তুর সূত্র ও 1:3:5 শর্টকাট





স্থির অবস্থান ও বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তুর বেগ: $v \propto t$

অতিক্রান্ত দূরত্ব: $h \propto t^2$

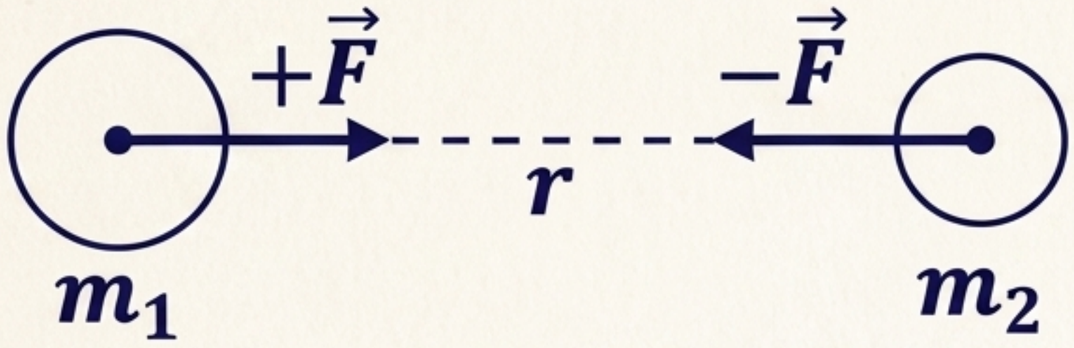
The Admission Hack

স্থির অবস্থা থেকে **সমত্বরণে** চললে বা পড়লে, সমান সময়ের ব্যবধানে দূরত্বের অনুপাত হবে **1 : 3 : 5 : 7 ...**

Example: প্রথম সেকেন্ডে **x** দূরত্ব অতিক্রম করলে, ঠিক পরের সেকেন্ডে যাবে **3x** এবং তৃতীয় সেকেন্ডে যাবে **5x** দূরত্ব। (এমসিকিউ সমাধানের ব্রহ্মাস্ত্র!)

NotebookLM

নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র ও মহাকর্ষীয় ধ্রুবক (G)



$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

মান ও প্রকৃতি

$6.67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N\ m^2\ kg^{-2}}$

এটি একটি সর্বজনীন স্কেলার রাশি। এটি মাধ্যমের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে না।

মাত্রা (VVI for MCQ)

$$[M^{-1}L^{3}T^{-2}]$$

(Derived via $G = \frac{Fr^2}{m_1 m_2}$)

Vector Form

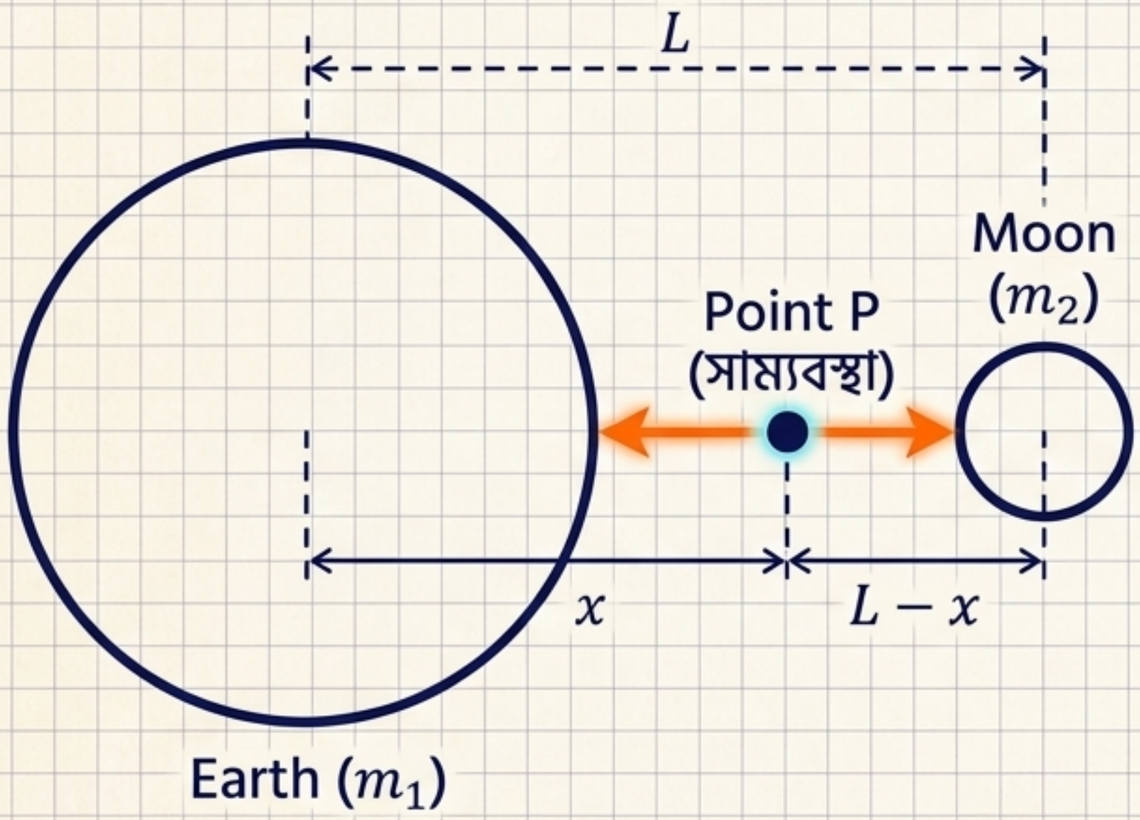
$$\vec{F} = -G\frac{m_1 m_2}{r^3}\vec{r}$$

