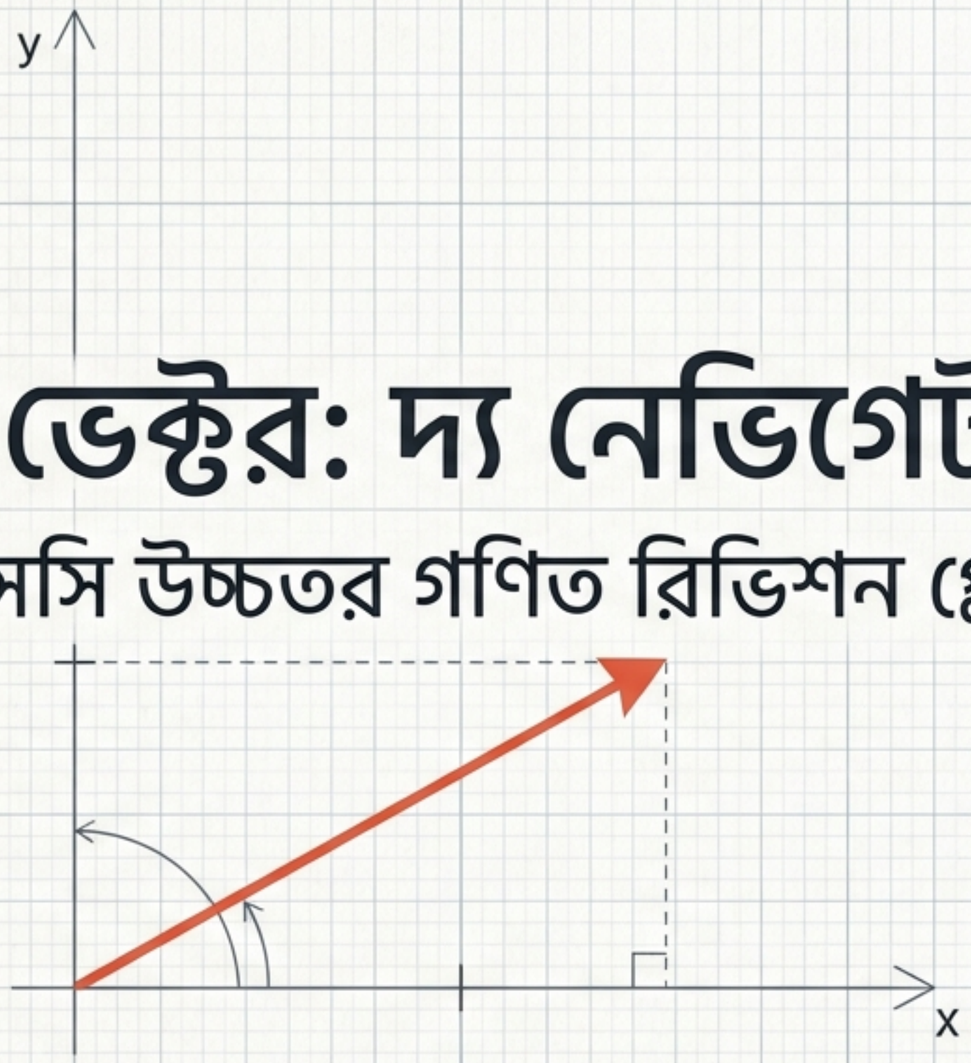
সমতলীয় ভেক্টর: দ্য নেভিগেটর্স ব্লুপ্রিন্ট

