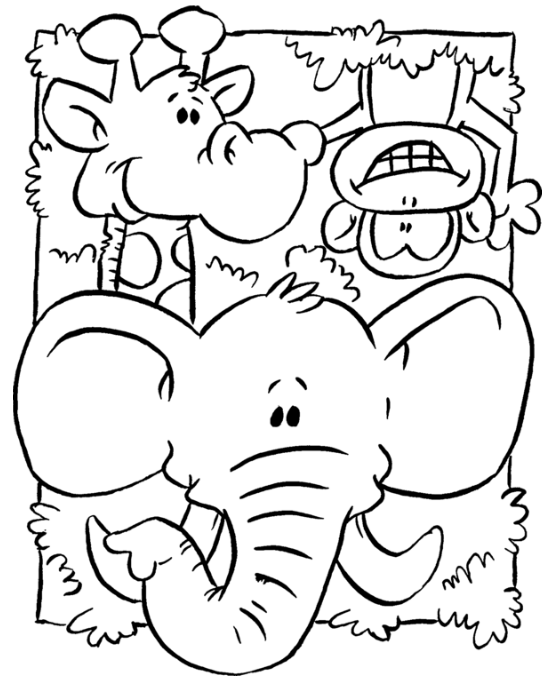
495 énigmes...

de *Â*ne à *Z*èbre



Florilège d'énigmes
proposées par-ci par-là

Arnaud Gazagnes

IREM de Lyon

« Théorème du papillon », « courbe de poursuite du chien », « escargot de Pythagore », « selle de singe », « courbe du dragon », ... de nombreux résultats portent le nom d'un animal.
De plus, j'ai remarqué que, lorsque des défis étaient proposés à mes élèves (dans des rallyes, en club mathématique ou dans un travail de classe), ceux-ci avaient montré plus d'intérêt pour un défi où non seulement il y avait un habillage mais aussi où cet habillage comportait des animaux.
C'est pourquoi j'ai commencé à rechercher des énigmes où il était question d'animaux : dans des livres anciens, dans des rallyes, sur l'e-toile, ...
Cette brochure en propose un florilège, données depuis le cycle 3 jusqu'aux premières années de l'enseignement supérieur.

Certains exercices ont été rhabillés. D'une part, parce qu'ils me plaisaient (!) et que cela m'a permis de les insérer dans ce florilège. D'autre part, parce que, au départ, cela me permettait de mettre une entrée de nom d'animal à chacune des vingt-six lettres de l'alphabet (et justifier le titre de ce document). Dans tous les cas, les sources des énigmes (originales ou non) sont systématiquement indiquées quand elles me sont connues. Il y a aussi quelques exercices de mon crû. Un index des noms d'animaux présents se trouve en fin de document.

De plus, certaines énigmes ont un allié formidable pour la résolution : les TICE. Les calculatrices, les logiciels de géométrie dynamique et les logiciels de calcul formel ont eu de belles heures dans mes classes pour venir à bout de tel ou tel défi (voire d'aller plus loin que ce qui était demandé).

Le premier défi parle d'abeilles (et non pas d'âne, comme le suggère le titre) et le dernier, de zoologie, et non pas de zèbre. Cela signifie que la liste des énigmes ne se veut pas complète (de A à Z) et qu'il y en a encore à découvrir ! À part le fameux « âne rouge », à construire, les énigmes ne demandent que le matériel usuel de l'élève.

Enfin je signale que chacune des 495 énigmes est corrigée. La mise en page (réalisée avec mon binôme LaTeX) est faite pour que la solution ne soit pas juste à côté de l'énoncé, pour ne pas gâcher le plaisir de chercher !

Je ne peux que rappeler le jeu comme pratique pédagogique. Je renvoie le lecteur aux nombreuses publications tant « papier » (celles de l'APMEP, notamment) qu' « en ligne » (celles des IREM, notamment) qui donnent de belles et riches activités.

Jouez bien !

A. Gazagnes

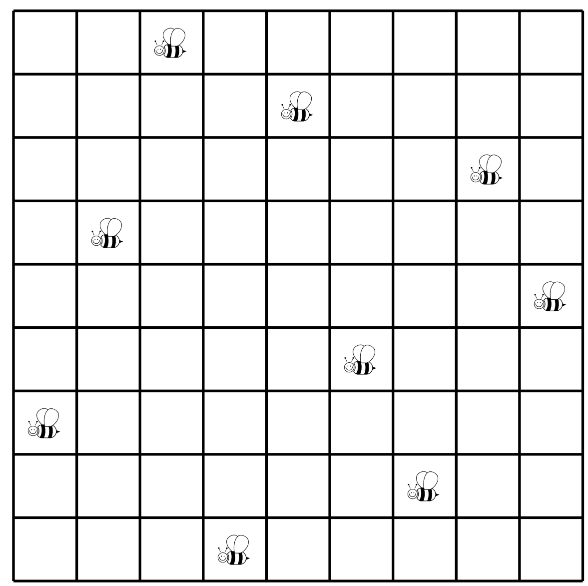
Compilation du 17 avril 2020

1 Abeille (1)

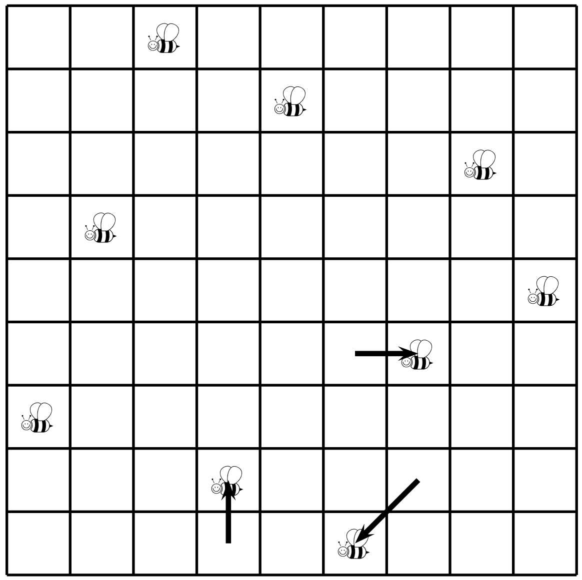
Énigme

Neuf abeilles se sont posées sur un réseau quadrillé.
Le hasard a voulu qu'elles se soient disposées de manière que deux abeilles ne se trouvent jamais sur une même rangée horizontale, verticale ou diagonale.
Au bout de quelques minutes, trois abeilles changent de place et passent dans des cases voisines libres, les six autres abeilles restant immobiles.
Le plus curieux est que, bien que trois abeilles ayant changé de place, toutes les neuf se trouvent encore dans une position telle que deux quelconques d'entre elles ne soient jamais dans une même rangée.

Quelles sont les trois abeilles qui ont bougé, et dans quelles cases se sont-elles déplacées ?



Expériences et problèmes récréatifs, Y. Perelman, Éd. Mir



2 Abeille (2)

Énigme

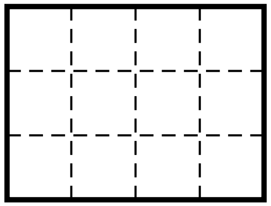
Un apiculteur souhaite placer des ruches dans un domaine rectangulaire de 3 km sur 4 km.
Les abeilles qui peuplent ces ruches sont d'une espèce plutôt guerrière, aussi deux ruches doivent-elles toujours être espacées d'au moins 2 400 m.

Combien l'apiculteur pourra-t-il placer de ruches dans ce domaine, au maximum ?

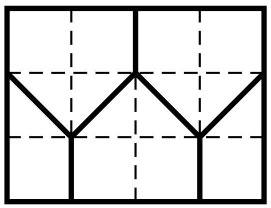
« Les ruches », Énigme publiée dans *Tangente*, n° 50, Janvier-février 2013, d'après *La Recherche*

L'apiculteur peut placer cinq ruches sans difficulté.

Par exemple, une au centre et une à chaque sommet du domaine. La distance entre deux ruches quelconques est alors au moins égale à 2 500 mètres.



Montrons qu'il ne peut pas placer six ruches. Le découpage du domaine représenté ci-dessous possède la propriété suivante : deux points d'une même partie sont au plus éloignés de $\sqrt{5}$ km. Or il n'y a que cinq parties, d'où l'impossibilité de placer six ruches.

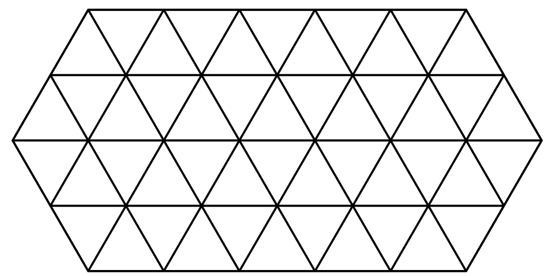


3 Abeille (3)

Énigme

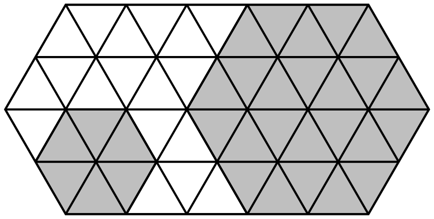
En pensant aux abeilles et à leur ruche, Mathias a tracé 48 petits triangles et a formé la figure ci-dessous.
Il veut compter les hexagones réguliers, c'est-à-dire ceux dont les côtés ont même longueur.

Combien y a-t-il d'hexagones réguliers de toute grandeur dans cette figure ?



« Ruche de Mathias », `http://recreomath.qc.ca/`

On compte 16 hexagones ayant un segment par côté et 4 hexagones ayant deux segments par côté.



Au total, il y a 20 hexagones réguliers de toute grandeur.

4 Abeille (4)

Énigme

Chaque lettre vaut un certain nombre de points et la valeur d'un mot est obtenue en faisant la somme des valeurs des lettres qui le forment.
Le mot BALLE vaut 22 points.
Le mot BILLE vaut 25 points.
Le mot BILE vaut 22 points.
Le mot ABEILLE vaut 34 points.

Sauras-tu trouver la valeur du mot AILEE ?

« Les mots cryptés »,
Défi déposé sur le site de Jean-Louis Sigrist en 2006

Entre les mots BALLE et BILLE, une seule lettre diffère.
On déduit que la valeur de la lettre I vaut 3 points de plus que la lettre A.

La comparaison des mots BILLE et BILE permet de dire que la lettre L vaut 3 points.

ABEILLE est un mot composé des lettres du mot BILLE et des lettres A et E.
Donc la somme des valeurs des lettres A et E vaut $34 - 25$ soit 9 points.

ABEILLE est un mot composé des lettres du mot BALLE et des lettres E et I.
Donc la somme des valeurs des lettres E et I vaut $34 - 22$ soit 12 points.

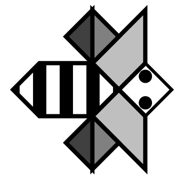
La valeur du mot AILEE est la somme des valeurs des lettres A, I, L, E et E, soit encore la somme des valeurs des lettres A et E, celle des lettres E et I et celle de la lettre L.
Cette valeur est égale à $9 + 12 + 3 = 24$ points.

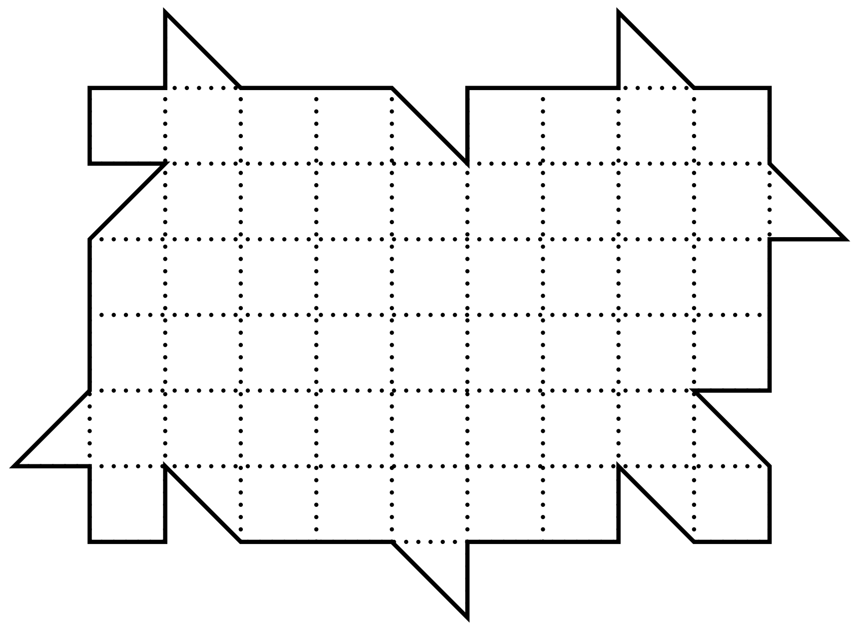
5 Abeille (5)

Énigme

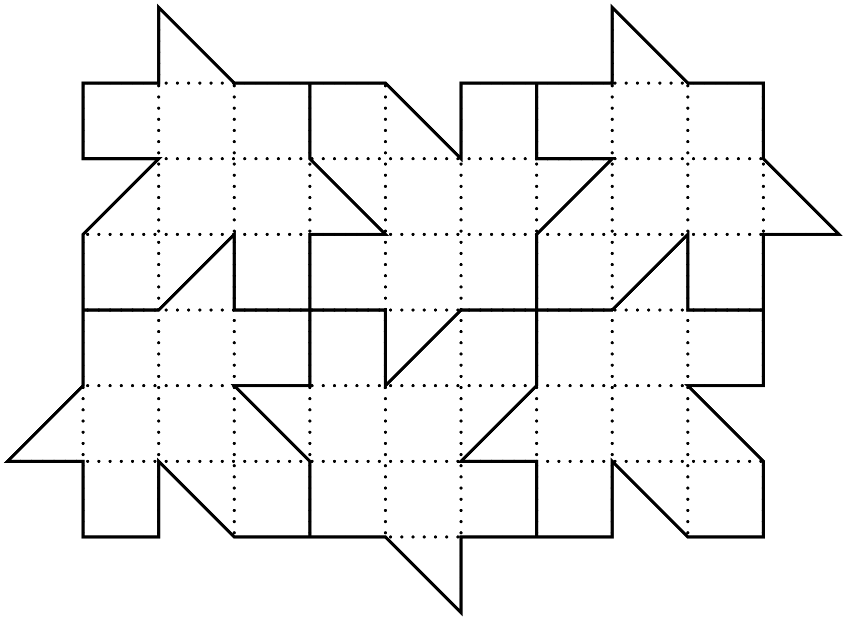
L'abeille Maya, représentée ci-dessous, et ses cinq soeurs, qui ont une forme identique, peuvent recouvrir entièrement la forme ci-contre, sans chevauchement.

Dessinez le contour des six abeilles.





« Maya et ses sœurs », 9$^{\text{ème}}$ Championnat International des Jeux Mathématiques et Logiques, 1/4 de finale individuels, Catégorie CM

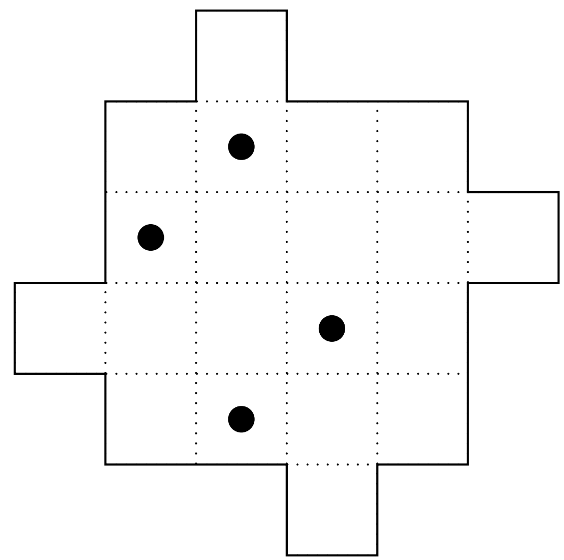


6 Abeille (6)

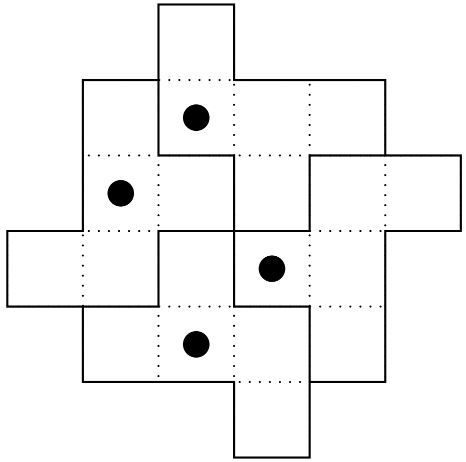
Énigme

Sébastien est un apiculteur qui possède sur l'ensemble de ses terres quatre ruchers.
À l'heure de la retraite, il veut offrir à ses quatre petits-enfants une parcelle de sa propriété.
Mais il souhaite que les quatre parcelles aient la même forme et la même aire, et aient toutes les quatre un rucher, pour que les quatre petits-enfants puissent continuer l'apiculture.

Aide-le à faire son partage.



« Abeille », *Énigmes de Âne à Zèbre*, A. Gazagnes, IREM de Lyon, 2017



7 Abeille (7)

Énigme

Dans une ruche, six abeilles (notées A, B, C, D, E, F) sont placées côte à côte, chacune dans son alvéole (schéma 1).
Elles déménagent dans les alvéoles du schéma 2.
Chaque abeille n'aura que des nouvelles voisines (deux abeilles sont voisines si leurs alvéoles ont un côté en commun).

Placer les lettres A à F dans le schéma 2 pour qu'il en soit ainsi.

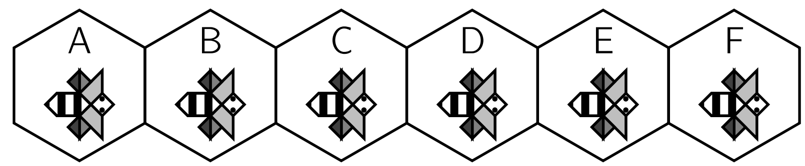


Schéma 1

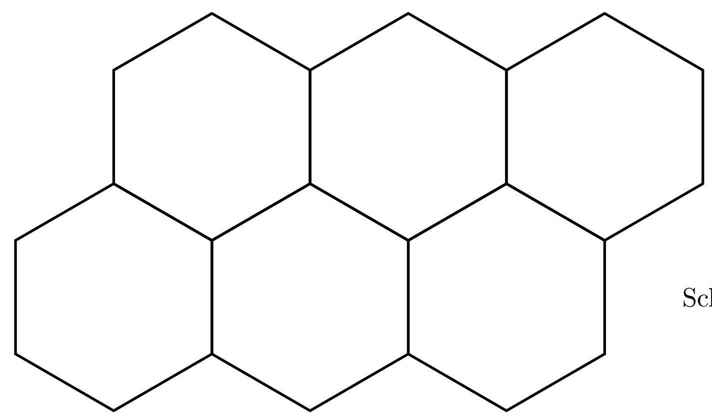
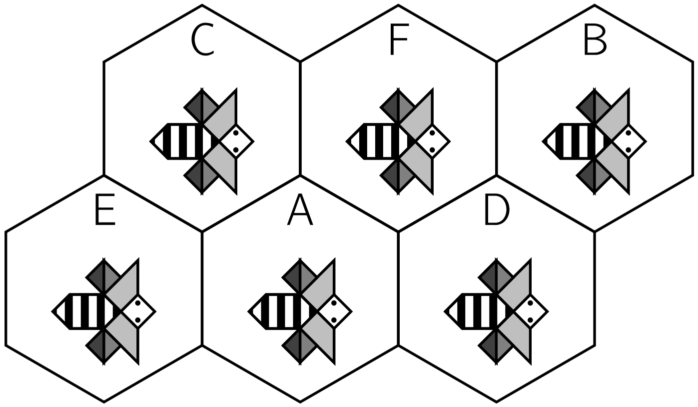
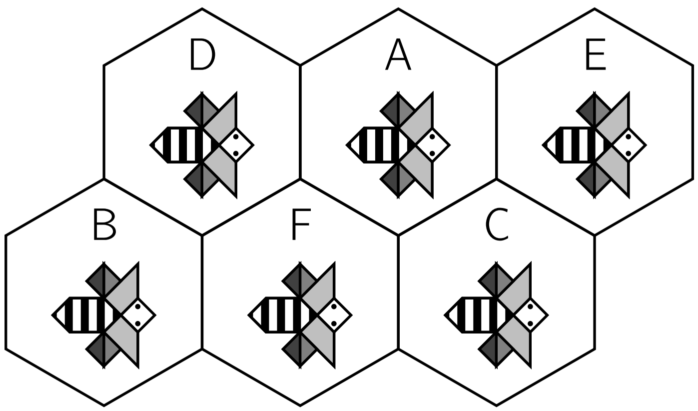


Schéma 2

« Déménagement chez les abeilles », Rallye mathématique de l'académie de Lyon, 2015

Deux solutions :



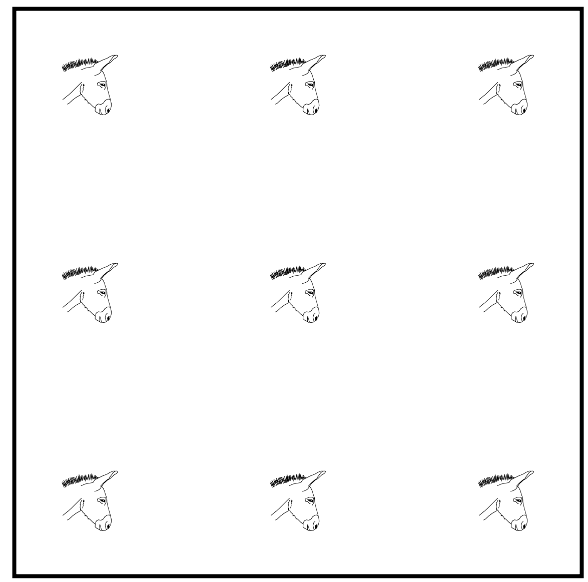


8 Âne (1)

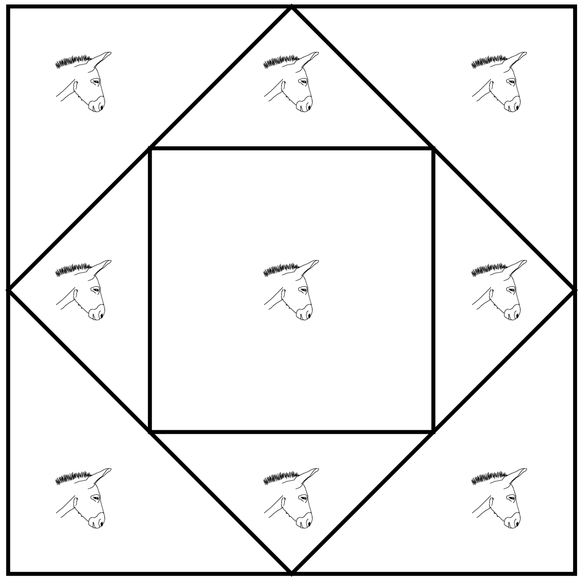
Énigme

Neuf ânes sont dans un enclos carré.
Les neuf ânes sont malades. Il faut les séparer.

Trace deux carrés pour que chaque âne soit isolé des deux autres.



« Neuf ânes », Rallye mathématique de Loire-Atlantique, 1996



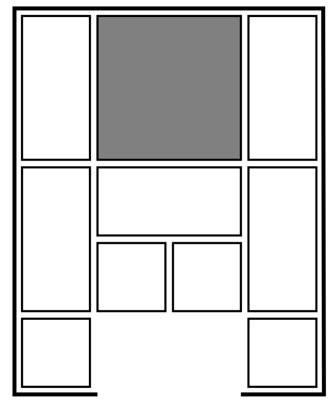
9 Âne (2)

Un jeu de manipulation à construire !

Énigme

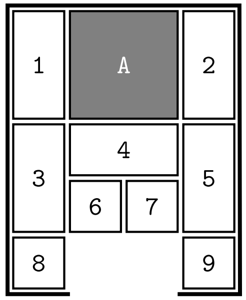
L'*Âne rouge* est un puzzle à pièces coulissantes proche du taquin.

Le but du jeu est d'amener l'âne, représenté par le grand carré grisé, en bas du plateau par glissements successifs des éléments.



Ce jeu serait d'origine thaïlandaise. À la suite du succès du taquin de Sam Loyd (le *15 Puzzle*) en 1881, le puzzle *Dad's puzzler* introduit les rectangles 1×2 (L. W. Hardy a enregistré aux États-Unis en 1909 et 1912 deux variantes enregistrées par copyright). Ensuite, J.H. Fleming a déposé un copyright en 1934 pour ce jeu qui est connu un peu partout à cette époque sous différents noms, tel *Klotski* (« bloc de bois », en polonais). Aujourd'hui, ce jeu se retrouve sous une grande quantité de noms. Les variantes les plus connues et les plus proches de ce jeu sont *Century*, *SuperCompo* et *Quzzle*.

La solution optimale compte 81 coups. Martin Gardner a été le premier à publier une solution dans le magazine *Scientific American*, en février 1964.



1. 9 ←
2. 5 ↓
3. 4 →
4. 6 ↓
5. 3 →
6. 8 ↑
7. 6 ←
8. 3 ↓
9. 4 ← ←
10. 7 ↑ →
11. 9 ↑ ↑
12. 3 →
13. 8 → ↓
14. 4 ↓
15. 9 ← ←
16. 7 ← ←
17. 3 ↑
18. 5 ↑
19. 8 → →
20. 6 → →
21. 4 ↓
22. 7 ↓ ←
23. 3 ←
24. 5 ←
25. 2 ↓
26. A →
27. 1 →
28. 9 ↑ ↑
29. 7 ↑ ↑
30. 3 ←
31. 1 ↓ ↓
32. A ←
33. 8 ↑ ↑
34. 5 →
35. 6 ↑ ↑
36. 8 ← ↑
37. 4 → →
38. 3 ↓
39. 1 ↓
40. 6 ← ←
41. A ↓
42. 9 → →
43. 7 ↑ →
44. 6 ↑ ↑
45. 3 ↑ ↑
46. 1 ←
47. 8 ← ↓
48. A ↓
49. 9 ↓ ←
50. 2 ←
51. 5 ↑ ↑
52. A →
53. 9 ↓ ↓
54. 7 ↓
55. 6 →
56. 3 ↑
57. 1 ↑
58. 8 ←
59. 9 ↓
60. A ←
61. 5 ↓ ↓
62. 2 →
63. 7 →
64. 6 →
65. 3 →
66. 8 ↑ ↑
67. A ←
68. 7 ↓ ↓
69. 6 ↓ ↓
70. 2 ←
71. 5 ↑ ↑
72. 7 → ↑
73. 4 ↑
74. 9 → →
75. 8 → →
76. A ↓
77. 6 ← ←
78. 7 ← ←
79. 4 ↑
80. 8 ↑ →
81. A → ↓

10 Âne (3)

Énigme

Un âne aux oreilles de lapin part de la case 1.
Il se déplace alternativement en deux temps : obliquement en sautant une case puis il atteint une case voisine horizontalement ou verticalement.
Les quatre premières cases atteintes sont numérotées.

Trouver un chemin suivi par l'âne s'il passe par toutes les cases jusqu'à la case 16.

1			
16		3	
		2	
4			

« Oreilles de lapin », http://recreomath.qc.ca/

Un chemin possible :

1	12	6	7
16	13	3	10
5	8	2	11
4	9	15	14

11 Âne (4)

Énigme

Un paysan veut se rendre au marché avec ses trois ânes, Fari, Nio et Tonda, pour vendre sa récolte.
Il doit charger neufs sacs sur ses ânes : un sac de 1 fg, un sac de 2 kg, un sac de 3 kg, ... , un sac de 8 kg et un sac de 9 kg.
Fari porte le sac de 1 kg, Nino porte le sac de 2 kg et Tonda porte le sac de 3 kg.
Chaque âne transporte le même nombre de sacs et la même masse.

Donne la répartition des sacs entre les ânes.

La masse totale est $1+2+3+\cdots+8+9=45$ kg.

Chaque âne va en transporter le tiers, soit 15 kg.

Fari porte déjà un sac de 1 kg. Il lui reste donc à porter dans les deux autres sacs $15-1=14$ kg.
De même, Nino doit porter 13 kg dans 2 sacs et Tonda doit porter 12 kg dans 2 sacs.

On a de plus les décompositions suivantes :
$14=5+9=6+8$,
$13=4+9=5+8=6+7$
et $12=3+9=4+8=5+7$

Premier cas : Fari a le sac de 5 kg et le sac de 9 kg.
Il reste donc à Nino une seule possibilité, le sac de 6 kg et le sac de 7 kg.
Il reste donc à Tonda une seule possibilité, le sac de 4 kg et le sac de 8 kg.

Second cas : Fari a le sac de 6 kg et le sac de 8 kg.
Il reste donc à Nino une seule possibilité, le sac de 4 kg et le sac de 9 kg.
Il reste donc à Tonda une seule possibilité, le sac de 5 kg et le sac de 7 kg.

Le problème a deux solutions :

Fari	5 kg et 9 kg	Fari	6 kg et 8 kg
Nino	6 kg et 7 kg	Nino	4 kg et 9 kg
Tonda	4 kg et 8 kg	Tonda	5 kg et 7 kg

12 Animalerie

Énigme

Albert, Benoit et Cindy vont à l'animalerie avec leurs parents.
Arrivés sur place, les jeunes tombent sous le charme de trois mêmes chiens et de deux chats.
Leurs parents ont une idée ; ils décident d'acheter en cadeau surprise à chacun des enfants un animal parmi les cinq.
Toutefois, Albert et Benoit sont très curieux et ils désirent savoir s'ils auront un chien ou un chat.
Leurs parents désirent satisfaire un peu leur curiosité en dévoilant l'espèce des animaux des deux autres enfants.
Albert apprend donc à Benoit et Cindy qu'il connaît l'espèce de leurs deux animaux, mais qu'il n'est pas capable de savoir avec cette information ce qu'il aura.
Un peu plus tard, Benoit apprend à ses deux camarades que lui aussi connaît l'espèce de leurs animaux, mais que, même en sachant ce qu'Albert vient tout juste de dire, il ne connaît pas l'espèce de son animal.
Cindy réfléchit.
Grâce à ce que ses amis viennent tout juste de dire, elle est certaine de savoir si elle aura un chien ou un chat.

Quel animal Cindy recevra-t-elle en cadeau ?
Comment peut-elle en être certaine ?

La première affirmation est celle d'Albert :
Albert apprend à Benoit et à Cindy qu'il connaît l'espèce de leurs deux animaux, mais qu'il n'est pas capable de savoir, avec cette information, ce qu'il recevra.

Comme il y a une possibilité de 3 chiens et de 2 chats, la seule manière qu'Albert puisse deviner avec certitude l'espèce qu'il recevra est que ses camarades reçoivent deux chats.

Comme il n'a pas pu le deviner, c'est que forcément Benoit et Cindy ne recevront pas chacun un chat. Autrement dit, nous sommes certains qu'au moins une personne parmi Benoit et Cindy recevra un chien. Ainsi, trois cas peuvent survenir :

	Benoit	Cindy
Possibilité 1	Chien	Chat
Possibilité 2	Chat	Chien
Possibilité 3	Chien	Chien

On remarque dans ces possibilités que, si Cindy reçoit un chat, alors Benoit est certain de recevoir un chien (seulement possibilité 1). Toutefois, si Cindy reçoit un chien, Benoit n'est pas certain de savoir ce qu'il recevra (possibilité 2 ou possibilité 3).

Cependant, l'affirmation de Benoit est la suivante :
Benoit apprend à ses deux camarades que, lui aussi, il connaît l'espèce de leurs animaux, mais même en sachant ce qu'Albert vient tout juste de dire, il ne connaît pas l'espèce de son animal.

Tel que mentionné précédemment, nous savons que, dans le cas où Benoit n'est pas certain de savoir ce qu'il recevra, Cindy reçoit un chien (possibilité 2 ou possibilité 3).

En somme, avec les informations de ses deux camarades, Cindy est certaine de recevoir un chien.

13 Animaux de laboratoire

Énigme

Une race d'animaux expérimentés en laboratoire a les caractéristiques suivantes : chaque couple a la particularité de n'engendrer que des couples ; ces couples ne vivent que 11 mois, mais engendrent un couple à l'âge de 5 mois et un nouveau couple à 8 mois.
Au départ, il y a quelques années, on isola le couple formé d'Adam et d'Ève qui venaient de naître.
Il y a quelques jours, les naissances ont pour la première fois excédé 100 couples en même temps.

Quelle est la taille de la population aujourd'hui ?

« Les animaux de laboratoire », 3$^{\text{ème}}$ Championnat International de Jeux Mathématiques et Logiques (1989)

Appelons A_n le nombre de naissances du mois n depuis la Création (Adam et Ève).

Les naissances obéissent à la relation :

$$A_n = A_{n-5} + A_{n-8}$$

On construit la suite des A_n en commençant à A_0 .

1,	0,	0,	0,	0,	1,	0,	0,	1,	0
1,	0,	0,	0,	1,	1,	0,	3,	0,	1
3,	0,	4,	1,	1,	6,	0,	5,	4,	1
10,	1,	6,	10,	1,	15,	5,	7,	20,	2
21,	15,	8,	35,	7,	28,	**35**,	**10**,	**56**,	**22**
36,	**70**,	**17**,	**84**,	**57**,	**46**,	**126**			

Le total des naissances des 11 derniers mois (en gras) est 559. Les animaux nés avant sont morts.

14 Animots (1)

Énigme

Mathias doit deviner le nom d'un animal.

C	H	A	T	S	0	2
L	I	O	N	S	1	0
T	I	G	R	E	2	0
P	A	O	N	S	0	0
B	O	E	U	F	1	1
C	H	I	E	N	0	4

Il a proposé à Mathilde les noms d'animaux ci-dessus, et, à chaque fois, elle lui a répondu en donnant, dans cet ordre, le nombre de lettres justes et bien placées, et le nombre de lettres justes mais mal placées.
Ainsi, pour CHATS, il n'y a aucune lettre juste et bien placée, et il y a deux lettres justes mais mal placées.

Quel est le nom de l'animal à deviner ?

« Entre chats et chiens », $13^{\text{ème}}$ Championnat International des Jeux Mathématiques et Logiques, 1999

La donnée « PAONS 0 0 » indique que le nom de l'animal ne contient pas les lettres A, N, O, P et S.