ঋণাত্মক চিহ্ন: বল সর্বদা অবস্থান ভেক্টরের বিপরীত দিকে ক্রিয়া করে।

NotebookLM

মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য (E) ও সাম্যবস্থা (Null Point)

প্রাবল্য $E = \frac{F}{m} = \frac{GM}{r^2}$ (একক ভরের উপর ক্রিয়াশীল বল)। একক: $\mathrm{N\ kg^{-1}}$ বা $\mathrm{m\ s^{-2}}$।



The Null Point Shortcut Algorithm

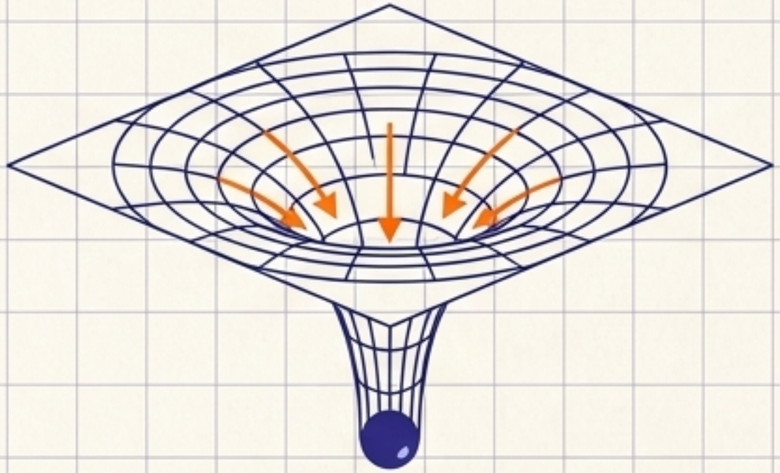
দুটি বস্তু (m_1, m_2) পরস্পর থেকে L দূরত্বে থাকলে, নিট বল শূন্য বা সাম্যবস্থা অর্জনের শর্ত:

m_1 থেকে x দূরত্বে সাম্যবস্থা হলে সমীকরণ: $\boxed{\frac{\sqrt{m_1}}{x} = \frac{\sqrt{m_2}}{L - x}}$

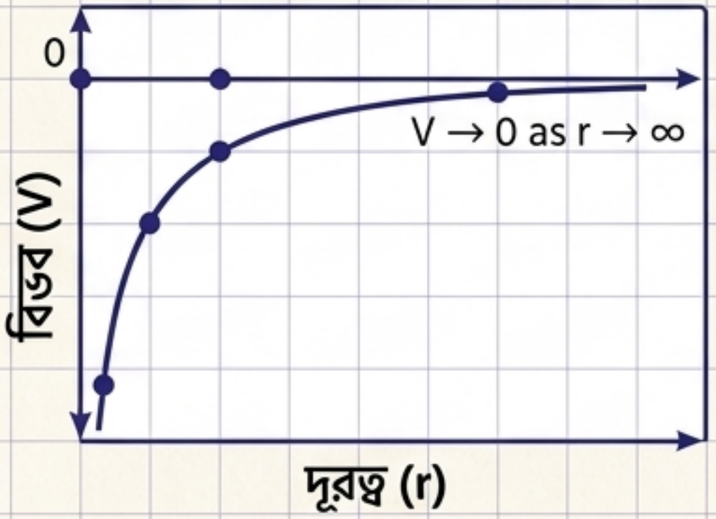
Pro-Tip: ক্যালকুলেটরে সরাসরি এই সমীকরণ বসিয়ে x এর মান বের করা যায়, ভর্তি পরীক্ষায় সময় বাঁচাবে!

NotebookLM

মহাকর্ষীয় বিভব (V) ও বিভব শক্তি (U)



মহাকর্ষীয় বিভব বনাম দূরত্ব



বিভব (Potential)

$$V = -\frac{GM}{r}$$

(অসীম থেকে একক ভর আনতে কৃতকাজ)

বিভব শক্তি (Potential Energy)

$$U = V \times m = -\frac{GMm}{r}$$

(বস্তুর ভর m হলে মোট বিভব শক্তি)

Why Negative? (ঋণাত্মক কেন?)