এসএসসি উচ্চতর গণিত রিভিশন প্লেবুক



NotebookLM

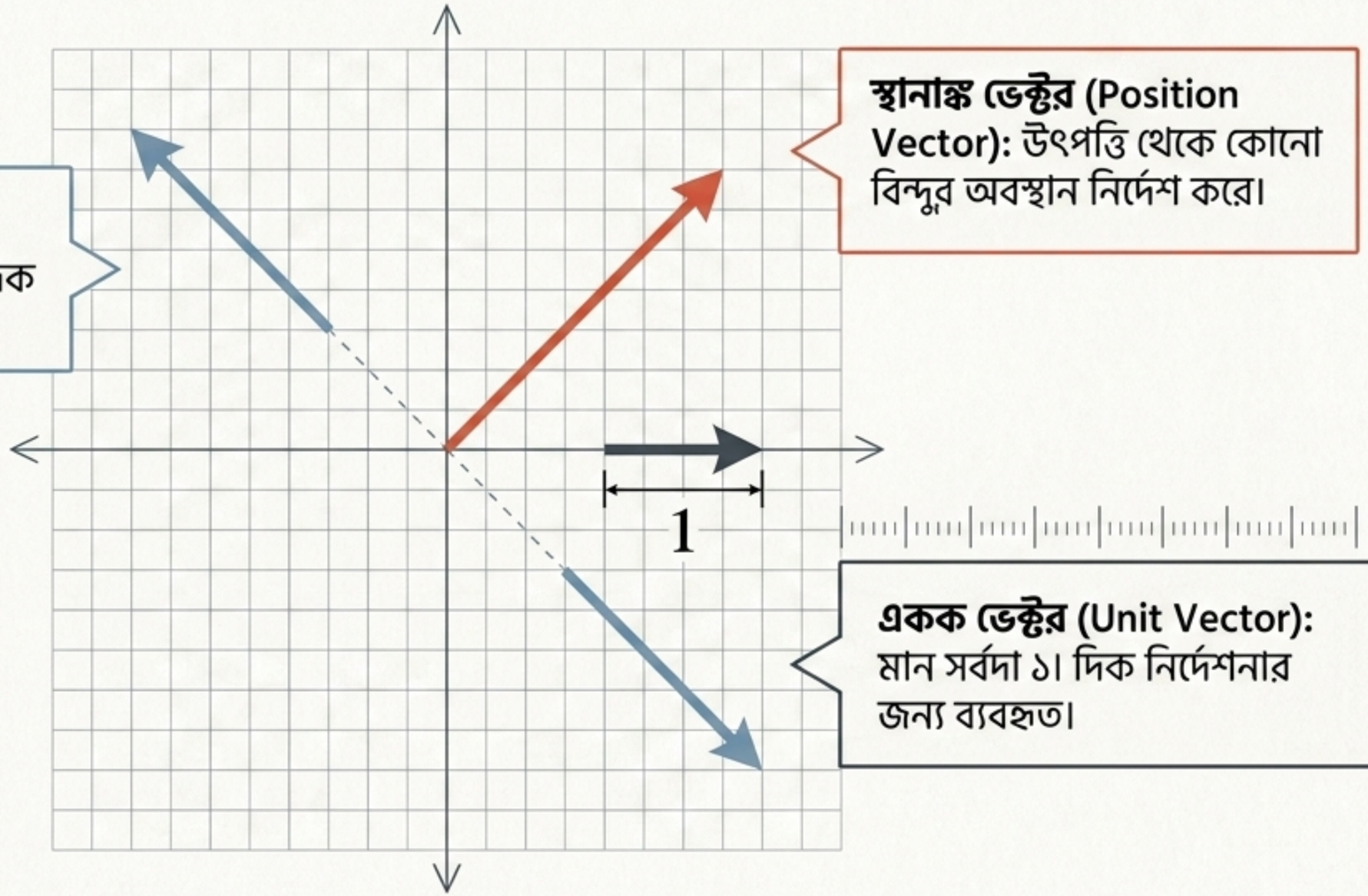
ভৌত রাশির ডায়াগনস্টিক ম্যাট্রিক্স

	স্কেলার	ভেক্টর
সংজ্ঞা	শুধু মান আছে, দিক নেই।	মান (Magnitude) ও দিক (Direction) উভয়ই আছে।
মান	হ্যাঁ	হ্যাঁ
দিক	না	হ্যাঁ
বাস্তব উদাহরণ	ভর, তাপমাত্রা, দূরত্ব।	বল, বেগ, সরণ।
প্রতীক	a, m, t	$\vec{a}$ বা a (উপরে তীর চিহ্ন)।

NotebookLM

ভেক্টরের প্রকারভেদ: স্থানিক অ্যানাটমি

মুক্ত ভেক্টর (Free Vector): অবস্থান নির্ভর করে না। মান ও দিক অপরিবর্তিত রেখে সরানো যায়।