La donnée « CHIEN 0 4 » indique que le nom de l'animal contient les lettres E, C, H et I (on sait qu'il n'y pas la lettre N) dans un certain ordre.

La donnée « TIGRE 2 0 » et le résultat précédent indiquent que les deux lettres I et E sont bien placées et que le nom de l'animal ne contient pas les lettres G, R et T.

Le nom de l'animal s'écrit alors sous la forme * I * * E.

La donnée « LIONS 1 0 » et les deux premiers résultats indiquent que le nom de l'animal ne contient pas la lettre L.

D'après la première donnée, la lettre C n'est pas en première place.

- Supposons que la lettre C soit en troisième position : le nom de l'animal s'écrit alors sous la forme * I C * E.
  - Supposons que la lettre H soit en première position : le nom de l'animal s'écrit alors sous la forme H I C * E.
    La donnée « BOEUF 1 1 » donne alors H I C U E (c'est la lettre U qui est bien placée).
    Mais... HICUE n'est pas le nom d'un animal !
  - Supposons que la lettre H soit en quatrième position : le nom de l'animal s'écrit alors sous la forme * I C H E.
    La donnée « BOEUF 1 1 » donne alors B I C H E (c'est la lettre B qui est bien placée).
    Le nom de l'animal cherché est BICHE.
- Supposons que la lettre C soit en quatrième position : le nom de l'animal s'écrit alors sous la forme * I * C E.
  - Supposons que la lettre H soit en première position : le nom de l'animal s'écrit alors sous la forme H I * C E.
    La donnée « BOEUF 1 1 » donne une impossibilité : la lettre manquante serait le E, déjà placé.
  - Supposons que la lettre H soit en troisième position : le nom de l'animal s'écrit alors sous la forme * I H C E.
    La donnée « BOEUF 1 1 » donne alors B I H C E (c'est la lettre B qui est bien placée).
    Mais... B I H C E n'est pas le nom d'un animal !

Il n'y a donc qu'une solution : le nom de l'animal cherché est BICHE.

15 Animots (2)

Énigme

3	T	R	U	I	E
0	L	O	R	I	S
3	C	A	R	P	E
0	C	O	B	R	A

Les quatre mots animaliers superposés ci-dessus vont s'animer pour en fournir un cinquième, de cinq lettres également.
À cet effet, chaque chiffre indique le nombre de lettres du mot de sa ligne, qui appartiennent aussi au cinquième mot et qui sont bien placées.

Trouvez ce cinquième mot.

L'animal à deviner est :

T A U P E

16 Animots (3)

Énigme

Mathias a donné une valeur numérique à chacune des huit lettres suivantes.

1	2	3	4	5	6	7	7
U	C	R	P	L	S	O	B

Trouvez un nom d'animal de quatre lettres dont la somme des chiffres est 17.

Les combinaisons de quatre nombres dont la somme est 17 sont données à gauche dans le tableau. Au centre, on a la correspondance avec les lettres et à droite les trois mots formés.

(1, 2, 7, 7)	UCOB	BOUC
(1, 3, 6, 7)	URSO ou URSB	OURS
(1, 4, 5, 7)	UPLO ou UPLB	LOUP
(2, 3, 5, 7)	CRLO ou CRLB	*
(2, 4, 5, 6)	CPLS	*

On peut former le nom de trois animaux : BOUC, OURS et LOUP.

17 Anoure

Énigme

Dix princes transformés en batraciens sont répartis en trois groupes de maximum 5 individus : les grenouilles, les rainettes et les crapauds.
Pour se saluer, on s'embrasse.
Les grenouilles se saluent en échangeant 4 bises, les rainettes n'en échangent que 2, et les crapauds, 3.
C'est toujours le nombre de bises de celui qui en fait le moins qui est compté.
Au sein d'un même groupe, on ne s'embrasse pas.
Lorsque les dix batraciens se sont retrouvés, il y a eu 75 bises baveuses.

Combien y a-t-il de grenouilles, de rainettes et de crapauds ?

« Un amour d'anoure », Rallye mathématique d'Aquitaine, 2013

Puisque maintenant, tout le monde connaît la classification des anoures (grenouilles, rainettes et crapauds), nous allons compter les bises !

Notons g le nombre de grenouilles, r le nombre de rainettes et c le nombre de crapauds.

Nous pouvons alors décrire notre histoire de « princes » à l'aide du système suivant :

$$\begin{cases} 2\,g\,r + 2\,r\,c + 3\,g\,c = 75 \\ g + r + c = 10 \\ g,\ r \text{ et } c \text{ sont des entiers compris entre 1 et 5} \end{cases}$$

Après quelques tests, nous trouvons assez rapidement $g = 3$, $r = 4$ et $c = 3$.

3 princes ont été transformés en grenouilles, 4 en rainettes et 3 en crapauds.

18 Ara (1)

Énigme

De combien de manières différentes peut-on lire le mot ARA en suivant les lettres qui se touchent ?
Un même A peut être début et fin.

		A		
	A	R	A	
A	R	A	R	A
	A	R	A	
		A		

D'après *199 jeux pour insomniaques et autres esprits éveillés*, P. Berloquin, Éd. Acropole

Comptons en fonction du premier A.
- A central : il touche quatre R touchant chacun quatre A, soit au total 16 ;
- A en angle : chacun des quatre touche quatre R, soit au total 16 ;
- A sur le côté : chacun des quatre touche deux R touchant chacun quatre A, soit au total 32.

On obtient en définitive 64 ARA.

19 Ara (2)

Énigme

Au Parc des Oiseaux, on peut observer diverses espèces de perroquets.
- L'Ara militaire est plus grand que l'Ara à collier jaune mais plus petite que l'Ara rouge.
- L'Ara noble est plus petit que l'Ara rouge et que l'Ara à collier jaune.
- L'Ara hyacinthe est plus grand que l'Ara noble.
- L'Ara rouge n'est pas le plus grand.

Sauras-tu les ranger dans le tableau du plus grand au plus petit ?

« Problème de taille chez les aras », Parc des Oiseaux, d'après le Rallye Mathématique Transalpin, Section de l'Ain

Il faut interpréter les données de la manière suivante.

La première phrase nous indique ce début de classement [*] :
Ara rouge > Ara militaire > Ara à collier jaune

La seconde phrase nous donne cette suite de classement :
Ara rouge et Ara à collier jaune > Ara noble

Si l'on compile les deux premières phrases, on obtient :
Ara rouge > Ara militaire > Ara à collier jaune > Ara noble

La troisième phrase nous apprend que :
Ara hyacinthe > Ara noble

On peut donc en déduire que l'Ara noble est le plus petit des oiseaux, mais on ne sait toujours pas où classer l'Ara hyacinthe.

La dernière phrase nous apprend que l'Ara rouge, qui était jusque là le plus grand, ne l'est pas...
On en déduit donc que l'Ara hyacinthe est le plus grand des oiseaux, ce qui nous donne le classement final suivant :

Ara hyacinthe > Ara rouge > Ara militaire > Ara à collier jaune > Ara noble

Données ornithologiques de vérifications :

Ara hyacinthe : 100 cm

Ara rouge : 84-89 cm

Ara militaire : 70 cm

Ara à collier jaune : 37-45 cm

Ara noble : 30 cm

Mesurant 1 m de hauteur, le Ara hyacinthe est le plus grand de tous les perroquets.

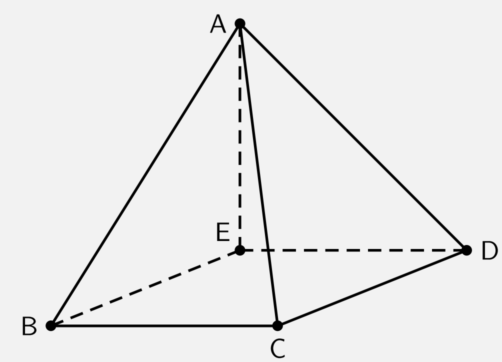
[*] > signifie ici « est plus lourd que »

20 Araignée (1)

Énigme

L'araignée Gipsy tombe sur un des cinq sommets d'une pyramide à base carrée.
En partant de ce sommet, elle décide de parcourir le plus grand nombre d'arêtes possibles de la pyramide, en respectant les conditions suivantes :

- Gipsy ne peut qu'avancer et ne s'écarte jamais du « chemin » que constituent les arêtes. Toute arête sur laquelle elle s'est engagée sera donc entièrement parcourue.
- Gipsy peut passer deux fois par le même sommet, mais elle ne doit en aucun cas parcourir deux fois la même arête.



Quel est le nombre maximum d'arêtes qui peuvent être parcourues par Gipsy ?

6[ème] Championnat International des Jeux Mathématiques et Logiques, 1992

Gipsy peut parcourir au maximum 7 arêtes de la pyramide.
(Un chemin possible est BAEBCADC)

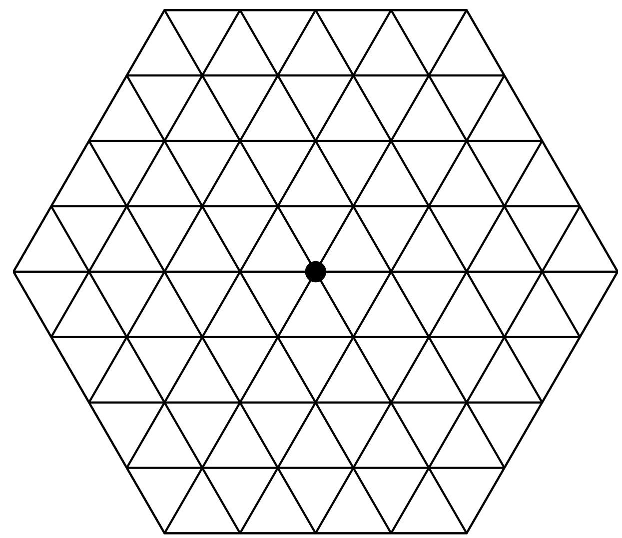
En effet, excepté le sommet A qui est d'ordre 4 (quatre arêtes aboutissant à ce sommet), les quatre autres sommets sont d'ordre 3. Lorsque Gipsy arrive à un sommet par une arête et en repart par une autre, le nombre d'arêtes utilisables en ce sommet diminue de 2. Lors de son périple, l'araignée utilise donc un nombre pair d'arêtes en chaque sommet, excepté peut-être au sommet de départ, et au sommet d'arrivée, s'ils sont différents.

21 Araignée (2)

Énigme

Au centre de la figure se trouve une araignée qui souhaite atteindre qui souhaite atteindre le bord en parcourant exactement 4 côtés des petits côtés.

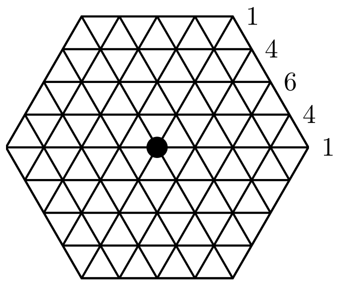
Combien de chemins différents peut-elle suivre ?



« Calendrier mathématique 2016, Un défi quotidien », Énigme du vendredi 22 février, CNRS, IRMA et Université de Strasbourg

Distinguons trois cas :

1. Pour arriver à un sommet de l'hexagone, il n'y a qu'un chemin.
   Comme l'hexagone a 6 sommets, cela fait $1 \times 6 = 6$ chemins.
2. Pour arriver à deux sommets adjacents aux sommets de l'hexagone, il y a 4 chemins différents.
   Comme il y a 12 sommets de ce type, cela fait $4 \times 12 = 48$ manières d'y arriver.
3. Enfin, pour arriver au point central de chacun des côtés de l'hexagone, il y a 6 chemins et l'hexagone a 6 points de ce types.
   Cela fait donc $6 \times 6 = 36$ chemins.



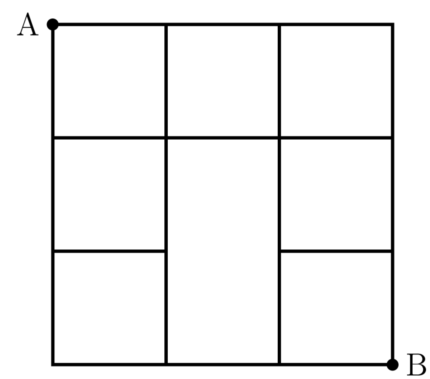
Au total, on dénombre donc $6 + 48 + 36 = 90$ chemins.

22 Araignée (3)

Énigme

Louis entrelace des cordes comme ci-après.
Une araignée part du point A et s'arrête au point B, toujours en se déplaçant de gauche à droite et de haut en bas.
Par la suite, d'autres araignées se déplacent de A à B mais en empruntant chacune un chemin différent des autres.

Combien d'araignées pourront se déplacer de A à B en empruntant des chemins différents ?



« Araignées de Louis », `http://www.recreomath.qc.ca/`

Le problème revient à déterminer le nombre de chemins différents de A à B.

Pour chacun des deux points voisins de A, on trouve un chemin.
Au point voisin de A en diagonale, on compte deux chemins.
On continue ainsi en additionnant le nombre de chemins des points voisins.
On compte 14 chemins différents.

Au total, 14 araignées pourront se déplacer de A à B.

23 Araignée (4)

Énigme

Benoît, Sophie et Arthur entrent dans une salle immense du château hanté et sont accueillis par l'araignée Cnida.
Sophie remarque un étrange va-et-vient de Cnida entre deux toiles tissées par elle.
Dans la toile de gauche, il y a sept insectes (mouches ou moustiques), et huit dans la toile de droite.
Mais Cnida préfère les moustiques !
Lorsqu'elle décroche un insecte à gauche, si c'est un moustique, elle le mange, si c'est une mouche, elle la dépose à droite.
Elle ne s'est occupée que de la toile de gauche, et, lorsqu'elle est vide, Sophie constate qu'il lui reste douze insectes à droite pour son prochain repas.

Mais au fait, combien Cnida a-t-elle mangé de moustiques ?

« Le royaume des araignées », Rallye Bombyx, Académie de Montpellier, Mai 2007, Finale CM2

Regardons la toile de droite : le nombre d'insectes a augmenté de quatre (de 8 à 12) ; ces quatre insectes sont des mouches provenant de la toile de gauche qui a donc vu son nombre d'insectes diminuer d'autant : de 7 à 3.

Les trois insectes de la toile de gauche qui n'ont pas été déposés à droite sont des moustiques mangés par Cnida !

Cnida a mangé trois moustiques.

24 Araignée (5)

Énigme

Arthur est très renseigné sur la vie des araignées ; il explique à son amie Sophie que l'araignée Cnida pond treize œufs chaque matin mais que les mouches des alentours lui en dévorent six chaque soir.
Ce soir, après le passage des mouches, il en reste huit.

Combien lui en restera-t-il dans dix-huit jours (à midi) ?

« Les œufs d'araignée », Rallye Bombyx, Académie de Montpellier, Mai 2007, Finale CM2

Chaque jour le nombre d'œufs restant à Cnida s'accroît de sept $(13 - 6)$.

Dans dix-sept jours il y en aura cent dix-neuf de plus. $(17 \times 7 = 119)$.

Au départ, il en restait huit.

Ajoutés aux cent dix-neuf supplémentaires, et aux treize pondus au matin du dix-huitième jour, cela fait : $119 + 8 + 13 = 140$.

Dans dix-huit jours, à midi, il restera cent quarante œufs à Cnida.

25 Araignée (6)

Énigme

Un groupe est composé de fourmis, de mille-pattes et de guêpes.
Il décide d'envahir la cuisine.
Les fourmis et les guêpes ont 3 paires de pattes (en effet, ce sont des insectes !).
Les mille-pattes ont... 1 000 pattes (en tout cas dans cette cuisine !).
Les guêpes ont deux paires d'ailes.
Grâce à ses nombreux yeux, une araignée compte 4 078 pattes et 32 ailes.

Combien peut-il y avoir de fourmis, de guêpes et de mille-pattes dans ce groupe ?

« Les insectes déménagent »,
Rallye mathématique de l'académie de Nice, CM2 - 6$^{\text{ème}}$, Avril 2009

Les guêpes ont 4 ailes : le groupe compte donc $32 \div 4 = 8$ guêpes.

Le nombre de mille-pattes est compris entre 1 et 4 (car $0 < 4\,018 < 5\,000$).

S'il y a 1 mille-pattes, il reste $4\,078 - 1 \times 1\,000 = 3\,078$ pattes pour les araignées qui en ont chacune 6.
$3\,078$ est divisible par 6 car $3\,078 = 6 \times 513$.
Il y a donc 513 araignées.

S'il y a 2 mille-pattes, il reste $4\,078 - 2 \times 1\,000 = 2\,078$ pattes pour les araignées.
Mais $2\,078$ n'est pas divisible par 6 car $2\,078 = 6 \times 346 + 2$.
Ce cas ne convient pas.

S'il y a 3 mille-pattes, il reste $4\,078 - 3 \times 1\,000 = 1\,078$ pattes pour les araignées.
Mais $1\,078$ n'est pas divisible par 6 car $1\,078 = 6 \times 179 + 4$.
Ce cas ne convient pas.

S'il y a 4 mille-pattes, il reste $4\,078 - 4 \times 1\,000 = 78$ pattes pour les araignées.
78 est divisible par 6 car $78 = 6 \times 13$.
Il y a donc 13 araignées.

Le problème admet deux solutions.

1. Le groupe compte 8 guêpes, 1 mille-pattes et 513 araignées.

2. Le groupe compte 8 guêpes, 4 mille-pattes et 13 araignées.

26 Arche de Noé (1)

Énigme

Inès tend une grande corde au sol entre deux pieux séparés par 200 mètres.
Son grand frère Théodore remplace entre les deux pieux l'ancienne corde par une nouvelle corde qui est plus longue que la précédente de 4 cm.
La corde n'est donc plus tout à fait tendue et on peut la soulever en son milieu.

Parmi les animaux suivants, le(s)quel(s) peut-on faire passer sous la corde en la soulevant ?

- la girafe ($\approx$ 5 m)
- l'éléphant ($\approx$ 3,50 m)
- le chimpanzé ($\approx$ 1,30 m)
- le koala ($\approx$ 72 cm)
- l'écureuil ($\approx$ 13 cm)
- la fourmi ($\approx$ 2 mm)

« Arche de Noé », Rallye mathématique de l'académie de Lyon, 2016

La hauteur cherchée correspond à la longueur du côté d'un triangle rectangle dont l'autre côté mesure $200 \div 2 = 100$ mètres et l'hypoténuse mesure $(200 + 0{,}04) \div 2 = 100{,}02$ mètres.

Cette hauteur est égale à $\sqrt{100{,}02^2 - 100} \approx 2$ mètres !

On peut donc faire passer le chimpanzé, le koala, l'écureuil et la fourmi.

27 Arche de Noé (2)

Énigme

L'arche de Noé avait trois niveaux, était longue de 300 coudées, large de 50, haute de 30, et on sait qu'une coudée valait aux alentours de 50 cm.
Noé a embarqué un couple d'environ 3 500 espèces de mamifères.

Quelle est la surface moyenne approximative réservée à chaque animal ?

A) 1,6 m^2 B) 320 dm^2 C) 0,064 dam^2
D) 8 m^2 E) 160 000 cm^2

« La surface de Noé », *Les défis logiques de Cosinus*, Revue *Cosinus*, n° 198, Novembre 2017

La hauteur de l'arche est une fausse piste !
La surface d'un étage est égale à $300 \times 50 = 15\,000$ coudées^2.
La surface des trois niveaux est donc de $15\,000 \times 3 = 45\,000$ coudées^2.
Une coudée^2 $= 50$ cm $\times$ 50 cm $= 2\,500$ cm^2 $= 25$ dm^2 $= 0{,}25$ cm^2.
Il y a $3\,500$ couples donc $2 \times 3\,500 = 7\,000$ animaux.
La place moyenne en m^2 pour un animal est $\dfrac{45\,000 \times 0{,}25}{7\,000} = \dfrac{11{,}25}{7} \approx 1{,}6$.

La bonne réponse est la réponse A).

28 Autruche (1)

Énigme

Un œuf d'autruche permet de faire une omelette correspondant à 24 œufs de poules.
Avec 6 œufs de poule, on fait une omelette pour 5 personnes.

Combien faut-il d'œufs d'autruche pour que 60 personnes mangent de l'omelette ? (On n'utilise que des œufs d'autruche)

Pour que 60 personnes mangent de l'omelette, il faut $\dfrac{60 \times 6}{5}$ œufs de poule, soit 72 œufs de poule.
Il faut ainsi $\dfrac{72}{24}$ œufs d'autruche, soit 3 œufs d'autruche.

29 Autruche (2)

Énigme

Un certain nombre de couples d'autruches participent à une fête.
Chaque autruche donne une de ses plumes à chacune des autres, sauf à son ou à sa partenaire.
À la fin, 40 plumes données sont mises dans une première boîte et les 80 autres dans une seconde boîte.

Combien y a-t-il de couples d'autruches à la fête ?

« Fête d'autruches », `http://www.charleries.net/`

Au total, $40 + 80 = 120$ plumes ont été données.

Soit n le nombre de couples d'autruches.
Il y a donc $2\,n$ autruches.

Chaque autruche donne une plume à chacune des $2\,n - 2$ autres autruches (elle n'en donne ni à son/sa partenaire ni à elle-même).

Donc $2\,n\,(2\,n - 2) = 120$.
C'est-à-dire $n\,(n - 1) = 30$.
Ou encore $n^2 - n - 30 = 0$.

Cette équation a deux solutions, $n = -5$ (impossible car négative) et $n = 6$.

Il y a 6 couples d'autruches à la fête.

30 Autruche (3)

Énigme

L'autruche Alfonso s'entraîne pour l'épreuve de la *Tête dans le sable* des *Jeux Animolympiques*.
Il a sorti sa tête du sable à 8 h 15 min le mardi matin, battant ainsi son record personnel.
Il est resté la tête dans le sable pendant 98 heures et 5 minutes.

Quand Alphonso a-t-il mis sa tête dans le sable ?
A) le jeudi à 5 h 10 min
B) le jeudi à 5 h 40 min
C) le jeudi à 11 h 20 min
D) le vendredi à 6 h 10 min
E) le vendredi à 6 h 20 min

Kangourou des maths, 2004, Épreuve Cadets, n° 11

Réponse D.

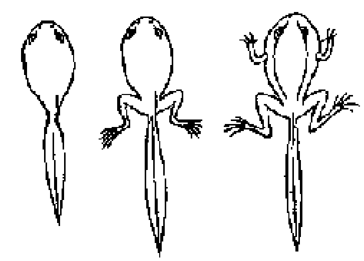
96 heures valent 4 jours ($96 = 4 \times 24$).
Alfonso a mis sa tête dans le sable 4 jours, 2 heures et 5 minutes plus tôt que 8 h 15 min le mardi, donc le vendredi à 6 h 10 min.

31 Batracien (1)

Énigme

Dans l'étang de Gaëtan, on trouve 128 batraciens, qui se répartissent en têtards et en grenouilles.
Comme chacun sait, les têtards ont une queue, mais les grenouilles ont perdu la leur en devenant adultes.
Par contre, si les grenouilles ont toutes quatre pattes, les têtards, selon le stade de leur évolution, n'ont pas de pattes, ont deux pattes, ou quatre pattes (voir dessin)
Cela lui a pris tant de temps !
Mais Gaëtan a pu dénombrer dans son étang 264 pattes et 113 queues.
Ce faisant, il a pu remarquer qu'une des trois catégories de têtards avait un effectif double de celui d'une autre catégorie de têtards.

Combien l'étang de Gaëtan compte-t-il de têtards à deux pattes ?



« Dans l'étang de Gaëtan », *50 énigmes mathématiques pour lycéens et +*, Éd. Pole

Remarquons d'abord que s'il y a 128 batraciens et seulement 113 queues, c'est que les 128 batraciens se répartissent en 113 têtards et $128 - 113 = 15$ grenouilles.

Désignons par x le nombre de têtards sans pattes, par y le nombre de têtard ayant deux pattes et par z le nombre de têtards avec quatre pattes.

Les dénombrements effectués par Gaëtan se traduisent par le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} 2\,y + 4\,z + 60 = 264 \\ x + y + z = 113 \end{cases}$$

qui se ramène à :

$$\begin{cases} y + 2\,z = 102 \\ x + y + z = 113 \end{cases}$$

La condition qu'une catégorie de têtards est double d'une autre nous oblige à considérer six cas théoriquement possibles :

Cas 1. $x = 2\,y$. En remplaçant x par $2\,y$ et en résolvant le système obtenu, on arrive à $5\,y = 124$, qui donne une valeur de y non entière, donc à rejeter.

Cas 2. $y = 2\,x$. En remplaçant x par $y/2$ et en résolvant le système obtenu, on arrive à $y = 62$, $x = 31$ et $z = 20$, qui convient.

Cas 3. $y = 2\,z$. En remplaçant y par $2\,z$ dans la première équation, on arrive à $z = 25{,}5$, qui est à rejeter, car non entier.

Cas 4. $z = 2\,y$. En remplaçant z par $2\,y$ dans la première équation, on arrive à $5\,z = 102$, qui conduit encore à une valeur non entière de z.

Cas 5. $x = 2\,z$. En remplaçant x par $2\,z$ et en résolvant le système obtenu, on arrive à $z = 11$, $x = 22$ et $y = 80$, qui convient.

Cas 6. $z = 2\,x$. En remplaçant x par $z/2$ et en résolvant le système obtenu, on obtient une valeur négative pour z, ce qui est évidemment à rejeter.

Le problème a donc deux solutions : Gaétan a compté 62 ou 80 têtards à deux pattes.

32 Batracien (2)

Énigme

Il y a deux groupes d'égale importance, des grenouilles (G) et des crapauds (C), chacun formant une procession.
Les deux groupes sont l'un en face de l'autre, séparés seulement par un petit espace :

← O | G | G | G | | C | C | C | C | E →

Minuit sonne, un étrange ballet commence : les grenouilles vont toujours vers l'ouest (O), soit en sautant par dessus un autre batracien soit en avançant sur une place libre.
Les crapauds font exactement de même, mais en se dirigeant toujours vers l'est (E).
Chacun de ces déplacements prend juste une seconde.
Il ne peut y avoir deux déplacements simultanés.
À la fin, les grenouilles ont pris la place des crapauds et inversement.
Lorsque 3 h sonnent, le ballet est déjà terminé.

Combien y a-t-il de batraciens, au plus ?

D'après « Le bal des batraciens », 4ème Championnat International de France des Jeux Mathématiques et Logiques, Éliminatoires adultes

Pour n grenouilles et n crapauds, on a la solution générale suivante.

On note G, les grenouilles, C, les crapauds, S, un saut, D, un déplacement et N, le nombre total de mouvements.

			N
G		1 D	1
C	1 S	1 D	2
G	2 S	1 D	3
	....	....	
G	$(n-2)$ S	1 D	$n-1$
C	$(n-1)$ S	1 D	n
G	n S		n
C	1 D	$(n-1)$ S	n
G	1 D	$(n-2)$ S	$n-1$
	....	....	
G	1 D	2 S	3
C	1 D	1 S	2
G	1 D		1

Le nombre total de mouvements est alors de :

$$2\,(1+2+3+\cdots+n)+n=n\,(n+1)+n=n\,(n+2)$$

Le ballet a duré au plus $3\times 60^2=10\,800$ secondes.
D'où $n^2+2\,n<10\,800$.
Donc $(n+1)^2<10\,801$.
Donc $n+1<\sqrt{10\,801}$.
Donc $n+1<103{,}93$.
Donc $n\leqslant 102$ et par conséquent $2\,n\leqslant 204$.

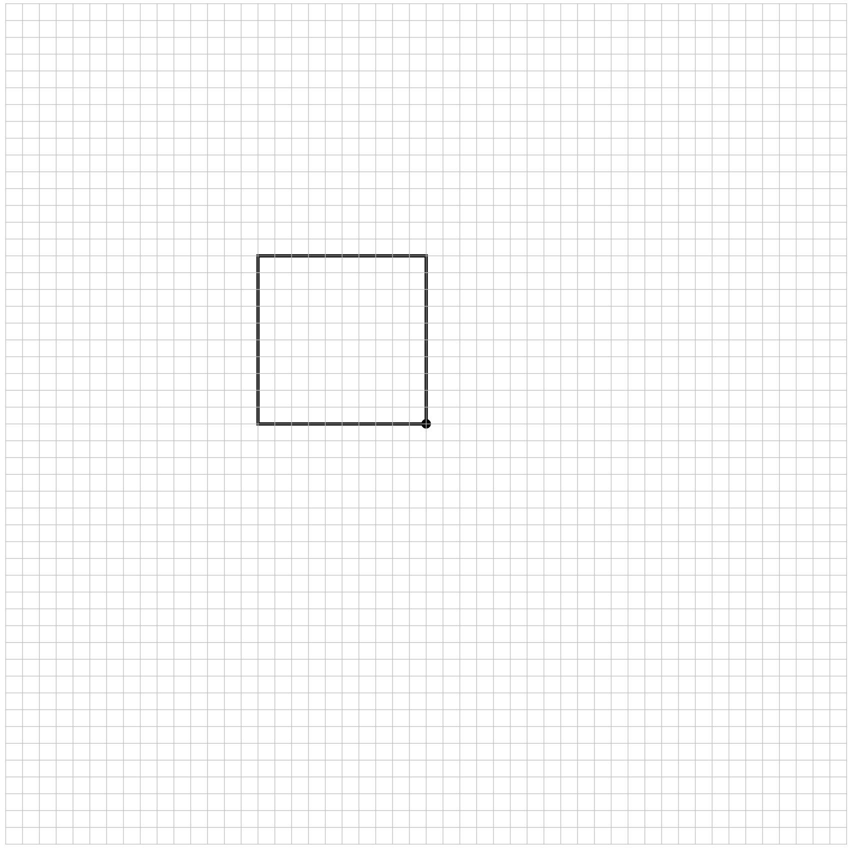
Il y avait donc au plus 204 batraciens.

33 Bélier

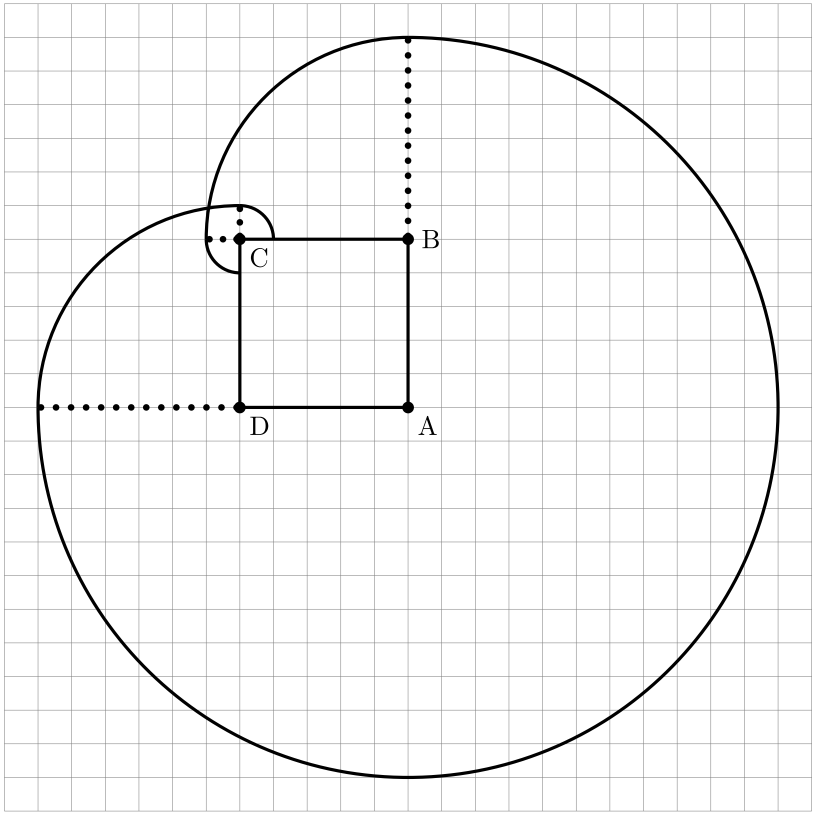
Énigme

Bébert est un jeune bélier un peu trop vagabond.
Bébert est attaché à l'un des coins d'une bergerie (qui mesure 10 m de côté) : il est donc limité dans ses déplacements.
Sa corde mesure 22 m.

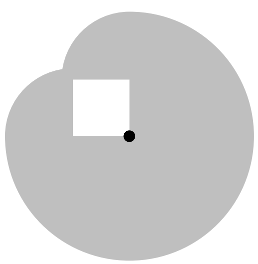
Dessiner la surface d'herbe que Bébert peut brouter.



La zone est délimitée par cinq arcs de cercle, qui sont des quatre quarts de cercles et un trois-quarts de cercle :



La zone solution est donc :



34 Bêtes à pi

Énigme

Montrer :

$$\frac{\mathsf{CHEVAL}}{\mathsf{OISEAU}} = \pi$$

Humour de « Taupe » (classe préparatoire scientifique) !

Un oiseau est une bête à ailes donc

$$\text{OISEAU} = \beta\,\text{L}$$

On a donc

$$\frac{\text{CHEVAL}}{\text{OISEAU}} = \frac{\text{CHEVAL}}{\beta\,\text{L}}$$

Donc, après simplification par L, on a :

$$\frac{\text{CHEVAL}}{\text{OISEAU}} = \frac{\text{CHEVA}}{\beta}$$

Or la multiplication est commutative donc

$$\text{CHEVA} = \text{VACHE}$$

On a donc

$$\frac{\text{CHEVAL}}{\text{OISEAU}} = \frac{\text{VACHE}}{\beta}$$

Or la vache est une bête à pis donc

$$\text{VACHE} = \beta\,\pi$$

On a donc

$$\frac{\text{CHEVAL}}{\text{OISEAU}} = \frac{\beta\,\pi}{\beta}$$

En simplifiant par β, on obtient : $\dfrac{\text{CHEVAL}}{\text{OISEAU}} = \pi$

Et une poule, c'est une bête à œufs...

35 Bête... comme l'âge !

Énigme

Le chien est plus vieux que le chat, et le chat est plus jeune que le perroquet, qui est lui-même plus vieux que le chien.

Quel animal est le plus vieux ?

L'animal est le plus vieux est le perroquet.

Viennent, en âge décroissant, le chien puis le chat.