মহাকর্ষ বল সর্বদা আকর্ষণধর্মী। অসীমে বিভবের মান সর্বোচ্চ (0)। বস্তু কাছে এলে শক্তি বিকিরণ করে, তাই বিভব ও শক্তি উভয়েই ঋণাত্মক হয়।

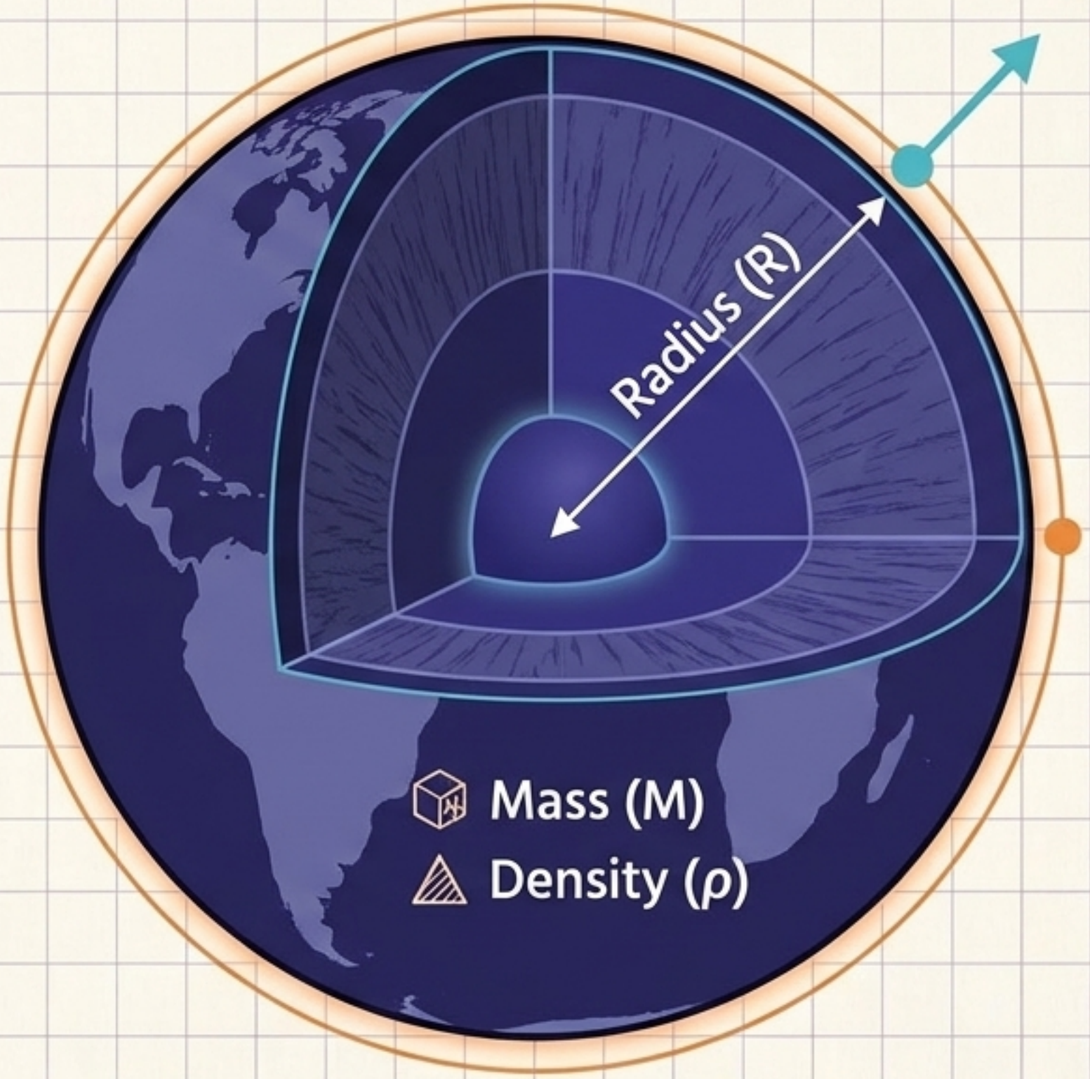
NotebookLM

Diagnostic Matrix: G বনাম g

	G	g
নাম	মহাকর্ষীয় ধ্রুবক (Universal Constant)	অভিকর্ষজ ত্বরণ (Acceleration Due to Gravity)
প্রকৃতি	স্কেলার রাশি (Scalar)	ভেক্টর রাশি (Vector)
নির্ভরশীলতা	স্থান বা মাধ্যমের ওপর নির্ভর করে না	স্থান, উচ্চতা, পৃথিবীর আকার ও গতির ওপর নির্ভরশীল
মাত্রা	$[M^{-1}L^{3}T^{-2}]$	$[LT^{-2}]$
মান	6.67×10^{-11} (সর্বত্র ধ্রুবক)	$9.8\ \mathrm{m/s^2}$ (আদর্শ মান, ভূ-পৃষ্ঠে)

NotebookLM

পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণ (g) ও ঘনত্ব (ρ)



$$W = \vec{F} \rightarrow mg = \frac{GMm}{R^2}$$

ভরের সাহায্যে (Using Mass)