স্থানাঙ্ক ভেক্টর (Position Vector): উৎপত্তি থেকে কোনো বিন্দুর অবস্থান নির্দেশ করে।

একক ভেক্টর (Unit Vector): মান সর্বদা ১। দিক নির্দেশনার জন্য ব্যবহৃত।

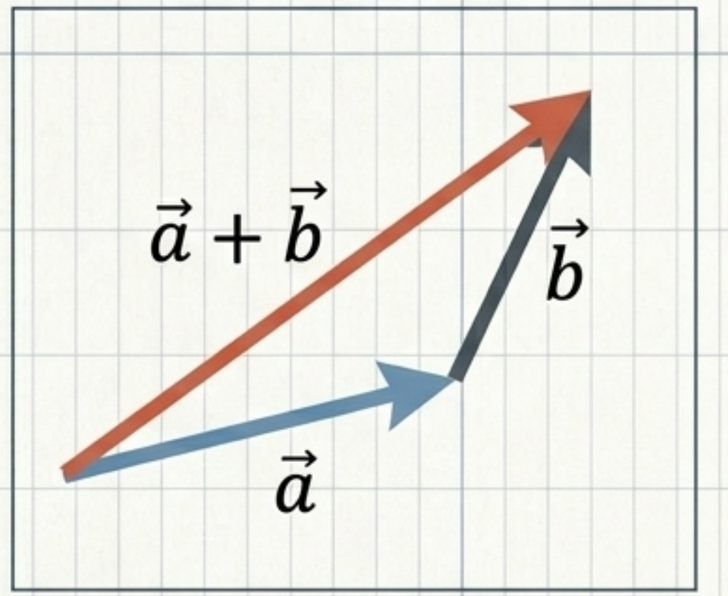
NotebookLM

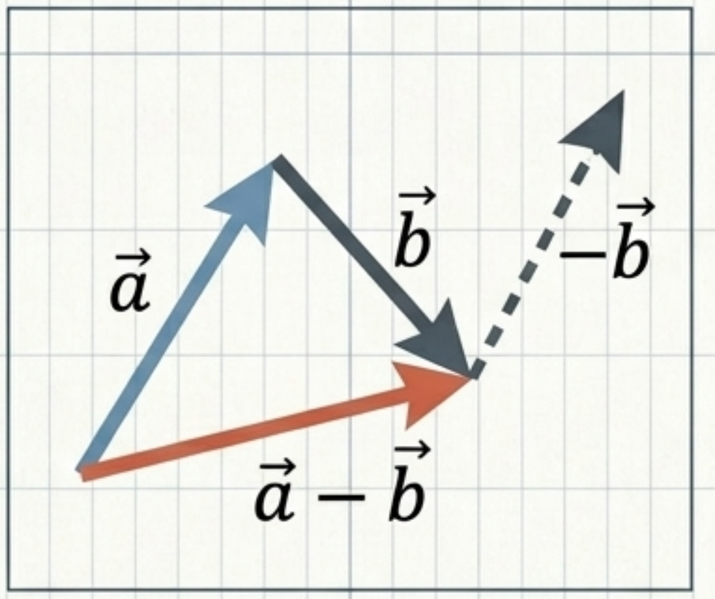
ভেক্টর মেকানিক্স: যোগ, বিয়োগ এবং স্কেলিং

