## Sensitivität numerischer Vorhersagen des Wirkungsgrads von Hochdruckturbinen

ADP | Keijo Buss, Dominik Henzel, Markus Degenhardt, Simon Lippert Betreuer: Faramarz Bakhtiari, Marius Schneider | Prof.Dr.-Ing.H.-P. Schiffer



Fachbereich Maschinenbau Institut für Gasturbinen, Luft- und Raumfahrtantriebe

Keijo Buss, Dominik Henzel, Markus Degenhardt, Simon Lippert Studiengang: Computational Engineering M.Sc.

Thema: Sensitivität numerischer Vorhersagen des Wirkungsgrads von Hochdruckturbinen

 $\bigcirc$ 

Eingereicht: 3. Juli 2017

Betreuer: Faramarz Bakhtiari Marius Schneider

Prof.Dr.-Ing.H.-P. Schiffer
Fachgebiet Gasturbinen, Luft- und Raumfahrtantriebe
Technische Universität Darmstadt
Otto-Berndt-Straße 2
64287 Darmstadt

## Zusammenfassung

Die Zuverlässigkeit numerischer Vorhersagen des Wirkungsgrades von Turbinenstufen ist ein wichtiger Bestandteil diverser Forschungsaktivitäten wie Parameterstudien und Optimierungen. Mit zunehmender Komplexität der numerischen Modelle und der simulierten physikalischen Phänomene nimmt jedoch auch die Fehleranfälligkeit der numerischen Vorhersagen zu. Für eine sinnvolle Interpretation der numerischen Ergebnisse ist die Kenntnis der Einflussgrößen daher sehr wichtig. Um die eben genannte numerische Fehleranfälligkeit genauer zu untersuchen, werden zwei Testfälle herangezogen. Zum einen wird eine 1 1/2 stufige Aachenturbine simuliert, zum anderen werden die Verbindungsstellen einzelner Domänen, sogenannte Interfaces, in einem einfachen Modell eines zweigeteilten Kanals untersucht. Zunächst erfolgt eine Gitterstudie der zu untersuchenden Aachenturbine, gefolgt von der Untersuchung von Einflussfaktoren auf den Wirkungsgrad.

i

#### **Erklärung**

Hiermit versichern wir, die vorliegende Ausarbeitung ohne Hilfe Dritter nur mit den angegebenen Quellen und Hilfsmitteln angefertigt zu haben. Alle Stellen, die den Quellen entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht worden. Wir sind uns bewusst, dass bei Abgabe einer falschen Erklärung die Arbeit als nicht bestanden gewertet wird.

Darmstadt, den 3. Juli 2017



ii Zusammenfassung

## **Inhaltsverzeichnis**

ostrac	α		l		
Vor	gehen		1		
Wirl	rkungsgradberechnung				
2.1	Wirku	ngsgrad allgemein	3		
2.2	Erzeug	gte Leistung	3		
	2.2.1	Spezifische Wärmekapazität	4		
Aac	hen-Tu	rbine	7		
3.1	Geome	etrie	7		
3.2	Betriel	bspunkt	9		
3.3	Strukt	uriertes Gitter	9		
	3.3.1	Erstellung des Gitters	10		
	3.3.2	Spaltverfeinerung	10		
	3.3.3	Einstellen der Grenzschichtdicke	11		
	3.3.4	Durchführung der Netzstudie	12		
	3.3.5	Fillets	15		
3.4	Unstru	ıkturiertes Gitter	17		
	3.4.1	Aufgetretene Probleme	17		
	3.4.2	Erstellung des Gitters	17		
		3.4.2.1 Verwendung von Sources	18		
3.5	Vergle	ich der Wirkunsgrade	18		
Einf	luss inh	nomogener Randbedingungen und des Stator-Rotor Interface auf			
die '	Wirkun	ngsgradbestimmung	19		
4.1	Mixing	g Plane / Stage	19		
4.2	Rohra	uschnitt	20		
	4.2.1	Problemgebiet	20		
	4.2.2	Gitterstudie	21		
4.3	Einflus	ss des Stator-Rotor Interface auf den Wirkungsgrad	21		
	4.3.1	Verwendete Eintrittsrandbedingungen	21		
	4.3.2	Einfluss auf die Strömungsgrößen	23		
	4.3.3	Fazit	25		
	Vor: Wirl 2.1 2.2  Aac 3.1 3.2 3.3  3.4  3.5  Einf die 4.1 4.2	2.1 Wirku 2.2 Erzeug 2.2.1  Aachen-Tu 3.1 Geome 3.2 Betriel 3.3 Strukt 3.3.1 3.3.2 3.3.3 3.3.4 3.3.5 3.4 Unstru 3.4.1 3.4.2  3.5 Vergle  Einfluss inh die Wirkun 4.1 Mixing 4.2 Rohra 4.2.1 4.2.2 4.3 Einflus 4.3.1 4.3.2	Wirkungsgradberechnung 2.1 Wirkungsgrad allgemein 2.2 Erzeugte Leistung 2.2.1 Spezifische Wärmekapazität  Aachen-Turbine 3.1 Geometrie 3.2 Betriebspunkt 3.3 Strukturiertes Gitter 3.3.1 Erstellung des Gitters 3.3.2 Spaltverfeinerung 3.3.3 Einstellen der Grenzschichtdicke 3.3.4 Durchführung der Netzstudie 3.3.5 Fillets 3.4 Unstrukturiertes Gitter 3.4.1 Aufgetretene Probleme 3.4.2 Erstellung des Gitters 3.4.2.1 Verwendung von Sources 3.5 Vergleich der Wirkunsgrade  Einfluss inhomogener Randbedingungen und des Stator-Rotor Interface auf die Wirkungsgradbestimmung 4.1 Mixing Plane / Stage 4.2 Rohrauschnitt 4.2.1 Problemgebiet 4.2.2 Gitterstudie 4.3 Einfluss des Stator-Rotor Interface auf den Wirkungsgrad 4.3.1 Verwendete Eintrittsrandbedingungen 4.3.2 Einfluss auf die Strömungsgrößen		

5	Auswertungstool zur Gitterstudie		
	5.1	Funktionsumpfang	27
	5.2	Benutzung	28
		5.2.1 Wichtige Hinweise	28
Αk	bildu	ungsverzeichnis	29
Та	belle	nverzeichnis	31
Lit	eratu	ırverzeichnis	33

iv Inhaltsverzeichnis

## 1 Vorgehen

In diesem Kapitel soll das Vorgehen zur Erstellung dieser Arbeit und zur Erlangung der vorgestellten Ergebnisse aufgezeigt werden.

Der Startpunkt der Arbeit ist ein Geometriemodell der 1 1/2 stufigen Aachenturbine. Darauf aufbauend werden erste Test-Simulationen durchgeführt, um sich mit der Thematik und der verwendeten Software vertraut zu machen. Die nächste Aufgabe besteht darin ein geeignetes Gitter für die endgültigen Berechnungen und Auswertungen zu finden. Hierbei wird zunächst der strukturierte Vernetzer AutoGrid von Numeca verwendet.

Anschließend wird das Augenmerk auf die Verbindungsstellen der einzelnen Domänen, Interfaces, gelegt. Hierzu dient ein einfaches Kanalmodell, bestehend aus einem stationären Kanal gefolgt von einem rotierenden Kanal, mit ähnlichen Abmessungen der Aachenturbine. Die Geometrieerstellung erfolgt mit Siemens NX, die Netzgenerierung mittels ANSYS ICEM CFD.