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

ঘনত্বের সাহায্যে (Using Density)

$$g = \frac{4}{3}\pi\rho GR$$

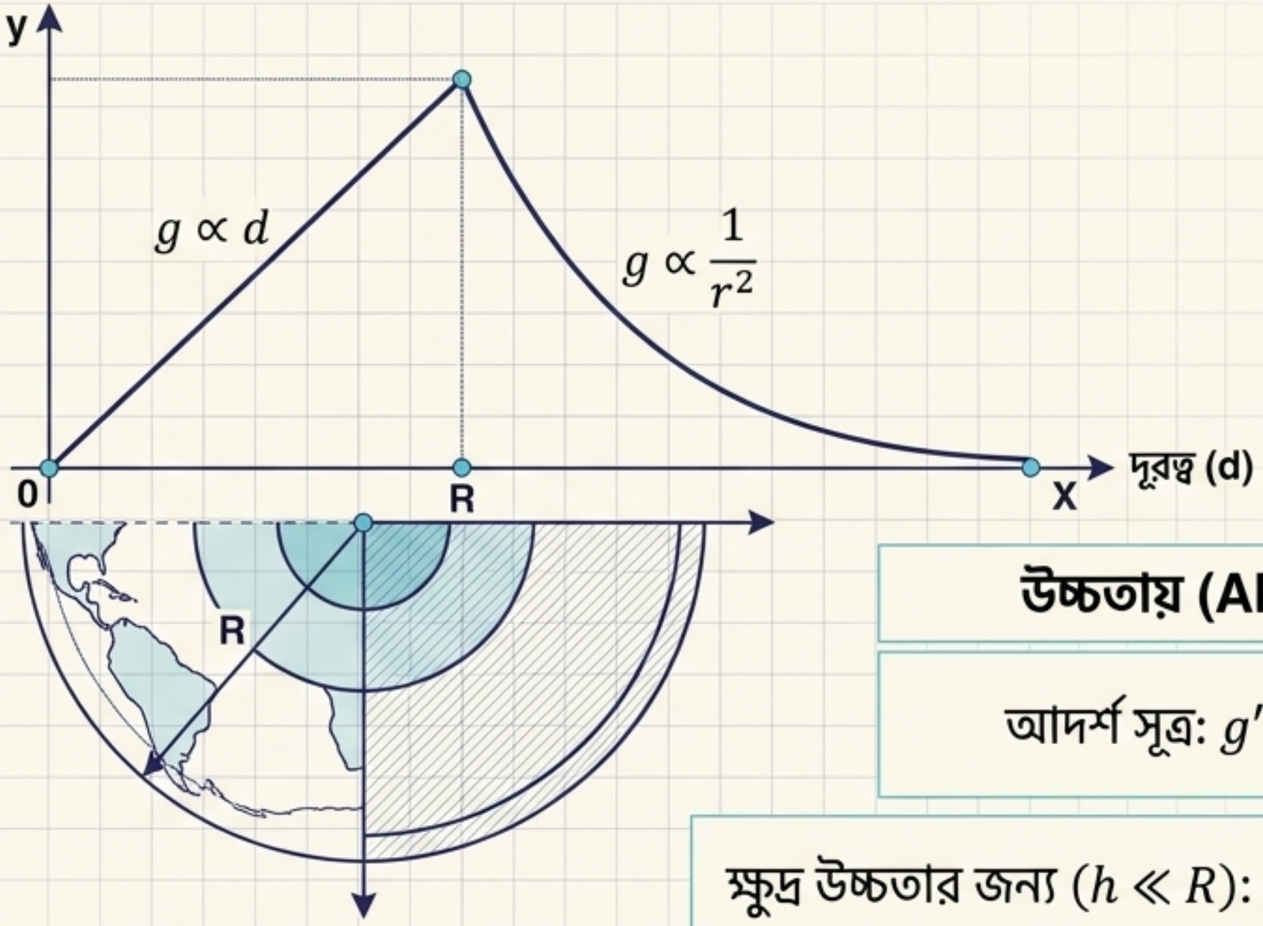
(যেহেতু $M = \frac{4}{3}\pi R^3\rho$)

Application

এই সূত্র ব্যবহার করে পৃথিবীর ভর ($M \approx 6 \times 10^{24}$ kg) এবং গড় ঘনত্ব ($\rho \approx 5.5 \times 10^3$ kg/m^3) নির্ণয় করা যায়।

NotebookLM

g-এর পরিবর্তন: উচ্চতা ও গভীরতা



গভীরতায় (Depth - h)

$$g' = g\left(1 - \frac{h}{R}\right)$$

পৃথিবীর কেন্দ্রে (h=R), $g = 0$।

সম্পর্ক: $g' \propto d$ (কেন্দ্র থেকে দূরত্বের সমানুপাতিক)।

উচ্চতায় (Altitude - h)