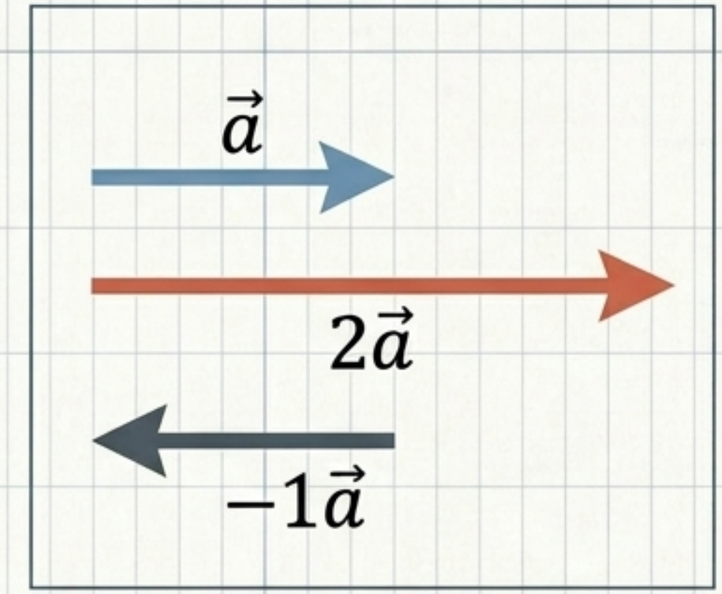
ভেক্টর যোগ: ত্রিভুজ সূত্র।
$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$
(বিনিময় সূত্র)।

ভেক্টর বিয়োগ: বিপরীত ভেক্টরের যোগফল।
$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$

স্কেলার গুণন: $k\vec{a}$ = মান k গুণ হয়। k>0 হলে দিক একই, k<0 হলে বিপরীত।



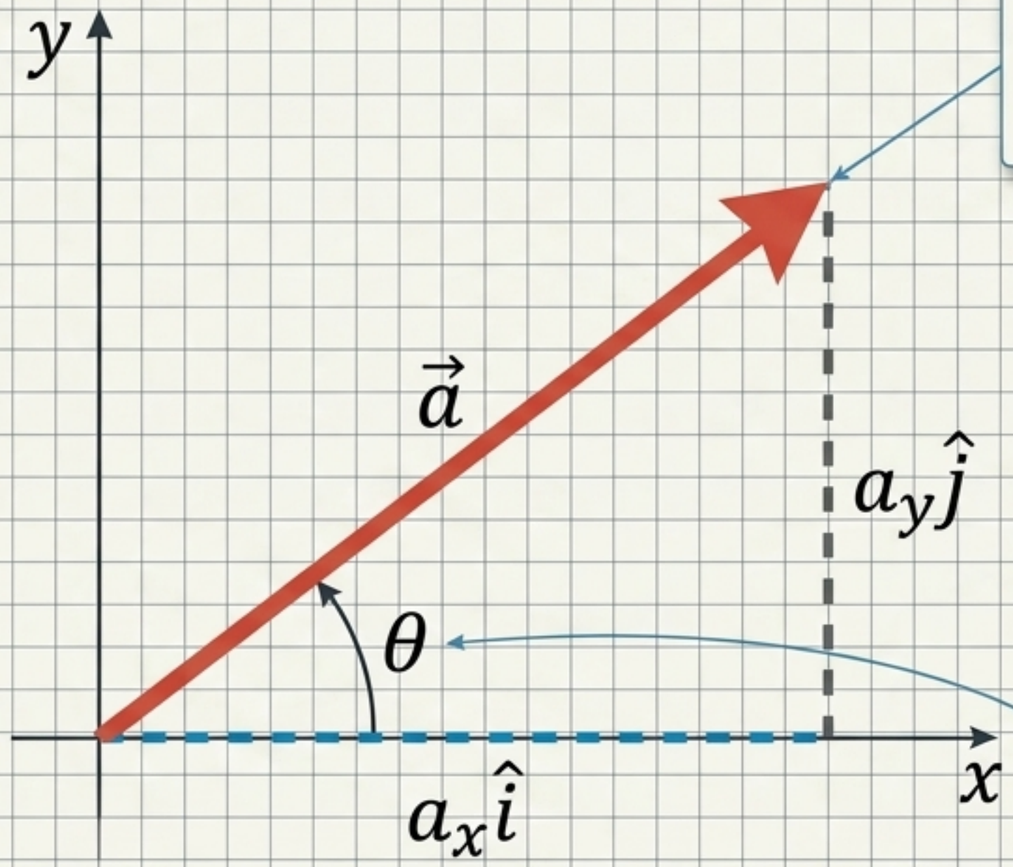




NotebookLM

উপাংশে বিভাজন: ভেক্টরকে ডিকোড করা

$\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j}$
(যেখানে $\hat{i}$ ও $\hat{j}$ হলো অক্ষের একক ভেক্টর)।