Die Auswerg der einzelnen Größen erfolgt mit MATLAB, hierfür dient eine während dieser Arbeit entwickelte Applikation zum einfac en Einlesen der Ergebnisdaten und deren Visualisierung.

#### Aufbau der Arbeit

Beginnend mit dem Kapitel 2 werden einige grundsätzliche Definitionen zur Bestimmung des Wirkungsgrades für Turbomaschinen eingeführt.

In Kapitel 3 wird die Erstellung der Gitter, des Setups, sowie ein Vergleich der Wirkungsgrade verschiedener Konfigurationen, wird die verwendete Aachenturbine vorgestellt.

Der Einfluss des Interfaces an Domänenverbindungen wird in Kapitel 4 untersucht Hierbei werden verschiedene Netzkonfigurationen, sowie Randbedingungen untersucht un eine Möglichkeit zu untersuchen Einfluss des Interfaces auf den Wirkungsgrad abzuschätzen.

Im 5. und letzten Kapitel wird schließlich das in MATLAB Implemenierte Auswertungstool der Gitterstudie, dessen Funktionsumfang und Bedienungsprgestellt.

## 2 Wirkungsgradberechnung

In diesem Kapitel werden die verschiedenen Möglichkeiten zur Berechnung des Wirkungsgrades für Turbinen vorgestellt. Diese werden im Rahmen der Simulation der Aachen-Turbine getestet und die resultierenden Wirkungsgrade miteinander verglichen.

#### 2.1 Wirkungsgrad allgemein

Im Allgemeinen lautet die Gleichung für den Wirkungsgrad  $\eta$  bei Turbinen

$$\eta = \frac{P}{\Delta H_{tin}} \tag{2.1}$$

mit der isentropen Totalenthalpiedifferenz  $\Delta H_{t_{is}}$  und der erzeugten Leistung P. Die isentrope Enthalpiedifferenz  $\Delta H_{t_{is}}$  wird nach

$$\Delta H_{t_{is}} = \dot{m} \cdot c_p \cdot T_{t_{inlet}} \cdot \left[ \left( \frac{p_{t_{outlet}}}{p_{t_{inlet}}} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1 \right]$$
 (2.2)

mit dem Massenstrom  $\dot{m}$ , der spezifischen Wärmekapazität bei konstantem Druck  $c_p$  (siehe Berechnungsweise Abschnitt 2.2.1), der Totaltemperatur am Inlet  $T_{t_{inlet}}$ , dem Totaldruck am Inlet  $p_{t_{inlet}}$ , dem Totaldruck am Outlet  $p_{t_{outlet}}$  und dem Isentropenexponenten  $\gamma$  berechnet.

Im folgenden Abschnitt werden verschiedene Definitionsmöglichkeiten für die erzeugte Leistung *P* vorgestellt.

#### 2.2 Erzeugte Leistung

Die erzeugte Leistung *P* im Zähler der Gleichung 2.1 für den Wirkungsgrad lässt sich unter anderem mit einer der drei folgenden Gleichungen berechnen:

Mit Hilfe der tatsächlichen Totaltemperaturdifferenz  $\Delta T_t$  und der spezifischen Wärmekapazität  $c_p$  nach:

$$P_{\Delta T_t} = \dot{m} \cdot c_p \cdot \Delta T_t = \dot{m} \cdot c_p \cdot \left( T_{t_{inlet}} - T_{t_{outlet}} \right), \tag{2.3}$$

mit Hilfe der Totalenthalpie am Inlet  $h_{t_{inlet}}$  und Outlet  $h_{t_{outlet}}$ , welche direkt aus ANSYS CFX entnommen wird, nach:

$$P_{\Delta h_t} = \dot{m} \cdot \Delta h_t = \dot{m} \cdot \left( h_{t_{inlet}} - h_{t_{outlet}} \right) \tag{2.4}$$

oder mit Hilfe des Momentes  $M_{Rotor}$  um die Rotationsachse an Schaufel und Hub des Rotors, der Anzahl Rotoren  $N_{Rotor}$  und der Winkelgeschwindigkeit des Rotors  $\omega_{Rotor}$  nach:

$$P_{torque} = M_{Rotor} \cdot N_{Rotor} \cdot \omega_{Rotor}$$
 (2.5)

Da auch die Berechnung der spezifischen Wärmekapazität  $c_p$  aus den Gleichungen 2.2 und 2.3 Einfluss auf den Wirkungsgrad haben kann, wird im kommenden Abschnitt näher auf dessen Definition eingegangen.

#### 2.2.1 Spezifische Wärmekapazität

Die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck  $c_p$  ist eine temperaturabhängige Größe. Wenn die Temperaturdifferenz zwischen In- und Outlet sehr groß ist, verändert sich  $c_p$  zwischen In- und Outlet wesentlich und kann somit nicht mehr als konstant angenommen werden. Die temperaturabhängige Wärmekapazität  $c_p$  lässt sich mit dem folgenden Polynom in Abhängigkeit der Temperatur T berechnen, zu sehen in Abbilgung 2.1.

$$c_p = \frac{a \cdot T^4 - b \cdot T^3 + c \cdot T^2 - d \cdot T + e}{f} \frac{J}{kg \cdot K}$$
 (2.6)

Die Konstanten a bis f sind der folgenden Tabelle 2.1 zu entnehmen.

**Tabelle 2.1:** Konstanten für die Berechnung von  $c_p$ 

а	b	С	d	e	f
$0.12934K^{-4}$	596.633 <i>K</i> <sup>-3</sup>	$933833K^{-2}$	$373,61 \cdot 10^6 K^{-1}$	$105,01\cdot 10^{10}$	10 <sup>9</sup>

Bei der Berechnung der isentropen Enthalpie<br/>differenz  $\Delta H_{t_{is}}$ aus Gleichung 2.2 wurde $c_p$ n<br/>ach Gleichung 2.6

- separat am In-/Outlet:  $c_{p_1} = c_p(T_1)$ ;  $c_{p_3} = c_p(T_3)$ ,
- in Abhängigkeit der isentropen Temperatur im Outlet:  $c_{p_3}^* = c_{p_3}(T_{3_{is}})$ ,
- aus dem arithmetischen Mittel der beiden Größen:  $\bar{c_p} = \frac{c_{p_1} + c_{p_3}}{2}$ ;  $\bar{c_p^*} = \frac{c_{p_1} + c_{p_3}^*}{2}$

berechnet um den Einfluss der Berechnungsweise von  $c_p$  auf die Berechnung des Wirkungsgrades zu analysieren.

Die verschiedenen Wirkungsgraddefinitionen in Abschnitt 2.2 und Berechnungsweisen von  $c_p$  wurden in CFX implementiert und miteinander verglichen. Das Ergebnis dieses Vergleichs wird im nächsten Abschnitt dargestellt.

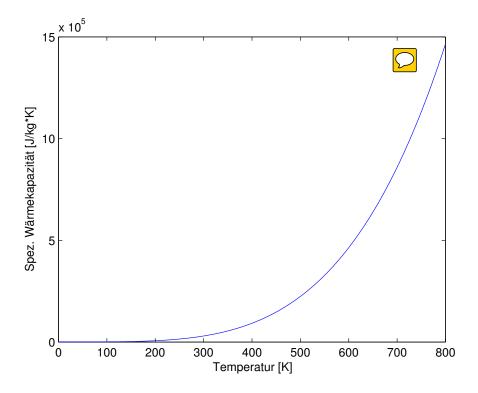


Abbildung 2.1: Spez. Wärmekapazität temperaturabhängig

2.2 Erzeugte Leistung 5

### 3 Aachen-Turbine

Zur Analyse der verschiedenen Wirkungsgraddefinitionen wurde eine sogenannte Aachen-Turbine, das heißt eine Turbine mit einfachen Schaufeln ohne Krümmung in Radialrichtung, simuliert. In diesem Kapitel wird zunächst die Geometrie und die durchgeführte Gitterstudie vorgestellt. Danach werden die ermittelten Wirkungsgrade miteinander verglichen und Unterschiede vorgestellt.