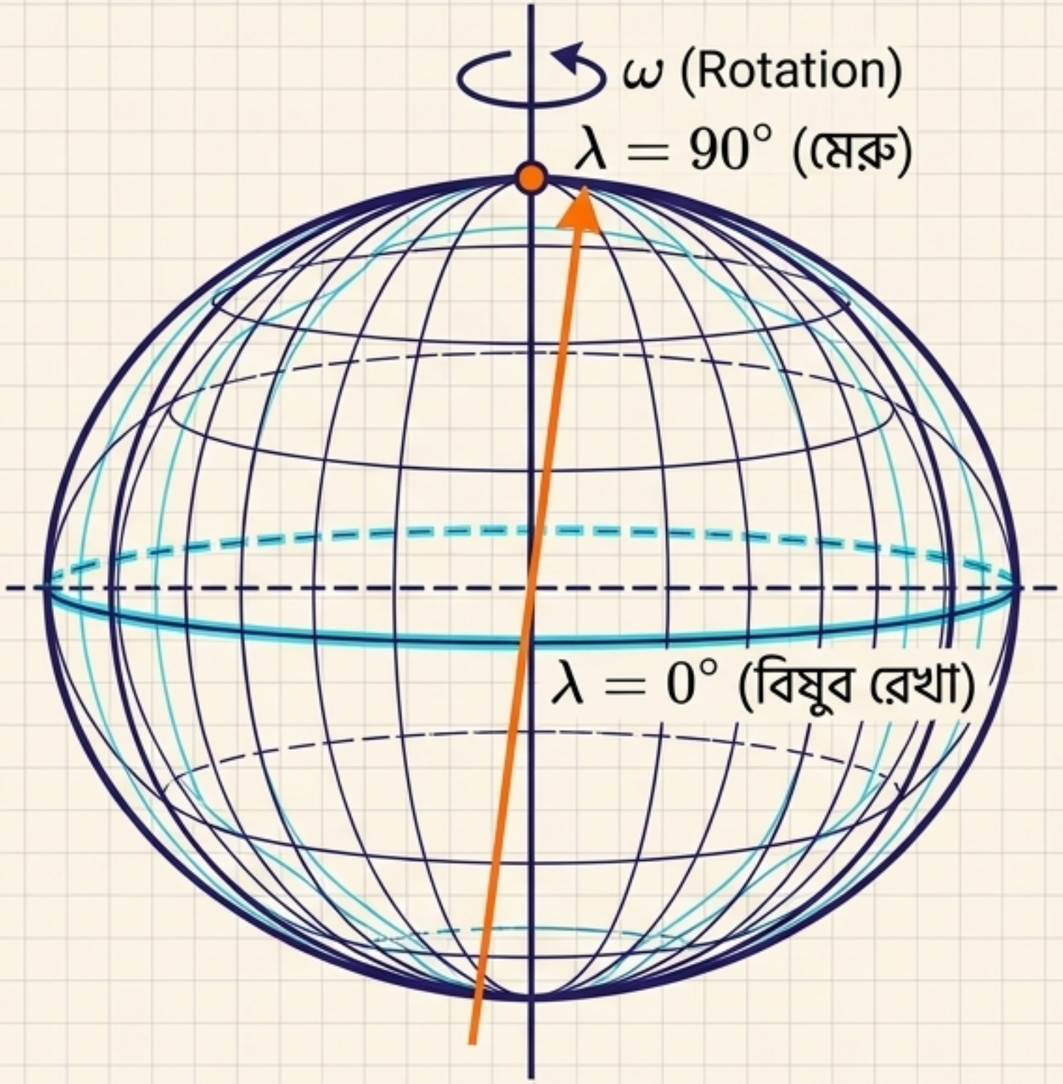
আদর্শ সূত্র: $g' = g\left(\frac{R}{R+h}\right)^2$

ক্ষুদ্র উচ্চতার জন্য ($h \ll R$): $g' = g\left(1 - \frac{2h}{R}\right)$

সম্পর্ক: $g' \propto \frac{1}{(R+h)^2}$ (দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক)।

NotebookLM

g-এর পরিবর্তন: আকৃতি ও আহ্নিক গতি



আকৃতির প্রভাব (Shape Effect)

- মেরু অঞ্চলে ব্যাসার্ধ (R) কম, তাই g সর্বোচ্চ $(9.832\ \mathrm{m/s^2})$।
- বিষুবীয় অঞ্চলে ব্যাসার্ধ বেশি, তাই g সর্বনিম্ন $(9.78\ \mathrm{m/s^2})$।

আহ্নিক গতির প্রভাব (Rotation Effect)