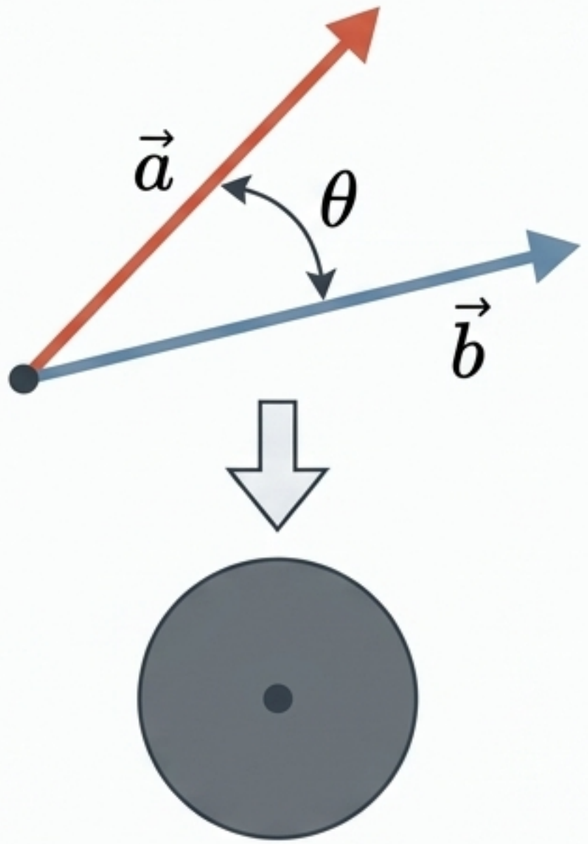
মান: $|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$

দিক: $\theta = \tan^{-1}(\frac{a_y}{a_x})$

NotebookLM

দ্য আল্টিমেট টুল: স্কেলার গুণফল (Dot Product)

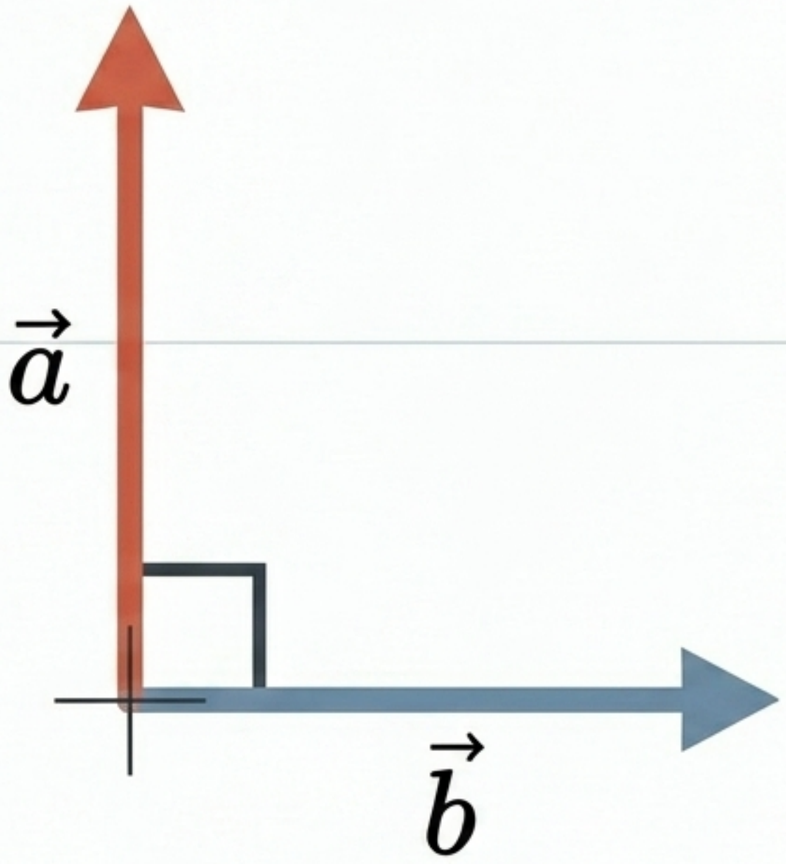
সবচেয়ে গুরুত্বপূর্ণ কনসেপ্ট! দুটি ভেক্টর রাশির গুণফল যখন একটি স্কেলার রাশি হয়।