#### 3.1 Geometrie

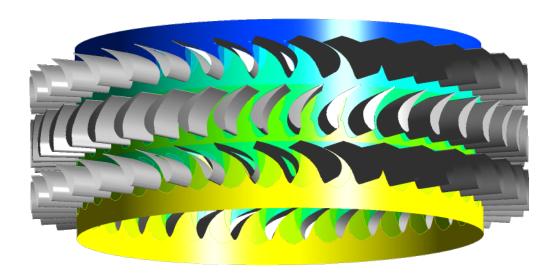


Abbildung 3.1: Aachen-Turbine

Die verwendete Geometrie basiert auf der Aachen-Turbine, die auch in den Untersuchungen von [2] verwendet wurde. Es werden dabei nur 1 1/2 Stufen berechnet, um den Rechenaufwand der Simulationen gering zu halten und den Vergleich der Wirkungsdefinitionen auch für diesen Aufbau möglich zu machen. Die Geometrie der Aachen-Turbine mit Gitter ist in der Abbildung 3.2 zu sehen. Die Aachen-Turbine besteht aus zwei Statoren und einem Rotor. Die erste Domäne als Stator mit Einstrom, die mittlere Domäne als Rotor und die letzte Domäne als zweiter Stator mit Ausstrom. Die Grenzen oben und unten stellen Shroud und Hub dar. Links und rechts herrschen periodische Randbedingungen. Die Statoren sind jeweils durch ein Interface mit dem Rotor verbunden. Die Anzahl an Schaufeln in Stator und Rotor sind der Tabelle 3.1 zu entnehmen.

Im folgenden Abschnitt wird der gewählte Betriebspunkt näher beschrieben.

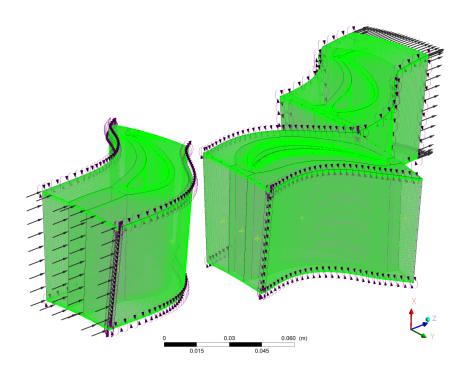


Abbildung 3.2: Eine dreidimensionale Ansicht der Aachen-Turbine mit Gitter.



**Tabelle 3.1:** Schaufelzahlen in Stator und Rotor

# Schaufeln in Stator	# Schaufeln in Rotor
36	41

8 3 Aachen-Turbine

#### 3.2 Betriebspunkt

Um den Betriebspunkt für die Simulationen dieser Arbeit festzulegen wird als Orientierung die Randbedingungen der Arbeit "Unsteady Flow Investigations in an Axial Turbine Using the Massively Parallel Flow Solver TFLO" [2] zur Analyse der Aachen-Turbine übernommen. Diese sind der folgenden Tabelle 3.2 zu entnehmen.

Tabelle 3.2: Betriebspunkt

$T_{t_{Inlet}}$	$p_{t_{Inlet}}$	Massenstrom	$n_{Rotor}$
305 <i>K</i>	$\approx 152.000  Pa$	$7\frac{kg}{s}$	$3500 \frac{rev}{min}$

Der Totaldruck am Inlet wird als Druckprofil, siehe Abbildung 3.3, entsprechend den Daten von [2, p. 4] angenommenn den verschiedenen Aufgabenteiler erden die Eintrittsbedingungen jedoch auch verändert, um zum Beispiel den Einfluss inhomogener Eintrittsbedingungen oder höherer Temperaturen zu untersuchen.

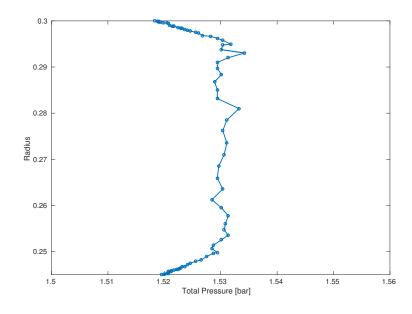


Abbildung 3.3: Totaldruck Profil Inlet

#### 3.3 Strukturiertes Gitter

Im Folgenden wird beschrieben, wie das strukturierte Netz der Aachen-Turbine erstellt wurde. Da das Netz Einfluss auf die numerische Konvergenz der Lösungsverfahren, auf die Qualität der Lösung, auf die Auflösung und damit auch auf den Diskretisierungsfehler hat, ist ein gutes Netz von ger Bedeutung. Deshalb wurde eine Netzstudie - basierend auf einem Referenzgitter – durchgeführt und anschließend das bestmögliche Netz in Bezug auf Qualität vs. geringe Anzahl an Gitterzellen ausgewählt.

3.2 Betriebspunkt 9

#### 3.3.1 Erstellung des Gitters

Zunächst wurde das Referenzgitter erstellt. Dazu wurde die Geometrie der Aachen-Turbine mittels des strukturierten Multi-Block Netzgenerators AutoGrid5 vernetzt. Dieser ist speziell für die Vernetzung von Turbomaschinen ausgelegt. Da die uns zur Verfügung stehende Vorlage der Aachen-Turbine die 1,5 Stufen zusammenhängend behaltete, erzeugten wir zu Beginn jeweils einzelne Gitter für Stator1, Rotor und Stator2 um diese später in CFX verwenden zu können. Hierbei wurde jeweils erst ein Vernetzungsdurchlauf basierend auf den voreingestellten Standardwerten durchgeführt und anschließend manuell optimiert. Für eine ausreichend gute Netzqualität dürfen bestimmte Netzkriterien nicht verletzt werden. Andernfalls kann es sein, dass die Lösung nicht, er nur schlecht konvergiert. In unserem Fall haben wir darauf geachtet, dass wir keine negativen Kontrollvolumina haben, dass die kleinsten Winkel in einer Zelle größer zu sind, dass das Expansionratio welches das Volumenverhältnis zweier Zellen beschreibt - kleiner als 3 ist und dass das Aspectratio – welches das Verhältnis von längster zu kürzester Seite einer Zelle angibt – unter 1500 ist. Variiert wurden hauptsächlich die Anzahl und die Verteilung der Zellen in der B2B Ansicht. Diese stellt einen Querschnitt durch die Schaufel dar. In radialer Richtung wurde die Zellenverteilung im "flowpath" angepasst.