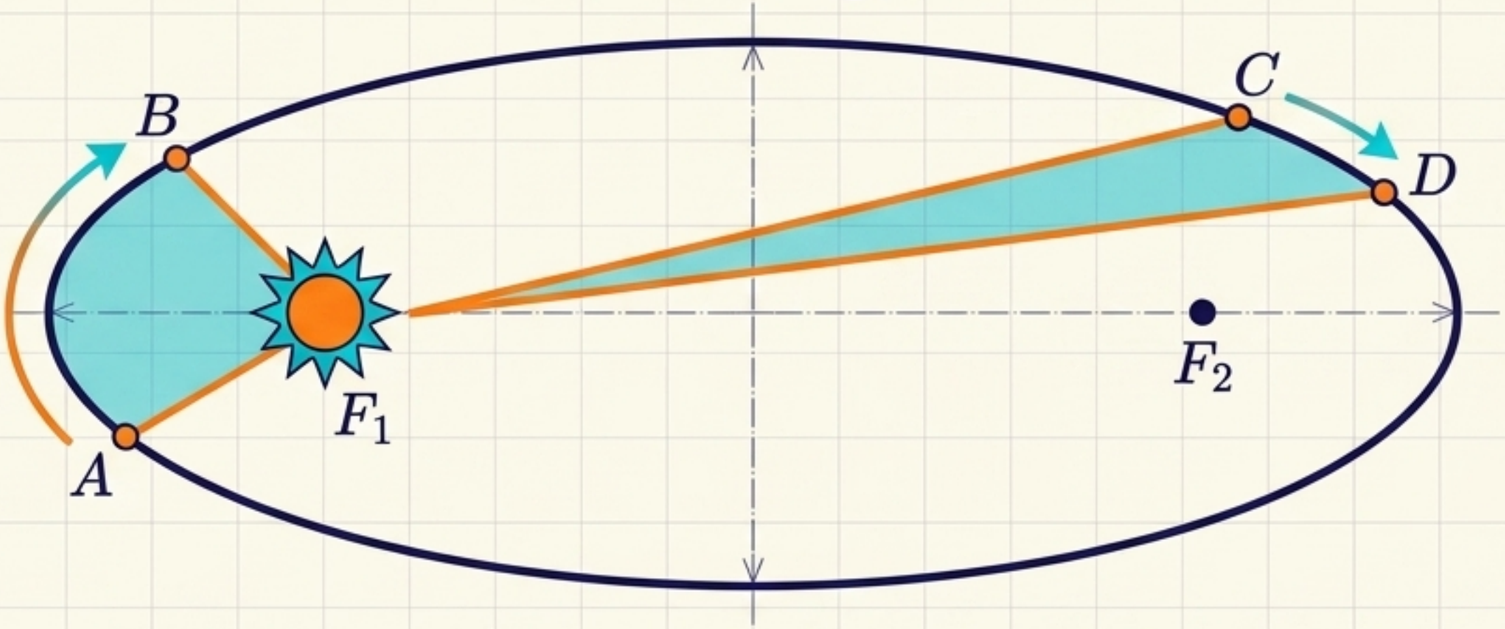
$$g' = g - \omega^2 R \cos^2 \lambda$$

(যেখানে λ = অক্ষাংশ)

Insight: পৃথিবীর ঘূর্ণনের কারণে কেন্দ্রাতিগ বল (Centrifugal force) তৈরি হয় যা বস্তুর ওজনকে কমিয়ে দেয়। বিষুব রেখায় এই হ্রাস সর্বোচ্চ, মেরুতে শূন্য।

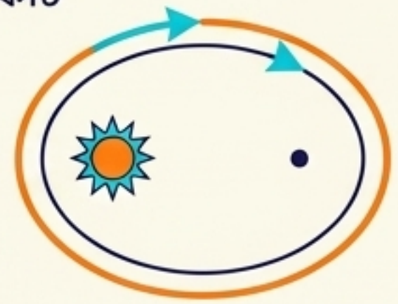
NotebookLM

কেপলারের গ্রহীয় গতির সূত্র (Kepler's Laws)



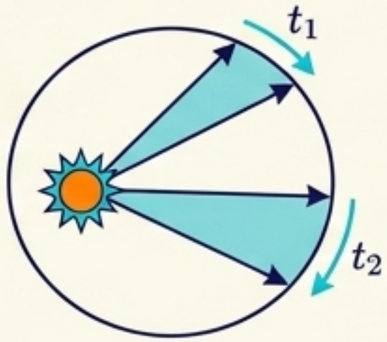
১. কক্ষের সূত্র (Law of Orbits)

প্রতিটি গ্রহ সূর্যকে একটি ফোকাসে রেখে উপবৃত্তাকার (Elliptical) পথে ঘোরে।



২. ক্ষেত্রফলের সূত্র (Law of Areas)

গ্রহ ও সূর্যের সংযোজক সরলরেখা সমান সময়ে সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে। (Areal velocity remains constant).

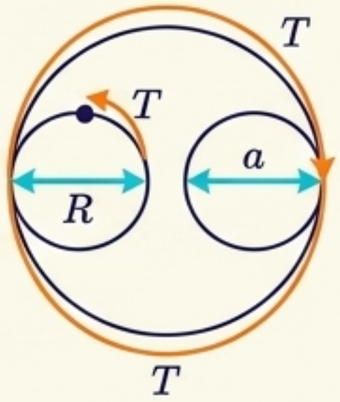


৩. আবর্তনকালের সূত্র (Law of Periods)