36 Blaireau

Énigme

Lewis m'a donné les affirmations suivantes.

1. Les animaux sont toujours mortellement offensés quand je ne fais pas attention à eux.
2. Tous les animaux qui m'appartiennent sont dans ce pré.
3. Aucun animal ne peut résoudre une devinette, s'il n'a pas reçu une éducation convenable dans une école.
4. Aucun des animaux de ce pré n'est un blaireau.
5. Quand un animal a été mortellement offensé, il court en tous sens, en hurlant.
6. Je ne fais attention à aucun animal, sauf à ceux qui m'appartiennent.
7. Quand un animal a reçu une éducation convenable dans une école, il ne court jamais en tous sens en hurlant.

Que peut-on en conclure ?

Lewis Carroll enseignait la logique ; il a proposé cet exercice dans son ouvrage *Symbolic Logic* (1897), livre VIII, chap. 1, par. 9, n° 57. De son vrai nom Charles L. Dogson, c'est sous ce nom de plume qu'il a écrit *Alice au pays des Merveilles*.

(**3**) Aucun animal ne peut résoudre une devinette à moins qu'il n'ait reçu une éducation convenable dans une école et (**7**) aucun animal qui a reçu une éducation convenable dans une école ne court en tous sens en courant. Donc aucun animal qui peut résoudre une devinette ne court en tous sens en courant.

Or (**5**) quand un animal est mortellement offensé il court toujours en tous sens.
Donc aucun animal qui peut résoudre une devinette n'est mortellement offensé.

Or (**1**) les animaux sont toujours mortellement offensés si je ne fais pas attention à eux.
Donc je ne fais attention à aucun animal qui peut résoudre une devinette.

Or (**6**) je ne fais attention jamais à un animal à moins qu'il ne m'appartienne.
Donc aucun animal qui peut résoudre une devinette ne m'appartiennent.

Or (**2**) les animaux qui m'appartiennent sont dans ce champ.
Donc aucun animal qui peut résoudre une devinette n'est dans ce champ.

Or (**4**) aucun des animaux dans ce champ n'est un blaireau.
Donc, enfin, aucun animal qui peut résoudre une devinette n'est un blaireau.

Ou encore :

Aucun blaireau ne peut résoudre une devinette.

37 Bœuf (1)

Énigme

75 bœufs ont besoin de 12 jours pour brouter l'herbe d'un pré de 60 ares, tandis que 81 bœufs ont besoin de 15 jours pour brouter l'herbe d'un pré de 72 ares.

Combien faut-il de bœufs pour brouter en 18 jours un pré de 96 ares ?

(On suppose que l'herbe croît uniformément et qu'elle est dans les trois prés, à la même hauteur au début du problème)

La tradition attribue à Newton ce problème.

Soit h la quantité supplémentaire d'herbe qui pousse chaque jour par are.
Les 75 boeufs mangent 60 ares en 12 jours.
Pendant ces 12 jours, $12 \times 60 \times h$ ares d'herbe ont poussé.
Ainsi 75 bœufs broutent en 12 jours une aire de $60 + 12 \times 60\,h$ ares. (*)
Un bœuf broute donc par jour une aire de $\dfrac{60 + 12 \times 60\,h}{12 \times 75}$ ares.
De même, l'aire broutée dans l'autre champ est égale à $\dfrac{72 + 15 \times 72\,h}{15 \times 81}$ ares.
Par conséquent, $\dfrac{72 + 15 \times 72\,h}{15 \times 81} = \dfrac{60 + 12 \times 60\,h}{12 \times 75}$.
Donc $12 \times 75 \times (72 + 15 \times 72\,h) = 15 \times 81 \times (60 + 12 \times 60\,h)$.
Donc $20 \times (72 + 15 \times 72\,h) = 27 \times (60 + 12 \times 60\,h)$.
Donc $1\,440 + 21\,600\,h = 1\,620 + 19\,440\,h$.
Donc $2\,160\,h = 180$. D'où $h = \dfrac{180}{2\,160}$. C'est-à-dire $h = \dfrac{1}{12}$.

Par conséquent, en remplaçant dans (*) h par cette valeur, on déduit que 75 bœufs broutent en 12 jours une aire de $60 + 12 \times 60 \times \dfrac{1}{12} = 120$ ares.
De là, 75 bœufs broutent en 24 jours une aire de 240 ares.
Par conséquent, 240 ares sont broutés en 18 jours par $\dfrac{75 \times 24}{18} = 100$ bœufs.

38 Bœuf (2)

Énigme

Deux marchands possédaient en commun un troupeau de bœufs.
Ils l'ont vendu et ont obtenu pour chaque bœuf autant de roubles qu'il y avait de bêtes.
Avec cet argent, ils ont acheté un troupeau de moutons à 10 roubles le mouton, plus un agneau.
Ils ont partagé le troupeau en deux parties de même valeur : un des marchands a reçu un mouton en plus et l'autre a pris l'agneau et a reçu de son collègue un complément de cet argent.

Quelle était la valeur de ce complément, égal à un nombre entier de roubles ?

L'algèbre récréative, Y. Perelman, Éd. Mir

Soit n le nombre de bœufs et par $2\,k+1$ le nombre de moutons (ce nombre est impair) et par a le prix de l'agneau (ce prix est strictement inférieur à 10 roubles).
On a $n^2 = 10\,(2\,k+1) + a$.
Il en résulte que le chiffre des dizaines de n^2 est impair, ce qui implique $a = 6$.
L'agneau vaut donc 4 roubles de moins qu'un mouton, et le marchand qui l'a pris doit recevoir une compensation de 2 roubles.

39 Bœuf (3)

Énigme

Deux hommes conduisaient des bœufs sur une route. Le premier dit à l'autre :
« Donne-moi deux de tes bœufs et j'en aurai autant que toi.
L'autre répondit :
– Ceci étant fait, redonne-moi deux de tes bœufs et j'en aurai le double de toi. »

Qui veut me dire combien de bœufs il y a et combien chaque homme en a ?

Ce problème a été proposé par Alcuin (735–804), qui fut l'un des hommes les plus savants de son temps. Engagé par le roi Charlemagne comme précepteur pour réformer les programmes d'enseignement, il a écrit des traités de théologie et de pédagogie dont le recueil *Propositiones ad acuendos juvenes* (*Propositions pour aiguiser la perspicacité des jeunes*). Ce problème est le seizième des cinquante-trois problèmes.

Appelons P et D les nombres respectifs de bœufs des premier et second hommes.

La première information se traduit par :

$$P + 2 = D - 2$$

ou encore par :

$$D = P + 4$$

La seconde information se traduit par (on part des nouveaux effectifs) :

$$2 \times [(P + 2) - 2] = (D - 2) + 2$$

ou encore par :

$$2\,P = D$$

On déduit :

$$2\,P = P + 4$$

D'où :

$$P = 4$$

Par conséquent :

$$D = 8$$

Voilà la solution donnée par son auteur :

Solution 16. Le premier en a 4 et l'autre 8. Si le deuxième en donne 2 au premier, ils en ont tous les deux 6. Par la suite, si le premier en redonne deux à l'autre, il lui en reste 4 et l'autre en a 8 : ce qui est bien le double du premier.

40 Bœuf (4)

Énigme

Vous invitez un couple d'amis pour un barbecue.
Au menu : trois côtes de bœuf.
Mais votre barbecue ne peut en cuire que deux à la fois.

Sachant qu'il faut 3 minutes de cuisson par face, quel est le temps minimum pour faire cuire les trois côtes de bœuf ?

« Les trois côtes du bœuf », *300 énigmes, casse-tête et jeux de logique pour booster vos neurones*, Nicolas Conti

Soit Cl, C2 et C3 les trois côtes.
Après 3 minutes, Cl et C2 sont cuites sur une face.
Vous cuisez alors la seconde face de Cl et la première de C3, ce qui amène à 6 min.
Puis les secondes faces de C2 et C3, ce qui amène à 9 min.

Vous avez besoin de neuf minutes en tout.

41 Bœuf (5)

Énigme

Le puissant Alcide demandait à Augias le nombre de ses bœufs.
Le roi lui répondit :
« Sur les bords de l'Alphée, il y en a la moitié ; le huitième de mon troupeau est à paître sur la colline de Saturne ; le douzième est près de la borne de Taraxippe ; le vingtième pâture aux environs de la divine Élis. J'en ai laissé le trentième dans les herbages d'Arcadie ; tu verras ici le reste du troupeau, cinquante bœufs. »

Combien de bœufs possédait Augias ?

« Les bœufs d'Augias »,
énoncé sur `http://matoumatheux.ac-rennes.fr/`

Soit x le nombre de bœufs d'Augias.

Alors $x = \dfrac{x}{2} + \dfrac{x}{8} + \dfrac{x}{12} + \dfrac{x}{20} + \dfrac{x}{30} + 50$

Donc $\dfrac{120\,x}{120} = \dfrac{60\,x}{120} + \dfrac{15\,x}{120} + \dfrac{10\,x}{120} + \dfrac{6\,x}{120} + \dfrac{4\,x}{120} + \dfrac{6\,000}{120}$.

Donc $120\,x = 60\,x + 15\,x + 10\,x + 6\,x + 4\,x + 6\,000$.

Donc $25\,x = 6\,000$.

Par conséquent, $x = \dfrac{6\,000}{25} = 240$.

Augias possédait 240 bœufs.

42 Bovin

Énigme

John Beef est un paisible éleveur, père de trois enfants d'âges tous différents.
Si vous demandez à John le nombre de têtes de bétail de son cheptel, il vous répondra d'une façon sibylline :
« Si je multiplie le nombre de mes bêtes par le produit des âges de mes trois enfants, j'obtiens le même résultat que si j'ajoute au carré du nombre de bêtes de mon troupeau la somme des carrés des âges de mes enfants.
De plus, le nombre de têtes de bétail de mon troupeau est bien supérieur à l'âge de ma fille aînée, mais ce nombre est le plus petit possible permettant cette égalité avec quatre nombres tous différents. »

Combien John Beef possède-t-il d'animaux ?

Note. Le troupeau de John, constitué de bovins, est certifié parfaitement sain sur le plan vétérinaire.

« Les vaches de John », *50 nouvelles énigmes pour lycéens et +*, Éd. Pole

Le problème se ramène à trouver quatre nombres strictement positifs tous différents a, b, c et d satisfaisant à l'équation

$$a\,b\,c\,d = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 \tag{1}$$

L'équation (1), étudiée par le mathématicien Adolf Hurwitz (1859-1919), présente la propriété suivante :

si $(a\,;b\,;c\,;d)$ est solution de (1)
alors $(a\,;b\,;c\,;a\,b\,c-d)$ est également solution de (1)

À partir de solutions « primitives », on peut ainsi construire une chaîne de solutions, toute solution étant soit primitive, soit issue d'une solution primitive.

À l'aide d'encadrements, on détermine l'unique solution qui convient : $(2\,;6\,;22\,;262)$.

John possède donc 262 bovins.

43 Brebis

Énigme

Tous les soirs, Marine rentre ses 170 brebis dans trois bergeries différentes.
Le nombre de brebis de la bergerie A est le double du nombre de brebis de la bergerie B.
Dans la bergerie C, Marine rentre 20 brebis.

Combien de brebis y a-t-il dans chaque bergerie ?

Rallye mathématique de Champigny, 2003

Dans la bergerie C, il y a 20 brebis.

Les bergeries A et B regroupent donc $170 - 20 = 150$ brebis.

De plus, le nombre de brebis de la bergerie A est le double du nombre de brebis de la bergerie B. Donc les deux bergeries regroupent trois fois le nombre de brebis de la bergerie B.

Par conséquent, le nombre de brebis de la bergerie B est $150 \div 3 = 50$.

On déduit que le nombre de brebis de la bergerie 1 est $50 \times 2 = 100$.

44 Brochet

Énigme

Dans un étang, il y a des gardons et des brochets.
Alain pêche à la mouche et prend deux fois plus de gardons que de brochets, alors qu'Alex, avec sa canne à lancer, attrape autant de brochets que de gardons.
Alex est un pêcheur expérimenté : il pêche trois fois plus de poissons qu'Alain.
Les poissons pêchés sont conservés dans le même vivier.

On y prend un brochet au hasard : calculer la probabilité qu'il ait été pris à la cuillère (par Alex).

Soit a le nombre de brochets et b le nombre de gardons pris par Alain.
Soit c le nombre de brochets et d le nombre de gardons pris par Alex.

Nous avons : $b = 2\,a$, $c = d$ et $c + d = 3\,(a + b)$.

On en déduit : $c = \dfrac{9}{2}\,a$.

Le nombre total de brochets est $a + c = \dfrac{11}{2}\,a$.

Le nombre de brochets pris par Alex étant $c = \dfrac{9}{2}\,a$, la probabilité pour un brochet d'avoir été pris par Alex est $p = \dfrac{9}{11}$.

45 Bufflonne

Énigme

Un vase A contient un litre de lait de vache et un vase B contient un litre de lait de bufflonne.
On verse verse un demi-litre de lait de vache de A dans B, on mélange soigneusement et on verse un quart de litre de ce mélange dans le vase A.
On mélange soigneusement ce que contient maintenant A et on verse un quart de litre dans B.
Enfin après avoir mélangé le contenu de B, on en verse un demi-litre dans A.

À la fin de ces opérations, A contient-il plus de lait de vache que B ne contient de lait de bufflonne ?

D'après *100 jeux numériques*, P. Berloquin, Le livre de poche

Le vase A contient la même quantité de liquide avant et après les rations et il en est de même pour B.

Les volumes de lait de bufflonne ont été remplacés par des volumes de lait de vache égaux.

Il y a donc autant de lait de vache dans le lait de bufflonne qu'il y a de lait de bufflonne dans le lait de vache.

46 Camécéros

Énigme

Le zoo de Belbosse est spécialisé dans les camélidés : on y trouve exclusivement des lamas qui n'ont pas de bosse, des dromadaires qui ont chacun une bosse, des chameaux ayant deux bosses et un camécéros, animal extraordinaire et unique.
Il y a dans ce zoo autant de lamas que de chameaux, mais plus de chameaux que de dromadaires ; le nombre total d'animaux (les dromadaires, les chameaux, les lamas et le camécéros) est 17 ; le nombre total de bosses de tous ces animaux est 21.

Combien le camécéros a t-il de bosses ?

« Le camécéros », 8$^{\text{ème}}$ Championnat International de Jeux Mathématiques et Logiques, 1994

Notons qu'à eux deux, un lama et un chameau possèdent deux bosses (0 bosse + 2 bosses), c'est-à-dire exactement autant que deux dromadaires (1 bosse + 1 bosse).

Or il y a autant de lamas que de chameaux. Si l'on remplaçait chaque couple lama-chameau par un couple de dromadaires, les nombres de bosses et de têtes ne changeraient donc pas ! Il ne resterait plus alors que des dromadaires, au nombre de 16 et 1 camécéros. Les seize dromadaires, à eux tous, totaliseraient 16 bosses.
Or $21 - 16 = 5$.
On en déduit que le camécéros, quant à lui, possède cinq bosses.

47 Caméléon (1)

Énigme

Dans un archipel étrange, il y a un caméléon gris, sept caméléons bruns et cinq caméléons rouges.
Quand deux caméléons de couleurs différentes se rencontrent, ils prennent tous les deux la même couleur.

Montrer qu'il est possible qu'au bout d'un certain temps, il n'y ait plus que des caméléons rouges.

D'après « Les caméléons », Tournoi mathématique du Limousin, Lycée, 1997

Considérons les transformations suivantes :

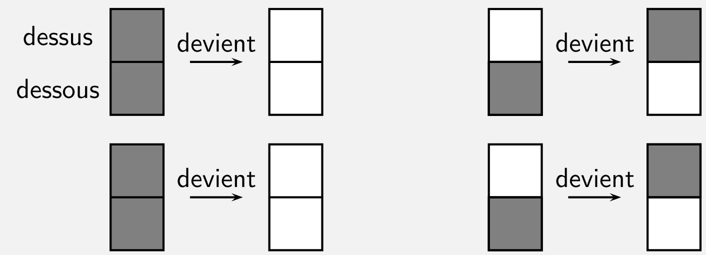
Rencontre	Gris	Bruns	Rouges
	1	7	5
Bruns-Rouges	3	6	4
Bruns-Rouges	5	5	3
Gris-Bruns	4	4	5
Gris-Bruns	3	3	7
Gris-Bruns	2	2	9
Gris-Bruns	1	1	11
Gris-Bruns	0	0	13

Il ne reste donc que des caméléons rouges.

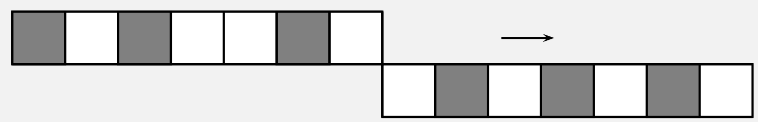
48 Caméléon (2)

Énigme

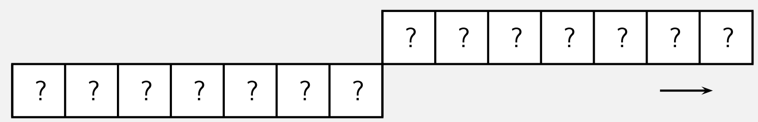
Dans le pays de Noiréblanc, les caméléons ont de drôles d'habitudes. Le corps des caméléons adultes est constitué de sept cases qui peuvent être noires ou blanches, et passer d'une couleur à l'autre selon les circonstances.
Lorsque deux caméléons se croisent, les cases en contact changent de couleur suivant la règle illustrée sur le dessin ci-dessous.



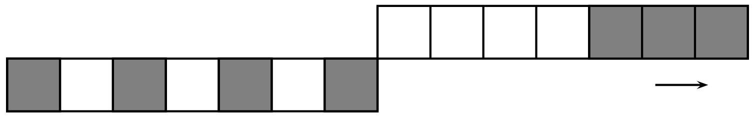
Deux caméléons se rencontrent et l'un passe par-dessus l'autre.
Voici leur position et leurs couleurs au départ :



On demande de colorier la position finale.



« Les caméléons », 13$^{\text{ème}}$ championnat international des jeux mathématiques et logiques, Finale internationale, 1997



On remarque que les cases du bas changent de couleur à chaque passage d'une case au-dessus, quelles que soient les couleurs des deux cases. Les sept cases du caméléon du haut doivent passer sur chacune des cases du caméléon du bas, qui changeront de couleur 7 fois, et seront, après le croisement, noire-blanche-noire-blanche-noire-blanche-noire.

De même, on remarque que lorsqu'une case, de couleur quelconque, passe sur une case noire, elle change de couleur, et que, lorsqu'elle passe sur une case blanche, elle conserve sa couleur.

La première case du caméléon du haut, blanche, doit passer sur 3 cases noires, et changera donc de couleur.
La seconde, noire, passera sur 4 cases noires (les couleurs du bas se seront inversées) ; elle gardera donc sa couleur.
De la même façon, la troisième case, blanche, passera sur 3 cases noires, et deviendra noire.
La quatrième, blanche, passera sur 4 cases noires et restera blanche.
La cinquième, noire, passera sur 3 cases noires et deviendra blanche.
La sixième, blanche, passera sur 4 cases noires et restera blanche.
Enfin, la septième, noire, passera sur 3 cases noires et deviendra blanche.

Après le croisement, le caméléon du haut sera donc noir-noir-noir-blanc-blanc-blanc-blanc, et celui du bas, noir-blanc-noir-blanc-noir-blanc-noir.

49 Camélidé

Énigme

Dans une réserve, on a regroupé dans le même parc 15 dromadaires, 10 chameaux et 5 lamas.
Un visiteur prend sur une même photo trois camélidés au hasard.

Sachant que tous ces ongulés ont la même probabilité d'être photographiés, calculer le nombre moyen de bosses photographiées sur un grand nombre de photographies.
(Rappel : le chameau a deux bosses, le dromadaire a une bosse et le lama n'a pas de bosse)

D'après *Exercices ordinaires de probabilités*, G. Frugier, Éd. Ellipses

On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de bosses photographiées. La moyenne cherchée est égale à l'espérance $\mathrm{E}(X)$ de X.

L'ensemble Ω des éventualités est l'ensemble des combinaisons de trois animaux parmi trente animaux : $\mathrm{Card}(\Omega) = \binom{30}{3} = 4\,060$.

Les événements élémentaires sont équiprobables, de probabilité $p = \dfrac{1}{4\,060}$.

Issue	X	$4\,060 \times$ Probabilité
3 C	6	$\binom{30}{3} = 120$
2 C et 1 D	5	$\binom{10}{2}\binom{15}{1} = 675$
(2 C et 1 L) ou (1 C et 2 D)	4	$\binom{10}{2}\binom{15}{1} + \binom{10}{1}\binom{15}{2} = 1\,275$
(1 C, 1 D et 1 L) ou (3 D)	3	$\binom{10}{1}\binom{15}{1}\binom{5}{1} + \binom{15}{3} = 1\,205$
(1 C et 2 L) ou (2 D et 1 L)	2	$\binom{10}{1}\binom{5}{2} + \binom{15}{2}\binom{5}{1} = 625$
1 D et 2 L	1	$\binom{15}{1}\binom{5}{2} = 150$
3 L	0	$\binom{5}{3} = 10$

On en déduit :

$4\,060\,\mathrm{E(X)}$

$= 6 \times 120 + 5 \times 675 + 4 \times 1\,275 + 3 \times 1\,205 + 2 \times 625 + 1 \times 675 + 0 \times 10$

Donc $4\,060\,\mathrm{E}(X) = 14\,210$.

Par conséquent, $\mathrm{E}(X) = 14\,210 \div 4\,060 = 3{,}5$.

50 Canard (1)

Énigme

Un canard sauvage met 9 jours pour aller de Norvège au Maroc et 7 jours pour aller du Maroc en Norvège.
Deux canards partent ensemble l'un de Norvège, l'autre du Maroc.
On suppose que chacun d'eux vole en ligne droite à vitesse constante.

Combien de temps après leur envol se rencontreront-ils ?

« Migrations croisées », 8ème Championnat International de Jeux Mathématiques et Logiques

Prenons comme unité de distance la distance Norvège-Maroc.
Dans le sens Norvège-Maroc, un canard vole à la vitesse de $1/9$ d'unité par jour et, dans le sens Maroc-Norvège, à la vitesse de $1/7$ d'unité par jour.
En un jour, les deux canards se sont rapprochés de $1/9 + 1/7$, soit $16/63$ d'unité.
Il leur faudra donc $63/16$ de jour pour se rejoindre, soit 3 jours et $15/16$ jours, ou encore 3 jours 22 heures et 30 minutes.

51 Canard (2)

Énigme

Un marchand de canards vend des gros et des petits canards.
Le prix d'un gros est deux fois celui d'un petit.
Bernard aime les canards et en achète cinq gros et trois petits.
S'il avait acheté trois gros et cinq petits, il aurait économisé 20 €.

Quel est le prix de chaque canard ?

« Bernard aime les canards », Rallye Mathématique des Antilles et de la Guyane, Finale « Écoles », 2012

Puisque le prix d'un gros canard est deux fois celui d'un petit,
- cinq gros et trois petits coûtent autant que treize petits ;
- trois gros et cinq petits coûtent autant que onze petits.

La différence de prix est égale à celle du prix de deux petits lapins $(13-11)$.

Or cette différence est aussi égale à 20 €.

Par conséquent, le prix d'un petit lapin est égal à 10 € $(20 \div 2)$ et le prix d'un gros lapin est égal à 20 € (10×2).

52 Canard (3)

Énigme

Dans la cour, il y a le même nombre de porcs, de canards et de poules. Ces animaux ont, tous ensemble, 144 pattes.

Combien y a-t-il de canards ?
A) 43 B) 42 C) 35 D) 21 E) 18

« Les canards », Série 3***,
240 questions de calcul, de logique et de géométrie, Kangourou

Réponse **E**

Un porc, un canard et une poule ont huit pattes à eux trois.
$144 \div 8 = 18$
Il y a donc dix-huit animaux de chaque sorte et donc dix-huit canards.

53 Canari (1)

Énigme

François tente de choisir un canari parmi les seize qu'il possède.
Il les installe sur des balançoires de telle sorte à les voir sous la forme d'un carré de quatre lignes et de quatre colonnes.
Il commence par prendre le plus grand canari de chaque rangée puis choisit le plus petit d'entre eux.
Puis il change d'idée. Il remet les canaris à leur place, prend le plus petit canari de chaque colonne puis choisit le plus grand d'entre eux.
Il se trouve que les deux canaris sont différents.

Quel est le plus grand ?

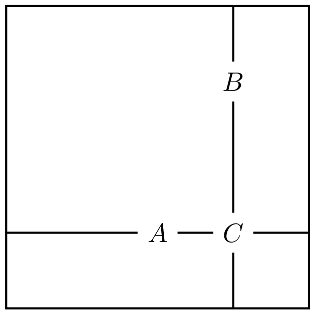
D'après *100 jeux logiques*, Pierre Berloquin, n° 82

Appelons A le premier canari et B le second.

Si A et B sont dans la même rangée, A est le plus grand.

Si A et B sont dans la même colonne, B est le plus petit.

S'ils sont dans des rangées et des colonnes différentes, appelons C le canari qui se trouve au point de rencontre de la rangée de A et de la colonne de B. C est plus petit que A, mais plus grand que B.



A est donc toujours plus grand que B.

54 Canari (2)

Énigme

Julien, Manon, Nicolas et Fabien ont chacun un animal qu'ils aiment tendrement.
L'un d'eux a un chat, l'autre un chien, l'autre un poisson rouge et le dernier un canari.
Manon a un animal à poil.
Fabien a un animal à quatre pattes.
Nicolas a un oiseau.
Julien et Manon n'aiment pas les chats.

Quelle est la phrase fausse ?
A) Fabien a un chien.
B) Nicolas a un canari.
C) Julien a un poisson.
D) Fabien a un chat.
E) Manon a un chien.

Kangourou des mathématiques, Épreuve « Écoliers », 2002

Réponse A.

« Nicolas a un oiseau ». Donc Nicolas a un canari. (B)

« Manon a un animal à poil » : elle a donc un chien ou un chat. Or « Manon n'aime pas les chats ». Donc Manon a un chien. (E)

« Fabien a un animal à quatre pattes ». Le chien appartenant à Manon, Fabien a un chat. (D)

Julien a donc le poisson rouge. (C)

55 Cane (1)

Énigme

Passez de COQ à ÂNE ou bien de CANE à ŒUF en changeant une seule lettre à la fois, mais en en gardant l'ordre.

C	O	Q
...	...	...
...	...	...
...	...	...
...	...	...
A	N	E

C	A	N	E
...	...	...	...
...	...	...	...
...	...	...	...
...	...	...	...
...	...	...	...
O	E	U	F

De telles suites de mots sont appelées *doublets de Carroll* (en référence à leur auteur). De façon plus générale, les doublets (appelés aussi « échelle de mots ») sont un jeu de mots où l'on passe d'un mot à l'autre à l'aide de l'une des conditions suivantes : changement de l'ordre des lettres, changement d'une seule lettre et ajout d'une lettre. Voici un doublet de Carroll : RIME – MIRE – MITE – MISE – MISEZ.

Le site `http://graner.net/nicolas/divers/doublets.html` donne 3 solutions pour passer de COQ à ÂNE et 8 solutions pour passer de CANE à ŒUF.

Deux solutions parmi d'autres pour passer de COQ à ÂNE :

C O Q	C O Q
C O I	C O L
C R I	C I L
C R E	A I L
A R E	A I E
A N E	A N E

Une solution parmi d'autres pour passer de CANE à ŒUF :

```
C A N E
C E N E
C E N T
V E N T
V E U T
V E U F
O E U F
```

56 Cane (2)

Énigme

Le marchand d'œufs a devant lui six paniers d'œufs.
Chaque panier contient des œufs d'une seule sorte, de poule ou de cane.
Les nombres d'œufs de chaque panier sont : 15 6 29 14 12 et 23.
Le marchand dit, en montrant un panier que je n'arrive pas à voir : « Si je vends ce panier, il me restera exactement deux fois plus d'œufs de poule que d'œufs de cane ».

Pourriez-vous dire de quel panier il parle ?

« Des œufs de poule et des œufs de cane ! », Rallye mathématique de l'académie de Lyon, 2014

Il y a en tout $15 + 6 + 29 + 14 + 12 + 23 = 99$ œufs.

Après retrait des œufs, il restera l'équivalent de trois fois le nombre du nombre d'œufs de cane.

Ce reste est un nombre multiple de 3, tout comme 99. Par conséquent, le nombre d'œufs retirés est aussi un nombre multiple de 3.

Parmi les six nombres proposés, seuls trois sont des multiples de 3.

- Le panier retiré contient 15 œufs.
  Il reste donc $99 - 15 = 84$ œufs.
  C'est-à-dire $84 \div 3 = 28$ œufs de cane.
  Mais il n'est pas possible de trouver une combinaison de nombres dont la somme soit égale à 28.
  Ce cas est impossible.

- Le panier retiré contient 6 œufs.
  Il reste donc $99 - 6 = 93$ œufs.
  C'est-à-dire $93 \div 3 = 31$ œufs de cane.
  Mais il n'est pas possible de trouver une combinaison de nombres dont la somme soit égale à 31.
  Ce cas est impossible.

- Le panier retiré contient 12 œufs.
  Il reste donc $99 - 12 = 87$ œufs.
  C'est-à-dire $87 \div 3 = 29$ œufs de cane.
  C'est ce que contient un panier.

Le panier dont parle le marchand comntient 12 œufs.

57 Castor (1)

Énigme

Quatre castors aiment jouer avec des tunnels magiques.
Lorsqu'ils entrent tous ensemble dans un tunnel, ils en ressortent dans un ordre différent.

- Si le tunnel est noir, ils en ressortent en ordre inverse *(fig. 1)*.
- Si le tunnel est blanc, ils en ressortent dans le même ordre sauf que le premier et le dernier échangent leurs place *(fig. 2)*.

Les quatre castors traversent successivement les tunnels ci-dessous *(fig. 3)*.

Déterminer l'ordre dans lequel ils vont ressortir.

fig. 1

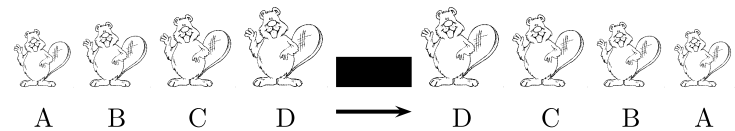


fig. 2

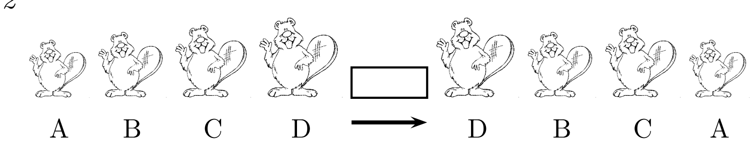
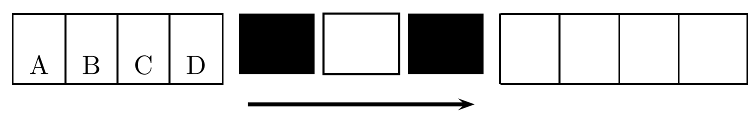


fig. 3



« Tunnels magiques », Concours *Castor informatique*, 2013

Ils ressortent dans l'ordre D C B A.

Méthode 1

On part des deux observations suivantes :
- le résultat final ne change pas si l'on change l'ordre des tunnels ;
- si les castors passent successivement dans deux tunnels noirs alors leur ordre ne change pas.

L'effet des deux tunnels noirs s'annule ici. Le passage à travers les trois tunnels est donc équivalent au passage dans le seul tunnel blanc. L'effet de ce tunnel blanc étant décrit dans le sujet, il suffit d'en recopier l'ordre de sortie des castors.

Méthode 2

On applique les règles des tunnels les unes après les autres, en représentant la position des quatre castors à la sortie de chacun des trois tunnels :

0. A B C D

1. D C B A

2. A C B D

3. D C B A

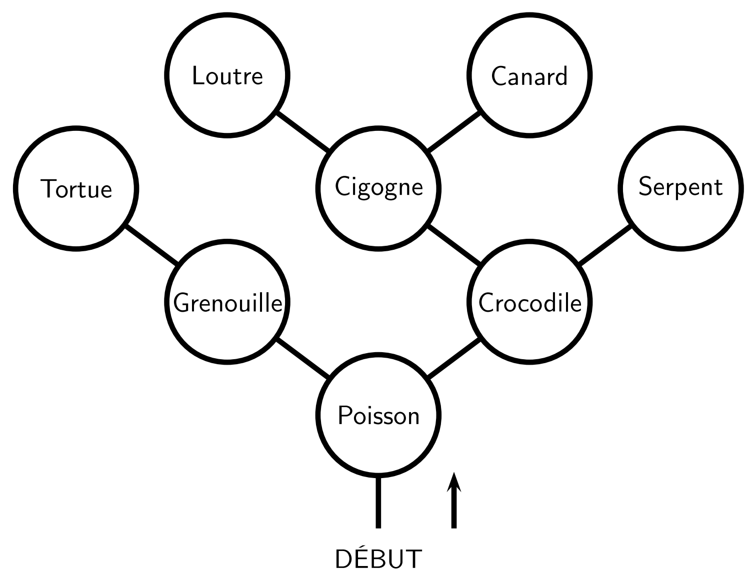
58 Castor (2)

Énigme

Castor fait un tour en canoë dans une région riche en rivière et petits lacs.
Il souhaite tous les visiter.
C'est pourquoi il procède systématiquement.
Castor sait que chaque lac ne compte qu'un maximum de deux rivières qui s'y jettent et qu'il n'a pas encore explorées.
À chaque fois qu'il atteint un lac, il décide comment poursuivre son exploration :
- s'il y a deux rivières pas encore explorées, il prend celle de gauche ;
- s'il n'y a qu'une rivière pas encore explorée, il prend celle-ci ;
- sinon il rebrousse chemin jusqu'au lac précédent.

Le tour en canoë se termine dès que Castor a exploré tous les lacs et qu'il est revenu à son point de départ.
Dans chaque lac, Castor rencontre un animal.
Il note son nom lorsqu'il le rencontre pour la première fois.

Dans quel ordre note-t-il les animaux rencontrés ?