#### 3.3.2 Spaltverfeinerung

Zur Bestimmung der Gitterauflösung im Spalt des Rotors wurde zudem die Anzahl der Zellen im Spalt variiert. Es stellte sich heraus, dass im Vergleich zum ursprünglichen Gitter mehr Zellen hinzugefügt werden mussten, da die Auflösung nicht fein genug war und man Änderungen im Vergleich zur gröberen Auflösung sah. In den Abbildungen 3.4 und 3.5 ist die Gitterstudie für den Spalt mit 1 und 1,5 Stufen dargestellt. Wir kamen zu dem Ergebnis, dass das Gitter mit der dreifachen Verfeinerung des ursprünglichen Spalts geeignet ist, da kaum noch ein Unterschied zum nächst feineren Gitter zu sehen ist und die Zellenanzahl trotzdem nicht zu groß ist.

10 3 Aachen-Turbine

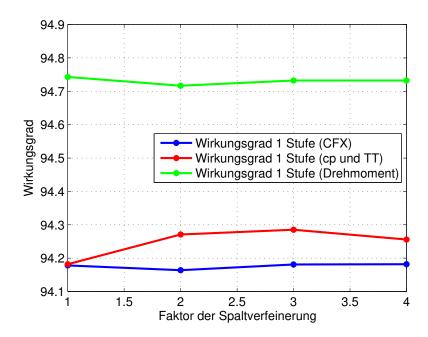


Abbildung 3.4: Gitterstudie des Spalts für eine Stufe

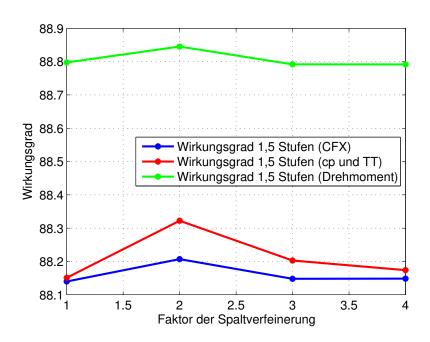


Abbildung 3.5: Gitterstudie des Spalts für 1,5 Stufen

#### 3.3.3 Einstellen der Grenzschichtdicke



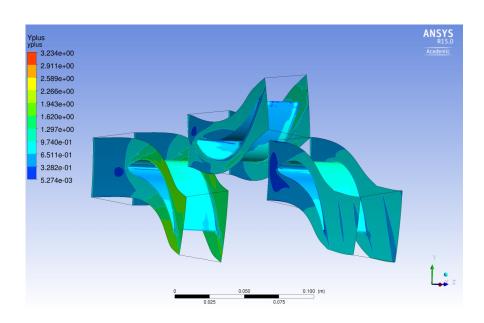
Außerdem haben wir noch die Grenzschichtdicke, bzw. das  $y^+$  experimentell bestimmt. Die Strömung wurde bis in die viskose Unterschicht aufgelöst, sodass die Auflösung in Wandnähe im Bereich der kleinsten Wirbel liegt. Um das korrekte  $y^+$  zu bestimmen, haben wir die Werte in AutoGrid für den Wandabstand sowohl auf dem Schaufelrand im

3.3 Strukturiertes Gitter

B2B-Layer, als auch an Hub und Shroud variiert. Anschließend haben wir eine Simulation in CFX durchgeführt und dann die Verteilung des  $y^+$ -Wertes über die Schaufel hinweg visualisiert und ausgewertet. Schließlich kamen wir zu dem Ergebnis, dass die optimale Zellgröße an Wand für den Rotor  $1.5 \cdot 10^{-6}$  im Flowpath an Hub und Shroud und bei  $1.5 \cdot 10^{-6}$  am Blade liegt. Die kompletten Werte sind in Tabelle 3.3 zu sehen. Über die komplette Schaufel betrachtet liegen die  $y^+$  Werte in einem Bereich von  $0.3 \le y^+ \le 3$  naheze überall. Da man nur wenige Stellschrauben zur Beeinflussung dieses Wertes in AutoGrid hat, ist dieser Wertebereich zuriedenstellend, zumal die Mehrheit der Werte im Bereich von  $0.7 \le y^+ \le 1.2$  liegt, wie in Abb. 3.6 zu sehen ist.

Cell width	Stator1	Rotor	Stator2
Cell width at Hub	2.7 <i>e</i> -06	2e-06	1.4e-06
Cell width at Shroud	2.7e-06	2 <i>e</i> -06	1.4 <i>e</i> -06
Cell width at Wall (Blade)	1.56e-06	1.5 <i>e</i> -06	1.7 <i>e</i> -06

Tabelle 3.3: Zellgrößen an der Wand für Rotor und die Statoren



**Abbildung 3.6:**  $y^+$ -Verteilung über die komplette Stufe

#### 3.3.4 Durchführung der Netzstudie

Nachdem ein Referenzgitter mit guter Gitterqualität und korrekter Grenzschichtdicke vorhanden war, konnte die eigentliche Netzstudie durchgeführt werden die minimale Auflösung zu bestimmen, die das Netz haben muss, damit die Lösung netzunabhängig ist. Hierzu wurde das Referenzgitter sowohl gröbe ufgelöst, als auch verfeinert und dann der Einfluss auf verschiedene Größen, wie z.B. die Wirkungsgrade verglichen. Sobald sich

12 3 Aachen-Turbine

die im Vergleich zum nächst feineren, bzw. nächst gröberen Gitter kaum noch ändert, ist die Lösung von der Gitterdiskretisierung unabhängig. Insgesamt wurden 7 verschiedene Verfeinerungsstufen erstellt und simuliert. Das Referenzgitter hat jeweils knapp 1 Million Zellen für Rotor und die Statoren. Zunächst wurde versucht, die Zellenanzahl zu verdoppeln. Dazu wurde die Auflösung in allen drei Raumrichtungen mit  $\sqrt[3]{2}$  multipliziert um insgesamt einen Faktor von 2 zu er n. Dies wurde dann noch wiederholt, uppeinen Faktor 4 genüber dem Referenznetz zu erreichen. Außerdem wurde das Referenznetz auf die halbe Zellenanzahl halbiert. Mit den Ergebnissen, dieser 4 Simulationen wurde ber versucht, eine Aussage über die Netzunabhängigkeit zu treffen. Allerdings war hier noch nicht gwersichtlich, welches Netz hier genommen rden konnte, da die Unterschiede noch zu groß waren. Allerdings sah das 2x Gitter schon seh ut aus. Daraufhin führten wir noch drei weitere Simulationen durch, jeweils mit den Auflösungen 1.3x, 1.5x und 3x in Bezug zum Referenzgitter. Nun war, wie in den Abbildungen 3.7 und 3.8 dargestellt, zu erkennegglass das Netz mit der doppelten Auflösung und etwa 7 Millionen Elementen praktisch unabhängig war, sodass wir dieses als unser Gitter für die nachfolgenden Rechnungen definiere konnten. In Tabelle 3.4 sind alle Variationen der Gitter mit den Knoten und Elementen aufgeteilt nach Stator1, Rotor, Stator2 und Gesamt dargestellt und in Tabelle 3.5 sind die Kenngrößen minimaler Winkel, maximales Aspect Ratio und maximales Expansion Ratio des finalen Gitters aufgelistet.

