

# Resumen "Cryptography with Chaos".

Marcos Daniel Calderón Calderón  
 Maestría en Ciencias de la Computación  
 Centro de Investigación en Matemáticas (CIMAT)  
 Guanajuato, Gto.  
 marcos.calderon@cimat.mx

**Resumen**—Es posible cifrar un mensaje (un texto compuesto por algún alfabeto) usando la propiedad ergódica de la ecuación logística. La idea básica es cifrar cada carácter del mensaje como el número entero de iteraciones realizadas en la ecuación logística, con el fin de transferir la trayectoria desde una condición inicial hacia un  $\epsilon$ -intervalo dentro del atractor caótico logístico.

Las oscilaciones deterministas ocurridas en fenómenos caóticos tienen un comportamiento estocástico e impredecible.

Actualmente, el comportamiento estocástico que presentan los osciladores caóticos que se caracteriza por un gran amplio espectro de frecuencia, se ha utilizado para ocultar información, con el fin de transmitir de manera segura mensajes secretos.

Una primera aplicación para la transmisión de señales con el uso de caos fué propuesto por Pecora y Carroll. Ellos mostraron que dos circuitos caóticos similares pueden sincronizar sus trayectorias. Entonces, el mensaje a ser enviado está enmascarado en una de las señales caóticas. Durante la transmisión, el mensaje es extraído cuando el receptor utiliza un circuito síncrono.

Otra idea para la transmisión de mensajes con el uso de caos surge del hecho de que el caos puede ser controlado mediante el uso de pequeñas perturbaciones. El emisor envía una señal controlada que codifica el mensaje binario. Dependiendo sobre cuáles dos medios planos en una sección de Poincaré la trayectoria cruza, el receptor considera que un dígito binario 0 ó 1 está siendo transmitido. El emisor envía un pequeño parámetro de perturbación que el receptor debe aplicar en el sistema caótico, con el fin de orientar la trayectoria en alguna región en el espacio de fase. El mensaje es recuperado asumiendo que esta región es asociada con algún alfabeto unitario. También usando técnicas de orientación, el emisor envía una retroalimentación de corrección de la órbita que el receptor debe aplicar a la trayectoria del sistema caótico, con el fin de hacer este alcance en la trayectoria, alguna  $\epsilon$ -vecindad de un punto en un intervalo prestablecido de tiempo. La información es entonces recuperada por el receptor, asumiendo que algún símbolo unitario del alfabeto es asociado con el tiempo de llegada y el alcance de la  $\epsilon$ -vecindad.

En este trabajo, el mensaje a transmitir es un texto compuesto por algún alfabeto. También se asocia un  $\epsilon$ -intervalo del atractor con el símbolo del alfabeto. Sin embargo, del mensaje cifrado que es transmitido se obtiene un texto original, sin el uso de sistemas caóticos sincronizados o por técnicas de control y destino, pero, ahora se aprovecha una propiedad de cualquier sistema caótico: ergodicidad.

Se utiliza el mapa logístico:

$$X_{n+1} = bX_n(1 - X_n), \quad (1)$$

donde  $X_n \in [0, 1]$ , se tiene un comportamiento caótico, se puede cifrar de una manera rápida y segura.

Se propone que el cifrado de algún carácter es el número de iteraciones aplicadas en la ecuación anterior y que forman una trayectoria que comienza en una condición inicial  $X_0$  y donde se tiene un  $\epsilon$ -intervalo con el carácter.

En este caso, el alfabeto está compuesto de  $S$  elementos con sus respectivos  $\epsilon$ -intervalos. Cada intervalo, está en el rango  $[X_{min} + (S-1)\epsilon, X_{min} + S\epsilon]$ , donde,  $S = 256$ ,  $\epsilon = (X_{max} - X_{min})/S$  y  $[X_{min}, X_{max}]$  es una porción del atractor, o puede ser el atractor mismo.

El número de iteraciones (**el texto cifrado**) es usado junto con las llaves secretas: las  $S$  asociaciones entre los  $S$   $\epsilon$ -intervalos y las  $S$  unidades de algún alfabeto, la primera condición inicial  $X_0$ , y el parámetro de control  $b$ , así, se trabaja con  $S + 2$ , llaves secretas, permitiendo al receptor descifrar el texto cifrado al iterar la ecuación logística las veces indicadas por el texto cifrado. La posición del punto final con respecto a los  $S$   $\epsilon$ -intervalos, apunta a el carácter original que envió el receptor.

## I. REFERENCIAS.