সূত্র
জ্যামিতিক সূত্র: $\vec{a} \cdot \vec{b} = \lvert\vec{a}\rvert \, \lvert\vec{b}\rvert \cos\theta$
উপাংশ সূত্র: $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y$
গুরুত্বপূর্ণ বৈশিষ্ট্য
• $\vec{a} \cdot \vec{a} = \lvert\vec{a}\rvert^2$ • $\hat{i} \cdot \hat{i} = 1$ • $\hat{i} \cdot \hat{j} = 0$

NotebookLM

দ্য গোল্ডেন রুল: লম্বতার শর্ত



যদি $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ হয় (এবং কোনোটি শূন্য না হয়), তবে ভেক্টরদ্বয় পরস্পরের ওপর লম্ব (Perpendicular)।

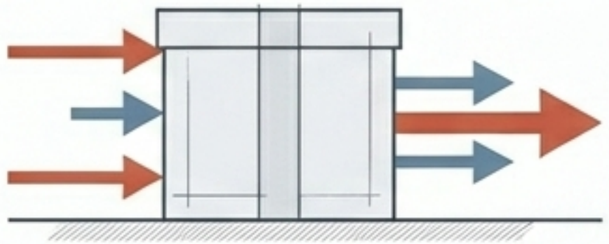
প্রমাণ:

$$\cos(90^\circ) = 0$$

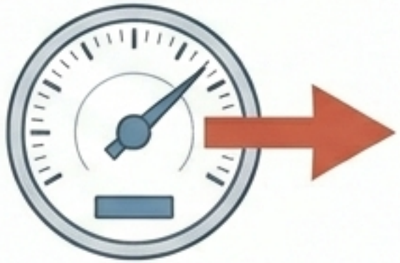
$$\therefore |\vec{a}|\,|\vec{b}|\cos(90^\circ) = 0$$

NotebookLM

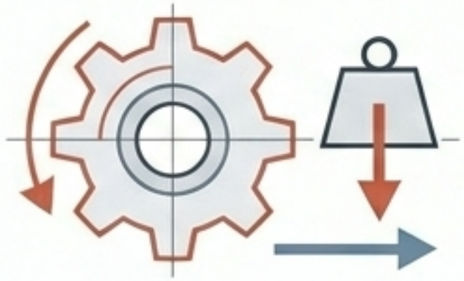
বাস্তব জগতে ভেক্টরের প্রয়োগ



ফলাফল বল (Resultant Force) ও ফলাফল সরণ।



বেগের ফলাফল (Resultant Velocity)।



কাজ (Work) নির্ণয়। ডট প্রোডাক্টের সরাসরি প্রয়োগ: $W = \vec{F} \cdot \vec{d}$

NotebookLM

কমান্ড সেন্টার ড্যাশবোর্ড: গুরুত্বপূর্ণ সূত্রসমূহ

মান ও একক
মান: $\lvert\vec{a}\rvert = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$ একক ভেক্টর: $\hat{a} = \frac{\vec{a}}{\lvert\vec{a}\rvert}$

ডট প্রোডাক্ট
$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y$

কোণ নির্ণয়
$\cos\theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\lvert\vec{a}\rvert\lvert\vec{b}\rvert}$

লম্বতা শর্ত
$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

এই সূত্রগুলো মুখস্থ রাখা পরীক্ষার জন্য অত্যাবশ্যক!