Gittergröße	Stator1 ivodes	Stator1 Elements	Rotor Nodes	Rotor Elements
0,5x	593952	570112	830956	792464
1,0x	995976	957440	1379852	1324400
•				
1,3x	1337136	1290344	1279452	1223280
1,5x	1440756	1389568	2640396	2566336
2,0x	2169132	2105143	3182040	3099072
3,0x	3484116	3385344	5498328	5380440
4,0x	3871240	3763968	4538526	4411680
Gittergröße	Stator2 Nodes	Stator2 Elements	Global Nodes	Global Elements
Gittergröße 0,5x	Stator2 Nodes 532968	Stator2 Elements 510016	Global Nodes 1957876	Global Elements 1872592
0,5x	532968	510016	1957876	1872592
0,5x 1,0x	532968 977316	510016 943296	1957876 3353144	1872592 3225136
0,5x 1,0x 1,3x	532968 977316 1304928	510016 943296 1259904	1957876 3353144 3921516	1872592 3225136 3773528
0,5x 1,0x 1,3x 1,5x	532968 977316 1304928 1379992	510016 943296 1259904 1330560	1957876 3353144 3921516 5461144	1872592 3225136 3773528 5286464

Tabelle 3.4: Variationen der Gitter mit Knoten und Elementen

3.3 Strukturiertes Gitter

Kenngröße	Stator1	Rotor	Stator2
Min.Winkel [°]	29.25	25.75	36.10
Max. Asp. Ratio	714.51	888.64	933.67
Max. Exp. Ratio	1.61	3.00	1.80

Tabelle 3.5: Kenngrößen des finalen Gitters

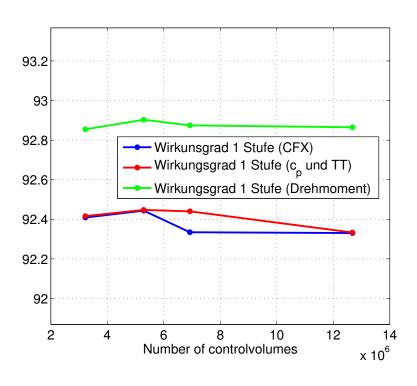


Abbildung 3.7: Wirkungsgrade über eine Stufe

14 3 Aachen-Turbine



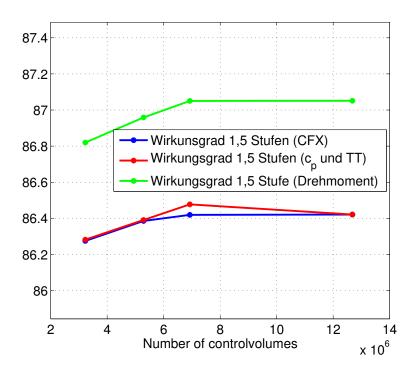


Abbildung 3.8: Wirkungsgrade über 1,5 Stufen

#### 3.3.5 Fillets

In realen Turbinen befinden sich an der Schaufel am Übergang zum Randbereich sogenannte Fillets, also Verrundungen, um bessere Strömungseigenschaften zu erhalten, Ablöseblasen zu vermeiden und bessere Festigkeitseigenschaften zu erhalten. Daher wurde auch eine Simulation der Aachen-Turbine mit Fillets durchgeführt, das Netz ist in Abb. 3.9 zu sehen. Jedoch ergab sich der Problem, dass nur sehr kleine Fillets erstellt werden konnten, die Statoren eine "Dehe an der Vorderkante aufweisen, wie in Abb. 3.10 zu sehen ist und daher ab einem bestimmten Radius negative Kontrollvolumen durch die Fillets entstehen. Jedoch wurde eine Simulation mit einem Fillet des Radius 0.00055 durchgeführt. Es hat sich herausgestellt, dass die Gitterqualität versentlich schlechter wurde, da mehr schrägwinklige Zellen im Filletbereich notwendig wurden. Allerdings wurde auch der  $y^+$ -Wertebereich etwas besser, da sehr kleine und sehr große Werte versch den.

3.3 Strukturiertes Gitter

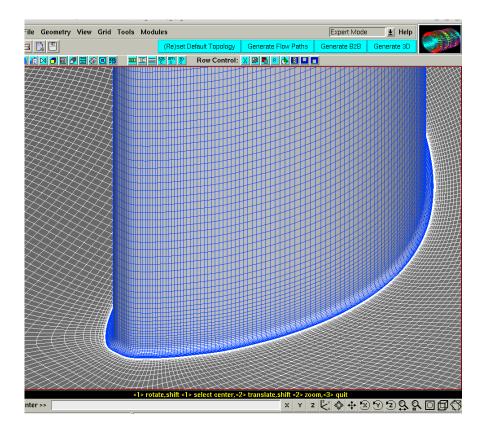


Abbildung 3.9: Netz mit Fillet der Größe 0.00055

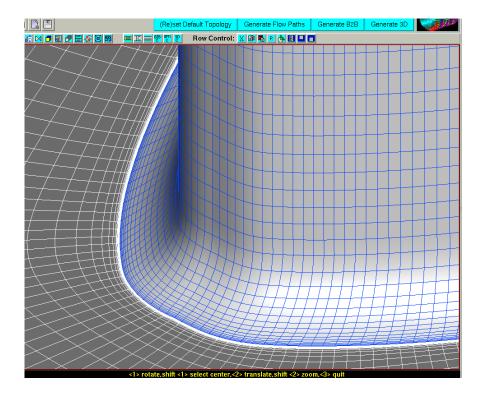


Abbildung 3.10: Delle in der Statorgeometrie

16 3 Aachen-Turbine

#### 3.4 Unstrukturiertes Gitter

Um den Unterschied zwischen einem strukturierten und unstrukturierten Gitter festzustellen, wurden zusätzlich Berechnungen mit einem unstrukturten durchgeführt. Diese Berechnungen konnten aufgrund eini aufgetretener Probleme nicht hinreichend betrachtet werden.

#### 3.4.1 Aufgetretene Probleme

Für den zweiten Stator liegt keine Geometrie, lediglich ein Netz vor. Somit war es nicht möglich ein unstrukturiertes Gitter für diesen zu erstellen. Für die Berechnungen wurde daher die Aachen-Turbine teilweise Trukturiert und strukturiert betrachtet. Ein weiteres Problem stellt Ausrichtung der ersten Stufe da. Bei dieser muss das Gitter verschiedene Transformationen durchlaufen:

- Rotation um die y-Achse um 90°
- Rotation um die x-Achse um 180°
- Spiegelung der Schaufel an der x,z-Ebene
- Translation des zweiten Stators entlang der z-Achse

Weiterhin lassen sich einige Punt aus dem Setup des strukturierten Gitters durch die durchgeführten Transformationen nicht verwenden, da diese außerhalb des Rechengebiets liegen.

Die Erstellung der unstrukturierten Gitter war aufgrund von Lizenz blemen nicht immer möglich, was die Anzahl der durchgeführten Simulationen eingrenzt.

#### 3.4.2 Erstellung des Gitters

Das unstrukturierte Gitter wurde mit Centaur erstellt. Zunächst wurde ein Referenzgitter mit den Defaultweren gebildet. Für das Einstellen von  $y^+$  wurde in einem ersten Test der gleiche Wandabstand wie im Falle des strukturierten Gitters verwendet. Nach einem ersten Test wurde dieser im Rotor auf ToDo verringert.

#### insert Image

von dem y+ von stator 1 und rotor Nach dem Einstellen von  $y^+$  wurden wie im strukturierten Fall verschiedene Verfeinerungsstufen der Aachen-Turbine erstellt.

#### **Tabelle**

3.4 Unstrukturiertes Gitter

#### 3.4.2.1 Verwendung von Sources

Um das Gitter lokal an bestimmten Stellen zu verfeinern wurden sogenannte Sources in Centaur eingeführt. Eine davon regelt den unterschiedlichen Wandabstand von Blade zu dem von Hub Eziehungsweise Shroud.

