




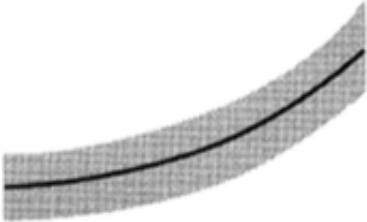
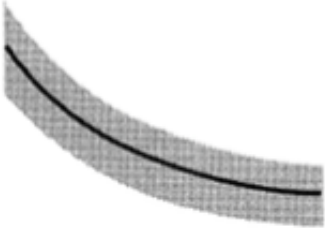
# ME613 - Análise de Regressão

Parte 4

Benilton S Carvalho - 2S2020

Transformações

# Transformações: relações não lineares

	Prototype Regression Pattern	Transformations of $X$
(a)		$X' = \log_{10} X$ $X' = \sqrt{X}$
(b)		$X' = X^2$ $X' = \exp(X)$
(c)		$X' = 1/X$ $X' = \exp(-X)$

# Transformações: relações não lineares

- Linearizar uma relação linear, em casos que a suposição de normalidade dos erros com variância constante é adequada .
- Tentar encontrar transformação em  $X$ .
- Avaliar os gráficos de resíduo para decidir qual a melhor transformação.

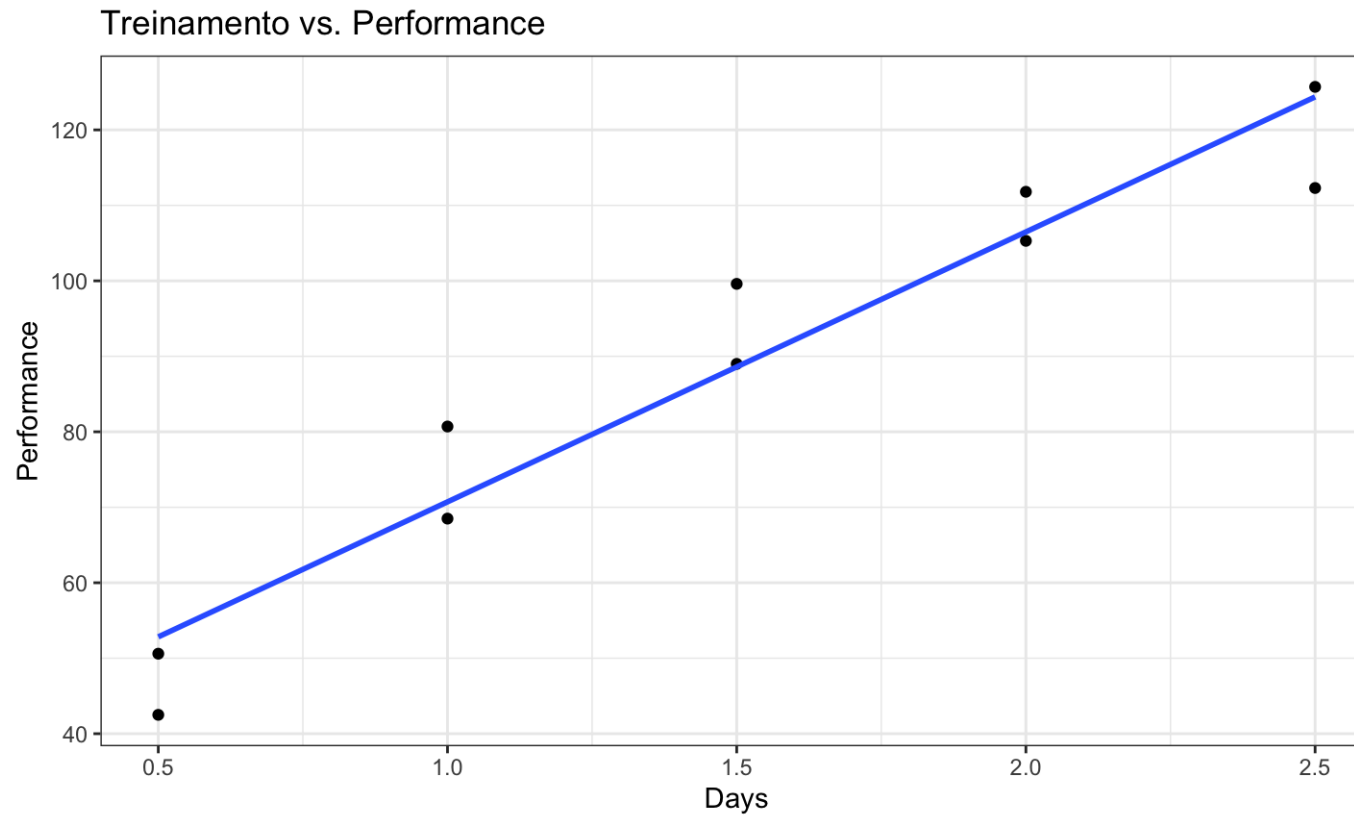
# Exemplo: Treinamento e Performance

$X$ : número de dias de treinamento recebido.

$Y$ : performance nas vendas.

Parte 1		Parte 2	
Days	Performance	Days	Performance
0.5	42.5	1.5	99.6
0.5	50.6	2.0	105.3
1.0	68.5	2.0	111.8
1.0	80.7	2.5	112.3
1.5	89.0	2.5	125.7