$$T^2 \propto R^3$$

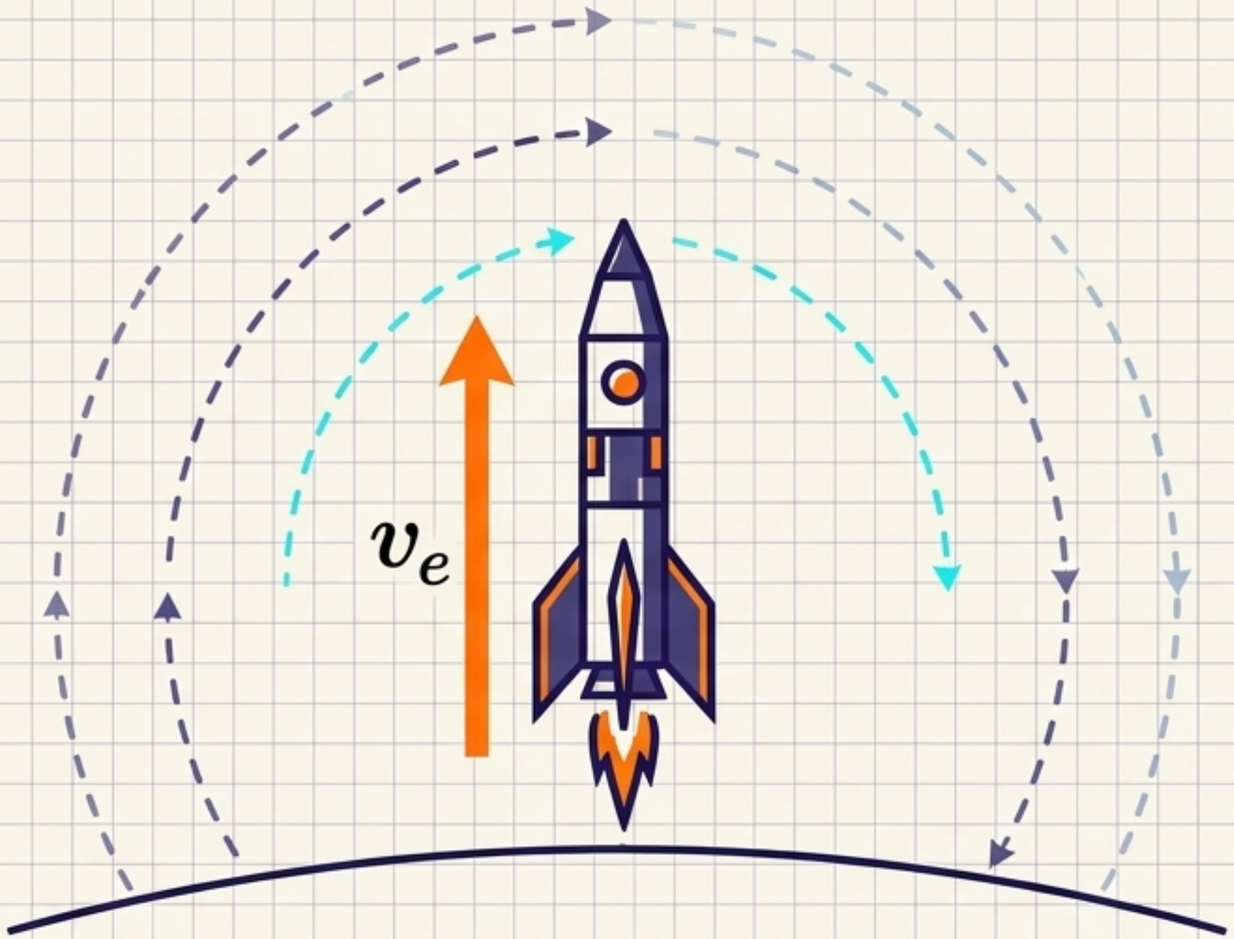
(বা a^3, যেখানে a হলো অর্ধ-পরাক্ষ / semi-major axis)।

ম্যাধের জন্য: $\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{R_1^3}{R_2^3}$



NotebookLM

মুক্তিবেগ (Escape Velocity - v_e)



সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না।

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

↓ যেহেতু $GM = gR^2$

$$v_e = \sqrt{2gR}$$

↓

$$v_e = \sqrt{\frac{8\pi\rho G R^2}{3}}$$

পৃথিবীর পৃষ্ঠে $v_e \approx 11.2$ km/s।
মুক্তিবেগ বস্তুর ভরের (m) বা নিক্ষেপণ কোণের ওপর নির্ভর করে না, কেবল গ্রহের ভর ও ব্যাসার্ধের ওপর নির্ভর করে।

NotebookLM

কৃত্রিম উপগ্রহ ও প্রদক্ষিণ বেগ (Artificial Satellites)

প্রদক্ষিণ বেগ (Orbital Velocity)

$$v_o = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

পর্যায়কাল (Time Period)

$$T = \frac{2\pi(R+h)}{v_o} = 2\pi\sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}$$

উচ্চতা (Height)