NotebookLM

সমস্যা সমাধানের ট্যাকটিক্যাল ফ্লোচার্ট

ধাপ ১: ডিকোড

ভেক্টরগুলোকে উপাংশ (x, y) আকারে লেখো।

→

ধাপ ২: অস্ত্র নির্বাচন

প্রশ্নের ধরন অনুযায়ী প্রয়োজনীয় সূত্র নির্বাচন করো।

→

ধাপ ৩: ক্যালকুলেশন

ডট প্রোডাক্ট ব্যবহার করে কোণ বা লম্বতা চেক করো।

→

ধাপ ৪: ভিজ্যুয়ালাইজ

রাফ খাতায় চিত্র এঁকে ভেবে এঁকে ভেক্টরের দিক বুঝে নাও।

→

ধাপ ৫: যাচাই

গণনায় (বিশেষ করে +/- চিহ্নে) সাবধানতা অবলম্বন করে চূড়ান্ত উত্তর লেখো।

NotebookLM

ব্লপ্রিন্ট ইন অ্যাকশন: গাণিতিক উদাহরণ

উদাহরণ ১ - মান ও দিক

প্রশ্ন: $\vec{a} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$ এর মান ও দিক নির্ণয়।

মান: $|\vec{a}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = 5$

দিক: $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$

উদাহরণ ২ - যোগফল

প্রশ্ন: $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j}$ এবং $\vec{b} = 4\hat{i} - \hat{j}$

যোগফল: $\vec{a} + \vec{b} = (2 + 4)\hat{i} + (3 - 1)\hat{j}$

উত্তর: $= 6\hat{i} + 2\hat{j}$

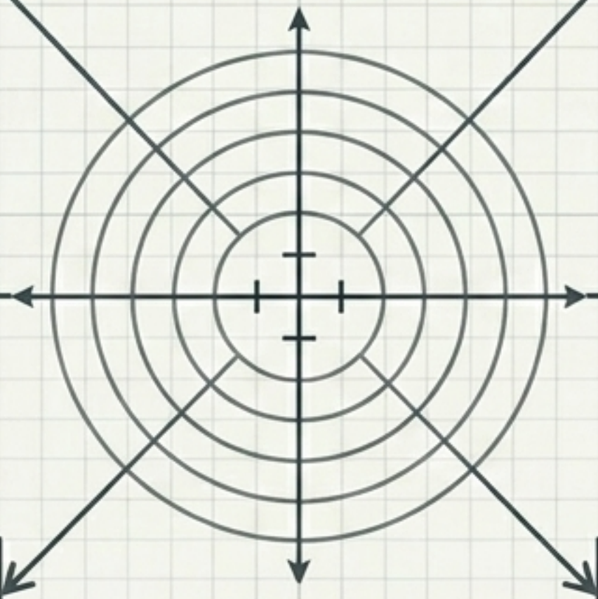
NotebookLM

বোর্ড পরীক্ষার টার্গেট জোন

একক ভেক্টর নির্ণয়।

ভেক্টরের মান ও দিক নির্ণয়।

ফলাফল ভেক্টর (সৃজনশীল প্রশ্নের জন্য)।



যোগ-বিয়োগ ও স্কেলার গুণন।

লম্বতা প্রমাণ ($\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$)।

ডট প্রোডাক্ট ও মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় (সবচেয়ে বেশি আসে!)

NotebookLM

এসএসসি সাকসেস প্রোটোকল

প্রি-ফ্লাইট চেকলিস্ট	
☑	আয়ত্ত করো: ডট প্রোডাক্ট ও উপাংশ আকার পুরোপুরি আয়ত্ত করো।
☑	পার্থক্য মনে রাখো: স্কেলার ও ভেক্টরের পার্থক্য স্পষ্টভাবে মনে রাখো।
☑	চিত্র আঁকো: প্রতিটি সমস্যার সাথে চিত্র আঁকার অভ্যাস করো।
☑	প্রিভিয়াস ইয়ার: আগের ১০ বছরের বোর্ড প্রশ্ন সমাধান করো।
☑	ডেইলি টার্গেট: প্রতিদিন ৮-১০টি গাণিতিক সমস্যা অনুশীলন করো।

নোটস ব্যবহারের নিয়ম: ধারণা পড়ো → সূত্র মুখস্থ করো → চিত্রসহ অনুশীলন করো → দুর্বল অংশ রিভাইজ করো।

NotebookLM

ট্রেনিং গ্রাউন্ড: নিজেকে যাচাই করো

চ্যালেঞ্জ ১: $\vec{a} = 5\hat{i} - 12\hat{j}$ এর মান বের করো।

চ্যালেঞ্জ ২: $\vec{a} = 3\hat{i} + 4\hat{j}, \vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j}$ এর ডট গুণফল নির্ণয় করো।