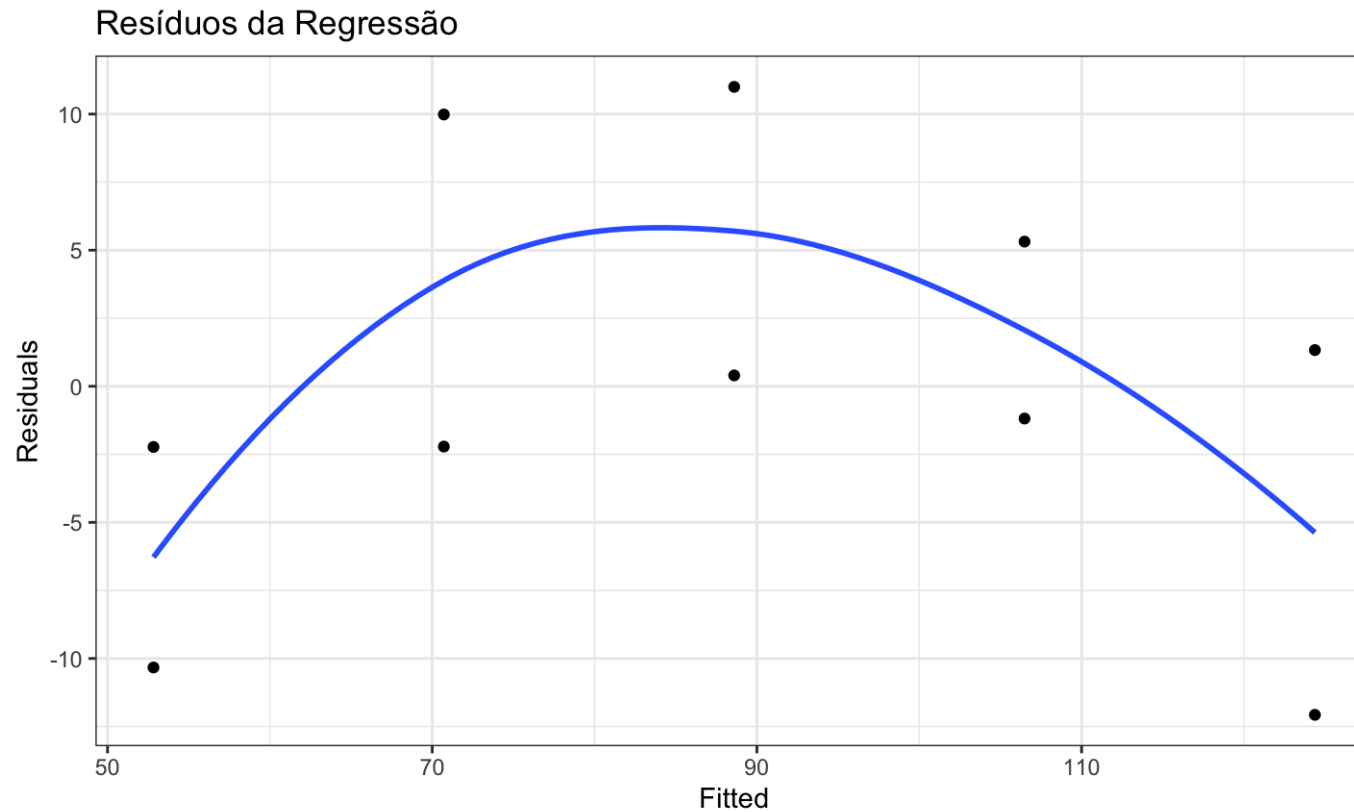
# Exemplo: Treinamento e Performance



$$\hat{Y} = 34.945 + 35.77X$$

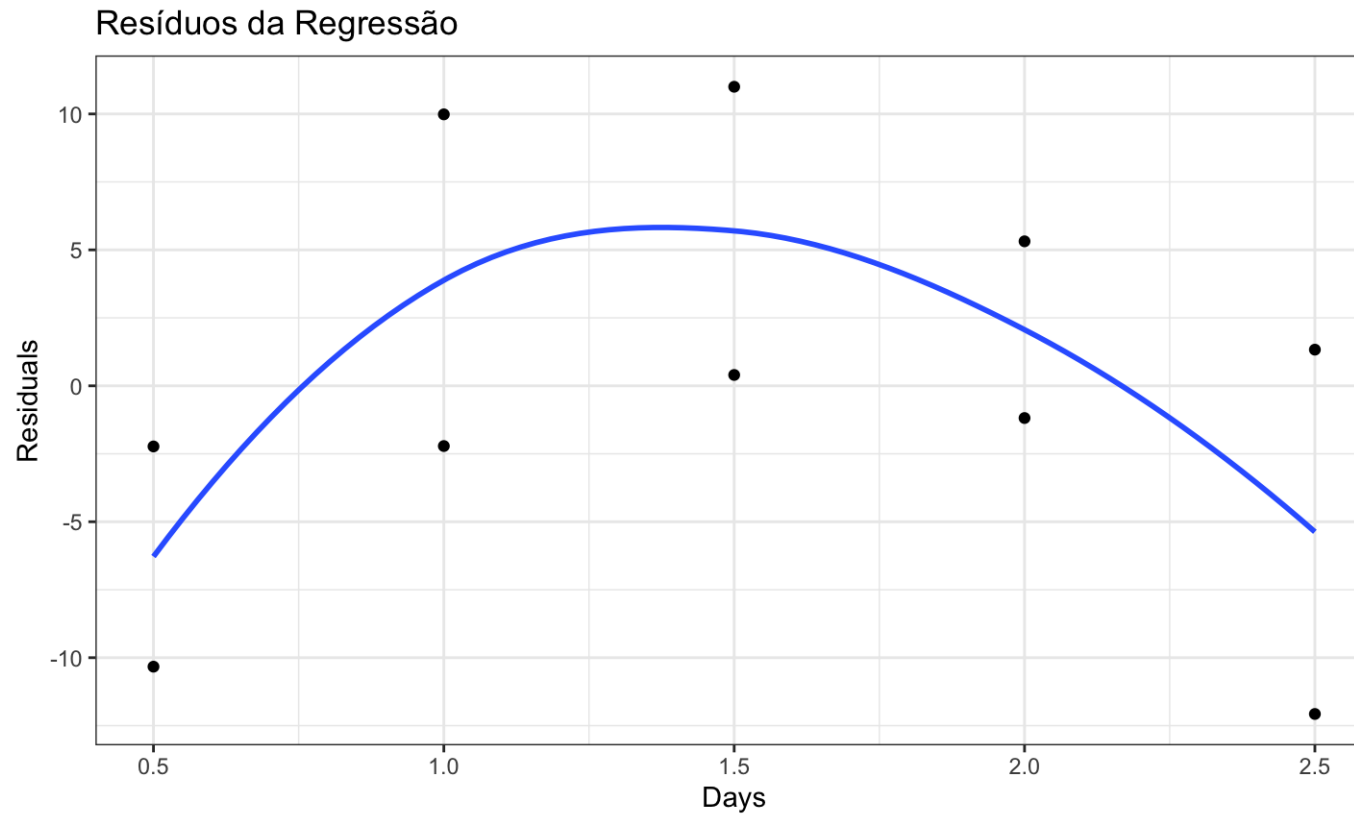
# Exemplo: Treinamento e Performance

Gráfico de resíduos:  $e_i$  versus  $\hat{Y}_i$ .