« Tour de canoë », Concours *Castor informatique*, 2010

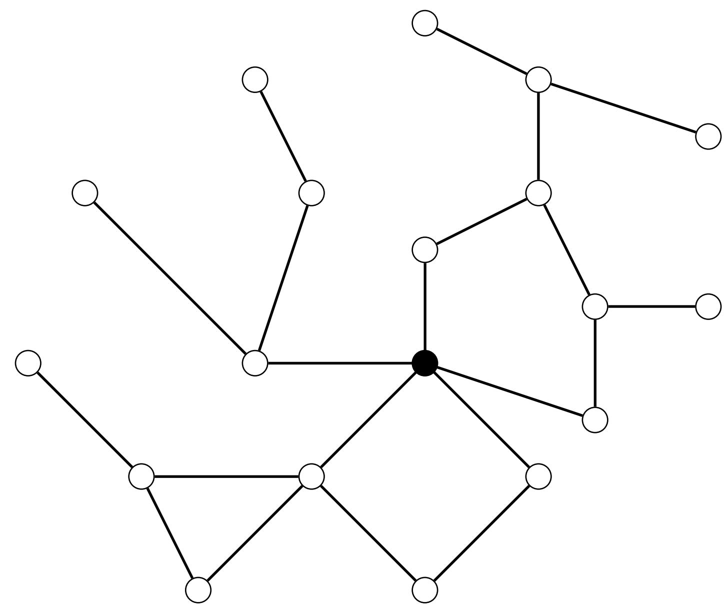
1. Poisson
2. Grenouille
3. Tortue
4. Crocodile
5. Cigogne
6. Loutre
7. Canard
8. Serpent

59 Castor (3)

Énigme

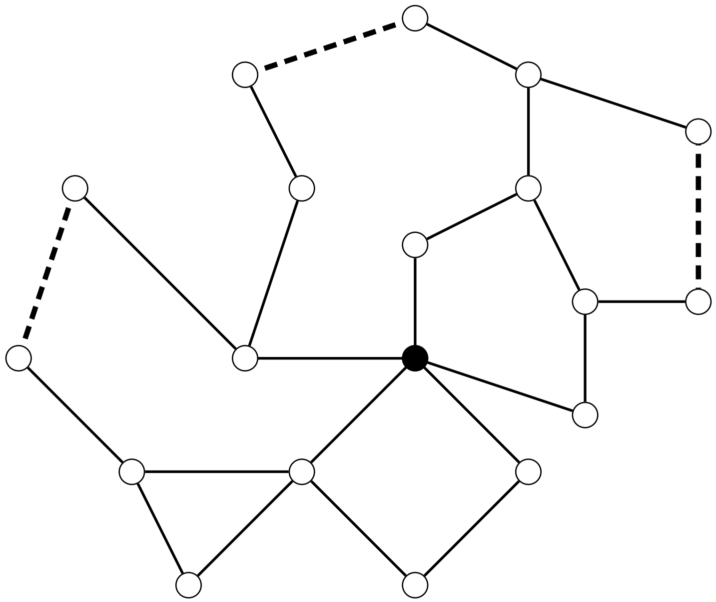
Au pays des castors, l'électricité est produite par un barrage (en noir sur la figure ci-dessous), et toutes les maisons sont reliées par des lignes électriques.
Les castors souhaitent construire des lignes électriques supplémentaires afin que la coupure d'une seule ligne ne suffise pas à priver une maison d'électricité.

Aidez les castors en leur montrant où construire les lignes, et en nombre minimum.



« Transport d'électricité », Concours Castor informatique

Il suffisait de 3 lignes (nombre minimum) pour que le réseau résiste à la destruction d'une seule ligne.

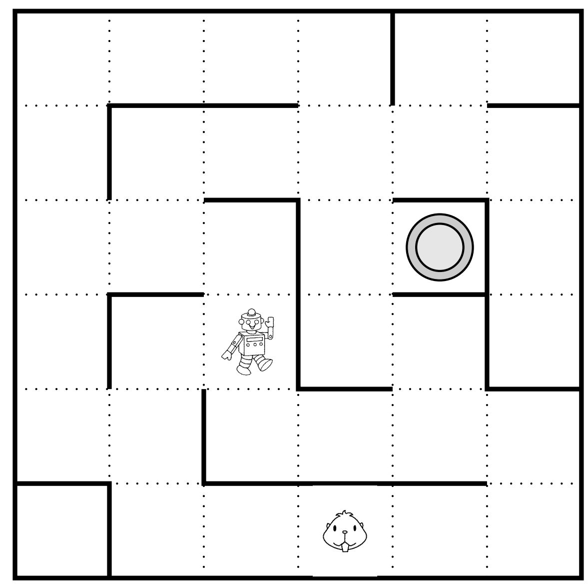


60 Castor (4)

Énigme

En arrivant sur Pluton, Castor a trouvé un robot que l'on peut diriger en sifflant.
Lorsque Castor a sifflé les notes « *Mi*, *Mi*, *La*, *La*, *Si* », le robot s'est déplacé depuis la case de Castor jusqu'à sa place actuelle sur la carte.
Castor veut maintenant que le robot continue son chemin jusqu'à l'étrange palais doré. Il sait siffler quatre notes : *Do*, *Mi*, *La* et *Si*.

Écrire la suite de notes que Castor doit siffler.



Pour résoudre ce sujet, il faut indiquer à quelle direction correspond chaque note. Pour arriver à sa position, il a le choix entre deux départs : à gauche (et alors il y aura 5 étapes) ou à droite (et alors il y aura 7 étapes). Comme 5 notes ont été sifflées, c'est le premier choix qui est à retenir.

Pour arriver à sa position en 5 étapes, le robot a forcément dû s'éloigner de Castor en partant de 2 cases, puis en montant de 2 cases, puis en allant de 1 case à droite.

On écrit d'une part les déplacements faits et d'autre part les notes sifflées :

←	←	↑	↑	→
Mi	*Mi*	*La*	*La*	*Si*

On en déduit que *Mi* correspond à « gauche », *La* correspond à « haut » et *Si* correspond à « droite ». Du coup, *Do* correspond à « bas ».

Il y avait deux chemins de 7 déplacements chacun permettant au robot de rejoindre le palais doré. Les deux solutions correspondantes sont :

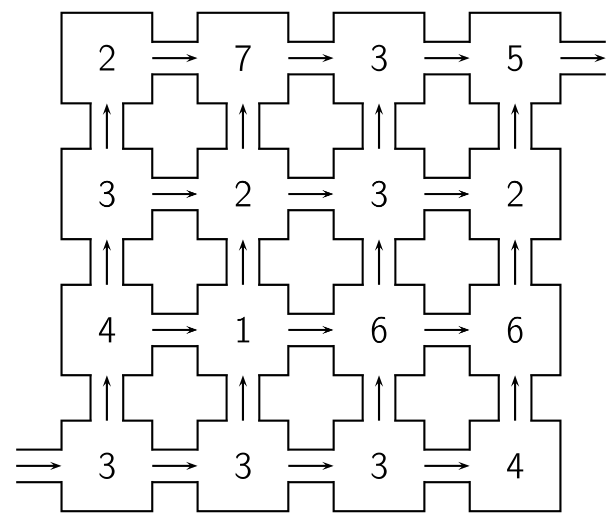
- *Do*, *Si*, *Si*, *La*, *Mi*, *La*, *Si* pour le chemin passant par le bas ;
- *La*, *Mi*, *La*, *Si*, *Si*, *Do*, *Si* pour le chemin passant par le haut.

61 Castor (5)

Énigme

Les castors ont un jeu qui exerce à la fois leur agilité et leur intelligence.
Cela se passe dans un système de grottes reliées par des tunnels.
Le meneur de jeu dépose un certain nombre de pommes de pin dans chaque grotte.
Les tunnels entre les grottes sont à sens unique, indiqué par des flèches.
Les castors sont obligés de suivre le sens de la flèche.
Le joueur ramasse toutes les pommes de pins qu'il trouve sur son passage.
Le système de grotte est dessiné ci-dessous.
Les chiffres donnent le nombre de pomme de pin déposées dans chaque grotte.

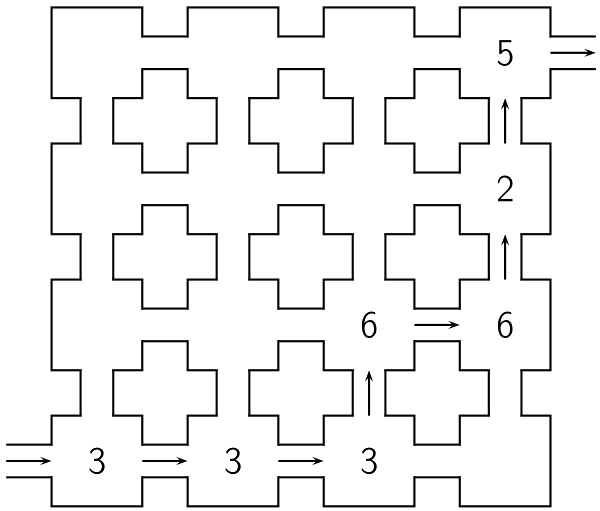
Combien de pommes de pin un castor peut-il ramasser au maximum en effectuant un passage ?



« Pomme de pin », Concours Castor informatique, Entraînement 2010

La réponse est 28.

Le meilleur chemin donnant ce résultat est :



62 Castor (6)

Énigme

Le castor aime courir.
Chaque matin après s'être levé, il part courir.
Voici son programme.

Activité « courir » :
- exécute l'activité « courir autour du bloc »
- exécute l'activité « courir autour du bloc »
- exécute l'activité « courir autour du bloc »

Activité « courir autour du bloc » :
- exécute l'activité « courir le long de la route »
- exécute l'activité « courir le long de la route »
- exécute l'activité « courir le long de la route »
- exécute l'activité « courir le long de la route »

Activité « courir le long de la route » :
- fais 100 pas en courant
- tourne-toi de 90 degrés vers la gauche

Combien de pas a couru Castor lorsqu'il a effectué une fois l'activité « courir » ?

A. 100 pas B. 300 pas C. 400 pas D. 1 200 pas

Réponse D : 1 200 pas

Exécuter une fois l'activité « courir le long de la route » correspond à 100 pas.

Exécuter une fois « courir autour du bloc » va exécuter 4 fois « courir le long de la route » , soit un total de $4 \times 100 = 400$ pas.

Exécuter une fois « courir » va exécuter 3 fois « courir autour du bloc », ce qui va exécuter 12 fois « courir le long de la route », soit $12 \times 100 = 1\,200$ pas.

63 Chameau (1)

Énigme

Un chamelier, père de trois fils, décède.

Il possède dix-sept chameaux, il en lègue la moitié à son premier fils, le tiers à son deuxième, et le neuvième à son troisième.

Mais 17 n'étant divisible ni pas 2, ni par 3, ni par 9, les fils sont fort embarrassés.
Ils vont alors consulter le vieux sage du village et celui-ci leur propose une solution très pratique.

Comment a-t-il fait ?

Le sage rajoute son chameau. Il y a maintenant 18 chameaux.

L'aîné hérite de la moitié, soit 9 chameaux.
Le cadet hérite du tiers, soit 6 chameaux.
Le benjamin hérite du neuvième, soit 2 chameaux.

$9+6+2=17$: il reste un chameau, celui du sage qui le récupère.

C'est un grand classique !

Ce problème est basé sur la décomposition de la fraction $\dfrac{n}{n+1}$ sous la forme de la somme $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}$, où a, b, c et n désignent des entiers.

Il y a sept possibilités pour le choix de n :

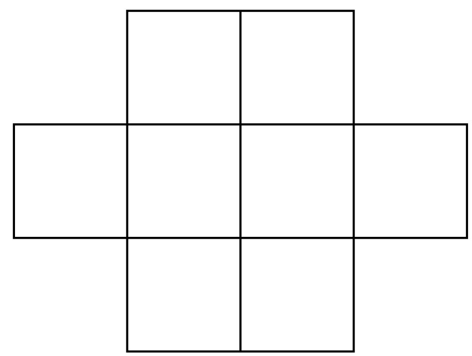
n	a	b	c	$n=\dfrac{n+1}{a}+\dfrac{n+1}{b}+\dfrac{n+1}{c}$
7	2	4	8	$7=4+2+1$
11	2	3	12	$11=6+4+1$
11	2	4	6	$11=6+3+2$
17	2	3	9	$17=9+6+2$
19	2	4	5	$19=10+5+4$
23	2	3	8	$23=12+8+3$
41	2	3	7	$41=21+14+6$

64 Chameau (2)

Énigme

Ali Danbari veut mettre en pâture huit jeunes dromadaires de 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 et 15 ans sur un terrain dont la forme est représentée ci-dessous.
Mais, pour une raison qui lui est propre, il ne veut pas que deux dromadaires d'âges consécutifs se trouvent côte à côte (c'est-à-dire dans des parcelles qui correspondent par un côté ou un sommet)

Aidez Ali Danbari à disposer ses dromadaires sur les parcelles.



« Ah le chameau ! », Association nigérienne des jeux mathématiques

Il y a une seule solution, aux symétries près :

	10	12	
14	8	15	9
	11	13	

65 Chameau (3)

Énigme

M. Crucheau, qui vit dans le désert, part avec sa camionnette et ses cruches vers le marché de l'oasis voisine.
Il dispose de 9 récipients de contenances respectives 3 litres, 6 litres, 10 litres, 11 litres, 15 litres, 17 litres, 23 litres, 25 litres et 30 litres.
Il revient avec deux fois plus de lait de chameau que d'huile d'olive, et trois fois plus d'eau que de lait de chameau.
Tous ses récipients sont complètement remplis, sauf un qui reste vide.

Pouvez-vous indiquer au-dessus de chaque cruche, le liquide qu'elle contient : E pour eau, L pour lait de chameau, H pour huile d'olive et V pour cruche vide ?

« Histoire d'eau », *Les mètres du mystère*, 3ème Championnat de France de Jeux Mathématiques et Logiques

Soit x le nombre de litres de lait de chameau, y celui de litres d'huile et z celui de litres d'eau. Soit v la contenance du vase vide.

On a :

$$\begin{cases} x = 2\,y \\ z = 3\,x = 6\,y \\ y + 2\,y + 6\,y = 3 + 6 + 10 + 11 + 15 + 17 + 23 + 25 + 30 - v \end{cases}$$

On en tire :

$$9\,y = 140 - v$$

Pour que $140 - v$ soit divisible par 9, seule convient la solution $v = 23$.
Il vient : $y = 13$
Il s'ensuit que $x = 26$ et $z = 78$.

Il y a une seule façon d'obtenir 13 litres d'huile avec les cruches disponibles : $13 = 3 + 10$
Pour obtenir 26 litres de lait, sont disponibles les cruches de contenances respectives 6, 11, 15 et 17 litres (la cruche de 23 litres est vide). Il y a une seule possibilité : $26 = 11 + 15$

Il ne reste plus qu'à vérifier que : $6 + 17 + 25 + 30 = 78$

D'où la répartition :

3	6	10	11	15	17	23	25	30
H	E	H	L	L	E	V	E	E

66 Chasse

Énigme

Cinq amis aux noms prédestinés, M. Biche, M. Lièvre, M. Cerf, M. Sanglier et M. Chevreuil, reviennent d'une partie de chase.
Ils en ramènent les animaux correspondants à leurs noms, mais pas nécessairement dans cet ordre.
Chacun a tué un seul animal, ne correspondant pas à son propre nom.
Chacun a également raté un animal différent, qui n'est pas le même que celui qu'il a tué et qui ne correspondant pas à son nom non plus.
Le cerf qui a été tué par le chasseur ayant le nom du gibier raté par M. Chevreuil.
La biche a été tuée par le chasseur ayant le nom du gibier raté par M. Lièvre.
M. Cerf, qui a raté un chevreuil, a été très déçu de ne tuer qu'un lièvre.

Quelles sont les bêtes ratées et tuées par chacun ?

100 jeux logiques, Pierre Berloquin, n° 98

Nous savons que M. Cerf rate le chevreuil et tue le lièvre. Comme M. Chevreuil ne peut rater le chevreuil (même nom), il ne tue pas le cerf. De même, le cerf n'a pas pu être tué par M. Cerf, et il n'est pas raté par M. Chevreuil. Puisque M. Lièvre ne peut rater ni le lièvre ni le chevreuil, ni M. Lièvre ni M. Chevreuil ne tuent la biche.
La biche, qui n'a pas pu être tuée par M. Biche, n'est pas ratée par M. Lièvre.
Seul M. Sanglier peut avoir tué la biche. C'est donc M. Lièvre qui rate le sanglier, et M. Chevreuil qui rate la biche. Le cerf est alors tué par M. Biche et le chevreuil, tué par M. Lièvre.

Chasseurs	ratent	tuent
M. Lièvre	sanglier	chevreuil
M. Biche	lièvre	cerf
M. Cerf	chevreuil	lièvre
M. Sanglier	cerf	biche
M. Chevreuil	biche	sanglier

67 Chat (1)

Énigme

Il y a sept maisons.
Dans chaque maison, il y a sept chats.
Chaque chat mange sept souris.
Chaque souris mange sept épis de blé.
Chaque épi contient sept héqats de grain.

Combien de choses en tout ?

Le héqat est une unité de volume utilisée pour mesurer, entre autres, le grain ; il vaut environ 4,8 litres.

Ce problème est le problème 79 du papyrus Rhind, rédigé il y a plus de 3 650 ans par le scribe Ahmès. Ce papyrus est, en partie, une copie de résultats plus anciens remontant aux Babyloniens, qui ont donc plus de 4 000 ans.

Entité	*Effectif*
Maisons	7
Chats	$7 \times 7 = 49$
Souris	$7 \times 49 = 343$
Épis	$7 \times 343 = 2\,401$
Héqats	$7 \times 2\,401 = 16\,807$

Le nombre total d'objets est :

$$7 + 49 + 343 + 2\,401 + 16\,807$$

c'est-à-dire 19 607.

Cette somme est aussi la somme des cinq premiers termes de la suite géométrique de premier terme 7 et de raison 7. Elle est donc égale à $7 \times \dfrac{7^5 - 1}{7 - 1}$.

68 Chat (2)

Énigme

Un gros chat noir se trouve au milieu d'un rond de treize souris toutes noires à l'exception d'une seule qui est blanche.
Il tourne en rond tout le long du cercle toujours dans le même sens et compte chaque fois jusqu'à 13.
Il croque toutes les treizièmes souris.
Il voudrait garder la souris blanche comme morceau de choix et la manger en dernier.

Comment doit-il commencer ?

Ce problème est inspiré du problème 232 que Dudeney a écrit dans *Amusements in mathematics* (1917).

On numérote 1 la souris blanche et de façon quelconque les treize autres souris.
On compte ensuite de 13 en 13.
On trouve que la dernière souris a le numéro 8.
Il suffit alors de faire tourner tous les numéros autour du rond jusqu'à ce que le numéro 8 soit en face de la souris blanche.
On constate que le numéro 1 vient en face de la souris qui est à la septième place (rappelons que la souris blanche est à la première place).
C'est par cette souris que le chat doit commencer.

69 Chat (3)

Énigme

À Math-City, il y a 10 000 animaux domestiques, chiens et chats.
Mais 10 % des chiens pensent être des chats tandis que 10 % des chats pensent être des chiens.
Les autres chiens et chats sont parfaitement normaux !
Dans un sondage, 26 % des animaux sondés prétendent être des chiens.

Combien y a-t-il de chats ?

« Comme chiens et chats », Jeux mathématiques du Sahel (Niger), 1991

Désignons par x le nombres de chats et par y le nombre de chiens.

Comme il y a 10 000 animaux domestiques, on peut écrire :

$$x + y = 10\,000$$

26 % des animaux, autrement dit 2 600 animaux, se prétendent chiens. Ce sont :

- 10 % des chats (les névrosés !), $\dfrac{x}{10}$ animaux ;
- 90 % des chiens (les normaux), $\dfrac{9\,y}{10}$ animaux.

Par conséquent :

$$\frac{x}{10} + \frac{9\,y}{10} = 2\,600$$

Par conséquent, on a :

$$x + 9\,y = 26\,000$$

En soustrayant la première équation à cette dernière équation, on a :

$$8\,y = 16\,000$$

Donc $y = 2\,000$.
On déduit : $x = 8\,000$

Il y a donc 8 000 chats à Math-City.

70 Chat (4)

Énigme

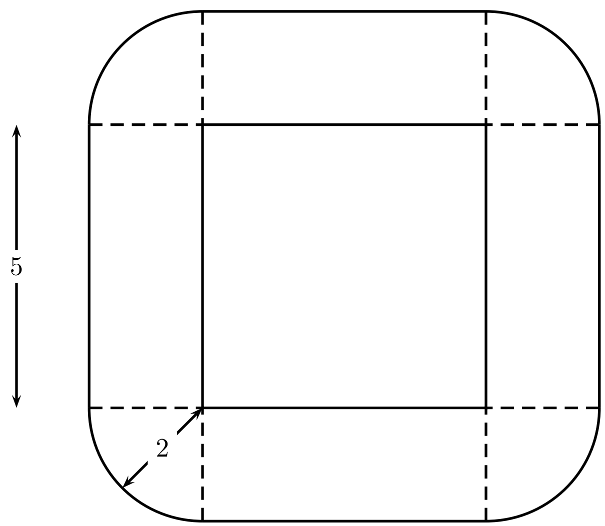
Une piscine de forme carrée a un périmètre de 100 mètres.
Félix, le chat, fait un tour complet du bassin.
Comme il a horreur des éclaboussures, il reste constamment à deux mètres du bord.

Quelle est la longueur du parcours de Félix ?

« Chat mouille ! », Rallye Mathématique Champagne-Ardenne, 1993

La piscine a un côté qui mesure en mètres $100 \div 4$, c'est-à dire 25 mètres.

Le parcours du chat se compose de 4 segments longs de 25 m et de 4 quarts de cercle de rayon 2 m.



La longueur de son parcours sera égal à

$$4 \times 25 + 4 \times \frac{1}{4} \times 2 \times \pi \times 2 = 100 + 4\,\pi$$

c'est-à-dire environ à 112,57 mètres.

71 Chat (5)

Énigme

Fido, Calin et Toudou sont trois magnifiques chats.
- Le pelage de Fido est long.
- Celui qui a le poil ras est tout noir.
- Calin est tacheté.

Lequel est le blanc, et lequel a les poils bouclés ?

« Chats », *Les jeux du Kangourou des collèges*, 1995

L'énoncé permet d'obtenir le tableau suivant, complété au fur et à mesure :

Chats	Couleur	Poils
Calin	tacheté	bouclés
Fido	blanc	longs
Toudou	noir	ras

- Fido est blanc.
- Calin est tout bouclé.

72 Chat (6)

Énigme

En pesant ses animaux, Olivier a obtenu les résultats suivants :
- le chat et le lapin pèsent ensemble 10 kg ;
- le chien et le lapin pèsent ensemble 20 kg ;
- le chat et le chien pèsent ensemble 24 kg.

Combien pèsent les trois animaux réunis ?

[(Le chat et le lapin) et (le chien et le lapin) et (le chat et le chien)] pèsent ensemble [10 kg + 20 kg + 24 kg].

Donc les deux chats, les deux chiens et les deux lapins pèsent ensemble 54 kg.

Donc le chat, le chien et le lapin pèsent ensemble 27 kg.

(En poursuivant, on trouve que le chien pèse 17 kg, le chat, 7 kg, et le lapin, 3 kg.)

73 Chat (7)

Énigme

Pour leur anniversaire Sébastien, Fatou et Clara vont avoir chacun un animal, un chat, un poisson ou un canari.
Cherche lequel en t'aidant des indices suivants.

- L'animal de Sébastien n'a pas de plume.
- L'animal de Clara n'a pas d'écaille.
- Fatou a déjà un chat, elle veut un autre animal.
- Sébastien est allergique aux poils de chat.

« Remue-méninges sur le remue-ménage dans la ménagerie », Rallye mathématique 2014-2015, Épreuve 1 – CE2, Académie de Versailles

La solution se base sur le tableau suivant, construit au fur et à mesure :

	Sébastien	Fatou	Clara
Poisson	Oui	Non	Non
Chat	Non	Non	Oui
Canari	Non	Oui	Non

Sébastien va avoir un poisson, Fatou va avoir un canari et Clara va avoir un chat.

74 Chat (8)

Énigme

Une planète est habitée par des chats verts qui disent toujours la vérité et par des chats noirs qui mentent toujours.
Cinq chats disent dans l'ordre :
« Je suis vert.
— Au moins 3 d'entre nous sont verts.
— Le premier chat est noir.
— Au moins 3 d'entre nous sont noirs.
— Nous sommes tous noirs. »

Combien de chats sont verts ?

« Calendrier mathématique 2017, Un défi quotidien », Énigme du vendredi 10 juillet, CNRS, IRMA et Université de Strasbourg

Le premier et le troisième chats disent le contraire l'un de l'autre.
Par conséquent, l'un d'entre eux est noir et l'autre est vert.
Le même raisonnement est valable est valable pour le deuxième et le quatrième chat (en remarquant que l'on peut reformuler ce qu'ils disent en « il y a une majorité de chats verts » ou « il y a une majorité de chats noirs »).
Ainsi, il y a parmi les 4 premiers chats 2 noirs et 2 verts.
Cela entraîne que le cinquième ment et donc qu'il est noir.
Il y a donc en tout 2 chats verts et 3 chats noirs.

75 Chat (9)

Énigme

En 2017, un vétérinaire a reçu 100 chats adultes dont la moitié étaient des femelles.
La moitié de ces femelles étaient accompagnée par sa portée de chatons.
La moyenne de chatons par portée était de 4.

Au total combien de chats ont été amenés chez le vétérinaire ?

« Calendrier mathématique 2017, Un défi quotidien », Énigme du mardi 22 août, CNRS, IRMA et Université de Strasbourg

Il y avait $\dfrac{100}{2} = 50$ femelles adultes, et donc 25 étaient accompagnées par leur portée.
Nous avons donc $25 \times 4 = 100$ chatons.
Ainsi le total de chats amenés chez le vétérinaire est de $100 + 100 = 200$.

76 Chat (10)

Énigme

Monsieur A, Monsieur B et Monsieur C possèdent un certain nombre de chats.
Si on multiplie le nombre de chats de Monsieur A avec le nombre de chats de Monsieur B et de Monsieur C ensemble, on obtient 70.
Si on multiplie le nombre de chats de Monsieur B avec le nombre de chats de Monsieur A et de Monsieur C ensemble, on obtient 78.
Si on multiplie le nombre de chats de Monsieur C avec le nombre de chats de Monsieur A et de Monsieur B ensemble, on obtient 88.

Combien chacun a-t-il de chats ?

« Chats multipliés », `http://www.recreomath.qc.ca/`

On exclut 1 et 2 comme valeurs de A, de B et de C.
Les autres diviseurs de 70 sont : 5, 7, 10, 14.
Les autres diviseurs de 78 sont : 3, 6, 13, 26.
Les autres diviseurs de 88 sont : 4, 8, 11, 22.
Les trois valeurs sont dans ces diviseurs.
Si l'on prend une valeur dans une série, on doit trouver une valeur dans chacune des deux autres séries.
On multiplie la première valeur par la somme des deux autres. On obtient alors le produit correspondant à la première valeur. Seuls les nombres 5, 6 et 8 satisfont à cette condition.

Monsieur A possède cinq chats ; Monsieur B a six chats ; Monsieur C a huit chats.

77 Chat (11)

Énigme

1. Il n'y a pas de chat non dressé aimant le poisson.
2. Il n'y a pas de chat sans queue jouant avec un gorille.
3. Les chats avec moustache aiment toujours le poisson.
4. Il n'y a pas de chat dressé aux yeux verts.
5. Il n'y a pas de chat avec une queue, à moins d'avoir des moustaches.

Les chats aux yeux verts jouent-ils avec les gorilles ?

« Les chats de Lewis Carroll », *300 énigmes, casse-tête et jeux de logique pour booster vos neurones*, Nicolas Conti

Les chats aux yeux verts sont non dressés (4).

les chats non dressés n'aiment pas le poisson (1).

Les chats qui n'aiment pas le poisson n'ont pas de moustaches (3).

Les chats sans moustaches n'ont pas de queue (5).

Et les chats sans queue ne jouent pas avec les gorilles (2).

78 Chat (12)

Énigme

Dans une pièce carrée, il y a un chat dans chaque coin.
À droite de chaque chat, se trouve un chat.
À gauche de chaque chat, se trouve un chat.
En face de chaque chat, se trouve un chat.

Combien y a-t-il de chats en tout ?

Quatre seulement, un dans chaque coin de la pièce carrée.

79 Chat (13)

Énigme

Une chatte a 6 chatons : un tout blanc, un tout noir, un tout roux, un blanc et noir, un blanc et roux, un noir et roux.
Louise en choisit trois tels que deux quelconques aient au moins une couleur commune.

Combien de choix différents peut-elle faire ?

A) 1 B) 3 C) 4 D) 6 E) 7

Réponse C.

Louise peut, soit choisir les trois chatons bicolores, soit choisir un chaton unicolore avec les 2 autres contenant cette couleur (ex. : blanc + blanc et noir + blanc et roux).

Ce qui lui fait 4 possibilités.

80 Chat (14)

Énigme

Sous la véranda d'Isabelle, une chatte surveille ses chatons qui jouent avec des mouches et des araignées.
Il y a deux fois plus de mouches que d'araignées et trois araignées de plus que de chatons.
Au total, il y a 184 pattes sous cette véranda.
Tout le monde sait qu'une mouche a six pattes et qu'une araignée en a huit.

Combien Isabelle a-t-elle de chats ?

« Sous la véranda », Rallye Bombyx, Académie de Montpellier, Mai 2006, Finale 4ème

Soit x le nombre d'araignées.

Alors le nombre de mouches est $2\,x$ et le nombre de chatons est $x - 3$.

Le nombre total de pattes est donné par

$$x \times 8 + 2\,x \times 6 + (x - 3) \times 4 + 4 = 184$$

(Il ne faut pas oublier les 4 pattes de la maman chatte...)

Donc $8\,x + 12\,x + 4\,x - 12 + 4 = 184$

Donc $24\,x = 192$.

Par conséquent, $x = 8$.

Sous cette véranda, il y a par conséquent 8 araignées, $8 \times 2 = 16$ mouches et $8 - 3 = 5$ chatons.

Isabelle a 6 chats, la maman et ses 5 petits.

81 Chat (15)

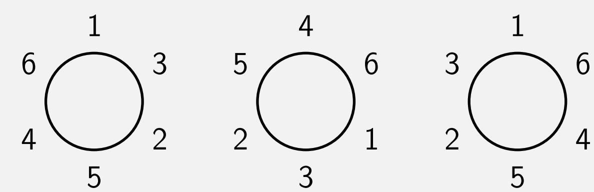
Énigme

Au restaurant *Chaton Gourmet*, une table ronde a été réservée pour six chats.
Ceux-ci viennent manger et chatter une fois par jour.
Ces chats sont chaton 1 et chaton 2 qui sont de la même portée, chaton 3 et chaton 4 qui sont d'une autre même portée, chaton 5 et chaton 6 qui sont d'une autre même portée.
La politique du restaurant est la suivante.

1. Ne jamais placer comme voisins deux chatons de la même portée.

2. La disposition des six chats est différente à chaque jour.

Voici trois dispositions qui comptent pour une seule :

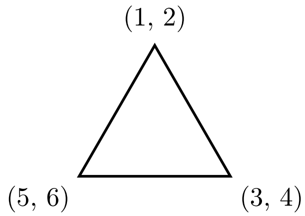


Pendant combien de jours les chats pourront-ils venir se rassasier dans ce restaurant jusqu'à ce que toutes les dispositions soient prises ?

« Chaton Gourmet », `http://recreomath.qc.ca/`

Il y a trois couples de chatons qui ne doivent pas être voisins : (1, 2), (3, 4), (5, 6).

On trace un graphe de trois arêtes et on fait correspondre à chaque sommet un de ces couples.



En commençant par 1, on pourra trouver toutes les dispositions. On se déplace sur les côtés du graphe en revenant en arrière au besoin et en choisissant l'un ou l'autre des chatons d'un couple.

Voici les 16 dispositions possibles :

1. 132546
2. 132645
3. 135246
4. 135264
5. 135426
6. 136245
7. 136254
8. 136425
9. 142536
10. 142635
11. 145236
12. 145326
13. 146235
14. 146325
15. 153246
16. 154236

82 Chat (16)

Énigme

Combien de fois, en passant d'une case à une autre case ayant un côté commun, lit-on le mot CHAT dans le tableau ci-dessous ?

C	H	A	
T	A	T	C
C	H	C	H
	A	T	A

D'après un défi déposé sur le site de Jean-Louis Sigrist en 2004

On le lit 11 fois.

		C	H
		T	A

C	H		
	A	T	

			C
			H
		T	A

T	A		
C	H		

	H	C	
	A	T	

C	H	A	
		T	

	A	T	
C	H		

C	H		
T	A		

C	H		
	A	T	

	A	T	
	H	C	

T	A		
	H	C	

83 Chat (17)

Énigme

Pour remplacer ses vieilles bottes de 7 lieues usées, le Chat Botté s'en est fait offrir une nouvelle paire, encore plus magique.
Avec ces nouvelles bottes, il peut faire des enjambées simples ou des super-enjambées.
Les enjambées simples lui permettent simplement d'avancer de 7 lieues...
Les super-enjambées lui permettent de multiplier par 7 la distance totale parcourue depuis son départ.
Par exemple, s'il est à 35 lieues du départ, la super-enjambée lui permet de se propulser à 245 lieues du départ.
Un jour, le Chat Botté décide de se rendre de Strasbourg à Kazan, en Russie.

Comment devra-t-il composer les enjambées et les super-enjambées pour parcourir exactement ces 700 lieues au plus vite ?

« Chat va vite », Rallye mathématique sans frontière, $3^{\text{ème}}$-2^{nde}, 2009

$(7+7) \times 7 \times 7 + 7 + 7 = 700$

Le chat botté se rend de Strasbourg à Kazan en 2 enjambées simples, suivies de 2 super-enjambées et 2 enjambées simples pour finir.