Eine Weitere verreinert die Zellen im Nachlauf der Schaufel relæum den Faktor c=0.8 insert Image

Wie bei dem strukturierten Gitter wurde auch eine gezielte Verfeinerung im Spalt vorgenommen.

#### 3.5 Vergleich der Wirkunsgrade

Bei der Aachen-Turbine ergaben sich je nach Berechnungsart folgende Werte für den Wirkungsgrad:

Tabelle 3.6: Wirkungsgrad bei der Aachen-Turbine

Berechnungsformel	$\eta$
$\eta_{\Delta T_t}$ mit $c_p$ konstant	86%
$\eta_{\Delta T_t}$ mit $c_p(T)$	86%
${\eta}_{\Delta h_t}$	87%
$\eta_{torque}$	85%

Es ist zu sehen, dass ..... ToDo

18 3 Aachen-Turbine

# 4 Einfluss inhomogener Randbedingungen und des Stator-Rotor Interface auf die Wirkungsgradbestimmung

Bei der Berechnung des Wirkungsgrades führen geringe Abweichungen der Totaltemperatur zu großen Änderungen des Wirkungsgrades. An dem Stator-Rotor Interface kommt es bei Wahl einer sogenannten Mixing-Plane zur stationären Berechnung zu einem Ansteigen der Totaltemperatur. In diesem Kapitel wird zunächst die Funktionsweise der Mixing Plane erläutert und die Ergebnisse der Analyse des Einflusses der Mixing Plane bei unterschiedlichen Einstrombedingungen vorgestellt.

#### 4.1 Mixing Plane / Stage

In dem verwendeten Setup der Aachenturbine werden die 1 1/2 Stufen in drei Domänen dargestellt. Hierbei kommt es zu einer Herausforderung; die Domänen müssen miteinander verbunden werden. Um dies zu bewerkstelligen, werden jeweils an den Verbindungsstellen von Stator zu Rotor und Rotor zu Stator sogenannte *Interfaces* definiert. Im Falle einer solchen Anordnung ist in CFX die *General Connection* zu wählen, da sich rotierende an stationäre Domänen anschließen.

Eine Möglichkeit ein solches Interface mittels General Connection zu definieren ist das Frozen Rotor Interface. Hierbei bleibt die relative Orientierung der Komponenten über die gesamte Berechnung erhalten. Dieses Modell hat seine Vorteile bei großen Schwankungen der Strömungsgrößen in Umfangsrichtung.

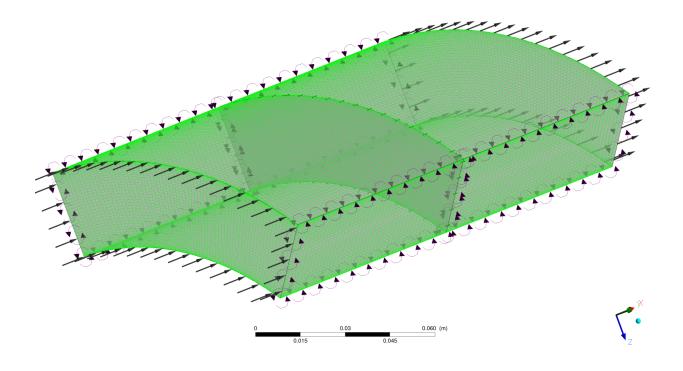
Eine weitere Untergruppe der *General Connection* in CFX ist das Stage- oder Mixing Plane-Interface, welches für die Erstellung des in dieser Arbeit verwendeten Setups eingesetzt wird. Hierbei werden die Strömungsgrößen an der Verbindungsstelle über den Umfang gemittelt. Durch die Mittelung der Strömungsgrößen am Interface treten Vermischungsverluste auf. Laut ANSYS sind die hierbei entstehenden Verluste äquivalent zu den physikalischen Vermischungseffekten der zwischen Stator und Rotor und eines somit entstehenden Geschwindigkeitsprofils in entgegen der Strömungsrichtung. [1]

#### 4.2 Rohrauschnitt

Anstelle der Aachen-Turbine wird für die Analyse des Stator-Rotor Interfaces ein Rohrausschnitt, geteilt in Stator und Rotor, berechnet um den Einfluss des Interfaces auf die Strömungsgrößen in Hinblick auf die Wirkungsgradberechnung zu testen. Dabei werden die Eintrittsbedingungen verändert und das Verhalten der Mixing-Plane unter unterschiedlichen Einströmbedingungen untersucht. In dem folgenden Abschnitt wird zunächst das Rechengebiet näher beschrieben.

#### 4.2.1 Problemgebiet

Die Geometrie des Rohrausschnitts mit Gitter ist in der Abbildung 4.1 zu sehen.



**Abbildung 4.1:** Eine dreidimensionale Ansicht der vereinfachten Aachen-Turbine mit Gitter.

Die vereinfachte Turbine besteht aus einem Stator und einem Rotor. An der Vorderseite befindet sich der Einstrom, an den Seiten jeweils periodische Randbedingungen, an der Rückseite ist der Ausstrom. Die Grenzen an der Ober- und Unterseite stellen Shroud und Hub dar, repräsentieren somit Wandrandbedingungen. Stator und Rotor sind mit einem Interface verbunden. Das Verhältnis der Abmessungen dieses Rohrausschnitts entspricht den Größenverhältnissen der Aachen-Turbine und sind der Tabelle 4.2.1 zu entnehmen.

Tabelle 4.1: Abmessungen der vereinfachten Turbine

$d_a$	$d_i$	$L_{x}$	α
300mm	240mm	160mm	45°

Hierbei sind  $d_a$  Außendurchmesser,  $d_i$  Innendurchmesser  $d_i$ ,  $L_x$  die Länge in Axialrichtung und  $\alpha$  der Ausschnittswinkel.

#### 4.2.2 Gitterstudie

Nach Festlegen der Geometrie wird ein CAD-Modell und ein Gitter mit einem  $y^+ \approx 1$  erstellt. Darauf folgte eine Gitterstudie, um die Unabhängigkeit der Lösung zur Gitterdiskretisierung sicherzustellen. Dabei wird das Modell auf immer feiner werdenden Gittern berechnet, bis sich die relevanten Größen nicht mehr verändern. In der folgenden Tabelle 4.2 werden die Gitterparameter des Gitters gezeigt, die aus der Gitterstudie ermittelt und für die Analyse verwendet werden.

Tabelle 4.2: Gitterparameter des Kanals

$N_x$	$N_r$	$N_{\phi}$	Gesamtanzahl Knoten	Gesamtanzahl KV
48	56	79	424704	403260

Dabei sind  $N_x$ ,  $N_r$  und  $N_\phi$  die Anzahl an Knoten in die verschiedenen Raumrichtungen in Zylinderkoordinaten.

Anschließend werden für dieses Gitter Strömungssimulationen mit unterschiedlichen Eintrittsrandbedingungen und Veränderungen des Stator-Rotor Interfaces durchgeführt, die in dem folgendem Abschnitt beschrieben werden.

#### 4.3 Einfluss des Stator-Rotor Interface auf den Wirkungsgrad

In diesem Abschnitt werden die unterschiedlichen verwendeten Eintrittsrandbedingungen näher erläutert und dann die Ergebnisse der verschiedenen Simulationen vorgestellt.

#### 4.3.1 Verwendete Eintrittsrandbedingungen

Bei dem Stator-Rotor Interface werden die Werte an den Knoten vor dem Interface nach Mittelung und Interpolation auf die Knoten nach dem Interface übertragen. Bei gleichem Gitter für Stator und Rotor können diese direkt zugeordnet werden. Deswegen wird für einen Testfall das Gitter im Rotor verfeinert, sodass die Zuordnung der Knoten interpoliert erfolgen muss.