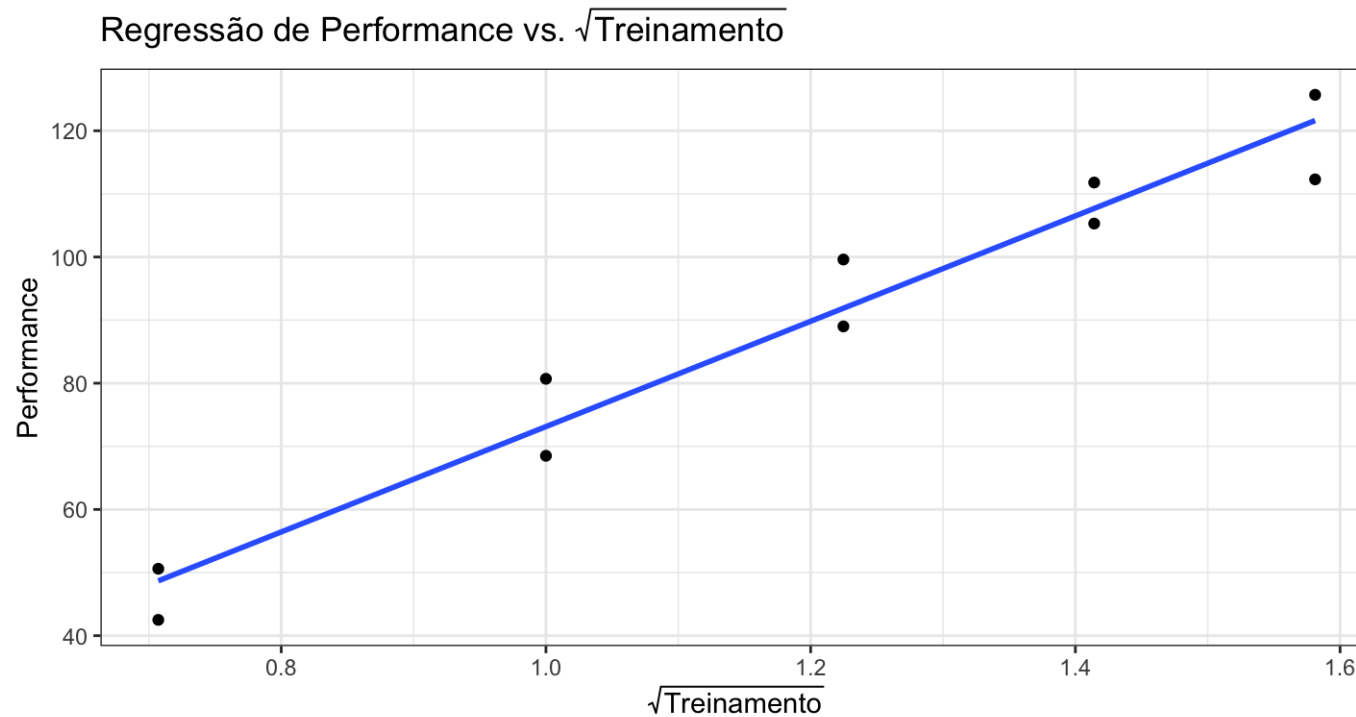
# Exemplo: Treinamento e Performance

Gráfico de resíduos:  $e_i$  versus  $X_i$ .