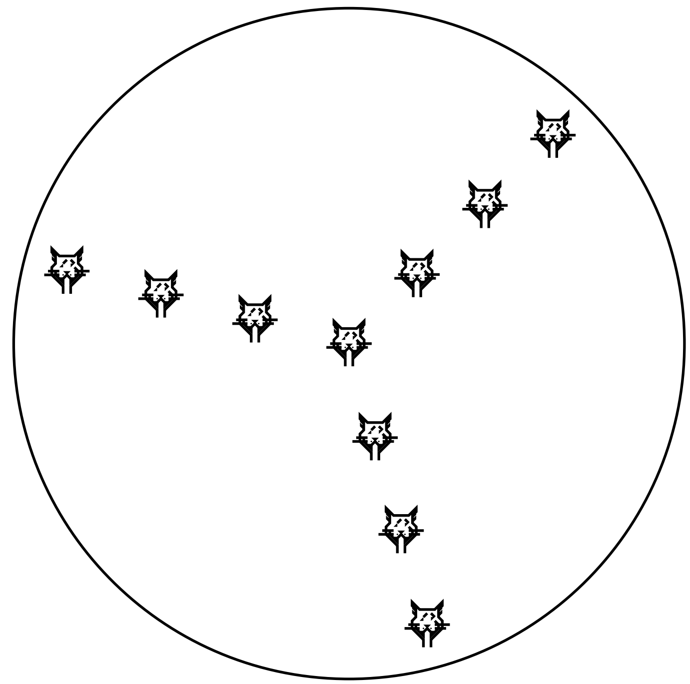
Cette solution est la solution optimale ($700 = 2 \times 7^3 + 2 \times 7$).

84 Chat (18)

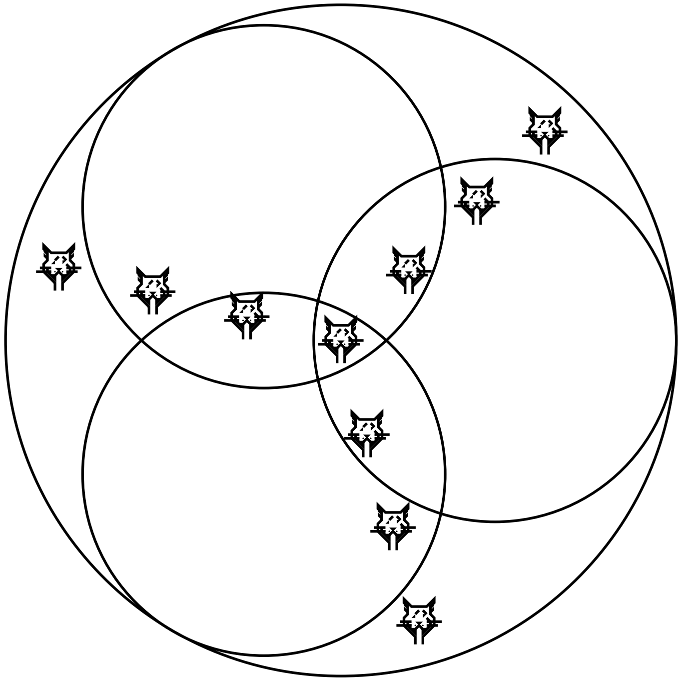
Énigme

Un magicien a placé dix chats à l'intérieur d'un cercle magique, comme indiqué ci-dessous, et les a hypnotisés afin qu'ils restent immobiles tant qu'il le désire.
Il a ensuite proposé de dessiner trois cercles à l'intérieur du grand, de sorte qu'aucun chat ne puisse s'approcher d'un autre chat sans traverser un cercle magique.

Essayez de dessiner les trois cercles de sorte que chaque chat ait sa propre enceinte et ne puisse atteindre un autre chat sans franchir une ligne.



« The wizard's cats », *Amusements in mathematics*, n° 167, Henry Ernest Dudeney, 1917

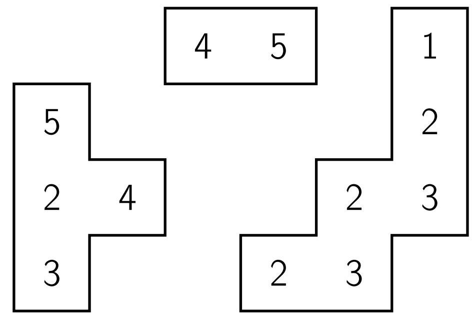


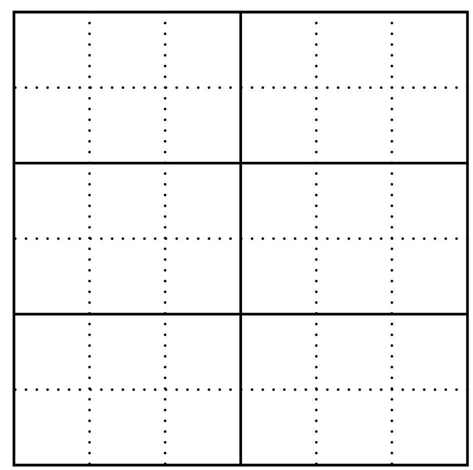
85 Chat (19)

Énigme

La chatte Mistigrille a mangé une partie de la solution du sudoku de sa maîtresse.
Il reste trois morceaux sur lesquels on distingue 12 chiffres.
Les chiffres de 1 à 6 sont présents dans chaque ligne, dans chaque colonne et dans chaque rectangle dont les côtés sont surlignés en gras.

Dessinez les contours des trois morceaux dans la grille.





86 Chat (20)

5					
2	4		1		
3			2		
		2	3	4	5
	2	3			

Énigme

Une chatte a eu six chatons de trois couleurs différentes.
Ils sont maintenant tous alignés sur le bord de leur panier.
Il y a deux chatons entre les deux chats roux.
Il y en a un seul entre les deux chatons gris.
Un chaton noir se trouve à gauche de la rangée de chatons.
Trois chatons sont situés entre les deux chatons noirs.

Dans quel ordre se sont placés les chatons dans leur panier ?

Logicomaniac !, Le grand livre des défis… logiques et mathématiques,
J. et F. Guichard, Éd. Larousse, 2014

De gauche à droite :

Noir — Gris — Roux — Gris — Noir — Roux

87 Chat (21)

Énigme

Une mouche a 6 pattes.
Une araignée a 8 pattes.
Ensembles, 2 mouches et 3 araignées ont autant de pattes que 10 oiseaux et...

A) 2 chats B) 3 chats C) 4 chats D) 5 chats E) 6 chats

Concours Kangourou des mathématiques, « Benjamins », 2010

Réponse **C**

2 mouches et 3 araignées ont ensemble $(2 \times 6) + (3 \times 8)$, soit 36 pattes.
10 oiseaux ont 20 pattes.
Il faut donc rajouter 16 pattes, soit 4 chats à 4 pattes chacun et le compte est bon.

88 Chat (22)

Énigme

Dans le jardin du magicien, il y a 30 animaux : des chiens, des chats et des souris.
Le magicien transforme 6 chiens en 6 chats.
Puis il transforme 5 chats en 5 souris.
Ell y a alors le même nombre de chiens, de chats et de souris dans le jardin.

Combien y avait-il de chats au départ ?
A) 4 B) 5 C) 9 D) 10 E) 11

Concours Kangourou des mathématiques, 2019, Sujet B

Réponse **C**

Après les transformations du magicien, il y avait 6 chiens de moins, 5 souris de plus, et $6 - 5 = 1$ chat de plus.
Il y a alors 10 chiens, 10 chats et $30 \div 3 = 10$ souris.
Il y avait donc 9 chats au départ (et il y avait aussi 16 chiens et 5 souris).

89 Chauve-souris (1)

Énigme

Une observation attentive des phénomènes physiques a montré que 17 ours mangent autant que 170 ouistitis, 100 000 chauve-souris autant que 50 ouistitis, et 10 ours autant que 4 éléphants chinois.

Combien faut-il alors de chauve-souris pour absorber autant de nourriture qu'une douzaine d'éléphants chinois ?

« Jeux et problèmes, La ronde des animaux », *Tangente*, n° 43, Mai-juin 1995

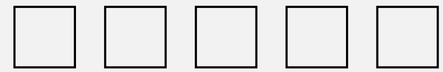
Reprenons les conversions dans l'ordre :
1 ouistiti mange autant que 2 000 chauve-souris, 1 ours autant que 10 ouistitis et 1 éléphant autant que 2,5 ours.
Un éléphant mange donc autant que 50 000 chauve-souris.

Il faut donc 600 000 chauve-souris pour absorber autant de nourriture qu'une douzaine d'éléphants chinois.

90 Chauve-souris (2)

Énigme

Benoît se trouve au fond d'une grande salle d'un château hanté.
Dans l'obscurité, il distingue... une colonie de chauves-souris !
Il y a exactement cent adultes chauves-souris qui habitent ici, dans cinq grandes cavités du mur au-dessus d'une vieille armoire.



Pour s'y répartir, les chauves-souris ont choisi l'arrangement suivant : si on compte les chauves-souris dans une cavité, on remarque qu'il y en a toujours deux de plus dans la cavité voisine de gauche.

Donnez la répartition des chauves-souris par cavité.

« Attention aux chauves-souris », Rallye Bombyx, Académie de Montpellier, Mai 2007, Finale CM2

Avec la règle de répartition fournie, on obtient le schéma suivant :

$\boxed{\bullet + 2 + 2 + 2 + 2}$ $\quad$ $\boxed{\bullet + 2 + 2 + 2}$ $\quad$ $\boxed{\bullet + 2 + 2}$ $\quad$ $\boxed{\bullet + 2}$ $\quad$ $\boxed{\bullet}$

Ajoutons :

$\bullet + 2 + 2 + 2 + 2 + \bullet + 2 + 2 + 2 + \bullet + 2 + 2 + \bullet + 2 + \bullet = \bullet + \bullet + \bullet + \bullet + \bullet + 20$

Comme il y a 100 chauves-souris, $\bullet + \bullet + \bullet + \bullet + \bullet = 80$.

Donc $\bullet = 16$.

On obtient la répartition suivante des chauves-souris par cavité :

$\boxed{24}$ $\quad$ $\boxed{22}$ $\quad$ $\boxed{20}$ $\quad$ $\boxed{18}$ $\quad$ $\boxed{16}$

91 Chauve-souris (3)

Énigme

Cinquante bébés chauves-souris sont hébergés dans quatre boîtes sur une étagère d'une armoire.

$\square \quad \square \quad \square \quad \square$

Voici comment ils sont répartis : chaque boîte contient au moins trois bébés et aucune boîte ne contient le même nombre de bébés.

Combien, au maximum, de bébés sont dans une même boîte ?

« Les bébés chauves-souris », Rallye Bombyx, Académie de Montpellier, Mai 2007, Finale CM2

On met déjà 3 bébés dans une boîte, puis 4 dans une deuxième, puis 5 dans une troisième puis ceux qu'il reste ($50 - 3 - 4 - 5 = 38$) dans la quatrième boîte.

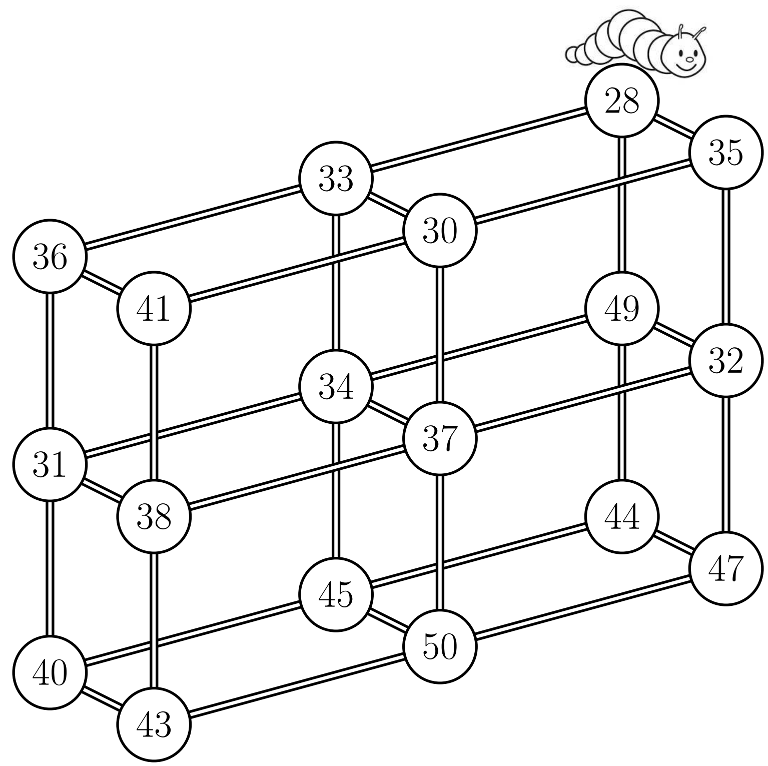
Au maximum, trente-huit bébés sont dans une même boîte.

92 Chenille

Énigme

Bouly Mic, la petite chenille, se promène sur la structure ci-dessous. Elle démarre de la boule numérotée 28 et elle se déplace en suivant la règle « ajouter 5 ou retrancher 3 ».

Écrivez dans quel ordre elle va manger toutes les boules sans repasser deux fois sur le même chemin.
Où finira-t-elle ?



« Bouly Mic », Rallye mathématique des écoles de Côte-d'Or, CE2, 2013

Lorsqu'elle démarre de la boule 28, Bouly Mic peut aller vers les boules 33, 35 ou 49.
Elle ne peut avancer qu'en faisant « +5 » ou « −3 ».
Or $28 + 5 = 33$ et $28 - 3 = 25$.
Bouly Mic doit donc trouver les boules 25 ou 33. Ici, elle ne peut trouver que la boule 33.

Ensuite, on recommence à partir de 33 :
$33 + 5 = 38$ et $33 - 3 = 30$
Bouly Mic cherche donc les boules 30 ou 38 parmi les boules 30, 34 ou 36.
Elle trouve 30.
Et ainsi de suite.

Voici dans l'ordre les nombres rencontrés :

1. 28
2. 33
3. 30
4. 35
5. 32
6. 37
7. 34
8. 31
9. 36
10. 41
11. 38
12. 43
13. 40
14. 45
15. 50
16. 47
17. 44
18. 49

Elle finit donc à la boule 49.

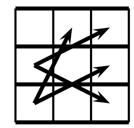
On vérifie qu'aucune boule boule n'a été oubliée et qu'aucune boule n'a pas pu être mangée deux fois !

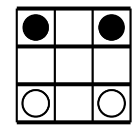
93 Cheval (1)

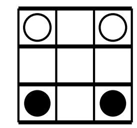
Énigme

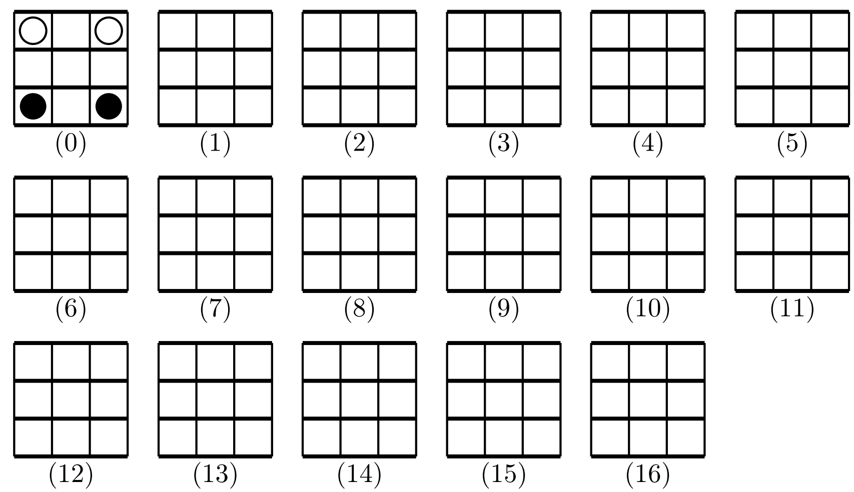
Il y a quatre chevaux, deux noirs et deux blancs... qui se déplacent comme les cavaliers d'un échiquier.

Intervertir les chevaux noirs et les chevaux blancs en seize déplacements.


Dépl. caval.

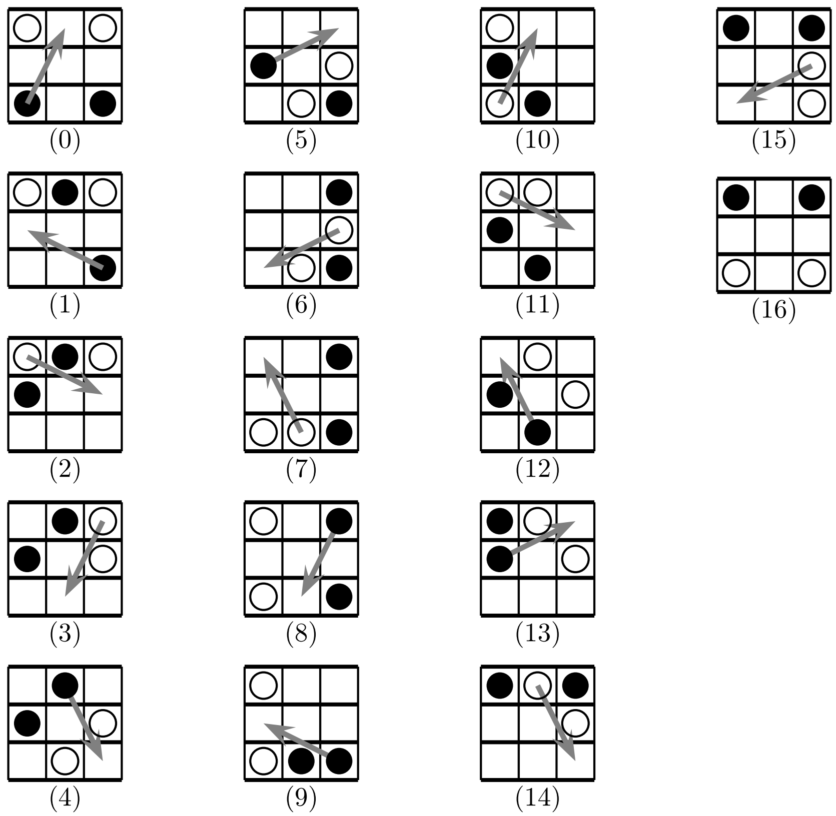

Départ


Arrivée

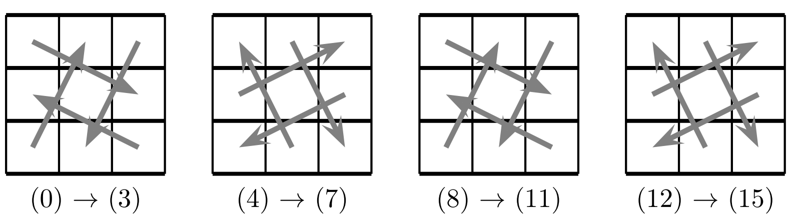


Cette énigme a été inventée par le mathématicien italien César Burali-Forti (1861-1931).

Solution en 16 déplacements



En résumé :



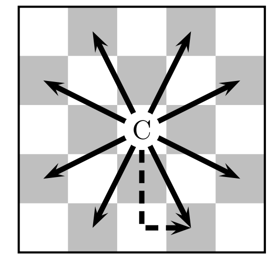
94 Cheval (2)

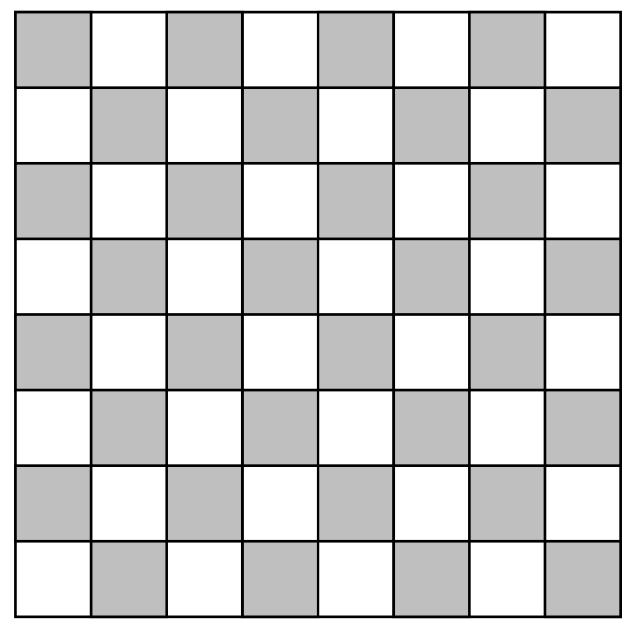
Énigme

Combien de sauts de cavalier distincts peut-on effectuer sur un échiquier ?

Au jeu d'échecs, le « cavalier » a un déplacement propre.

D'une case de l'échiquier, il peut aller par un déplacement « en L » sur l'une des huit cases indiquées sur la figure ci-contre.





Dans chaque case est écrit le nombre de sauts de cheval qui en partent.

2	3	4	4	4	4	3	2
3	4	6	6	6	6	4	3
4	6	8	8	8	8	6	4
4	6	8	8	8	8	6	4
4	6	8	8	8	8	6	4
4	6	8	8	8	8	6	4
3	4	6	6	6	6	4	3
2	3	4	4	4	4	3	2

Le nombre de sauts est donc égal à :

$$4 \times 2 + 8 \times 3 + 20 \times 4 + 16 \times 6 + 16 \times 8$$

Il y a donc en tout 336 sauts.

On peut généraliser à un échiquier de côté n.
- nombre de cases marquées « 2 » : 4
- nombre de cases marquées « 3 » : 8
- nombre de cases marquées « 4 » : $4\,(n-4)+4 = 4\,n-12$
- nombre de cases marquées « 6 » : $4\,(n-4) = 4\,n-16$
- nombre de cases marquées « 8 » : $(n-4)^2 = n^2 - 8\,n + 16$

D'où le nombre de sauts :
$2 \times 4 + 3 \times 8 + 4 \times (4\,n-12) + 6 \times (4\,n-16) + 8 \times (n^2 - 8\,n + 18)$
$= 8\,n^2 - 24\,n + 16 = 8\,(n-2)\,(n-1)$

95 Cheval (3)

Énigme

Un maquignon consent à vendre son cheval
Suivant un marché fait qui semble original.
Il ne veut qu'un centime, en suivant son système,
De son premier clou, puis le double, du deuxième,
Enfin toujours doublant jusqu'au vingt-quatrième.
Pour être possesseur de ce courrier mignon
Quel prix doit-on donner à l'adroit maquignon ?
(Chavignaud)

Récréations arithmétiques, Émile Fourrey, Éd. Vuibert

La problème revient à trouver la somme des 24 termes 1, 2, 2^2, 2^3, ... , 2^{22}, 2^{23}.

Elle vaut :

$$1 + 2 + 2^2 + \ldots + 2^{23} = \frac{1 - 2^{23+1}}{1 - 2} = 2^{24} - 1$$

Cette somme vaut 16 777 215 centimes (soit 167 772,15 euros actuels) !

L'auteur du problème conclut plaisamment :

Et le total acquis fait voir en terminant
Que le prix du cheval serait exorbitant.

96 Cheval (4)

Énigme

Un père et son fils ont 60 kilomètres à parcourir.
Ils possèdent un cheval qui fait une moyenne de 12 kilomètres à l'heure.
Mais le cheval étant incapable de porter plus d'une personne à la fois, ils sont obligés d'alterner les temps où l'un est monté et l'autre marche.
Le père marche à 6 kilomètres à l'heure et le fils, à 8 kilomètres à l'heure.

S'ils atteignent le but ensemble, combien de temps mettent-ils ?

Le jardin du Sphinx, 151 énigmes mathématiques, P. Berloquin, Éd.Dunod

Appelons L le trajet marché par le père.

Son temps de parcours est :

$$\frac{L}{6} + \frac{60 - L}{12}$$

Mais le fils a monté à cheval ce que son père à marché et réciproquement, ce qui lui fait un temps de :

$$\frac{L}{12} + \frac{60 - L}{8}$$

On obtient en égalant :

$$12\,L + 360 - 6\,L = 6\,L + 540 - 9\,L$$

Donc :

$$9\,L = 180$$

D'où l'on déduit :

$$L = 20$$

Le temps de parcours est donc égal à $\frac{20}{6} + \frac{60 - 20}{12}$ heures.

C'est-à-dire 6 heures 40 minutes.

En réalité, le père et le fils ne peuvent échanger le cheval et arriver ensemble au but que si celui qui est sur le cheval le contraint à se mettre au pas de celui qui marche, où l'attendre à une étape, ce qui revient au même. Il apparaît ainsi que l'énoncé ne suffit pas à déterminer si le fils a marché tout le trajet (7 heures et demie), une partie du trajet ou jamais (10 heures). (N. d. A)

97 Cheval (5)

Énigme

Le quintet est un nouveau pari : il faut trouver l'arrivée dans l'ordre des cinq premiers chevaux ; il y a aujourd'hui huit chevaux engagés dans cette course.
Cinq joueurs effectuent les paris suivants :

	1er	2ème	3ème	4ème	5ème
Robert	Fabre I	Hercule VI	Berthan II	Églantine	Cor de chasse
Serge	Dandy	As de pique	Fabre I	Hercule VI	Berthan II
Théophile	Gonthan	Hercule VI	Dandy	Cor de chasse	Berthan II
Victor	Églantine	Fabre I	Cor de chasse	Dandy	As de pique
Wilhem	As de pique	Églantine	Hercule VI	Fabre I	Gonthan

Monsieur Z, pronostiqueur, leur donne son opinion.

- Robert aura un cheval placé dans l'ordre, deux dans le désordre.
- Serge aura un cheval placé dans l'ordre, deux dans le désordre.
- Théophile aura deux chevaux placés dans l'ordre.
- Victor aura un cheval placé dans l'ordre, deux dans le désordre.
- Wilhem aura quatre chevaux sur cinq placé dans l'ordre, deux dans le désordre.
- Robert aura un cheval placé dans l'ordre, deux dans le désordre.

Quel est le quintet de monsieur Z ?

Voici le quintet de monsieur Z :

1^{er}	$2^{ème}$	$3^{ème}$	$4^{ème}$	$5^{ème}$
Gonthan	Fabre I	As de pique	Églantine	Berthan II

98 Cheval (6)

Énigme

Dans cette course, cinq chevaux notés de 1 à 5 sont engagés. Chaque cheval a une couleur différente. De même, les cinq jockeys qui les montent portent chacun une toque de couleur différente. Voici quelques bribes de conversation entendues auprès des guichets :

1. Le jockey Marc monte le numéro 5.
2. Le jockey Norbert porte une toque rose.
3. Le cheval pommelé a le numéro 1.
4. Le jockey Olivier monte un cheval noir.
5. Le numéro 4 arrive juste avant le numéro 5, qui est dernier.
6. Le jockey de Corfou porte une toque grise.
7. La jument Azalia porte le numéro 3.
8. Le cheval couleur isabelle arrive troisième.
9. Le jockey Patrick arrive le premier.
10. Le cheval Bali arrive juste après le cheval dont le jockey port une toque rouge.
11. Le cheval Azalia arrive juste avant le cheval dont le jockey port une toque jaune.
12. Le cheval Delta est de couleur bai.
13. Le jockey Régis monte Élian.
14. Le numéro 2 arrive juste après le cheval de Patrick.

Mais alors, qui monte le cheval blanc et qui porte une toque orange ?

On peut prendre les renseignements dans l'ordre suivant :

5 – 8 – 9 – 14 – 3 – 1 – 7 – 11 – 4 – 12 – 13 – 2 – 6 – 10

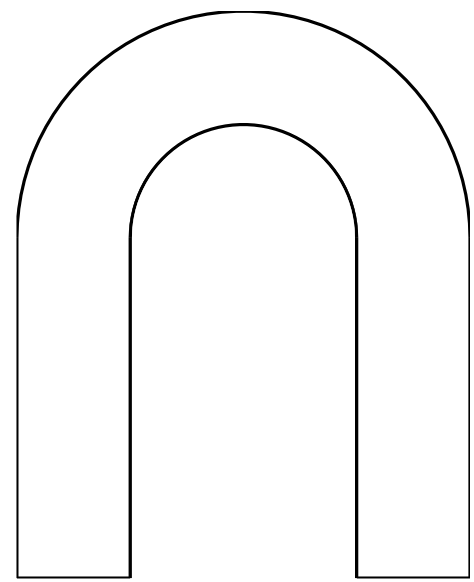
Numéro	3	2	5	4	1
Couleur	Blanc	Noir	Isabelle	Bai	Pommelé
Jockey	Patrick	Olivier	Marc	Norbert	Régis
Toque	Rouge	Jaune	Grise	Rose	Orange
Cheval	Azalia	Bai	Corfou	Delta	Élian

Le cheval blanc est monté par Patrick et c'est Régis qui porte la toque orange.

99 Cheval (7)

Énigme

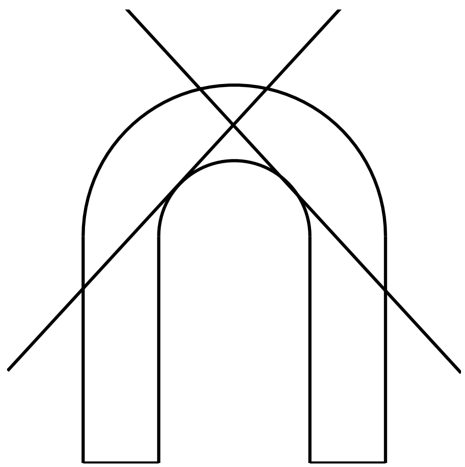
Quel est le nombre maximal de pièces que l'on peut obtenir en coupant un fer à cheval selon deux lignes droites ?



« Calendrier mathématique 2017, Un défi quotidien », Énigme du vendredi 19 janvier, CNRS, IRMA et Université de Strasbourg

Une droite sépare le fer en deux ou trois parties : dans le premier cas, l'intersection de la droite et du fer privé de son bord donne un segment et dans le second cas deux segments.
Si la deuxième droite n'intersecte pas la première dans le fer, alors la l'intersection du fer et des deux droites donne quatre segments au maximum. De la même manière que quatre points d'un segment le sépare en cinq intervalles, le fer sera au maximum séparé en 5 parties. Si la deuxième droite intersecte la première à l'intérieur du fer, alors le fer contient déjà les quatre parties autour du point d'intersection. Puis deux des demi-droites partant du point d'intersection peuvent encore intersecter le fer selon deux segments permettant de créer encore deux autres parties.
Finalement, dans tous les cas, on obtient au maximum 6 parties.

Voici un exemple fournissant 6 parties :



100 Cheval (8)

Énigme

Un marchand a deux chevaux et des harnais.
Les harnais valent 44 \$.
S'il met les harnais sur le premier cheval, celui-ci vaut le double du second cheval.
S'il met les harnais sur le second, celui-ci vaut 56 \$ de moins que le premier.

Quelle est la valeur de chaque cheval ?

Les mathématiques de la vie courante, Cours supérieur, Livre du maître, FEC, Montréal, 1952

On désigne par p_1 et p_2 les prix respectifs des premier et second chevaux.
On a d'une part $p_1 + 44 = 2\,p_2$ et d'autre part $p_2 + 44 = p_1 - 56$.
La dernière équation donne $p_1 = p_2 + 100$.
En substituant dans la première équation, on obtient $p_2 + 100 + 44 = 2\,p_2$,
ou encore $p_2 + 144 = 2\,p_2$, d'où l'on tire rapidement $p_2 = 144$.
Donc $p_1 = 144 + 100 = 244$.

Le premier cheval vaut 244 \$ et le second, 144 \$.

101 Cheval (9)

Énigme

Quelqu'un achète des chevaux et des bœufs.
Il paie 186 francs par cheval et 120 francs par bœuf.
Il trouve en résultat que les bœufs lui ont coûté 42 francs de plus que les chevaux.

Combien a-t-il acheté de chevaux et de bœufs ?

Éléments d'algèbre, G. B. J. Raingo, Mons, Belgique, 1842

On désigne par b et c les nombres respectifs de bœufs et de chevaux.

La personne dépense donc $120\,b + 186\,c$ francs.

La seconde information se traduit par $120\,b = 186\,c + 42$.
C'est-à-dire $20\,b = 31\,c + 7$.

Une solution particulière de cette équation est $b_0 = 5$ et $c_0 = 3$.
En effet, $20 \times 5 = 31 \times 3 + 7 \quad (= 100)$.

La personne a acheté 3 chevaux et 5 bœufs.

L'auteur du manuel propose la solution précédente.
On peut obtenir d'autres solutions (mathématiques).
de $20\,b = 31\,c + 7$ et $20 \times 5 = 31 \times 3 + 7$, on déduit par soustraction : $20\,(b-5) = 31\,(c-3)$.
Or 20 et 31 sont des nombres entiers premiers entre eux donc $b - 5$ est un multiple de 31 et $c - 3$ est un multiple de 20.
Plus particulièrement, toutes les solutions s'écrivent sous la forme $b - 5 = 31\,k$ et $c - 3 = 20\,k$, avec k entier, c'est-à-dire sous la forme $b = 5 + 31\,k$ et $c = 3 + 20\,k$, avec k entier.
La valeur $k = 0$ donne la solution ci-dessus.
La valeur $k = 1$ donne $b = 36$ et $c = 23$.
La valeur $k = 2$ donne $b = 67$ et $c = 43$.
Et ainsi de suite.

102 Cheval (10)

Énigme

On a acheté trois chevaux.
Le prix du premier, plus la moitié du prix des deux autres, égale 530 francs.
Le prix du deuxième, plus le tiers du prix des deux autres, égale 460 francs.
Le prix du troisième, plus le quart du prix des deux autres, égale 430 francs.

Quel est le prix de chacun ?

Éléments d'algèbre, G. B. J. Raingo, Mons, Belgique, 1842

On désigne par a, b et c les prix respectifs des premier, deuxième et troisième chevaux.

L'énoncé se traduit par : $\begin{cases} a + \dfrac{b+c}{2} = 530 \\ b + \dfrac{a+c}{3} = 460 \\ c + \dfrac{a+b}{4} = 430 \end{cases}$

ou encore par : $\begin{cases} 2\,a + b + c = 1\,060 \\ a + 3\,b + c = 1\,380 \\ a + b + 4\,c = 1\,720 \end{cases}$

Résolvons ce système.