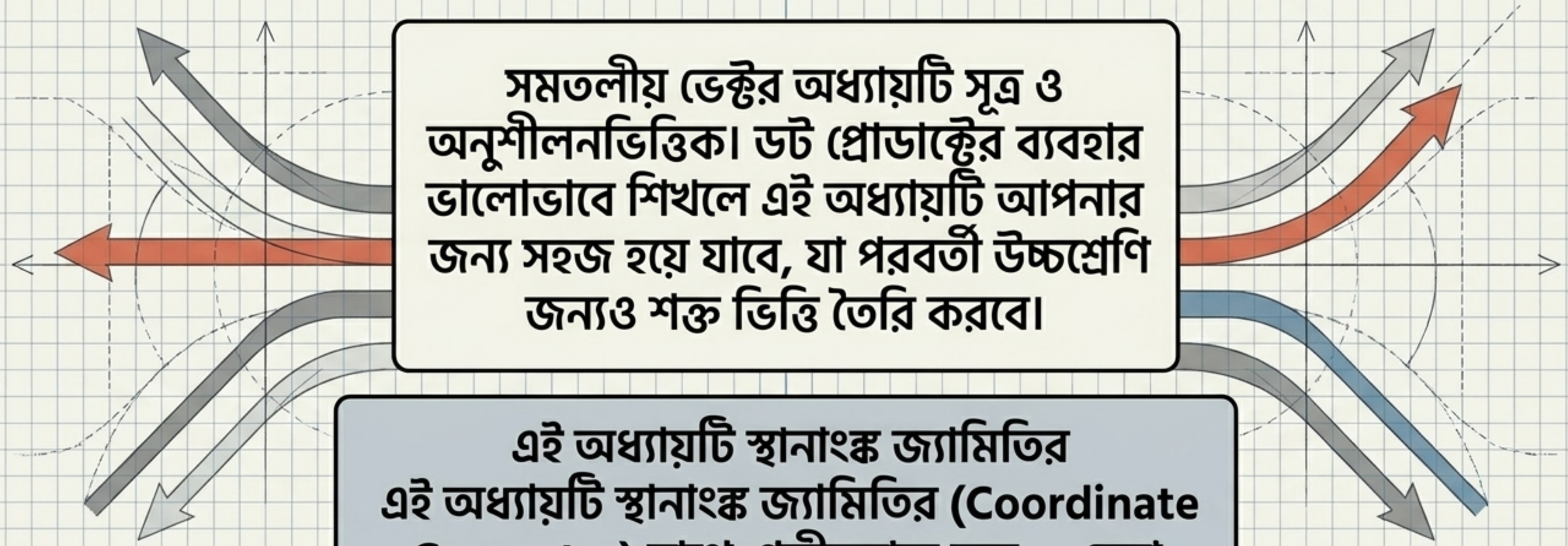
চ্যালেঞ্জ ৩: উপরের দুটি ভেক্টরের (Challenge 2) মধ্যবর্তী কোণ বের করো।

চ্যালেঞ্জ ৪: $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j}$ এর একক ভেক্টর লেখো।

চ্যালেঞ্জ ৫: দেখাও যে $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j}$ ও $\vec{b} = 6\hat{i} - 4\hat{j}$ লম্ব নয়।

NotebookLM

দ্য আল্টিমেট প্রো-টিপ: দ্য বিগ পিকচার



সমতলীয় ভেক্টর অধ্যায়টি সূত্র ও অনুশীলনভিত্তিক। ডট প্রোডাক্টের ব্যবহার ভালোভাবে শিখলে এই অধ্যায়টি আপনার জন্য সহজ হয়ে যাবে, যা পরবর্তী উচ্চশ্রেণি জন্যও শক্ত ভিত্তি তৈরি করবে।

এই অধ্যায়টি স্থানাংক্ক জ্যামিতির
এই অধ্যায়টি স্থানাংক্ক জ্যামিতির (Coordinate Geometry) সাথে গভীরভাবে যুক্ত — সেরা প্রস্তুতির জন্য দুটো অধ্যায় একসাথে রিভাইজ করো!

NotebookLM