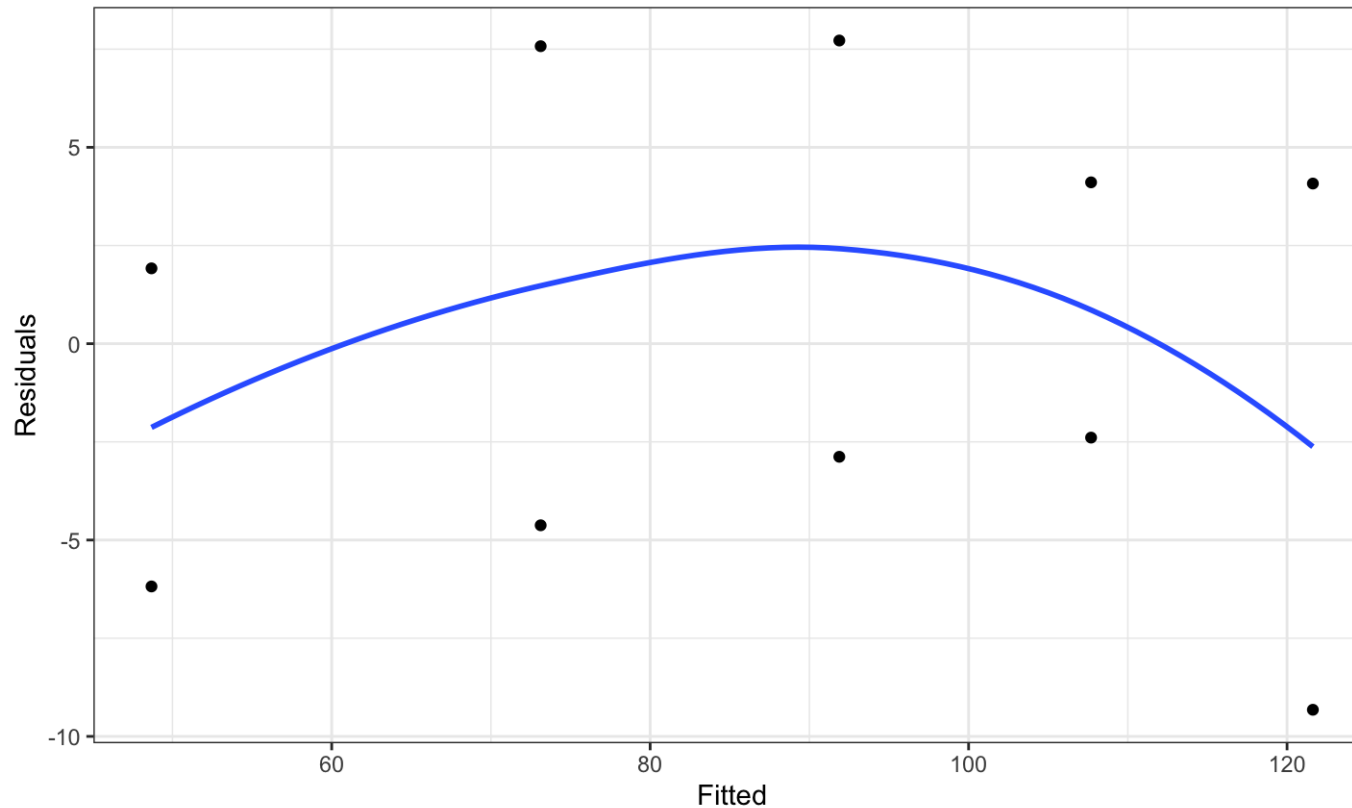
# Exemplo: Treinamento e Performance



$$\hat{Y} = -10.33 + 83.45\sqrt{X}$$

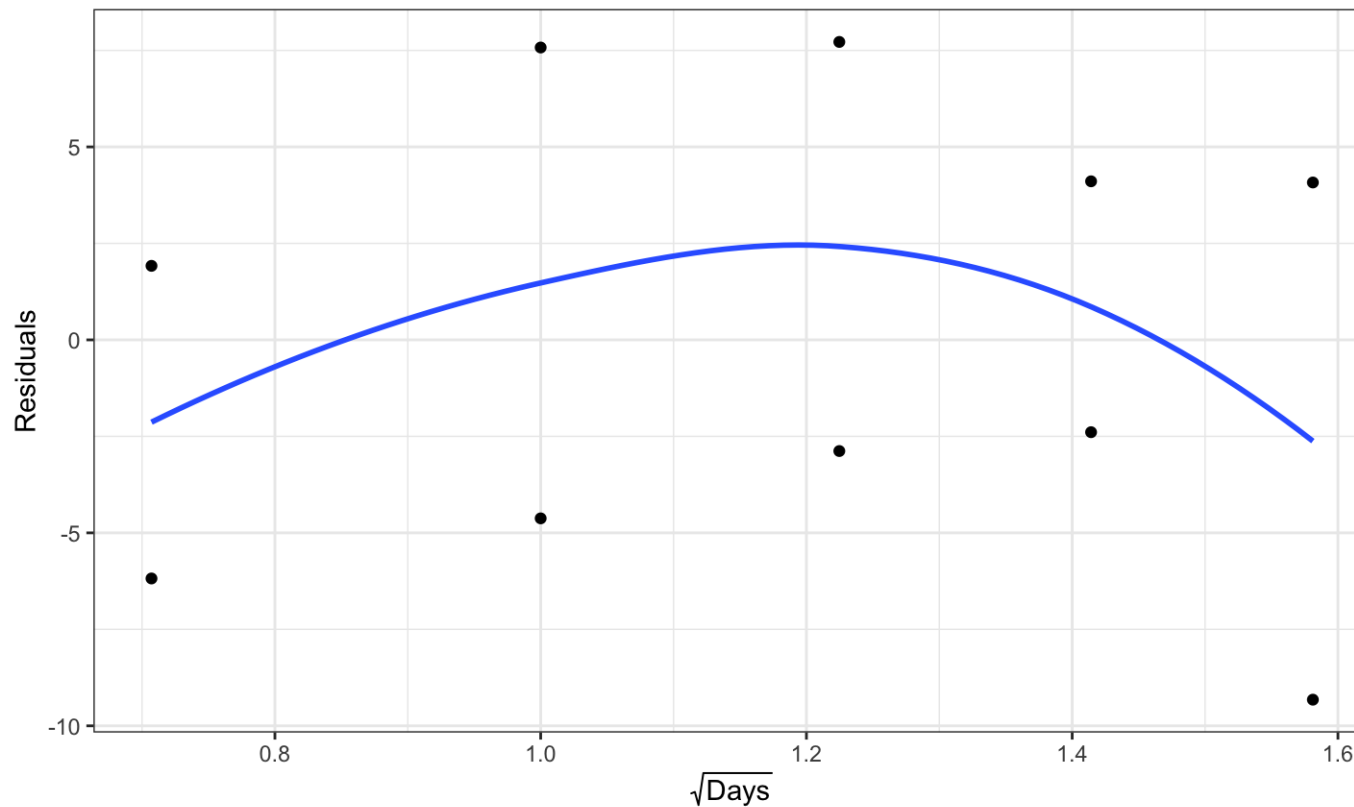
# Exemplo: Treinamento e Performance

Gráfico de resíduos:  $e_i$  versus  $\hat{Y}_i$  usando  $\sqrt{\text{Treinamento}}$  no modelo.

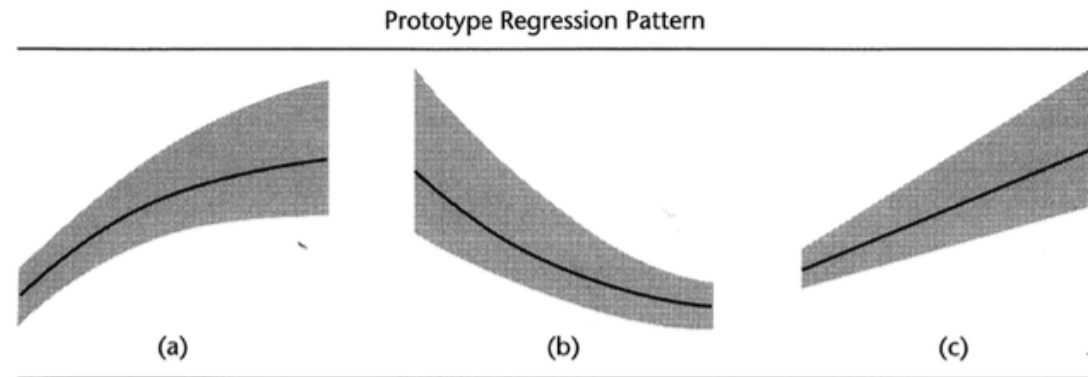


# Exemplo: Treinamento e Performance

Gráfico de resíduos:  $e_i$  versus  $X_i$  usando  $\sqrt{\text{Treinamento}}$  no modelo.