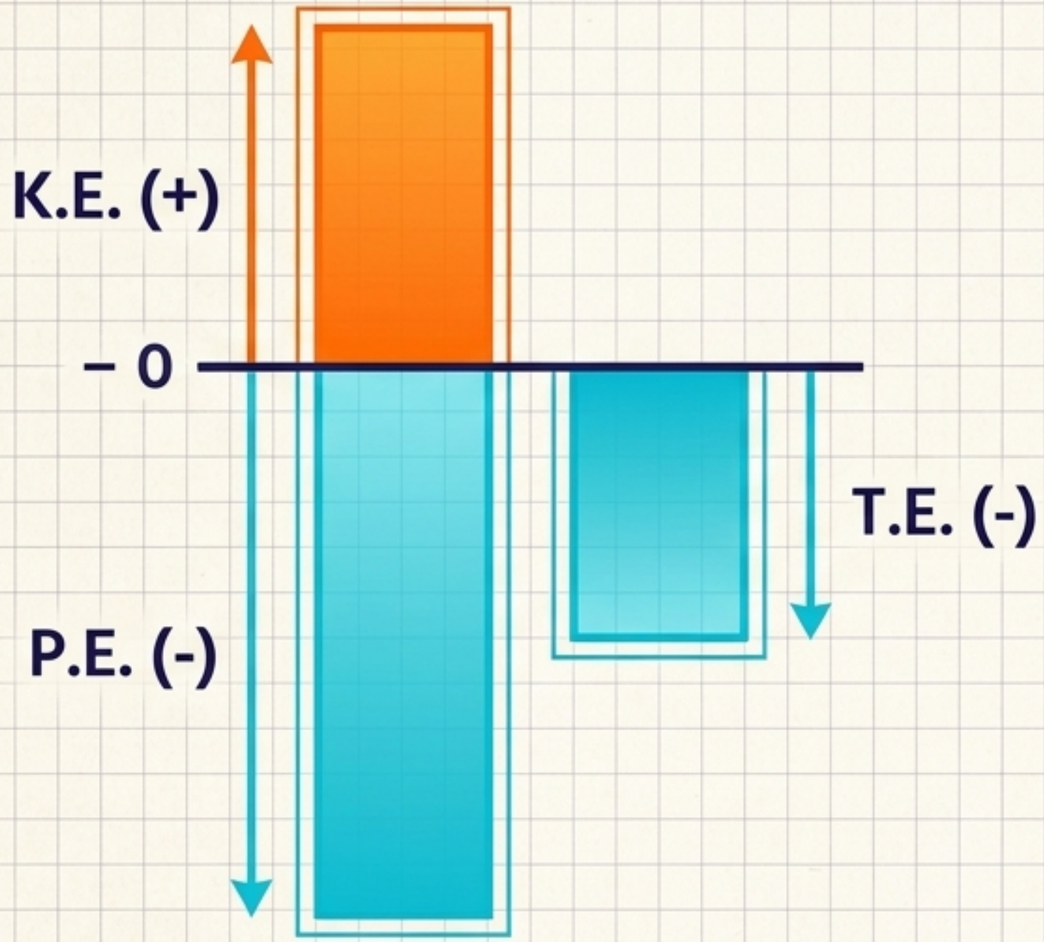
$$h = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} - R$$

ভূ-স্থির উপগ্রহ (Geo-stationary Satellite)

- যে উপগ্রহের পর্যায়কাল পৃথিবীর আহ্নিক গতির সমান (T = 24 hr)।
- উচ্চতা h ≈ 36,000 km।

NotebookLM

উপগ্রহের শক্তি কাঠামো (Energy Dynamics)



গতিশক্তি (K.E.): $+\frac{GMm}{2(R+h)}$

বিভব শক্তি (P.E.): $-\frac{GMm}{(R+h)}$

মোট শক্তি (T.E.): $-\frac{GMm}{2(R+h)}$

(ঋণাত্মক চিহ্নের অর্থ: উপগ্রহটি পৃথিবীর আকর্ষণে আবদ্ধ / Bound system)।

The Golden Ratio

$$T.E. = -K.E. = \frac{P.E.}{2}$$

বন্ধন শক্তি (Binding Energy): $+\frac{GMm}{2(R+h)}$ (যে পরিমাণ শক্তি দিলে মোট শক্তি শূন্য হবে এবং উপগ্রহটি অসীমে চলে যাবে)।

NotebookLM

The Cosmic Blueprint: Master Formula Map

Zone 1: বল ও প্রাবল্য

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$E = \frac{GM}{r^2}$$

Zone 2: g-এর সমীকরণ

Surface: $g = \frac{GM}{R^2}$

Height: $g' = g\left(1 - \frac{2h}{R}\right)$

Depth: $g' = g\left(1 - \frac{h}{R}\right)$

Rotation: $g' = g - \omega^2 R \cos^2 \lambda$

Zone 3: বেগ ও উপগ্রহ

$$v_e = \sqrt{2gR}$$

$$v_o = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

$$T^2 \propto R^3$$

Zone 4: বিভব ও শক্তি

$$V = -\frac{GM}{r}$$

$$T.E. = -\frac{GMm}{2r}$$

NotebookLM

Blueprint Activated.

গ্যালিলিওর পড়ন্ত বস্তু থেকে শুরু করে কৃত্রিম উপগ্রহের প্রদক্ষিণ—
মহাকর্ষের প্রতিটি গাণিতিক ধাপে তুমি এখন প্রস্তুত।

- ✔ Take this blueprint.
- ✔ Open Question Banks.
- ✔ Conquer HSC Exams.

Physics 1st Paper - Chapter 6 Conquered

NotebookLM