Il équivaut à :

$$\begin{cases} 2\,a + b + c = 1\,060 \\ -5\,b - c = -1\,700 \quad (L_2 \leftarrow L_1 - 2 \times L_2) \\ -b - 7\,c = -2\,380 \quad (L_3 \leftarrow L_1 - 2 \times L_3) \end{cases}$$

Ce qui équivaut à :

$$\begin{cases} 2\,a + b + c = 1\,060 \\ 5\,b + c = 1\,700 \quad (L_2 \leftarrow -1 \times L_2) \\ 34\,c = 10\,200 \quad (L_3 \leftarrow -7 \times L_1 + L_3) \end{cases}$$

Donc $c = \dfrac{10\,200}{34} = 300$

Puis $5\,b + 300 = 1\,700$. Donc $5\,b = 1\,400$. D'où $b = \dfrac{1\,400}{5} = 280$.

Puis $2\,a + 280 + 300 = 1\,060$. Donc $2\,a = 480$. D'où $a = \dfrac{480}{2} = 240$.

Le premier cheval coûte 240 francs. Le deuxième coûte 280 francs. Le troisième coûte 300 francs.

103 Cheval (11)

Énigme

Des quatre mousquetaires ont quatre chevaux : Piquedesdeux, Quasimodo, Rossinante et Sassafra.
Athos n'est jamais monté sur Rossinante ni sur Quasimodo.
Celui qui monte Sassafra s'est disputé récemment avec Porthos et Aramis.
Porthos et d'Artagnan, eux, se sont toujours bien entendu avec celui qui monte Piquedesdeux.
Voyant d'Artagnan sur Rossinante, j'ai pu reconnaître les chevaux d'Athos, de Porthos et d'Aramis.

Et toi ?

Les malices du Kangourou, Écoles, 2006

Porthos et Aramis ne montent pas Sassafra.

Puisque d'Artagnan monte Rossinante, c'est Athos qui monte Sassafra.

Et Aramis monte Piquedesdeux.

Et c'est donc Porthos qui monte Quasimodo.

104 Cheval (12)

Énigme

Tornado a oublié le code d'accès à sa grotte secrète mais se souvient que le code a quatre chiffres différents, commence par un 6 et ne possède que trois diviseurs.

Aidez-le à retourner dans la grotte en lui donnant le code à quatre chiffres.

« Un cheval matheux », Rallye mathématique d'Aquitaine, 2011

Le code mystérieux à 4 chiffres commence par un 6, il est donc compris entre 6 000 et 6 999.

Il ne possède que 3 diviseurs dont 1 et lui-même. Or les diviseurs d'un nombre entier « marchent par paire ». (Si on trouve un diviseur, on peut en déduire un autre)

Donc le code mystérieux est le carré d'un nombre premier.

$73^2 = 5\,329$
$79^2 = 6\,241$
$83^2 = 6\,889$
$89^2 = 7\,921$

Le code a 4 chiffres différents, le code secret est donc 6 241.

105 Cheval (13)

Énigme

Sur Radio-Math, le journaliste Thalès donne les résultats du tiercé :
« Si je multiplie le numéro du cheval arrivé premier par le numéro du second, je trouve 437.
Si je multiplie le numéro du second par celui du troisième, je trouve 391.
Si je multiplie le numéro du troisième par celui du premier, je trouve 323. »

Quel est le tiercé dans l'ordre ?

Rallye mathématique Champagne-Ardenne, Finale, 1992

On appelle a le numéro du cheval arrivé en premier, b celui arrivé en deuxième et c celui arrivé en troisième.

On utilise la décomposition d'un entier en facteurs.

Première démarche

437 admet une unique décomposition (autre que 1×437, impossible dans le cadre de cet énoncé) : $437 = 19 \times 23$
Donc ($a = 19$ et $b = 23$) ou ($a = 23$ et $b = 19$).

391 admet une unique décomposition (autre que 1×437, impossible dans le cadre de cet énoncé) : $437 = 17 \times 23$
Donc ($b = 17$ et $c = 23$) ou ($b = 23$ et $c = 17$).

En croisant les deux résultats précédents, on déduit que l'on a $b = 23$.

Par conséquent, $a = 19$ et $c = 17$.

(On a bien $19 \times 17 = 323$)

Seconde démarche

On a $a\,b = 437$, $b\,c = 391$ et $a\,c = 323$.

D'une part, $(a\,b) \times (b\,c) \times (a\,c) = a^2\,b^2\,c^2 = (a\,b\,c)^2$.
D'autre part, $(a\,b) \times (b\,c) \times (a\,c) = 437 \times 391 \times 323$.
Donc $(a\,b\,c)^2 = 55\,190\,041$.
Donc $a\,b\,c = 7\,429$.

On déduit $a = \dfrac{a\,b\,c}{b\,c} = \dfrac{7\,429}{391} = 19$. De même, $b = 23$ et $c = 17$.

106 Cheval (14)

Énigme

Un policier à cheval surveille Central Park.
Je veux savoir combien ils sont.
Je me suis renseigné et on m'a répondu :
« Les douze treizièmes des policiers à cheval plus douze treizièmes de policiers à cheval. »

Combien de policiers à cheval circulent dans Central Park ?

Énigme déposée sur `http://www.une-enigme.com/`

On désigne par x le nombre de policiers à cheval.

x est solution de l'équation $\frac{12}{13}\,x + \frac{12}{13} = x$.

Par conséquent, $12\,x + 12 = 13\,x$.
Donc $x = 12$.

12 policiers à cheval circulent dans Central Park.

107 Cheval (15)

Énigme

Le champ de Gustave mesure 100 mètres de large.
Son cheval le traverse dans le sens de la longueur en 4 minutes.
Une de ses vaches le traverse tranquillement dans le sens de la largeur en 25 minutes.
Le cheval va 30 fois plus vite que la vache.

Quelle est la surface du champ, en hectares ?

Logicomaniac !, Le grand livre des défis... logiques et mathématiques,
J. et F. Guichard, Éd. Larousse, 2014

La vitesse de la vache est de $100/25 = 4$ mètres/minutes.
La vitesse du cheval est de $4 \times 30 = 120$ mètres/minutes.
La longueur du champ est donc de $4 \times 120 = 480$ mètres.
La surface du champ est de $480 \times 100 = 48\,000$ m^2 ou (comme un hectare vaut $10\,000$ m^2) 4,8 hectares.

108 Chèvre (1)

Énigme

Un candidat dans un jeu télévisé a devant lui trois portes.
Deux chèvres sont cachées derrière deux portes et une voiture est cachée derrière une troisième. La porte cachant la voiture a été choisie par tirage au sort. Le présentateur sait ce qu'il y a derrière chaque porte.
Le joueur choisit une des portes, sans toutefois savoir ce qui se cache derrière (chèvre ou voiture).
Le présentateur doit ouvrir l'une des deux portes restantes – une porte derrière laquelle se cache une chèvre – et doit proposer au candidat la possibilité de changer de choix quant à la porte à ouvrir définitivement.
Le candidat peut rester sur son choix initial ou bien revenir dessus et d'ouvrir la porte qui n'a été choisie ni par lui-même, ni par le présentateur.

Quelle est la meilleure stratégie : faire un nouveau choix ou rester avec le choix initial ?

Ce problème est communément appelé « problème de Monty Hall », du nom de celui qui a présenté le jeu télévisé américain *Let's Make a Deal* pendant treize ans. Craig F. Whitaker a proposé ce problème en le publiant dans la rubrique « Ask Marylin » de Marilyn vos Savant du *Parade Magazine*, en septembre 1990. La publication de cet article a fait couler – et immédiatement – beaucoup d'encre parmi les lecteurs, mathématiciens – célèbres ou non – et les amateurs anonymes.

Le candidat a deux stratégies possibles.

1. Le candidat maintient son premier choix.
   Il a donc une chance sur trois de gagner la voiture.

2. Le candidat change son premier choix.
   Quand le présentateur ouvre une porte, il y a deux possibilités :
   - **a.** le candidat a initialement choisi la voiture (avec une chance sur trois) donc le présentateur ouvre n'importe laquelle des deux autres portes (et n'apporte pas d'information) ;
   - **b.** le candidat a initialement choisi une chèvre (avec deux chances sur trois) donc le présentateur ouvre la porte de la seule chèvre restante, ce qui implique que la porte restante est celle qui cache la voiture.

   Donc faire confiance au présentateur en changeant son choix apporte deux chances sur trois de gagner.

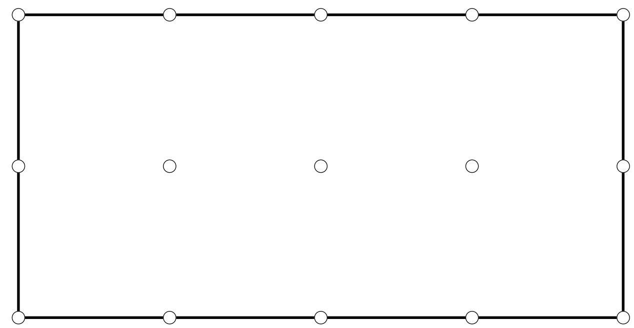
Le candidat a donc deux fois plus de chances de gagner la voiture en changeant son premier choix que de le maintenir.

109 Chèvre (2)

Énigme

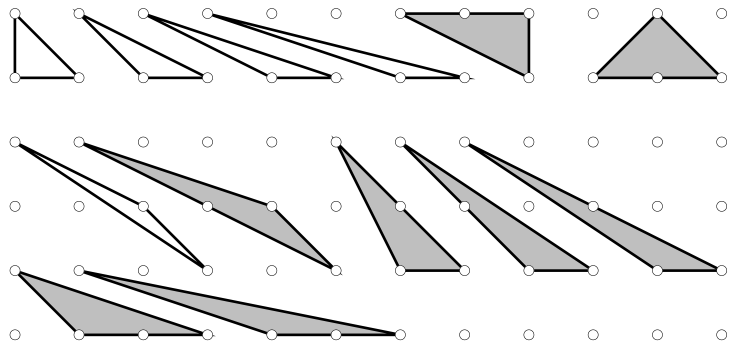
Les chèvres de Daniel sont très indépendantes et exigeantes.
Une chèvre ne produit du lait que si elle est seule dans un enclos triangulaire dont chaque sommet est l'un des quinze piquets représentés sur le dessin ci-dessous.
De surcroît, deux enclos occupés ne peuvent avoir les mêmes dimensions.

Pour qu'un maximum de chèvres donnent du lait, comment Daniel doit-il délimiter ses enclos ?



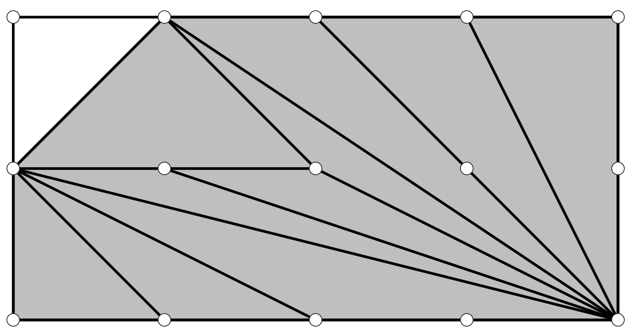
« Caprices caprins », Rallye mathématique d'Aquitaine

On prend pour unité celle d'un « petit carré », de telle sorte que la parcelle ait une aire totale de 8 dans cette unité. Une étude minutieuse permet de dénombrer les 5 triangles de dimensions différentes d'aire 0,5 ainsi que les 8 triangles de dimensions différentes d'aire 1.



En utilisant les 5 triangles d'aire égale à 0,5, il reste alors une aire libre égale à 5,5 à l'intérieur de laquelle on pourra placer au mieux 5 triangles d'aire 1. Ce qui donne un maximum théorique de 10 triangles en tout, avec un triangle d'aire 0,5 dans lequel on ne pourra pas mettre de chèvre.

Voici une solution possible :



110 Chèvre (3)

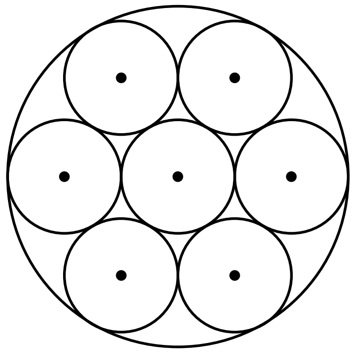
Énigme

Un berger possède un champ circulaire de 90 m de diamètre où il fait paître toutes ses chèvres.
Chacune d'elles est attachée par une corde de 15 m de long à un paquet.
Il ne pourrait pas acquérir une chèvre de plus sans qu'au moins deux d'entre elles ne se gênent, ou que l'une broute l'herbe chez le voisin.

Quelle est la proportion minimum d'herbe non broutée par les chèvres dans le champ (à 1 % près) ?

« Le berger géomètre », *Le triangle patriotique*, $4^{\text{ème}}$ Championnat de Jeux Mathématiques et Logiques, C1 et C2

Voici un dessin pour comprendre la disposition du berger :



Les sept piquets sont disposés de la sorte : un au centre du cercle et les six autres aux sommets d'un hexagone régulier de côté 30 m.

L'aire totale de l'enclos est $\pi \times 45^2$.
L'aire broutée est $7 \times \pi \times 15^2$.
L'aire restante est donc
$\pi \times 45^2 - 7 \times \pi \times 15^2 = 9 \times \pi \times 15^2 - 7 \times \pi \times 15^2 = 2 \times \pi \times 15^2$
(l'aire de deux disques de rayon 15 m).

Le rapport $\dfrac{\text{aire broutée}}{\text{aire totale}}$ vaut $\dfrac{2 \times \pi \times 15^2}{9 \times \pi \times 15^2} = \dfrac{2}{9}$.

C'est-à-dire 22 %, en arrondissant à 1 %.

111 Chèvre (4)

Énigme

Un randonneur rencontre deux bergers, assis sous un arbre, qui lui proposent de partager leur repas.
Le premier berger sort 7 fromages de chèvre de sa besace et le second, 5.
Les 3 hommes mangent chacun 4 fromages.
En partant, le promeneur leur laisse 12 pièces pour les dédommager.

Combien de pièces prendre chacun des deux bergers pour que le partage soit équitable ?

D'après « Fromages de chèvre », *300 énigmes, casse-tête et jeux de logique pour booster vos neurones*, Nicolas Conti

Le partage où le premier berger prend 7 pièces et le second prend 5 pièces n'est pas équitable !

Le premier berger a mangé 4 fromages, il en a donc donné 3.
Le second berger en a mangé 4, il en a donc donné seulement 1.
4 fromages ont ainsi été données.

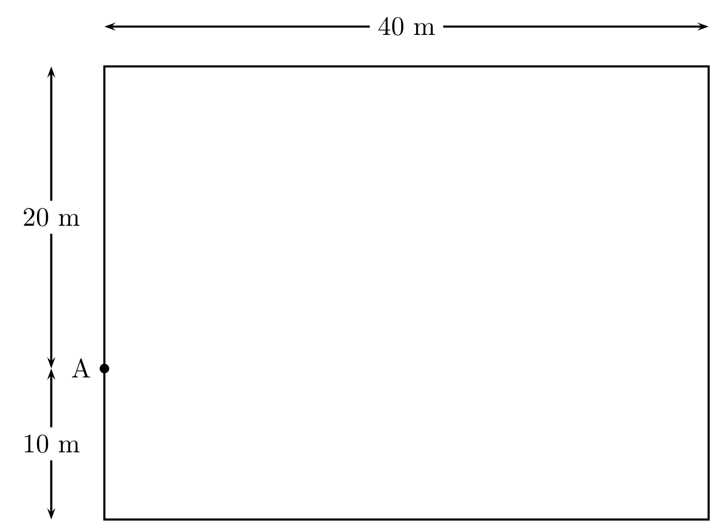
Le premier berger devrait prendre donc les 3/4 des pièces, soit 9, et le second berger, 3 pièces seulement.

112 Chèvre (5)

Énigme

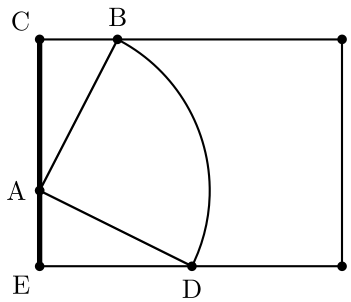
Le père Louis, un vieil agriculteur de Biscarosse, a légué un pré clôturé, rectangulaire, de 30 m sur 40 m à ses deux fils Jean-Luc et Alain.
Jean-Luc a attaché sa chèvre Suzon à un pieu planté en bordure du pré, au point A du plan.
Quand la corde est tendue, Suzon atteint les touffes d'herbe situées au maximum à 22,50 m du piquet.
Alain, qui n'est pas commode en affaire, et qui a du mal avec les calculs d'aires, voudrait s'assurer que son frère ne le lèse pas en laissant Suzon brouter plus de la moitié de la surface du pré.

Pour que la paix continue à régner dans cette famille, calculez l'aire, arrondie au m^2, de la surface que peut brouter Suzon.



D'après « Caprice pour un caprin », Rallye mathématique de Bourgogne, 2de-1re-Tle, 1998

Le texte donne AB = 22,5 , AC = 20 et AE = 10.



Dans le triangle ACB rectangle en C, on a : $\cos\widehat{BAC} = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{20}{22{,}5} \approx 0{,}887$.

On en déduit $\widehat{BAC} \approx 27{,}27°$.

De même, dans EAD rectangle en E, on obtient $\widehat{EAD} \approx 63{,}61°$.

Donc $\widehat{BAD} = 180° - (27{,}27° + 63{,}61°) = 89{,}12°$.

On en déduit l'aire du secteur déterminé par $\widehat{BAD}$ et que peut brouter Suzon :
$S_1 = \pi \times 22{,}5^2 \times \dfrac{89{,}12}{360} \approx 393{,}72$ m².

Par ailleurs, le théorème de Pythagore appliqué au triangle ABC rectangle en C donne : $BC^2 = AB^2 - AC^2$
Donc $BC = \sqrt{22{,}5^2 - 20^2} = \sqrt{106{,}25} \approx 10{,}308$ m.

Or l'aire du triangle ABC est $S_2 = \dfrac{AC \times BC}{2} \approx 103{,}08$ m².

On obtient de même la longueur ED ≈ 20,156 m et l'aire du triangle EAD, $S_3 \approx 100{,}78$ m².

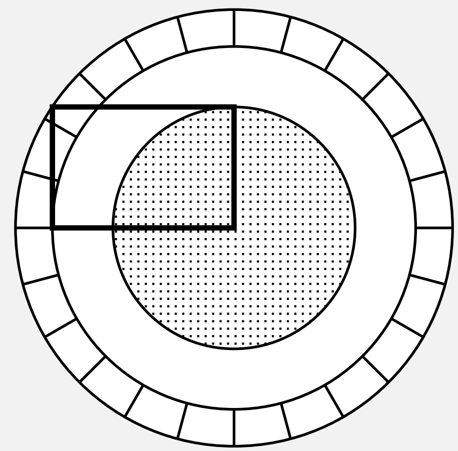
On en déduit que l'aire que peut brouter Suzon , c'est-à-dire $S_1 + S_2 + S_3$, est environ 597,58 m², c'est-à-dire environ 598 m².

L'aire totale du champ étant 1 200 m², on voit que Suzon broute un peu moins de la moitié du champ, et Alain peut être rassuré.

113 Chèvre (6)

Énigme

Monsieur Seguin est un vieil original féru de géométrie.
Il a préparé dans son pré deux enclos destinés à ses deux chèvres.
L'une broute l'herbe de la partie hachurée et l'autre l'herbe de la partie mouchetée.
(Les deux enclos ont été construits à partir d'un rectangle et de trois cercles concentriques)



Les chèvres de Monsieur Seguin sont-elles traitées équitablement ?

« Krot de bic », Rallye mathématique d'Aquitaine, 2010

Si l'on note ℓ la largeur et L la longueur du rectangle, le carré de sa diagonale mesure, d'après le théorème de Pythagore, $\ell^2 + L^2$.

L'aire de la partie mouchetée (disque de rayon ℓ) est $A_{\text{mouchetée}} = \pi\,\ell^2$.

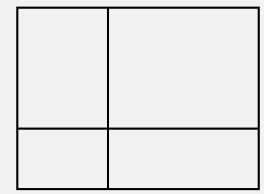
L'aire de la couronne s'obtient en soustrayant l'aire de deux disques, un de rayon L et l'autre de rayon $\sqrt{\ell^2 + L^2}$: $A_{\text{tachetée}} = \pi\,(\ell^2 + L^2) - \pi\,L^2 = \pi\,\ell^2$.

Les aires sont égales, les chèvres sont traitées équitablement.

114 Chèvre (7)

Énigme

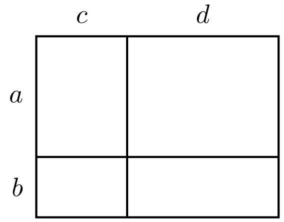
Vincent a partagé le champ rectangulaire où il met ses chèvres en quatre parcelles également rectangulaires comme l'indique la figure ci-dessous, qui n'est pas à l'échelle.
Lorsqu'il fait le tour de deux parcelles contiguës (ayant un côté commun), il parcourt respectivement 1 416 m, 1 500 m, 1 516 m et 1 616 m.



Quel est le périmètre du champ ?

D'après « Le tour du champ », Tournoi mathématique du Limousin, « Collège », 2016

Notons a, b, c et d les longueurs des côtés des parcelles :



Lorsque Vincent fait le tour de deux parcelles contiguës, il parcourt respectivement des longueurs égales à $2\,(a+c+d)$, $2\,(b+c+d)$, $2\,(a+b+c)$ et $2\,(a+b+d)$.

On en déduit, en ajoutant ces quatre valeurs :
$6\,(a+b+c+d) = 1\,416 + 1\,500 + 1\,516 + 1\,616 = 6\,048$ m.

Or le périmètre du champ est égal à $2\,(a+b+c+d)$.

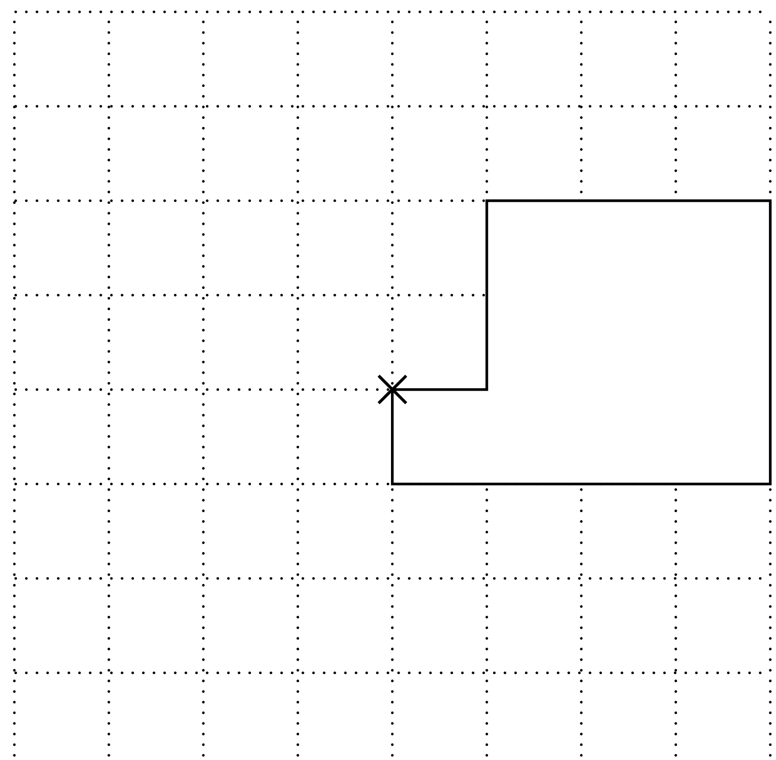
Le périmètre du champ est donc égal à $6\,048 \div 3 = 2\,016$ m.

115 Chèvre (8)

Énigme

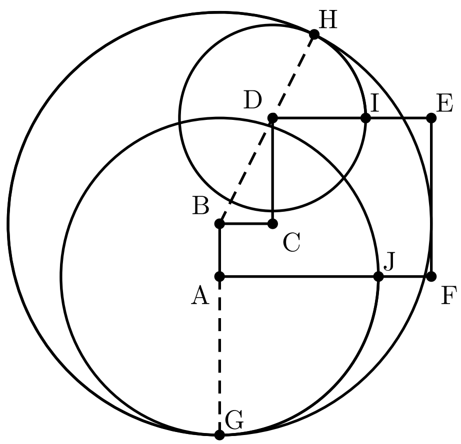
Sur un quadrillage à mailles carrées, on a dessiné le plan d'une remise.
À l'angle marqué d'une croix, la chèvre Cannelle est attachée par une corde de longueur 4 mètres.
La fermière veut planter des fleurs mais Cannelle adore les fleurs, surtout les rouges.

Venez au secours de la fermière en dessinant précisément les limites de la zone où il vaut mieux ne pas planter de fleurs si on veut les protéger de la langue redoutable de Cannelle.

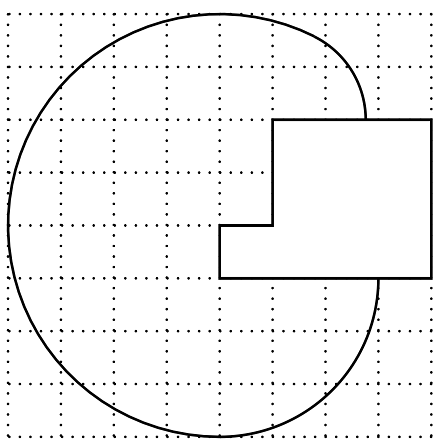


La remise est représentée par le polygone ABCDEF.
On considère les trois points suivants :

- G est point d'intersection de la demi-droite [BA) et du cercle de centre A et de rayon 3 ($4 - \text{AB} = 3$) ;
- H est le point d'intersection de la demi-droite [BD) et du cercle de centre B et de rayon 4 ;
- I est le point d'intersection du cercle de centre D passant par H et du segment [DE] ;
- J est le point d'intersection du cercle de centre A passant par G et du segment [AF].



La solution est la réunion du « petit » arc de cercle allant (dans le sens direct) de I à H, du « grand » arc de cercle allant de H à G et du « petit » arc de cercle allant de G à J.



116 Chèvre (9)

Énigme

Monsieur Seguin dispose d'un pré triangulaire sur lequel il veut faire paître des chèvres.
Pour que ses chèvres soient heureuses et puissent manger à leur faim, il sait qu'il faut environ 950 m^2 par chèvre.
Il a mesuré les côtés de son pré et a trouvé 429 m, 456 m et 273 m.

Combien de chèvres peut-il acheter ?

« Monsieur Seguin », Rallye mathématique de l'académie de Nice, 3$^{\text{ème}}$-2$^{\text{nde}}$, 2010

On considère le triangle ABC, avec AB = 429, AC = 273 et BC = 456.
Pour calculer l'aire du triangle ABC, il faut calculer la longueur AH, où H le pied de la hauteur issue de A.

L'aire est alors égale à $\dfrac{BC \times AH}{2}$.

On a $AH^2 + BH^2 = AB^2 = 429^2$ et $AH^2 + CH^2 = AC^2 = 273^2$
Par soustraction membre à membre, on a :
$BH^2 - CH^2 = 429^2 - 273^2 = 109\,512$
De plus, $BH^2 - CH^2 = (BH - CH)(BH + CH)$.
Or $BH + CH = BC = 456$
Donc $BH - CH = \dfrac{109\,512}{456} = \dfrac{4\,563}{19} \approx 240{,}16$.

D'où $BH = \dfrac{(BH + CH) + (BH - CH)}{2} = 228 + \dfrac{4\,563}{38} = \dfrac{13\,227}{38} \approx 348{,}08$ et

$CH = \dfrac{(BH + CH) - (BH - CH)}{2} = 228 - \dfrac{4\,563}{38} = \dfrac{4\,101}{38} \approx 107{,}92$

Calculons AH.

$AH = \sqrt{AC^2 - CH^2} = \sqrt{273^2 - \left(\dfrac{4\,563}{38}\right)^2} = \dfrac{4\,563}{38} \approx 355{,}48$

$AH^2 = AC^2 - CH^2 = 273^2 - \left(\dfrac{4\,563}{38}\right)^2 = \dfrac{90\,801\,675}{38^2}$

Donc $AH = \dfrac{\sqrt{90\,801\,675}}{38} \approx 250{,}76$

L'aire du triangle est donc égale à
$\dfrac{BC \times AH}{2} = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{\sqrt{90\,801\,675}}{38} \times 456 = 6\sqrt{90\,801\,675} \approx 57\,173{,}95$.

De plus, $\dfrac{6\sqrt{90\,801\,675}}{950} \approx 60{,}2$.

Monsieur Seguin peut acheter 60 chèvres.

Une autre possibilité pour le calcul de l'aire passe par la formule de Héron (hors-programme à ce niveau d'études).

Le demi-périmètre est $p = \dfrac{429 + 456 + 273}{2} = 579$.

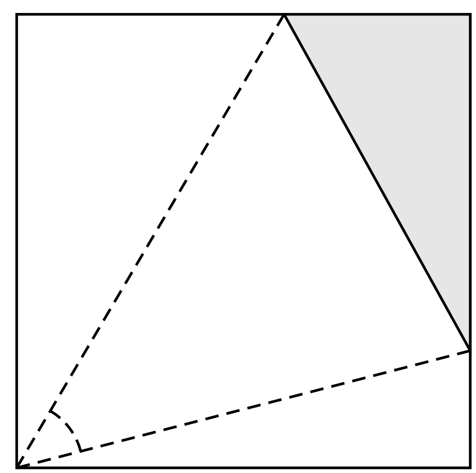
L'aire A du triangle est :
$A = \sqrt{579 \times (579 - 429) \times (579 - 456) \times (579 - 273)} \approx 57\,173{,}95$

117 Chèvre (10)

Énigme

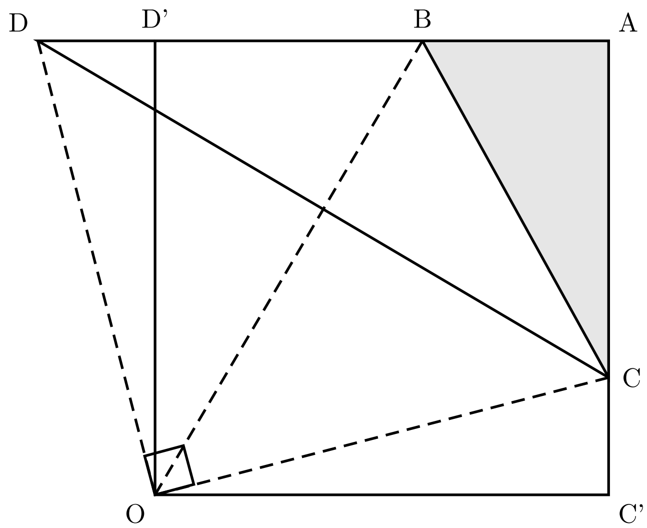
Blanchette est dans un enclos carré, dont elle faisait auparavant le tour en 48 sauts.
Mais aujourd'hui, elle ne peut pas accéder à tout le pré.
Elle regarde avec tendresse son chevreau, enfermé dans un enclos triangulaire à l'un des angles du pré carré (en gris sur la figure), et dont elle pourrait faire le tour en 24 sauts !
L'endroit oùù Blanchette préfère se tenir, c'et le sommet opposé du carré.
De ce point, en effet, elle peut, d'un regard, embrasser l'ensemble du du pré triangulaire où se tient le chevreau.

Quel est l'angle de vision de la chèvre ?



« La chèvre et son chevreau », *Jeux mathématiques du* Monde, Problème n° 289 du 03/09/2002

On construit sur la demi-droite [AD') le point D tel que BC = BD.



Le périmètre de ABC étant la moitié de celui du carré, on a : DD' = CC'.
Il en résulte que le triangle COD est non seulement isocèle, mis rectangle, la même transformation transformant [OC'] en [OD'], [C'C] en [D'D] et donc [OC] en [OD].
Mais le triangle CND est aussi isocèle.
(OB) est un axe de symétrie pour la figure OCBD, ce qui établit que l'angle $\widehat{\text{BOC}}$ est la moitié d'un angle droit.

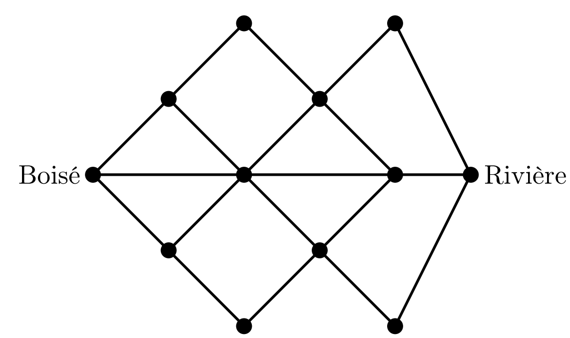
Blanchette voit l'enclos triangulaire sous un angle de 45°.

118 Chevreuil

Énigme

Un chevreuil vit dans un boisé tout près d'une colline.
Pour aller à la rivière, il doit passer par les sentiers tracés dans l'illustration ci-dessous.
Chaque nuit, il va à la rivière et en revient.
Dans chaque déplacement, il ne retourne jamais en arrière.

Au bout de combien de nuits le chevreuil aura-t-il parcouru tous les chemins ?



« Un chevreuil », `http://www.charleries.net/`

À la première colonne de trois points, de haut en bas, le chevreuil aura parcouru 1, 3 et 1 chemins.

À la colonne suivante, il aura parcouru 4 et 4 chemins.

À la colonne suivante, il aura parcouru 4, 11 et 4 chemins : ce qui fait 19 chemins en tout.

$19 \div 2 = 9{,}5$. La $9^{\text{ème}}$ nuit, il aura suivi 18 chemins.

La $10^{\text{ème}}$ nuit, il aura parcouru tous les chemins. Il sera alors rendu à la rivière.