# Transformações: não normalidade e variância não constante



# Transformações: não normalidade e variância não constante

- Tentar encontrar transformação em  $Y$ .
- Pode ser combinada com uma transformação também em  $X$ .

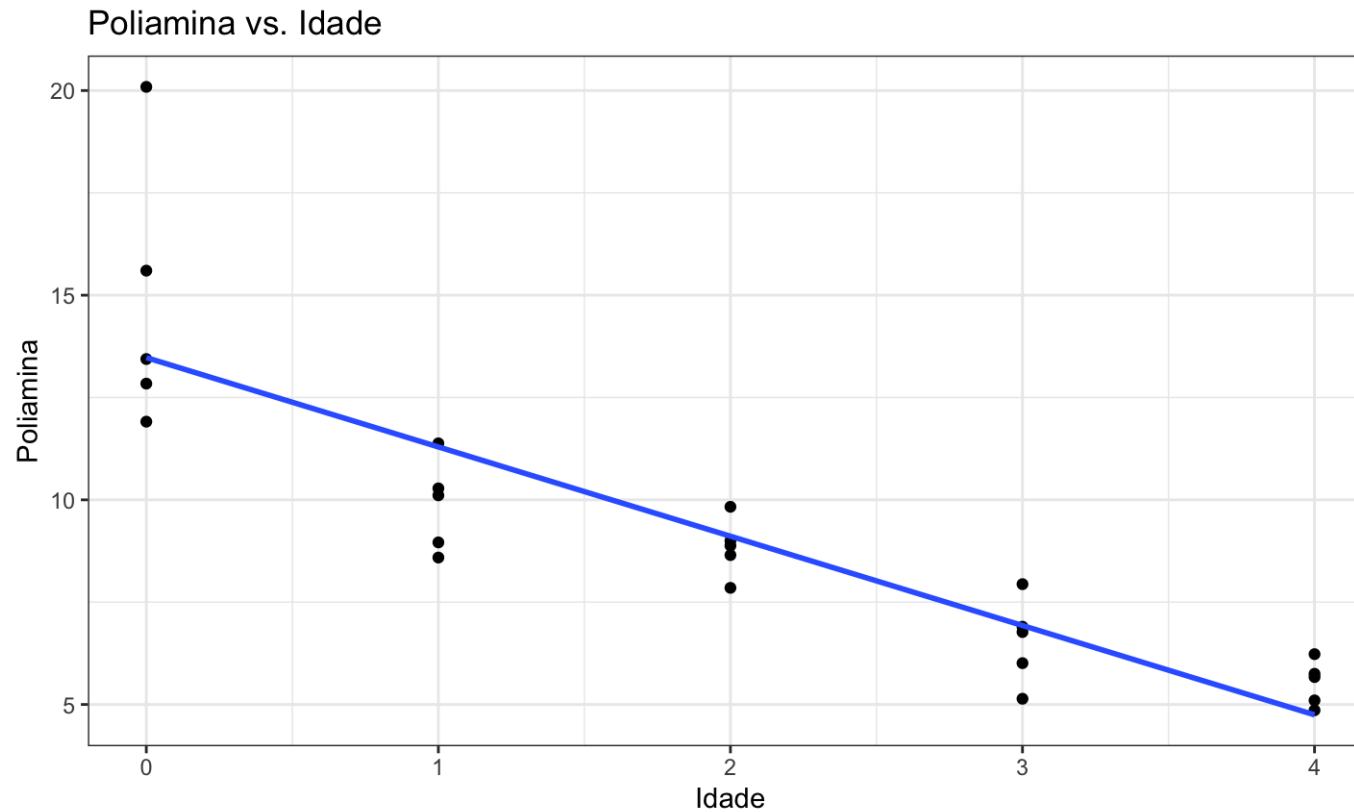
# Exemplo: Idade e nível de poliamina

$X$ : Idade

$Y$ : nível de poliamina no plasma

Parte 1		Parte 2		Parte 3		Parte 4	
Idade	Poliamina	Idade	Poliamina	Idade	Poliamina	Idade	Poliamina
0	13.44	1	10.28	2	8.88	4	5.10
0	12.84	1	8.96	3	7.94	4	5.67
0	11.91	1	8.59	3	6.01	4	5.75
0	20.09	2	9.83	3	5.14	4	6.23
0	15.60	2	9.00	3	6.90	NA	NA
1	10.11	2	8.65	3	6.77	NA	NA
1	11.38	2	7.85	4	4.86	NA	NA