Des Weiteren wird der Einfluss der Einströmrandbedingung in Bezug auf die Mixing Plane ermittelt. Dabei wird eine schräge Einströmung (Abbildung 4.2(a)), eine inhomogene Temperaturverteilung mit maximaler Temperatur in Rechengebietsmitte (Abbildung 4.2(b)/(c)) und schließlich zusätzliche Dralleintrittsrandbedingungen mit unterschiedlicher Drallkernposition (Abbildung 4.2(d)/(e)) vorgegeben. Anstatt nur stationär mit einer

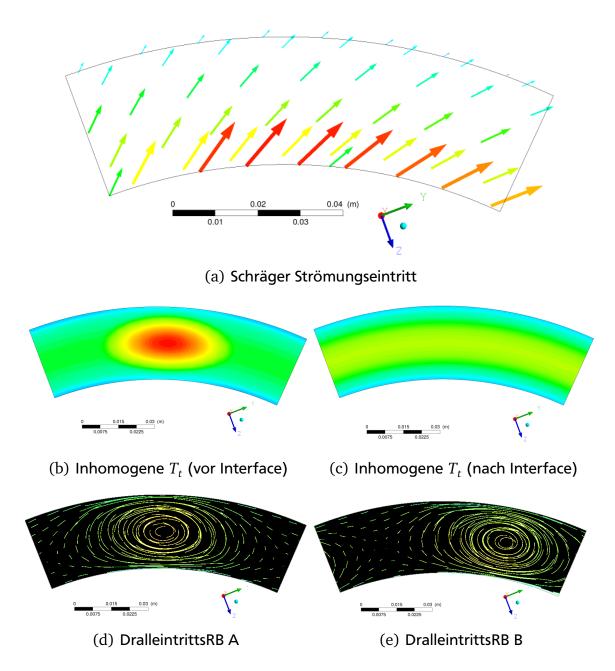


Abbildung 4.2: Verwendete Randbedingungen

Mixing Plane wurde die Berechnung auch vollständig instationär mit einer Sliding Plane durchgeführt. Die Ergebnisse dieser Berechnungen werden im nächsten Abschnitt vorgestellt.

#### 4.3.2 Einfluss auf die Strömungsgrößen

Zur Untersuchung des Stator-Rotor Interface sollen die Strömungsgrößen vor und nach dem Interface miteinander verglichen werden. Hierfür werden die Differenz nach

$$\Delta T_t = T_{t,2} - T_{t,1} \tag{4.1}$$

berechnet, wobei  $T_{t,1}$  die Totaltemperatur vor dem Interface und  $T_{t,2}$  die Totaltemperatur nach dem Interface ist. Dabei ergibt sich folgende Tabelle 4.3 mit den Strömungsgrößen Massenstrom  $\dot{m}$ , Totaldruck  $p_t$  und Totaltemperatur  $T_t$ .

Tabelle 4.3: Einfluss der Eintrittsrandbedingungen

Einstromrandbedingung	$\Delta \dot{m}$ in $\frac{kg}{s}$	$\Delta p_t$ in $Pa$	$\Delta T_t$ in $K$
Referenzlösung	+1,252e-05	-40,04	+0,043
feineres Gitter im Rotor	+3,755e-06	-43,81	+0,043
schräge Einströmung	-7,368e-06	-35,45	+0,026
inhomogene TemperaturRB	+1,078e-06	+10,36	+0,794
DralleintrittsRB A	+9.611e-06	+20.17	+0.012
DralleintrittsRB A + Temperatur RB	-1,051e-05	-38,59	+1,764
DralleintrittsRB B + Temperatur RB	-1,312e-05	-41,83	+1,632
DralleintrittsRB C + Temperatur RB	-8,919e-06	-93,04	+1,719
DralleintrittsRB D + Temperatur RB	-1,539e-05	+2,787	+1,597
DralleintrittsRB E + Temperatur RB	+4,091e-06	-12,07	+1,576
DralleintrittsRB F + Temperatur RB	+1,729e-06	-23,83	+1,626
Instationär	+1,873e-07	-0,604	-2,466e-04

Es ist zu sehen, dass die Massenströme vor und nach dem Stator-Rotor Interface für alle Einstrombedingungen annähernd gleich groß sind. Der Totaldruck sinkt um bis zu maximal  $\Delta P_{t_{max}} \approx 93 Pa$ , somit ist der Totaldruckverlust im Vergleich zu den vorherrschenden Totaldrücken  $\frac{\Delta p_t}{p_t} \approx 10^{-4}$  klein.

Die Totaltemperatur ändert sich bei homogenen Temperaturrandbedingungen sowohl für schräge Einströmungsrandbedingungen als auch bei feinerem Gitter im Rotor kaum  $(\Delta T_t < 0,05K)$ .

Bei inhomogenen Temperaturrandbedingungen unterscheidet sich die Totaltemperatur vor und nach dem Interface um ungefähr  $\Delta T_t \approx 0,8K$ . Hier ist der Unterschied von  $T_t$  im Vergleich zum vorher homogenen Temperaturfeld wesentlich größer. Insbesondere bei zusätzlichen Dralleintrittsbedingungen ergeben sich Totaltemperaturdifferenzen von bis zu  $\Delta T_t \approx 1,8K$ . Bei Dralleintrittsbedingungen mit inhomogenen Randbedingungen sind somit die Abweichung der Totaltemperatur ungefähr doppelt so hoch wie bei separater

inhomogener Temperaturrandbedingung.

Die Untersuchung der Mixing Plane erfolgt mit einer vereinfachten Turbine ohne Schaufeln. Bei diesem Fall wird im Rotor ohne Schaufeln keine Leistung erzeugt, sondern der Strömung Energie durch Rotation und Reibung zugeführt. Dies hat zur Folge, dass bei diesem Problemgebiet direktieine Aussagen über den Wirkungsgrad wie bei einer Turbine getroffen werden kann. Um dennoch zumindest eine grobe Abschätzung der Veränderung des Wirkungsgrades durch die Mixing Plane zu erhalten, werden die Ergehnisse für  $\Delta p_t$ und  $\Delta T_t$  für diese Geometrie auf die Aachen Turbine übertragen. Dabei wird die Aachen Turbine mit dem gleichen Betriebspunkt wie die vereinfachte Rohrströmung gerechnet und die Differenzen an den beiden Interfaces Stator1-Reter und Rotor-Stator2 betrachtet. Diese Differenzen wei im nächsten Schritt Wirkungsgradberechnung eliminiert, um einen korrigierten Wirkungsgrad zu erhalten (frei von den Differenzen an der Mixing Plane). Auf diesen korrigierten Wirkungsgrad werden dann die Differenzen, die sich bei der vereinfachten Rohrstrung ergeben haben, wieder aufaddiert, unter der Annahme, dass sich die Aachen Turbine bei unterschiedlichen Eintrittsbedingungen ähnlich wie die Rohrströmung verhält. Damit ergaben sich folgende Abweichungen des Wirkungsgrads  $\Delta \eta$  durch die Mixing Plane: Therbei ist jedoch anzumerken, dass aufgrund der vielen Annahmen die-

Tabelle 4.4: Abschätzung des Einflusses der MP auf den Wirkungsgrad

Einstromrandbedingung	$\Delta \eta$
Referenzlösung	-0,264%
feineres Gitter im Rotor	-0,274%
schräge Einströmung	-0,190%
inhomogene TemperaturRB	-2,775%
DralleintrittsRB A	-6,345%
DralleintrittsRB B	-5,884%
DralleintrittsRB C	-6,343%
DralleintrittsRB D	-5,629%
DralleintrittsRB E	-5,599%
DralleintrittsRB F	-5,808%
Instationär	-8 ·10 <sup>-4</sup> %

se Abschätzung nicht als allgemeine Aussage für die Wirkungsgradbestimmung zu sehen ist, sondern nur eine grobe Abschätzung der Größenordnung des Einflusses der Mixing Plane darstellt.