119 Chien (1)

Énigme

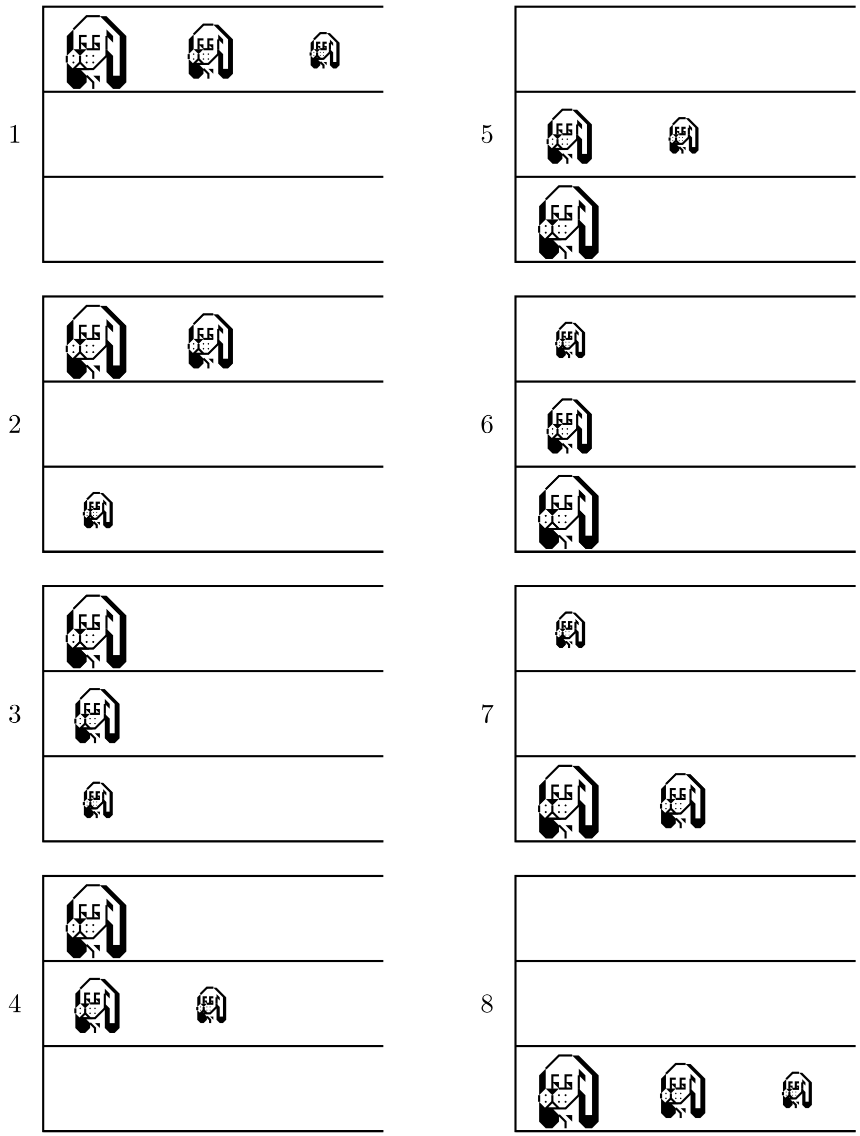
Le chenil doit être nettoyé.
L'employé qui a voulu s'en charger, veut transférer les trois chiens des box de la première allée dans les trois box de la troisième allée.
Il a néanmoins quelques contraintes :

- il ne peut promener qu'un chien à la fois ;
- il veut pouvoir voir rapidement où sont les différents chiens et donc ne veut jamais cacher un chien derrière un plus gros que lui ;
- il peut utiliser les trois box de la deuxième allée.

Comment va-t-il se débrouiller le plus rapidement ?

Voilà le problème « des tours de Hanoï » de Lucas revisité !

Solution en 7 déplacements



Dans le cas général, pour n chiens, il faut $2^n - 1$ déplacements.

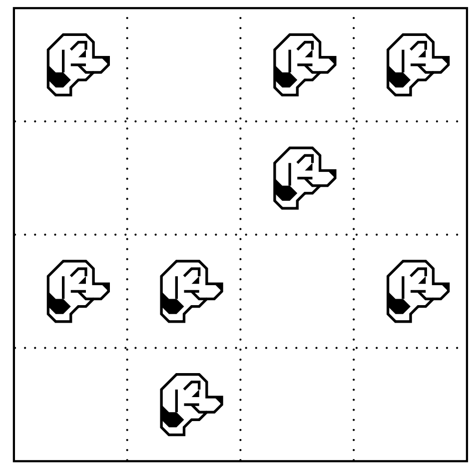
120 Chien (2)

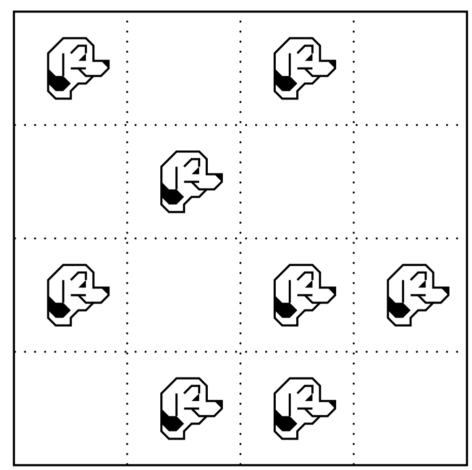
Énigme

Dans chacune des deux zones pavillonnaires, les propriétés sont toutes de la même forme : inutile de chercher longtemps pourquoi les habitants les appellent « les dominos » !

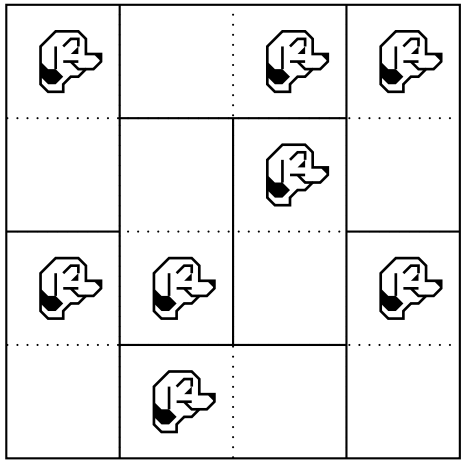
Chaque habitant dispose sur son terrain d'une moitié pour sa maison et d'une autre moitié pour son chien.

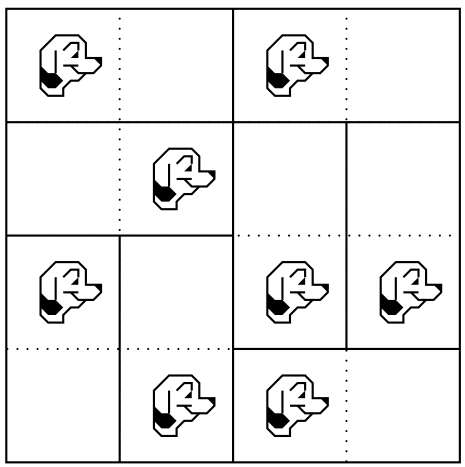
Retrouver la disposition de chaque propriété.





Voici une des solutions possibles de chaque cas.





121 Chien (3)

Énigme

Les niches de Médor, Mirza et Coquine sont bien alignées dans la cour.
Elles sont toutes d'une couleur différentes.
Les chiens sont toutes de tailles différentes.

- Le teckel habite la niche rouge.
- Le berger allemand est le plus grand.
- L'épagneul loge dans la niche du milieu.
- La niche rouge est à côté de la verte.
- Le plus petit chien habite la première niche à gauche.

Quel est le chien le plus petit et à qui est la niche jaune ?

« Chiens », *Les jeux du Kangourou des collèges*, 1995

L'énoncé permet d'obtenir le tableau suivant, complété au fur et à mesure :

Couleur	Rouge	Vert	Jaune
Chien	Teckel	Épagneul	Berger all.
Taille	Petit	Moyen	Grand

- Le teckel est le plus petit chien.
- Le berger allemand a la niche jaune.

122 Chien (4)

Énigme

La chienne Hexane aime les noix, mais elle ne peut les casser !
Aussi, elle doit les rapporter à son maître pour que celui-ci réalise cette opération à sa place.
Entre le maître et l'animal, la règle du jeu est relativement simple.
Le maître divise le tas de noix en deux parties égales, et il garde l'une des deux parties.
Ce faisant, s'il reste une noix, elle est pour Hexane.
On continue ainsi l'opération avec l'autre partie, jusqu'à ce qu'il ne reste plus de noix.
Par exemple, si Hexane rapporte 1 903 noix, les tas successifs compteront 951, 475, 237, 118, 59, 29, 14, 7, 3 et 1 noix. Et Hexane aura pu en manger 9. Hexane ne peut rapporter plus de 1998 noix.

Combien doit-elle en rapporter afin de pouvoir en déguster le maximum ?

« La noix de son maître », *50 nouvelles énigmes mathématiques pour lycéens et +*, Éd. Pole

Prenons l'exemple donné dans l'énoncé et écrivons 1 903 en base 2 : $1\,903_{(10)} = 11\,101\,101\,111_{(2)}$

Pour convertir 1 903 en base 2, on peut faire des divisions successives par 2 puis prendre les restes en commençant par la fin. Le procédé est exactement le même que celui opéré par le maître d'Hexane : lorsque le résultat tombe juste, la chienne n'a rien, et lorsqu'il reste une noix, elle la mange.

1 998 est inférieur à 2 047 qui s'écrit 11 111 111 111 en base 2. Les nombres cherchés s'écriront en base 2 avec au plus 10 chiffres 1 :

$11\,111\,111\,110_{(2)} = 2\,046_{(10)}$	trop grand
$11\,111\,111\,101_{(2)} = 2\,045_{(10)}$	trop grand
$11\,111\,111\,011_{(2)} = 2\,043_{(10)}$	trop grand
$11\,111\,110\,111_{(2)} = 2\,039_{(10)}$	trop grand
$11\,111\,101\,111_{(2)} = 2\,031_{(10)}$	trop grand
$11\,111\,011\,111_{(2)} = 2\,015_{(10)}$	trop grand
$11\,110\,111\,111_{(2)} = 1\,983_{(10)}$	convient
$11\,101\,111\,111_{(2)} = 1\,919_{(10)}$	convient
$11\,011\,111\,111_{(2)} = 1\,791_{(10)}$	convient
$10\,111\,111\,111_{(2)} = 1\,535_{(10)}$	convient
$1\,111\,111\,111_{(2)} = 1\,023_{(10)}$	convient

Le problème a donc 5 solutions : Hexane doit rapporter 1 023 noix, 1 535 noix, 1 791 noix, 1 919 noix ou 1 983 noix.

123 Chien (5)

Énigme

Un certain nombre de chiens sont alignés, chacun d'eux pesant un nombre entier de kilogrammes.
En ajoutant le poids de chacun des chiens (autres que le premier) au double du poids de celui situé à sa gauche, on obtient toujours 94 kilogrammes.

Combien y a-t-il de chiens au maximum ?
Dans ce cas, de gauche à droite, quel est le poids de chacun d'eux ?

« Au chenil », 8ème Championnat international des Jeux Mathématiques et Logiques

Désignons par a_1 , a_2 , a_3 , . . . , a_n les poids des chiens alignés de gauche à droite.

Nous avons les relations :

$$2\,a_1 + a_2 = 2\,a_2 + a_3 = 2\,a_{n-1} + a_n = 94$$

De ces relations, nous tirons :

$$\begin{aligned}
a_2 &= 94 - 2\,a_1 \\
a_3 &= -94 + 4\,a_1 \\
a_4 &= 3 \times 94 - 8\,a_1 \\
a_5 &= -5 \times 94 + 16\ a_1 \\
a_6 &= 11 \times 94 - 32\,a_1 \\
a_7 &= -21 \times 94 + 64\ a_1 \\
a_8 &= 43 \times 94 - 128\ a_1
\end{aligned}$$

La nécessité pour a_7 d'être un nombre positif entraîne l'inégalité :

$$a_1 > \frac{21 \times 94}{64} > 30$$

De même, la nécessité pour a_8 d'être un nombre positif entraîne l'inégalité :

$$a_1 < \frac{43 \times 94}{128} < 32$$

On peut vérifier que l'existence d'un nombre a_9 positif aboutirait à une contradiction.

Les poids étant tous des nombres entiers de kilogrammes, on ne peut donc avoir que la valeur $a_1 = 31$, ce qui permet de calculer de proche en proche $a_2 = 32$, $a_3 = 30$, $a_4 = 34$, $a_5 = 26$, $a_6 = 42$, $a_7 = 10$ et $a_8 = 73$.

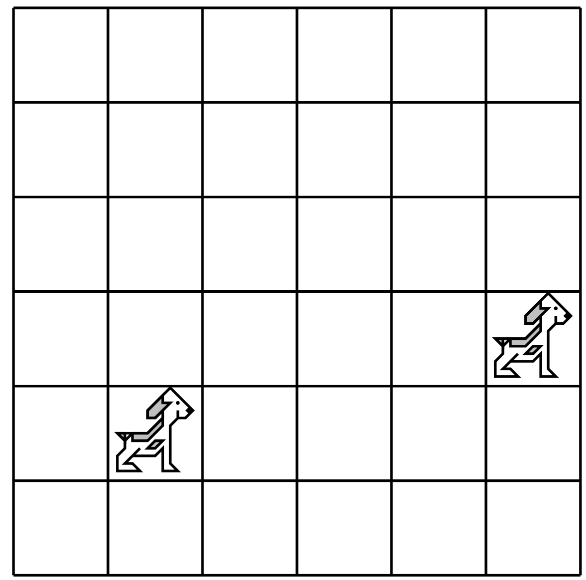
Il y a donc au maximum 8 chiens, qui pèsent respectivement 31 kg, 32 kg, 30 kg, 34 kg, 26 kg, 42 kg, 10 kg et 74 kg.

124 Chien (6)

Énigme

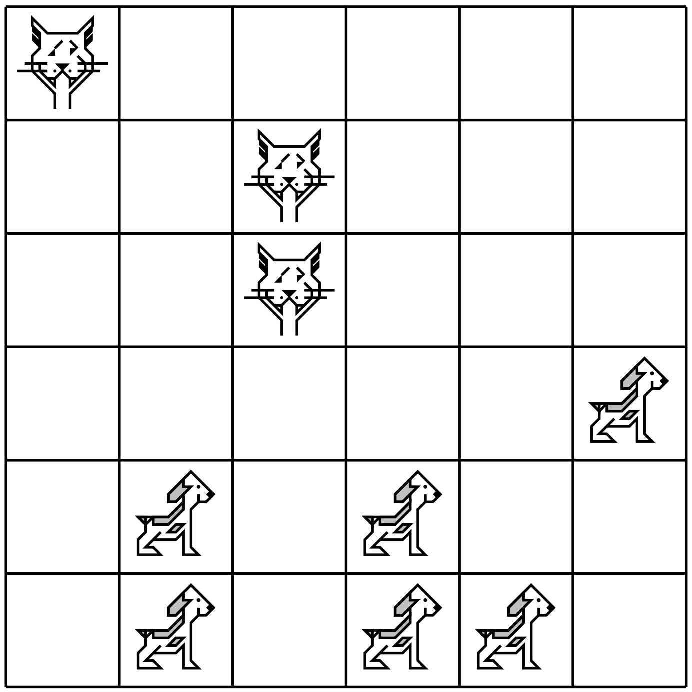
Six chiens – dont deux sont placés – essaient de chasser les chats.
Les chats intelligents ont trouvé un moyen de se cacher des chiens, pourvu que les chiens soient dans certaines cases.
Depuis sa case, un chien peut voir dans toutes les directions (horizontalement, verticalement et en diagonale).

Peux-tu ajouter encore quatre chiens et trois chats de telle sorte qu'aucun des chiens ne voie aucun des chats ?
Une case ne peut être occupée que par un seul animal.



D'après « La vérité sur les chats et les chiens », *Magiques mathématiques !*, C. A. Pickover, Dunod

Voici une solution :



125 Chien (7)

Énigme

Monsieur et madame Dupont vont faire une promenade avec leur chien.
Chacun d'eux voulant lui-même le tenir en laisse, ils finissent par accrocher à la pauvre bête deux chaînes différentes mesurant chacune un mètre.

Sachant que monsieur et madame Dupont marchent toujours à 1 mètre l'un de l'autre, quelle est à chaque instant la surface dans laquelle notre pauvre chien peut évoluer librement ?

« Jeux et problèmes, La ronde des animaux », *Tangente*, n° 43, Mai-juin 1995

Le chien peut se déplacer dans l'intersection de deux disques de rayon 1 m, dont les centres sont éloignés de 1 m.

L'aire de ce domaine est obtenue par la réunion de deux parties égales chacune à 1/3 de disque.

L'intersection de ces deux domaines est un losange formé de deux triangles équilatéraux de côté 1.

L'aire de cette surface vaut donc :

$$2 \times \frac{\pi}{3} \times 1^2 - 2 \times \frac{1}{2} \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \times 1 \right)$$

soit environ $1{,}23\,\mathrm{m}^2$.

126 Chien (8)

Énigme

Il faut 56 biscuits pour nourrir 10 animaux.
Il n'y a que des chats et des chiens.
Les chiens mangent 6 biscuits chacun.
Les chats n'en mangent que 5.

Combien y a-t-il de chiens et de chats ?

Première démarche
Soit a le nombre de chats et b le nombre de chiens.
a et b sont solution du système $\begin{cases} 5\,a + 6\,b = 56 \\ a + b = 10 \end{cases}$.
Ce qui donne $a = 4$ et $b = 6$.

Seconde démarche
Si il n'y a que des chiens, ils mangeraient alors 60 biscuits. Or il y a 4 biscuits de moins donc il y a 4 chats et donc 6 chiens.
Si il n'y a que des chats, ils mangeraient alors 50 biscuits. Or il y a 6 biscuits de plus donc il y a 6 chiens et donc 4 chats.
Si il y a 5 chiens et 5 chats, ils mangeraient 55 biscuits, or il y a a 1 biscuit de plus donc 1 chien de plus... Ce qui conduit à la même solution.

127 Chien (9)

Énigme

À partir de sa maison, un homme fait à pied un trajet de 6 km, aller-retour (3 km aller et 3 km retour).
Son chien est plus lent que lui, et marche à moitié moins vite.
Les deux partent ensemble.
Quand l'homme atteint le bout du chemin à 3 km de la maison, il revient sur ses pas.
Quand il croise son chien, son chien se retourne et le suit jusqu'à la maison.

Quelle distance aura marché le chien ?

Lorsque l'homme atteint le bout du chemin, à 3 km de la maison, il se retourne.

Son chien, la moitié moins rapide, est à 1,5 km de la maison. Ainsi, 1,5 km les séparent à ce moment.

L'homme marche vers le chien à sa vitesse et le chien vers l'homme à la moitié de cette vitesse.

Lorsqu'ils se croisent, l'homme a franchi une distance deux fois plus grande que le chien, puisqu'il est deux fois plus rapide. L'homme a donc marché 1 km et le chien, la moitié, soit 0,5 km.

Au moment du croisement, le chien est à $1{,}5 + 0{,}5$ km de la maison ; il a donc marché 2 km jusqu'à ce moment-là.

Le chien rebrousse chemin, et marche donc 2 km pour rejoindre la maison.

Au total, le chien a donc marché 4 km.

128 Chien (10)

Énigme

Au retour d'un long voyage dans un pays étranger, Timothée fait les observations suivantes sur les hôtels qu'il a fréquentés.

1. Lorsque la cuisine est bonne, les serveuses sont accortes.
2. Aucun hôtel ouvert toute l'année ne manque d'avoir vue sur la mer.
3. La cuisine n'est déplorable que dans certains hôtels bon marché.
4. Les hôtels qui possèdent une piscine ont soin de couvrir leurs murs de chèvrefeuille.
5. Les hôtels dont les serveuses sont désagréables sont ceux qui sont ouverts une partie de l'année seulement.
6. Aucun hôtel bon marché n'accepte les chiens.
7. Les hôtels sans piscine n'ont pas la vue sur la mer.

Dans ces hôtels, les propriétaires de chien peuvent-ils jouir du chèvrefeuille ?

100 jeux logiques, n° 49, Pierre Berloquin

On peut écrire :

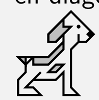
1. Si la cuisine est bonne, les serveuses sont accortes.
2. Si un hôtel est ouvert toute l'année, il a vue sur la mer.
3. Si le prix est élevé, la cuisine est bonne.
4. Si l'hôtel possède une piscine, les murs sont couverts de chèvrefeuille.
5. Si les serveuses sont accortes, l'hôtel est ouvert toute l'année.
6. Si les chiens sont admis, le prix est élevé.
7. S'il y a une vue sur la mer, il y a une piscine.

En lisant dans l'ordre 6 - 3 - 1 - 5 - 2 - 7 - 4, on déduit que tous les hôtels qui admettent les chiens ont leurs murs couverts de chèvrefeuille.

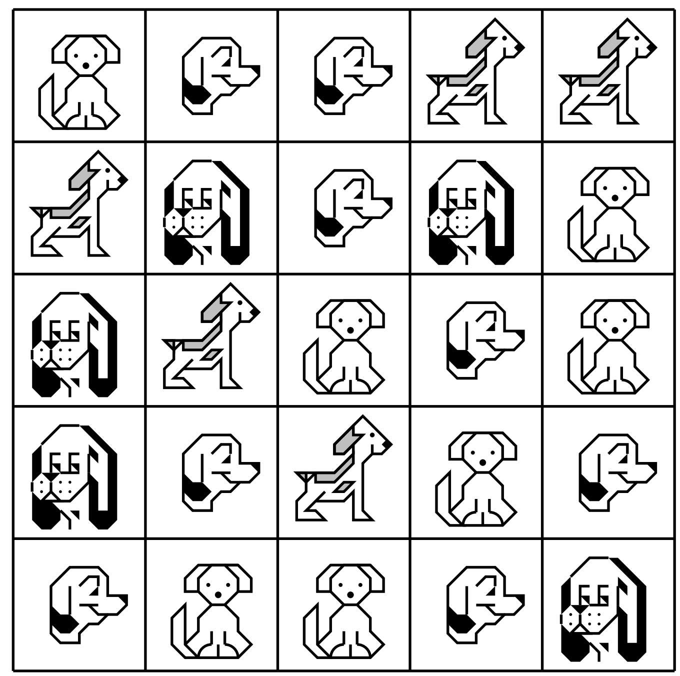
129 Chien (11)

Énigme

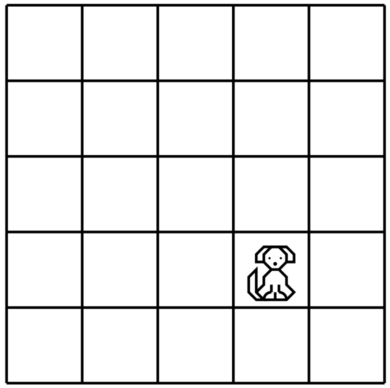
Jean-Philippe est bénévole à la S. P. A. et tous les week-ends il promène « ses » quatre chiens.
Il a pris plusieurs photos d'eux et les dispose sur une table, comme indiqué ci-dessous.
Quand Kath lui demande quel est le chien avec lequel il a le plus joué aujourd'hui, il lui donne les indices suivants :

- il n'est présent qu'une seule fois dans sa ligne ;
- il touche un  en diagonale ;
- il est à droite d'un  .

Quel est ce chien ?



D'après « Un légume rare », *Enigma*, n° 4, Mars-avril 2006

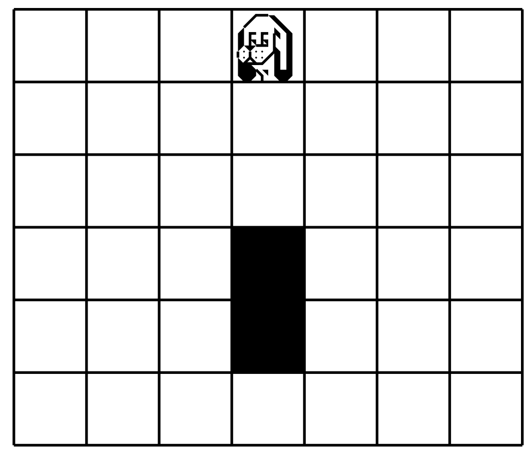


130 Chien (12)

Énigme

Marcelle a partagé son champ en 42 parcelles carrées comme ci-dessous.
Le chien, gardien de la ferme, est placé au centre de la rangée horizontale supérieure.
Il doit se déplacer obliquement jusqu'à la rangée horizontale inférieure, sans jamais revenir en arrière.
Toutefois, il ne peut pas passer par les deux parcelles en noir.

Combien y a-t-il de chemins permettant d'atteindre toutes les parcelles de la rangée horizontale inférieure ?



« Chien en liberté », http://www.recreomath.qc.ca/

Le nombre placé dans une parcelle indique le nombre de chemins que le chien peut suivre du début jusqu'à cet endroit.

Le nombre total de chemins est la somme des nombres de la rangée horizontale inférieure.

						
		1		1		
	1		2		1	
1		3		3		1
	4				4	
4		4		4		4

Il y a 16 chemins.

131 Chien (13)

Énigme

Olivin fait sa provision de biscuits veloutés pour son petit chien Kado.
Il se présente à une boutique spécialisée et demande 100 biscuits.
Le commis lui répond :
« J'ai seulement des sacs de cinq biscuits et des sacs de sept biscuits.
Je vais essayer d'arranger cela.
— Je veux le moins de sacs possible, reprend Olivin. »

Combien de sacs de chaque quantité Olivin recevra-t-il ?

« Biscuits de Kado », http://www.recreomath.qc.ca/

Comme 5 et 100 sont des multiples de 5, il faut que le nombre de sacs de sept biscuits soit un multiple de 5.

Si le commis donne cinq sacs de sept biscuits, il fournira 13 sacs de cinq biscuits : ce qui fait 18 sacs en tout.

Si le commis donne 10 sacs de sept biscuits, il fournira six sacs de cinq biscuits : ce qui fait 16 sacs en tout.

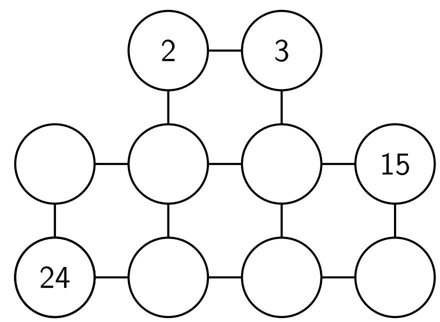
Olivin recevra 6 sacs de cinq biscuits et 10 de sept biscuits.

132 Chien (14)

Énigme

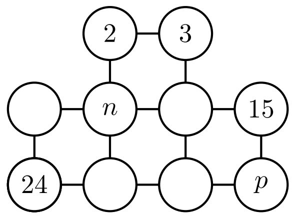
Vingt-cinq balles numérotées de 1 à 25 sont disposées dans le désordre sur la piste par un spectateur.
Au signal du dresseur, un chien s'avance, prend une balle et la dispose sur la grille.
Après le quatrième passage, le dresseur annonce fièrement : « Regardez bien cette grille, mon chien savant va maintenant choisir et disposer les balles de telle sorte que pour chaque carré les produits en croix seront égaux. »

Retrouve la grille finale.



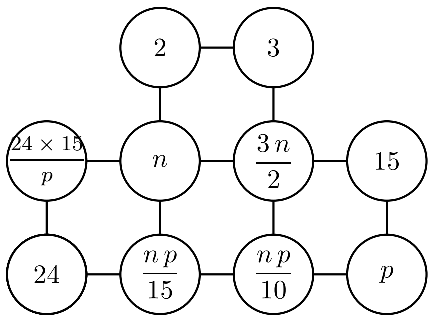
« Et un et deux et croix zéro », Rallye mathématique d'Aquitaine, 2016

Notons n et p les numéros de ces deux balles.



Pour que tous ces nombres soient des nombres entiers,
- n doit être divisible par 2,
- p doit être divisible par 5,
- p doit diviser 360 ($360 = 24 \times 15$).

On en déduit les expressions de cette deuxième grille.



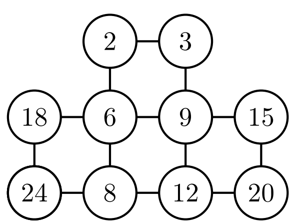
De plus, les numéros sont inférieurs à 25. Donc $\dfrac{24 \times 15}{p} \leqslant 25$. Par conséquent, $15 \leqslant p \leqslant 25$.

Les seuls multiples de 5 compris entre 15 et 25 qui divisent 360 sont 15 et 20. La balle portant le numéro 15 est déjà placée. Donc $p = 20$.

Par conséquent, $\dfrac{n\,p}{15} = \dfrac{4\,n}{3}$.

n doit donc être divisible par 3 ; comme il est déjà divisible par 2, il doit être divisible par 6.

Pour $n = 12$, la balle 18 apparaît 2 fois ; $n = 18$ est trop grand.
Il y a une seule grille solution :



133 Chien (15)

Énigme

Charles s'occupe d'un chenil qui accueille les chiens abandonnés.
Lundi soir, il y avait 6 chiens dans ce chenil.
Mardi, 4 nouveaux chiens sont arrivés et 5 ont quitté le chenil car ils ont été confiés à des familles.
Mercredi, 12 chiens sont arrivés et un seul est parti.
Jeudi, 3 chiens sont partis et aucun n'est arrivé.
Vendredi, aucun chien n'est parti et 12 ont été amenés au chenil, mais 5 d'entre eux n'ont pas pu être accueillis car le chenil était plein.

Combien de chiens le chenil de Charles peut-il accueillir ?

« Le chenil de Charles »,
Rallye Mathématique Transalpin, Épreuve 1, 2017

On procède pas à pas :

- Lundi soir. 6
- Mardi. $6 + 4 - 5 = 5$
- Mercredi. $5 + 12 - 1 = 16$
- Jeudi. $16 - 3 = 13$
- Vendredi. $13 + (12 - 5) = 20$

Le chenil de Charles peut accueillir 20 chiens.

134 Chien (16)

Énigme

Le chien de Bianca doit prendre des comprimés de vitamines.
La dose pour la semaine est de 25 milligrammes de vitamines.
Un comprimé contient 5 milligrammes de vitamines.
Le vétérinaire a prescrit l'ordonnance suivante.

LUNDI	1 comprimé
MARDI	1/2 comprimé
MERCREDI	1/4 comprimé
JEUDI	[redacted]
VENDREDI	1 comprimé
SAMEDI	1/4 comprimé
DIMANCHE	1 comprimé

Malheureusement, Bianca a renversé du café sur l'ordonnance et elle n'arrive plus à lire la dose prescrite pour le jeudi.

Quelle est la dose prescrite pour le jeudi ?

« Bianca et les vitamines », Rallye mathématique transalpin (RMT), Finale, 2012

$25 \div 5 = 5$: la dose hebdomadaire correspond à 5 comprimés.

La somme des doses que Bianca peut lire correspond à
$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + 1 + \frac{1}{4} + 1 = 4$ comprimés.

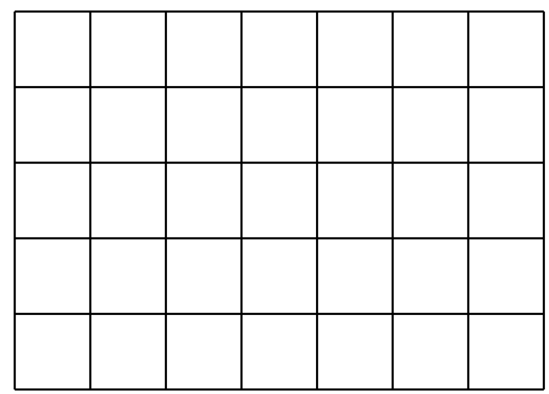
La dose pour le jeudi correspond donc à $5 - 4 = 1$ comprimé.

135 Chien (17)

Énigme

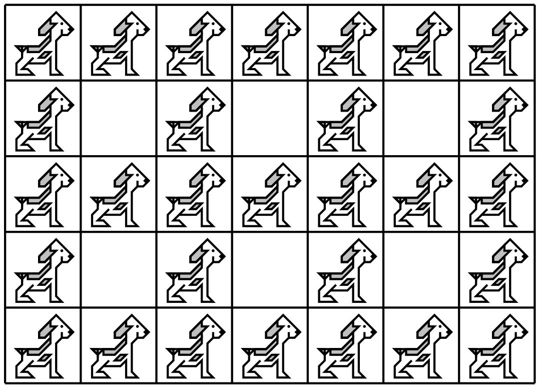
Ce chenil est composé de 35 cases.
Le propriétaire a remarqué que lorsque 4 cases en carré sont occupées, les chiens occupant ces cases passent leur temps à aboyer et se laissent mourir de faim.

Combien de chiens peut-il mettre dans son chenil en n'ayant jamais 4 chiens dans 4 cases en carré ?



« Le chenil », 12èmes jeux Math'Hermatiques, Épreuve en doublettes, 16 juin 2000

On peut mettre 29 chiens :



136 Chien (18)

Énigme

À la pension « À l'os à moelle », tous les chiens se trouvent dans la même cage.
On trouve trois races différentes : des bassets de 8 kg chacun, des caniches de 5 kg chacun et des pékinois de 3 kg chacun.
Le poids total de tous les chiens est de 22 kg.

Combien de chiens de chaque race trouve-t-on dans cette cage ?

« Pension pour chiens », Rallye mathématique de l'Allier, Deuxième manche, 2008-2009

On a : $1 \times 8 \leqslant 22 < 3 \times 8$

Il y a donc 1 ou 2 bassets.

- S'il y a 1 basset, le poids restant est $22 - 1 \times 8 = 14$ kg.

  On a : $1 \times 5 \leqslant 14 < 3 \times 5$

  Il y a donc 1 ou 2 caniches.

  - S'il y a 1 caniche, le poids restant est $14 - 1 \times 5 = 9$ kg.

    Or $9 = 3 \div 3$.

    Il y a alors 3 pékinois.

  - S'il y a 2 caniches, le poids restant est $14 - 2 \times 5 = 4$ kg.

    Or 4 n'est pas divisible par 3.

    Ce cas est impossible.

- S'il y a 2 bassets, le poids restant est $22 - 2 \times 8 = 6$ kg.

  On a : $1 \times 5 \leqslant 6 < 2 \times 5$

  Il y a donc 1 caniche.

  Le poids restant est $6 - 1 \times 5 = 1$ kg.

  Ce cas est impossible.

Il y a donc finalement dans la cage 1 basset, 1 caniche et 3 pékinois.

Remarque. La solution $22 = 2 \times 8 + 0 \times 5 + 2 \times 3$ est mathématiquement correcte mais n'est pas retenue car l'énoncé sous-entend qu'il y a au moins un chien de chaque race dans la cage.