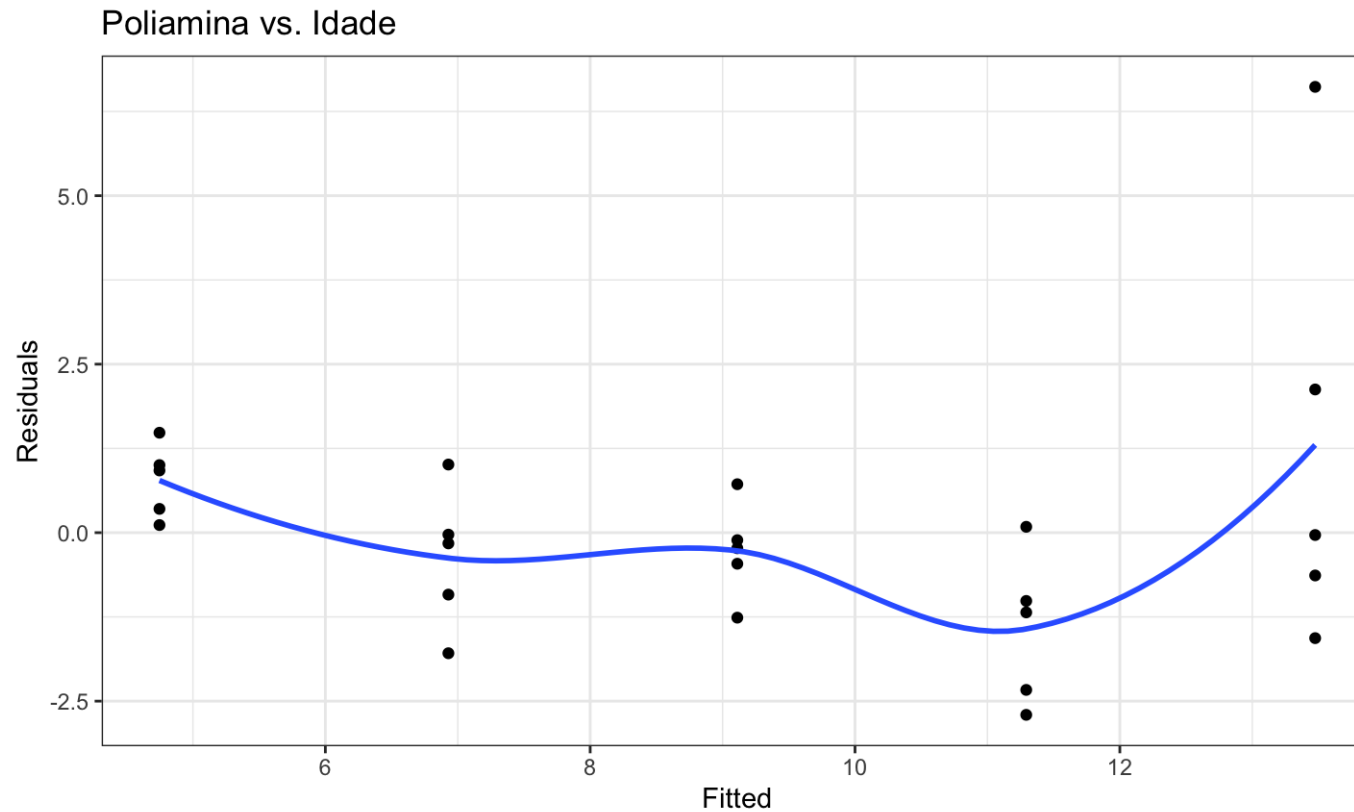
# Exemplo: Idade e nível de poliamina



$$\hat{Y} = 13.4752 - 2.182X$$

# Exemplo: Idade e nível de poliamina

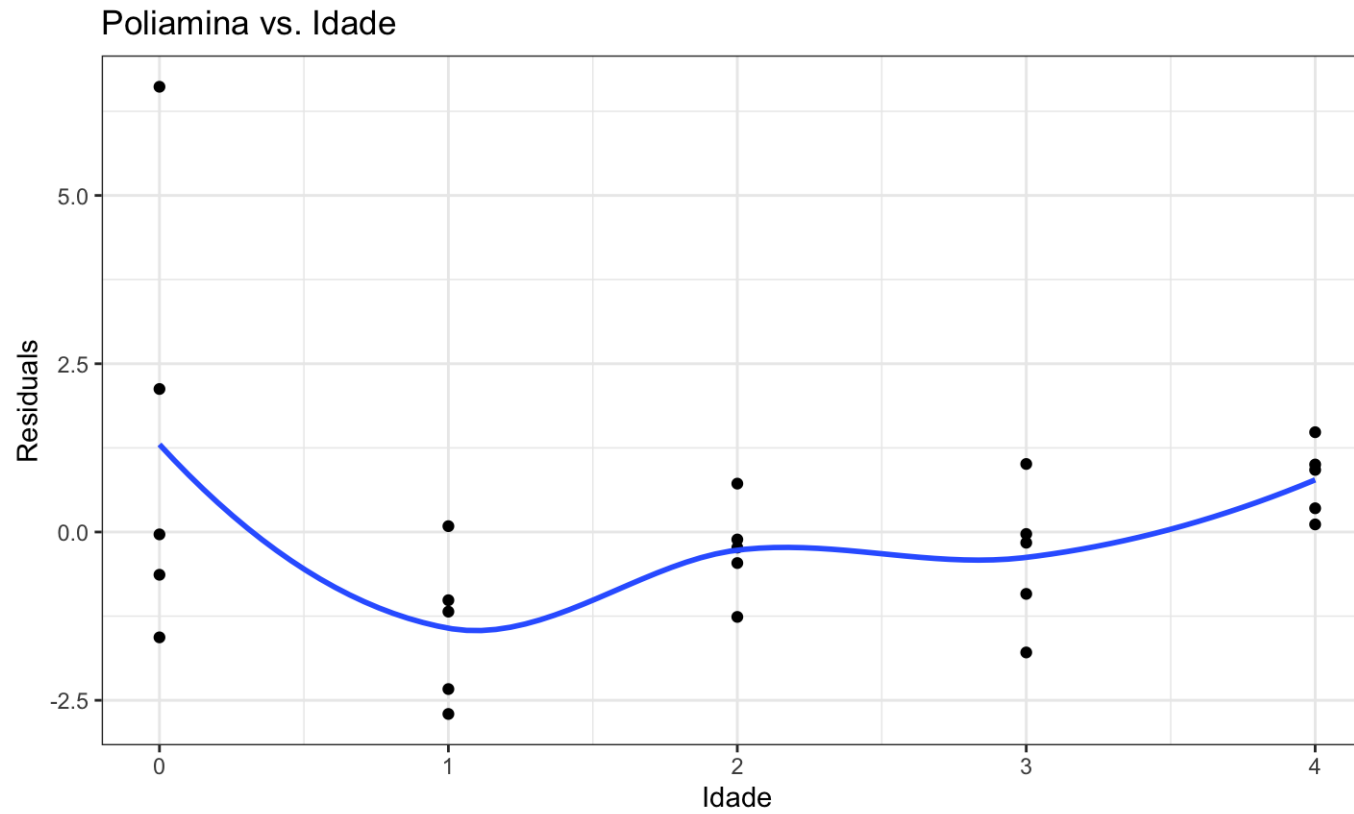
Gráfico de resíduos:  $e_i$  versus  $\hat{Y}_i$ .