#### 4.3.3 Fazit

Die Berücksichtung des Einflusses der Mixing Plane für die Wirkungsgradbestimmung ist unerlässlich, sobald inhomogene Temperaturfelder of an dem Interface auftreten oder die Strömung mit einer Winkeln, das heißt schräg oder mit Drall, auf das Interface auftrifft. Hie sollten die Domänen instationär mit einer Sliding Plane verbunden werden, um die Verfälschung der Strömun urch Mittelung an der Mixing Plane zu vermeiden. Außerdem ist hier zu erwähnen, dass in diesem Testfall nur der Einfluss eines einzelnen Interfaces untersucht wurde. Bei einer Simulationen von mehreren Turbinenstufen und somit der Verwendung von mehreren Interfaces summiert sich der Fehler am Interface.

## 5 Auswertungstool zur Gitterstudie

Für die in dieser Ausarbeitung durchgeführten Gitterstudien wurde ein Auswertungstool in Matlab erstellt. Es eignet sich für die Auswertung von Gitterstudien aus CFX-Simulationen. Ziel war es einfache Bedienung mit wenigen Einstellmöglichkeiten zu ermöglichen, damit dieses Tool ohne vertiefte Matlab Kenntnisse genutzt werden kann.

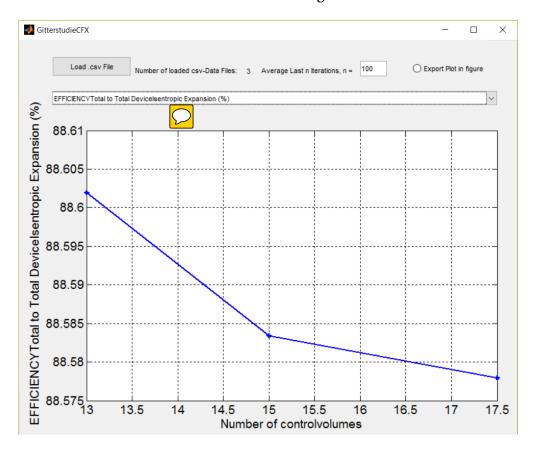


Abbildung 5.1: Auswertungstool zur Gitterstudie

#### 5.1 Funktionsumpfang

Dieses Tool stellt alle Einträge einer .csv-Datei in umgekehrter Reihenfolge da. Dadurch werden die selbst erstellten User Points im Drop-Down Menü zuerst aufgelistet. Die zu betrachtende Größe w ber der Kontrollvolumenanzahl geplottet. Dabei mittelt das Tool die letzten n Iterationen ei Simulation. Durch eine Export Funktion lassen sich die Diagramme in einem separaten Fenster öffnen und können zur weiteren Verwendung in verschiedene nate exportiert werden.

#### 5.2 Benutzung

Um dieses Tool zu verwender des sie Funktion GitterstudieCFX in Matlab ausgeführt werden. Nun können über den Button Load .csv File csv-Dateien einzeln eingeladen werden. Diese wurden vorher mit cfx5mondata -res filename.res -out filename.csv in der Konsole erzeugt. In dem sich öffnenden Dialogfenster muss die Kontrollvolumenzahl, beziehungsweise die Verfeinerungsstufe der eingelen Datei eingegeben werden. Nach dem Einlesen kann im Drop-Down Menü die darzustellende Größe ausgewählt werden. Über den Export-Button wird das Diagramm in einem Export-Button wird lässten in verschiedenen Formaten abspeichern.



#### 1 Wichtige Hinweise

Die Dateien müssen von der gröbsten bis zur feinsten Verfeinerung in aufsteigender Reihenfolge eingeladen werden. Ansonsten springt die blaue in wieder zurück

In den Definitionen der Userpoints in CFX dürfen keine Anführungszeichen verwendet werden. Diese dienen als Trennzeichen in der .csv-Datei und führen zu zu vielen Einträgen im Drop-Down-Menü. Dadurch stimmen die dargestellten Werte nicht mehr mit dem Diagramm überein.

Die Schriftgröße der Achsenbeschriftung kann unter FontSize in den folgenden Zeilen verändert werden.

```
xlabel('Number_of_controlvolumes', 'FontSize',14);
ylabel(..., 'FontSize',14);
```

Die Schriftgröße der Achsen wird ebenfalls mit FontSize eingestellt.

```
set(gca, 'FontSize',14);
```

Die Linienstärke wird mit Linewidth angepasst.

```
plot(g(:), fPlot(:), '*-b', 'Linewidth',2);
```

Die Defaultwerte sorgen bereits für eine gute Lesbarkeit in Ausarbeitungen.

Dieses Tool mittelt standardmäßig die letzten n = 100 Iterationen einer Simulation. Dies kann allerdings vor dem Einlesen einer Datei in dem dazugehörigen Textfeld umgestellt werden.

## Abbildungsverzeichnis

2.1	Spez. Warmekapazitat temperaturabhangig	5
3.1	Aachen-Turbine	7
3.2	Eine dreidimensionale Ansicht der Aachen-Turbine mit Gitter	8
3.3	Totaldruck Profil Inlet	9
3.4	Gitterstudie des Spalts für eine Stufe	11
3.5	Gitterstudie des Spalts für 1,5 Stufen	11
3.6	$y^+$ -Verteilung über die komplette Stufe	12
3.7	Wirkungsgrade über eine Stufe	14
3.8	Wirkungsgrade über 1,5 Stufen	15
3.9	Netz mit Fillet der Größe 0.00055	16
3.10	Delle in der Statorgeometrie	16
4.1	Eine dreidimensionale Ansicht der vereinfachten Aachen-Turbine mit Gitter.	20
4.2	Verwendete Randbedingungen	22
5.1	Auswertungstool zur Gitterstudie	27

## **Tabellenverzeichnis**

2.1	Konstanten für die Berechnung von $c_p$	4
3.1	Schaufelzahlen in Stator und Rotor	8
3.2	Betriebspunkt	9
3.3	Zellgrößen an der Wand für Rotor und die Statoren	12
3.4	Variationen der Gitter mit Knoten und Elementen	13
3.5	Kenngrößen des finalen Gitters	14
3.6	Wirkungsgrad bei der Aachen-Turbine	18
4.1	Abmessungen der vereinfachten Turbine	21
4.2	Gitterparameter des Kanals	21
4.3	Einfluss der Eintrittsrandbedingungen	23
4.4	Abschätzung des Einflusses der MP auf den Wirkungsgrad	24

## Literaturverzeichnis

- [1] Cfx pre user's guide. https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/17.0/en-us/help/cfx\_mod/CACDIGEH.html. Eingesehen am 14.06.2014.
- [2] Juan J. Alonso Jixian Yao, Roger L. Davis and Antony Jameson. Unsteady flow investigations in an axial turbine using the massively parallel flow solver tflo, 2001.