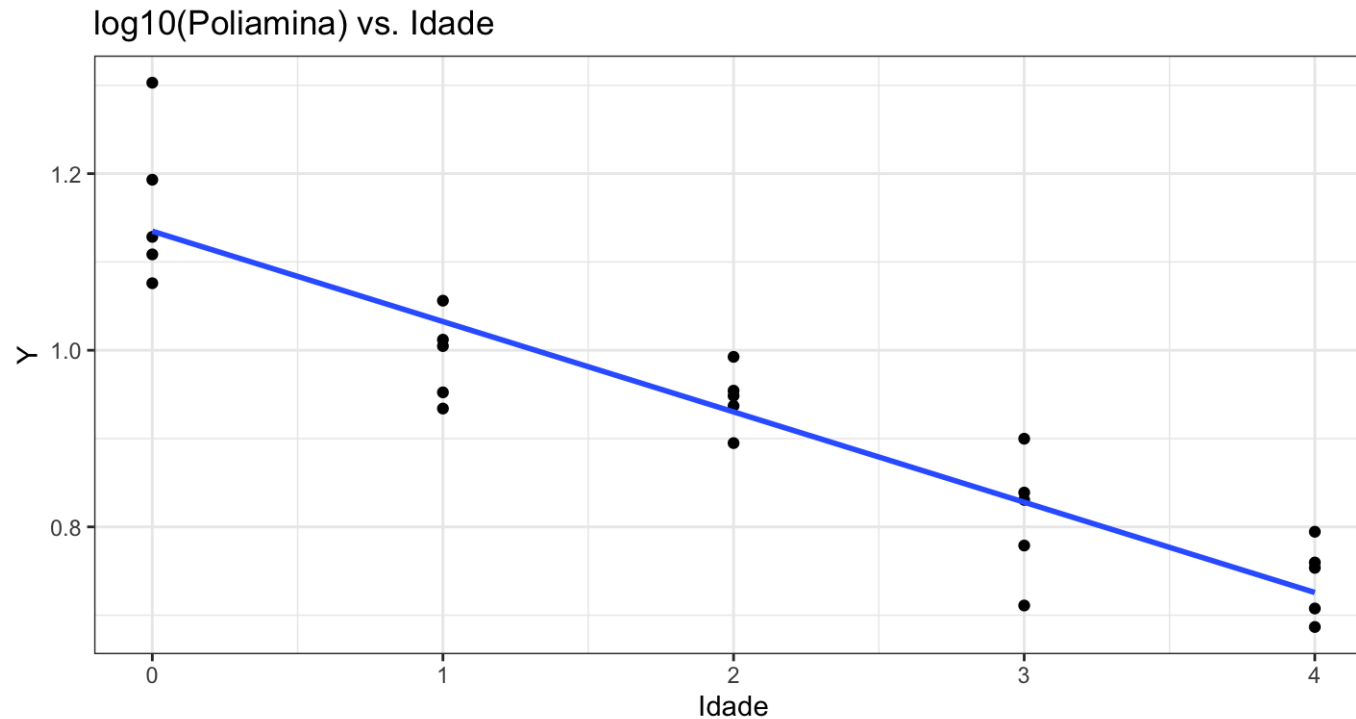
# Exemplo: Idade e nível de poliamina

Gráfico de resíduos:  $e_i$  versus  $X_i$ .



# Exemplo: Idade e nível de poliamina

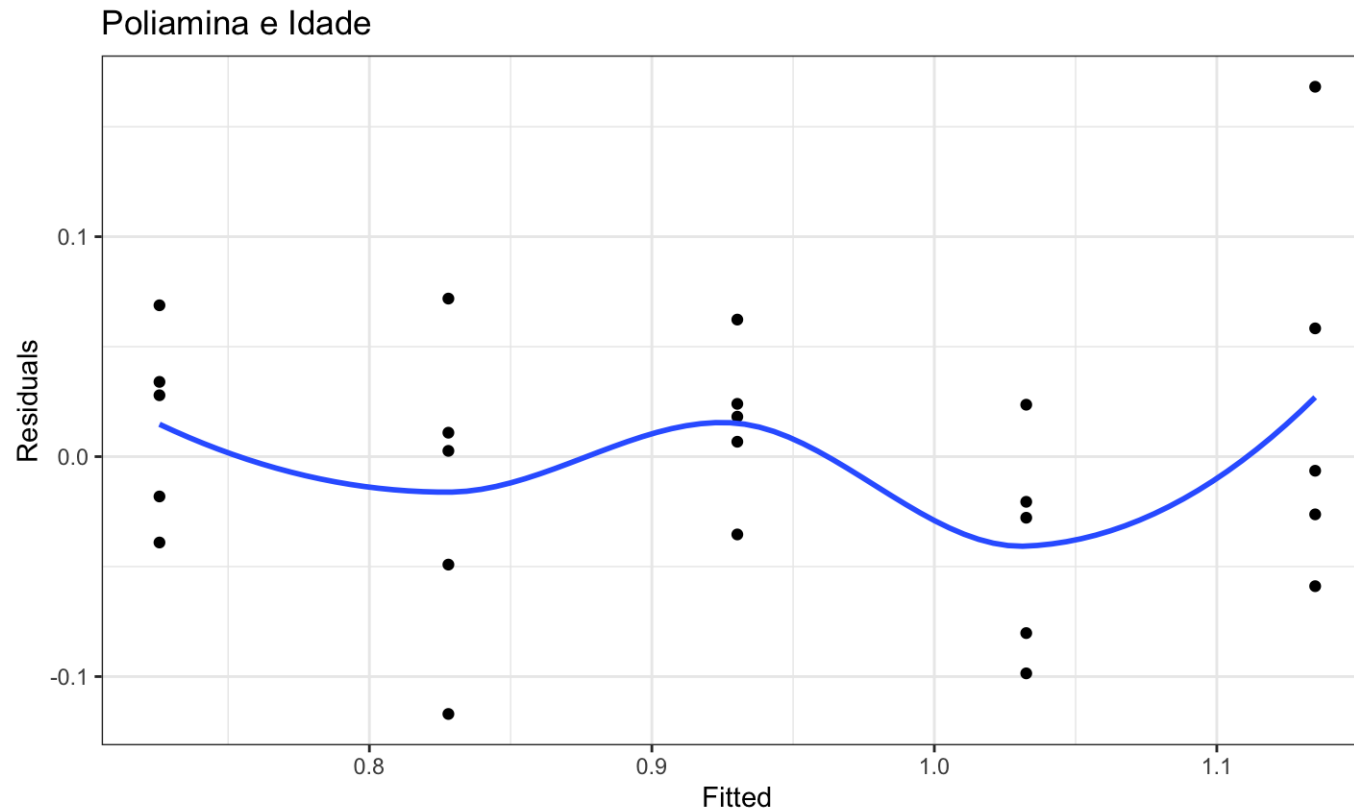
$$Y' = \log_{10} Y$$



$$\hat{Y}' = 1.13 - 0.1X$$

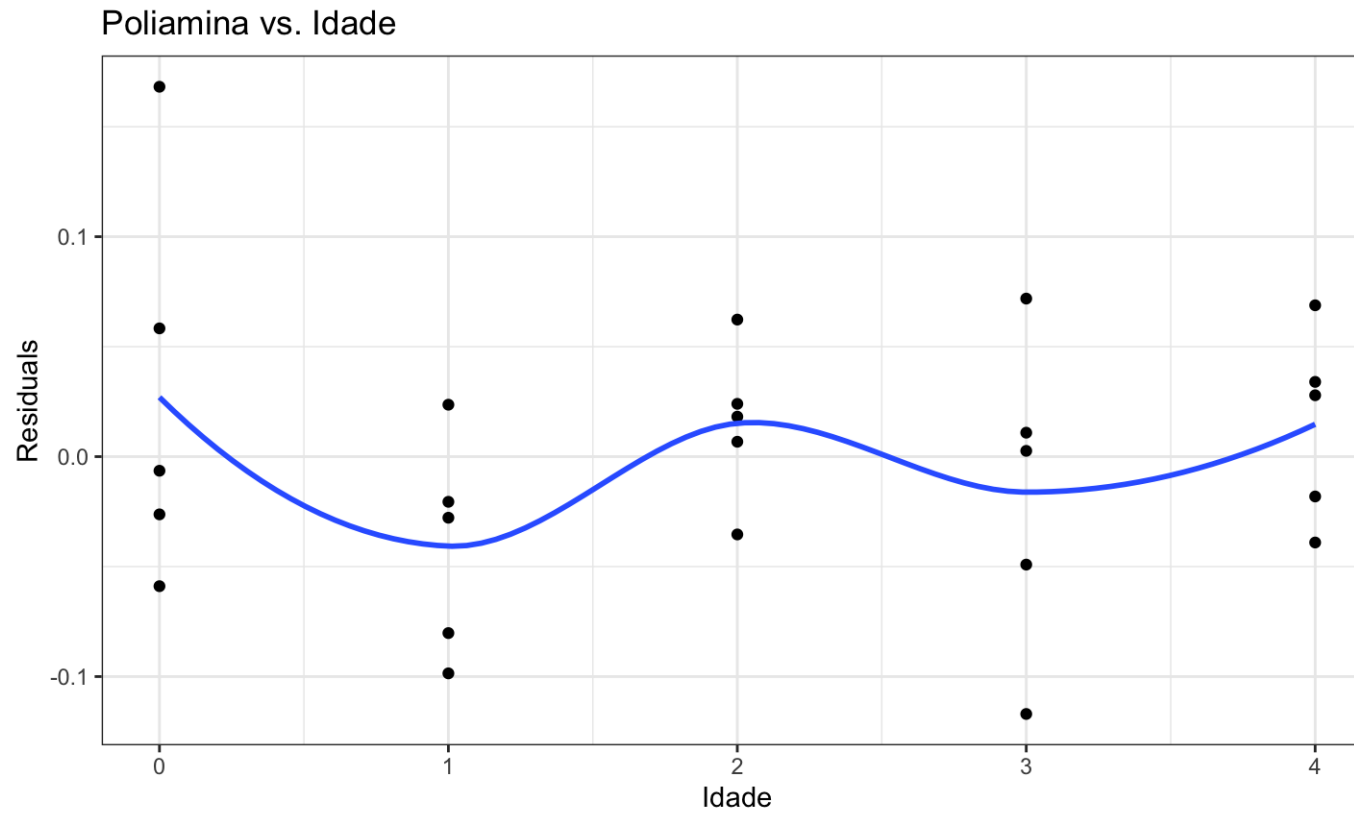
# Exemplo: Idade e nível de poliamina

Gráfico de resíduos:  $e_i$  versus  $\hat{Y}'_i$  usando  $Y'$  no modelo.



# Exemplo: Idade e nível de poliamina

Gráfico de resíduos:  $e_i$  versus  $X_i$ .



# Algumas transformações em $Y$

- $\log_e(Y)$ : para estabilizar a variância quando esta tende a crescer à medida que  $Y$  cresce.
- $\sqrt{Y}$ : estabilizar a variância quando esta é proporcional à média dos  $Y$ 's.
- $\frac{1}{Y}$ : estabilizar a variância, minimizando o efeito de valores muito altos de  $Y$ .
- $Y^2$ : estabilizar a variância quando esta tende a decrescer com a média de  $Y$ 's.
- $\arcsin \sqrt{Y}$ : estabilizar a variância quando os dados são proporções.
- etc...

# Transformações de Box-Cox

- Muitas vezes é difícil determinar, através de gráficos, qual a melhor transformação a ser feita.
- O procedimento de [Box-Cox](#) identifica automaticamente uma transformação:

$$Y' = Y^\lambda$$

em que  $\lambda$  é um parâmetro a ser determinado a partir dos dados.

- Modelo com dados transformados:

$$Y_i^\lambda = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$$

- O procedimento de Box-Cox utiliza o método de máxima verossimilhança para estimar  $\lambda$ .

# Agradecimento

- Slides criados por Samara F Kiihl / IMECC / UNICAMP

# Leitura

- Applied Linear Statistical Models: 3.8-3.11.
- Weisberg - [Applied Linear Regression](#): Capítulo 8.
- Faraway - [Linear Models with R](#): Capítulo 9.