137 Chien (19)

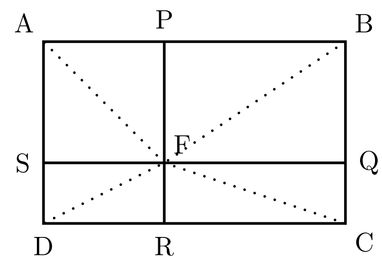
Énigme

Fina est une chienne qui surveille efficacement les quatre entrées du pré rectangulaire.
Avec elle, il y a peu de chance qu'un animal s'introduise dans le pré et sème la pagaille parmi les moutons !
En ce moment, elle se trouve à 119 mètres de la première entrée, à 375 mètres de la deuxième entrée et à 408 mètres de la troisième entrée.

À combien de mètres de la quatrième entrée se trouve-t-elle ?

Nous allons commencer par établir un résultat général.

On considère un rectangle ABCD et un point F à l'intérieur de ce rectangle.
On désigne par P, Q, R et S les projetés orthogonaux de F respectivement sur [AB], [BC], [CD] et [AD].



On a alors, d'après le théorème de Pythagore :

- $AF^2 = AP^2 + AS^2$
- $BF^2 = BP^2 + BQ^2$
- $CF^2 = CQ^2 + CR^2$
- $DF^2 = DR^2 + DS^2$

Or DR = AP, AS = BQ, CR = BP et DS = CQ

On a donc

- $AF^2 = AP^2 + BQ^2$
- $BF^2 = BP^2 + BQ^2$
- $CF^2 = CQ^2 + BP^2$
- $DF^2 = CQ^2 + AP^2$

En additionnant membre à membre, on a :
$AF^2 + BF^2 + CF^2 + DF^2 = 2\,(AP^2 + BP^2 + BQ^2 + CQ^2)$

Or $AP^2 + BQ^2 = AP^2 + AS^2 = AF^2$ et $BP^2 + CQ^2 = CR^2 + CQ^2 = CF^2$

Donc $AF^2 + BF^2 + CF^2 + DF^2 = 2\,(AF^2 + CF^2)$

Donc $\boxed{BF^2 + DF^2 = AF^2 + CF^2}$

Nous revenons au défi.

On désigne par ABCD le parc et par F la chienne Fina.

On a : AF = 119 m, BF = 375 m et CF = 408 m.

$DF^2 = AF^2 + CF^2 - BF^2 = 119^2 + 408^2 - 200^2 = 40\,000$

Par conséquent, DF = 200.

Fina se trouve à 200 mètres de la quatrième entrée.

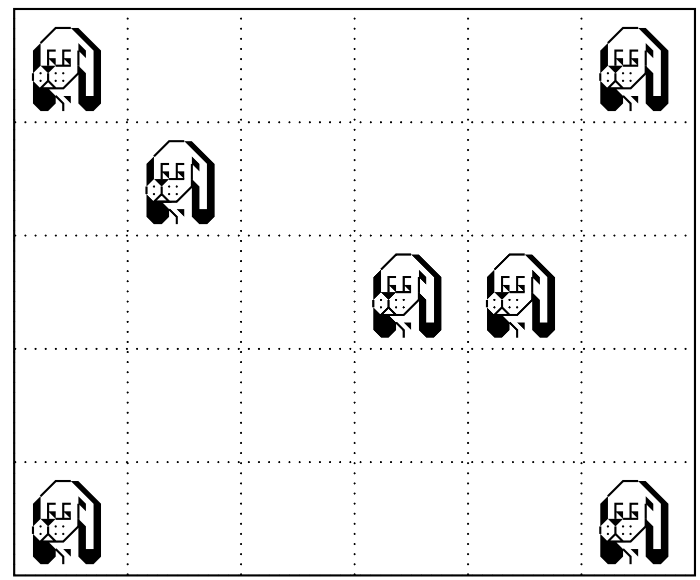
Complément
Le problème correspond aux données suivantes.
AP = 56, BP = 360, AS = 105 et DS = 192.
(Donc AB = 416 et AD = 297)

138 Chien (20)

Énigme

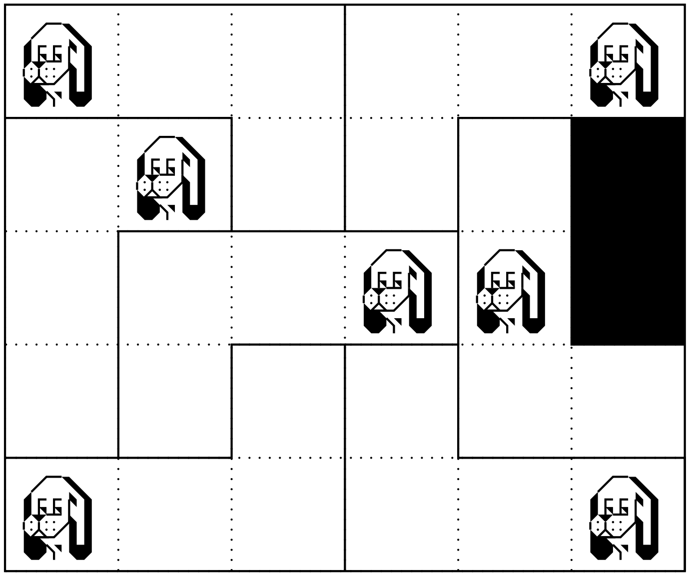
Placide a un terrain qu'il divise en 30 parcelles comme ci-après.
Dans sept parcelles, il place un chien de garde.

Partagez le terrain, sauf deux parcelles, en sept parties de même forme et de même grandeur pour qu'il y ait un chien par partie.



« Chiens placides », *Récréations géométriques*, Problème 100 B, Site Recreomath

Chaque partie doit être formée de quatre parcelles.
Voici une façon de partager le terrain :



139 Chien (21)

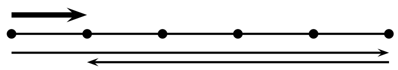
Énigme

Annabelle part promener son chien.
Elle sort de sa maison et se dirige vers l'entrée du parc à 50 m de chez elle.
Caramel est trop content.
Dès qu'elle a fait 10 m, elle s'aperçoit que Caramel est déjà à l'entrée du parc.
Elle s'arrête, le siffle et attend qu'il revienne vers elle.
Ils repartent et, quand elle est 10 m plus loin, Caramel est de nouveau à l'entrée du parc.
Elle s'arrête, le siffle et attend qu'il revienne vers elle.
La situation se reproduit tous les 10 m.

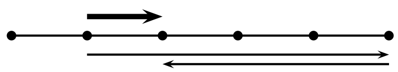
Trouvez la distance parcourue par Caramel quand Annabelle sera elle aussi à l'entrée du parc.

« La promenade », Rallye mathématique des écoles de Bourgogne, Étape 1, 2017

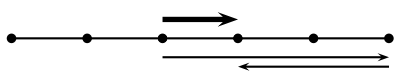
Phase 1 :
Annabelle parcourt 10 m. Elle est à $50 - 10 = 40$ m de l'entrée du parc. Caramel parcourt donc 50 m jusqu'à l'entrée du parc puis revient pendant qu'Annabelle attend et fait 40 m. Il a donc parcouru $50 + 40 = 90$ m.



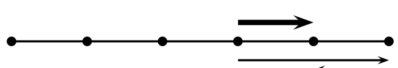
Phase 2 :
Annabelle parcourt 10 m. Elle est à $40 - 10 = 30$ m de l'entrée du parc. Caramel parcourt 40 m jusqu'à l'entrée du parc puis revient pendant qu'Annabelle attend et fait 30 m. Il a donc parcouru $40 + 30 = 70$ m.



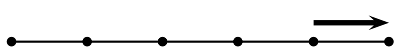
Phase 3 :
Annabelle parcourt 10 m. Elle est à $30 - 10 = 20$ m de l'entrée du parc. Caramel parcourt 30 m jusqu'à l'entrée du parc puis revient pendant qu'Annabelle attend et fait 20 m. Il a donc parcouru $30 + 20 = 50$ m.



Phase 4 :
Annabelle parcourt 10 m. Elle est à $20 - 10 = 10$ m de l'entrée du parc. Caramel parcourt 20 m jusqu'à l'entrée du parc puis revient pendant qu'Annabelle attend et fait 10 m. Il a donc parcouru $20 + 10 = 30$ m.



Phase 5 :
Annabelle parcourt 10 m. Elle est à l'entrée du parc.
Caramel est aussià l'entrée du parc. Il a donc parcouru 10 m.



Caramel a donc parcouru $90 + 70 + 50 + 30 + 10 = 250$ m.

140 Chien (22)

Énigme

La balance de la salle de bain est déréglée de plusieurs kilos.
En effet, quand je me pèse, elle marque 63 kilos, quand tu te pèses, 51, quand nous nous pesons ensemble, 121, et quand Médor va seul sur la balance,11.

Vous avez ainsi deviné combien pèse Médor, n'est-ce pas ?

« 7. Combien pèse Médor ? », *301 énigmes mathématiques*,
Marie Berrondo-Agrell, Éd. Eyrolles, 2010

On appelle E l'erreur de la balance.

S'il y a une seule personne qui se pèse ou si les deux personnes se pèsent en même temps, l'erreur est comptée une seule fois.

Donc 121 est égal à la somme des deux poids réels augmentée de E.
Ce que l'on peut écrire : somme des deux poids $+ E = 121$ (*)

Si l'on ajoute les résultats des deux pesées, l'erreur E est donc comptée deux fois.
Or $63 + 51 = 114$.
Donc 114 est égal à la somme des deux poids réels augmentée de $2\,E$.
On peut donc écrire : somme des deux poids $+ 2\,E = 114$ (**)

En soustrayant (*) à (**), on obtient : $2\,E - E = 114 - 121$, c'est-à-dire $E = -7$.
L'affichage de la balance diminue le poids réel de 7 kilogrammes !

Puisque l'affichage du poids de Médor est égal à 11 kg, son poids réel est égal à $11 + 7 = 18$ kilogrammes.

141 Chimpanzé (1)

Énigme

Pour augmenter son stock de bananes, Chimp le chimpanzé doit utiliser 3 charmes magiques, une fois chacun : $[+1]$ qui ajoute une banane, $[-1]$ qui en enlève une et $[\times 2]$ qui en double le nombre.

Dans quel ordre Chimp doit-il utiliser ces trois charmes pour obtenir le plus de bananes ?

A) $[\times 2]$ $[+1]$ $[-1]$ B) $[+1]$ $[-1]$ $[\times 2]$ C) $[\times 2]$ $[-1]$ $[+1]$

D) $[+1]$ $[\times 2]$ $[-1]$ E) $[-1]$ $[+1]$ $[\times 2]$

Kangourou des mathématiques, Épreuve « $6^{\text{ème}}$ - $5^{\text{ème}}$ », 2017

Réponse D.

Quel que soit le nombre auquel on ajoute ou soustrait 1, la variation sera la même ; par contre, il faut utiliser la multiplication par 2 sur le nombre le plus grand possible.

Donc : commencer par ajouter 1, puis multiplier par 2 et soustraire 1 en dernier.

142 Chimpanzé (2)

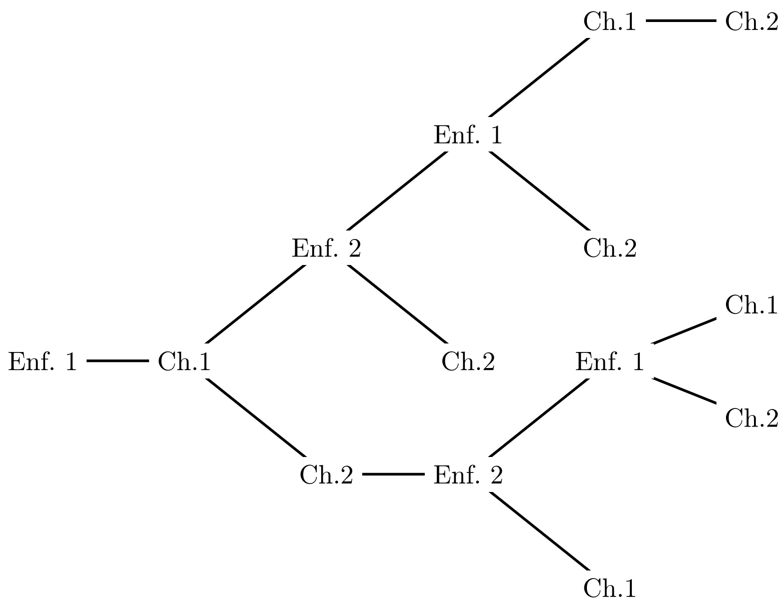
Énigme

Deux enfants et deux chimpanzés jouent avec une balle.
C'est un enfant qui commence la partie.
Il envoie la balle à un chimpanzé.
Quand un chimpanzé reçoit la balle, il l'envoie à un joueur (enfant ou chimpanzé) qui ne l'a jamais envoyée.
S'il ne peut pas le faire, la partie s'arrête.
Quand un enfant reçoit la balle, il l'envoie à un joueur (enfant ou chimpanzé) qui n'est pas celui qui vient de lui envoyer la balle.

Combien de fois, au maximum, la balle sera-t-elle envoyée au cours de cette partie ?

FFJM, 33ème Championnat des jeux mathématiques et logiques, 2019, Finale, Jour 1, Catégorie CM

La balle sera envoyée au maximum 5 fois au cours de la partie :



143 Cigale

Énigme

Cent jours d'été durant, une fourmi récolte
Onze grains du matin au soir ; plus désinvolte
La cigale en ramasse trois, faisant des vers
Pour plaire à la fourmi pendant les nuits d'hiver.
Sachant qu'il suffira, à chacune, trois grains
Pour chaque jour froid et venteux,
Pendant combien de jours la cigale aura faim,
La fourmi prêtant ce qu'elle peut ?

« La cigale et la fourmi », *Les jeux du Kangourou des collèges*, 1995

La cigale et la fourmi ont récolté 1 400 grains.
$(11 + 3)$ grains par jour pendant 100 jours.

Les jours froids et venteux représentent 265 jours.
365 jours dans l'année – 100 jours d'été

La fourmi aura donc besoin de 795 grains.
3 grains par jour pendant 265 jours

Il restera donc 605 grains pour la cigale alors qu'elle aura besoin de 795 grains.
1 400 grains au total – 795 grains pour la fourmi

Il manquera donc 190 grains à la cigale (soit presque 63 jours de vivre).
$795 - 605 = 190$
$190 \div 3 \approx 63{,}3$

144 Cigogne

Énigme

Une cigogne peut soulever un panier contenant un panier de 4 kg au maximum.
Quand deux cigognes unissent leurs forces, elles peuvent soulever le même panier avec un bébé de 10 kg maximum.

Combien pèse le panier vide ?
A) 1 kg B) 2 kg C) 3 kg D) 4 kg E) 5 kg

Concours Kangourou des mathématiques, « Sujet B », 2012

Réponse **B**

De la première information, on déduit que 2 cigognes peuvent porter, au maximum, 2 paniers et 8 kg.
En comparant à la seconde information (2 cigognes peuvent porter, au maximum, 1 panier et 10 kg), on déduit qu'un panier pèse $10 - 8$, soit 2 kg.

145 Coccinelle (1)

Énigme

Trois coccinelles marquées A, B et C sont cachées dans des galeries souterraines.
Dans chaque galerie, un bouquet de fleurs trône à l'entrée.
- Galeries : Est, Nord et Sud ;
- Fleurs : lilas, marguerites et roses.

1. La coccinelle de la galerie Sud respire les odeurs des roses placées à l'entrée de sa demeure.
2. Cette même coccinelle aimerait visiter la coccinelle B qui demeure dans la galerie Nord.
3. La coccinelle C fait des mots croisés chez elle près du bouquet de marguerites.

En regard de chaque coccinelle, déterminez le nom de sa galerie et la sorte de fleurs qu'on y trouve.

« Trio de coccinelles », `http://www.charleries.net/`

La coccinelle A demeure dans la galerie Sud et respire les roses.

La coccinelle B demeure dans la galerie Nord et respire le lilas.

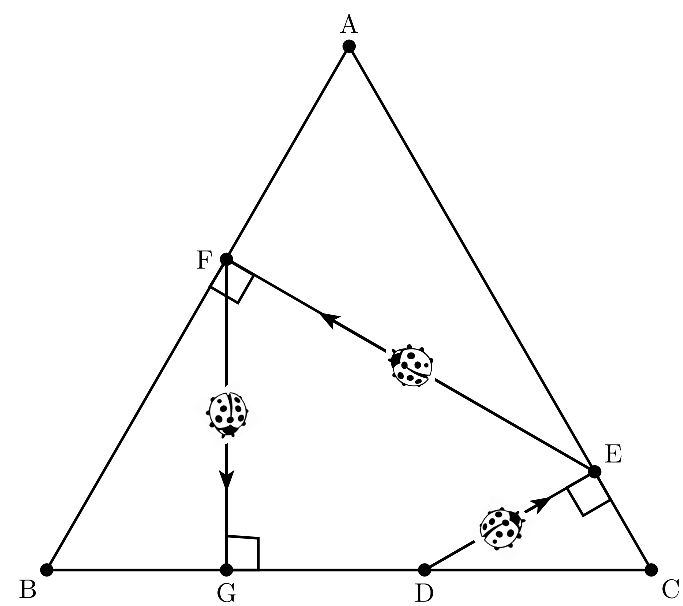
La coccinelle C demeure dans la galerie Est et respire les marguerites.

146 Coccinelle (2)

Énigme

Une coccinelle se promène dans un triangle équilatéral ABC de côté 12 cm.
Partant d'un point D du côté [BC], elle se dirige vers le côté [AC] suivant le chemin le plus court : elle l'atteint en E.
De là elle repart en direction du côté [AB] suivant le chemin le plus court : elle l'atteint en F.
De même, elle repart en direction de [BC], qu'elle atteint en G.

Où faut-il placer le point de départ D sur [BC] pour que le point G soit confondu avec D ?



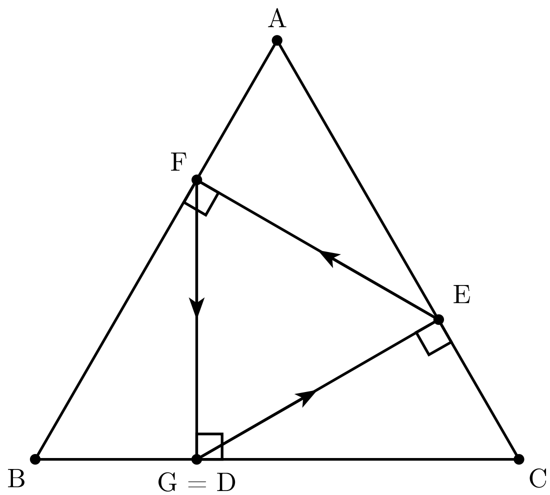
« Le retour de la coccinelle », Rallye mathématique sans frontière, $3^{\text{ème}}$-2^{nde}, 2010

Si l'on note x la distance CD, on a $\mathrm{CE} = x \times \cos 60° = \dfrac{x}{2}$ puis $\mathrm{AE} = 12 - \dfrac{x}{2}$ et ainsi de suite.

D = G donne l'équation $\dfrac{12 - \dfrac{12 - \dfrac{x}{2}}{2}}{2} = 12 - x$.

On obtient $x = 8$.

(D est donc au premier tiers du segment [BC] en partant de B)



147 Cochon

Énigme

Une fermière a élevé 13 cochons.
Elle décide de les vendre.
Du premier, elle obtient 450 €, puis elle baisse le prix de moitié pour vendre la moitié des autres.
Elle baisse encore le prix d'un tiers pour vendre le tiers des cochons restants.
Le quart des cochons restants est vendu avec une nouvelle baisse d'un quart du prix précédent.
Enfin, elle décide de donner les derniers à sa voisine.

Quel est le prix total recueilli par la fermière ?

« Petit élevage », Rallye Bombyx, Académie de Montpellier, Janvier 2005, Demi-finale $4^{\text{ème}}$

Le premier cochon est vendu 450 €.

Il en reste alors 12.

La fermière en vend 6 à 225 €. $6 \times 225 = 1\,350$

Il en reste 6.

Elle en vend le tiers, c'est-à-dire 2, avec une baisse du tiers du prix, c'est-à-dire 75 €.

$225 - 75 = 150$ et $2 \times 150 = 300$.

Il en reste 4.

Elle en vend le quart, donc 1, avec une baisse du quart du prix, donc 37,50 €. ($150 \div 4 = 37{,}5$)

$150 - 37{,}5 = 112{,}5$

$450 + 1\,350 + 300 + 112{,}50 = 2\,212{,}50$

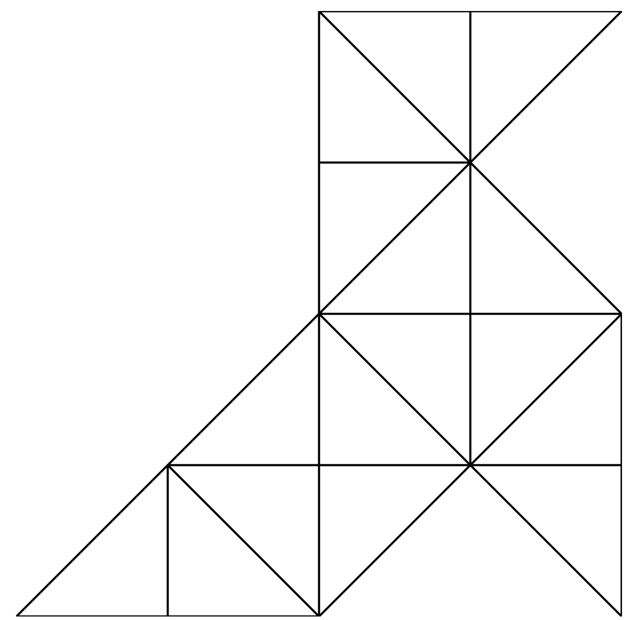
La fermière récupère 2 212,50 € de la vente de ses cochons.

(Elle a donné 3 cochons à sa voisine)

148 Cocotte

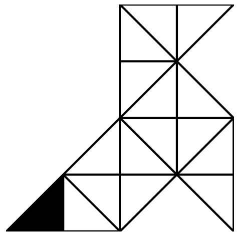
Énigme

Combien y a-t-il de triangles dans cette figure ?

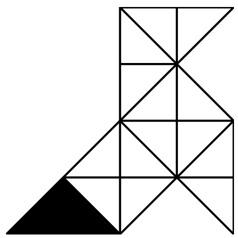


Rallye mathématique de Loire-Atlantique, Première épreuve, CM2-6e, 2011

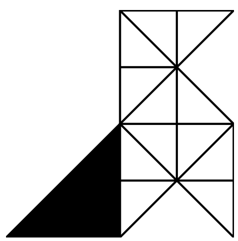
Il y a 16 triangles d'aire 1 :



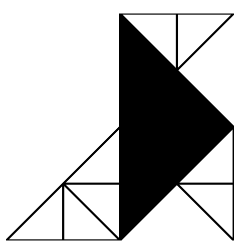
Il y a 12 triangles d'aire 2 :



Il y a 6 triangles d'aire 4 :



Il y a 1 triangle d'aire 8 :



Soit un total de 35 triangles.

149 Colombe

Énigme

Un magicien a 47 colombes réparties dans 2 chapeaux.
11 colombes s'envolent du chapeau bleu et 8 colombes s'envolent du chapeau rouge.
Il y a maintenant le même nombre de colombes dans chaque chapeau.

Combien y avait-il de colombes dans le chapeau bleu et dans le chapeau rouge avant que les colombes ne s'envolent ?

« Magiques colombes », Rallye math 92, CM1, 2017-2018

Après l'envol des colombes, il en reste dans les chapeaux $47 - 11 - 8 = 28$.

Comme il y en a autant dans les deux chapeaux, il y en a donc dans chaque chapeau $28 \div 2 = 14$.

Il y avait donc initialement $11 + 14 = 25$ colombes dans le chapeau bleu et $8 + 14 = 22$ colombes dans le chapeau rouge.

150 Coq (1)

Énigme

Le prix d'un coq est 5 qian ; celui d'une poule est 3 qian et le prix de 3 poussins est 3 qian.

Si, pour 100 qian, on achète 100 volailles, combien y a-t-il de coqs, de poules et de poussins ?

Ce problème, connu sous le nom du « problème des cent volailles », a traversé les différentes cultures : on le trouve de façon semblable avec Zhang Qiujian, Alcuin (vers 735-804), Sridharacarya (vers 850-950) et Abu Kamil (vers 900), où le nombre de solutions est variable chez leurs auteurs (de une, particulière, à l'ensemble complet). L'énoncé ci-dessus est le problème 3-27 du *Zhang Qiujian Suanjing* (*Neuf chapitres sur l'art du calcul*).

Avec nos notations modernes (et anachroniques par rapport aux différentes époques où le problème a été posé), ce problème se traduit aisément par le système suivant :

$$\begin{cases} 5\,x + 3\,y + \dfrac{1}{3}\,z = 100 \\ x + y + z = 100 \end{cases}$$

On suppose, d'après l'énoncé, qu'aucune de ces trois valeurs n'est nulle.
Ce système est équivalent à $\begin{cases} 15\,x + 9\,y + z = 300 \\ x + y + z = 100 \end{cases}$.
La seconde équation donne $z = 100 - x - y$.
En remplaçant cette valeur dans la première équation, il vient :
$15\,x + 9\,y + 100 - x - y = 300$
puis $14\,x + 8\,y = 200$ puis $7\,x + 4\,y = 100$.
D'où $y = 25 - \dfrac{7}{4}\,x$.
Or y est un entier naturel.
On en déduit que x est un multiple de 4 et s'écrit donc sous la forme $x = 4\,k$ (k entier naturel non nul).
De là, $y = 25 - 7\,k$.
Comme y est un entier naturel, on déduit que k appartient à $\{1\,;\,2\,;\,3\}$.
On obtient ensuite $z = 100 - 4\,k - (25 - 7\,k) = 100 - 4\,k - 25 + 7\,k$, soit $z = 75 + 3\,k$.

Zhang Qiujian a donné les *trois* solutions possibles (non nulles), qui sont $(x,\, y,\, z) = (4,\, 18,\, 78)$, $(8,\, 11,\, 81)$ ou $(12,\, 4,\, 84)$.

Les trois solutions ont été pendant longtemps difficiles à *prouver* par les mathématiciens.
Le mathématicien chinois propose la réponse suivante.
Réponse : 4 coqs valant 20 qian 18 poules valant 54 qian et 78 poussins valant 26. Autre réponse : 8 coqs valant 40 qian, 11 poules valant 33 qian et 81 poussins valant 27 qian. Autre réponse : 12 coqs valant 60 qian, 4 poules valant 12 qian et 84 poussins valant 28 qian.
Son traité indique comment passer d'une solution à une autre :
Les coqs chaque [fois] sont augmentés de 4 ; les poules chaque [fois] sont diminuées de 7 ; les poussins chaque [fois] sont augmentés de 3. C'est le résultat.

151 Coq (2)

Énigme

De combien de manières différentes peut-on lire le mot COQ en suivant les lettres qui se touchent ?

		C		
	C	O	C	
C	O	Q	O	C
	C	O	C	
		C		

D'après *199 jeux pour insomniaques et autres esprits éveillés*, P. Berloquin, Éd. Acropole

Comptons en fonction du premier C.
- chaque C situé à un coin donne 1 COQ, soit au total 4 ;
- chaque C situé sur le côté donne 2 COQ, soit au total 8.

On obtient en définitive 12 COQ.

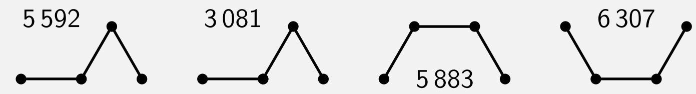
152 Coq (3)

Énigme

En souvenir de la magnifique crête du coq de Carolane, William a décidé de représenter les nombres en dessinant des crêtes.
Chaque point correspond à un chiffre.
Après le premier point, le deuxième et les suivants sont disposés ainsi :

1. en diagonale en haut si le chiffre est plus grand que le précédent,
2. sur la même ligne si le chiffre est identique ou s'il est 0,
3. en diagonale en bas si le chiffre est plus petit que le précédent.

Quand les points sont disposés, William les relie par un trait continu.
Voici la représentation de quatre nombres en crêtes :



Les deux premiers nombres sont représentés par la même crête ; les deux derniers par des crêtes différentes.

Combien peut-on compter de crêtes différentes dans l'ensemble des nombres de 100 à 999 ?

« Coq de Carolane », http://recreomath.qc.ca/

Après avoir dessiné le premier point, on dessine un point en haut, un point en vis-à-vis et un point en bas : on peut dessiner trois segments.

À partir de chacun de ces trois points, on peut dessiner trois points.

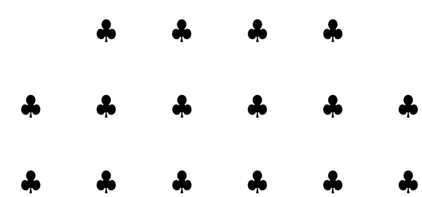
$3 \times 3 = 9$: on peut compter neuf crêtes différentes de 100 à 999.

153 Coq (4)

Énigme

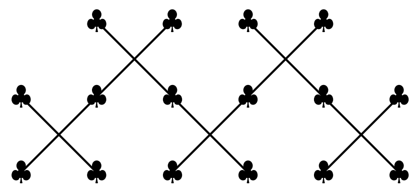
Horace dessine 16 trèfles et les dispose comme ci-dessous.
Il dit à son ami :
« Pose un coq sur un trèfle et laisse-le circuler en passant de trèfle en trèfle en ligne et en colonne, jamais en diagonale.
Le coq ne peut pas passer deux fois au même endroit sauf sur les trèfles.
Quand le coq aura terminé sa course, compte le nombre d'espaces fermés constitués de quatre trèfles. »

Combien le coq peut-il au maximum réaliser d'espaces fermés ?



« Trèfles d'Horace », *Récréations géométriques*, Problème 75 B, Site Recreomath

Par exemple, le coq peut partir du deuxième trèfle du haut et se diriger vers la gauche, vers le bas, vers la gauche, vers le bas, vers la droite, vers le haut toujours horizontalement ou verticalement. Il vient de réaliser un espace fermé.
Il continue vers la droite, vers le bas, vers la droite, vers le haut, vers la gauche, etc.



On peut réaliser cinq espaces fermés qui sont indiqués par un X touchant à quatre trèfles.

154 Corneille

Énigme

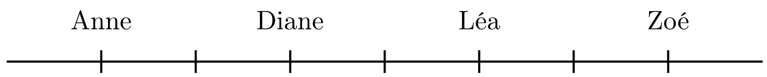
Quatre corneilles, Diane, Anne, Léa et Zoé sont assises sur un fil.
Diane est entre Anne et Léa, exactement au milieu.
Il y a la même distance entre Anne et Diane qu'entre Léa et Zoé.
Diane est assise à 4 mètres de Zoé.

Quelle distance sépare Anne et Zoé ?

A) 5 m B) 6 m C) 7 m D) 8 m E) 9 m

Réponse B.

La figure ci-dessous traduit l'énoncé :



S'il y a 4 m entre Diane et Zoé, il y a alors 2 m entre Diane et Anne.

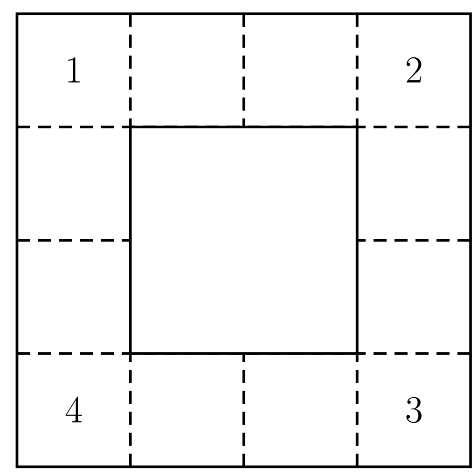
Il y a donc 6 m entre Anne et Zoé.

155 Couette

Énigme

Suzanne veut insérer des figures d'animaux tout le long de la couette représentée ci-dessous.
Elle a à sa disposition 1 tête de canard, 2 têtes de mouton, 3 têtes de cochon, ..., 11 têtes de vache et 12 têtes de poule.
Elle décide que chacune des zones contiendra un seul animal à la fois.
Plutôt que d'insérer aléatoirement ces figures, elle décide aussi que, sur chacun des quatre bords de la couette, il y aura la même nombre total d'animaux.

Compléter la couette en y insérant les autres nombres, de 5 à 12.



D'après un défi de calcul proposé par Clifford Pickover

Calculons la somme S des quatre nombres sur chaque côté :
$4\,S = (1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12) + (1+2+3+4)$
donc $4\,S = 88$
donc $S = 22$

1	a	b	2
h			c
g			d
4	f	e	3

On déduit :
$a + b = 22 - (1+2) = 19$
$c + d = 22 - (2+3) = 17$
$e + f = 22 - (3+4) = 15$
$g + h = 22 - (1+4) = 17$

Six solutions :

1	11	8	2
5			10
12			7
4	6	9	3

1	10	9	2
5			11
12			6
4	7	8	3

1	12	7	2
6			9
11			8
4	5	10	3

1	10	9	2
6			12
11			5
4	7	8	3

1	11	8	2
7			12
10			5
4	6	9	3

1	12	7	2
8			11
9			6
4	5	10	3

(Les nombres des paires (a, b), (c, d), (e, f) et (g, h) peuvent être permutés sans que cela change les solutions !)

156 Couleuvre

Énigme

Deux couleuvres se chauffent au soleil.
Trois oiseaux numérotés 2, 3, 7 vont et viennent narguer les couleuvres.
Chaque fois qu'une couleuvre voit un de ces oiseaux, elle note son numéro.
À la fin, chacune additionne les numéros.
La couleuvre rayée a une somme de 42 et la tachetée 60.
La couleuvre tachetée a vu une fois de plus que la rayée l'oiseau 3 et l'oiseau 7.
La couleuvre rayée a vu trois fois l'oiseau 2.

Combien de fois la tachetée a-t-elle vu l'oiseau 2 ?

« Couleuvres narguées », `http://recreomath.qc.ca/`

La couleuvre rayée a une somme de 36 pour les oiseaux 3 et 7, car elle a vu trois fois l'oiseau 2.

Comme la couleuvre tachetée a vu une fois de plus que la rayée l'oiseau 3 et l'oiseau 7, on soustrait 10 à 60 et on obtient 50.

$50-36 = 14$. C'est ce qui reste pour l'oiseau 2 vu par la tachetée. $14 \div 2 = 7$. La couleuvre tachetée a vu sept fois l'oiseau 2.

À titre complémentaire, le tableau suivant indique la répartition des oiseaux.

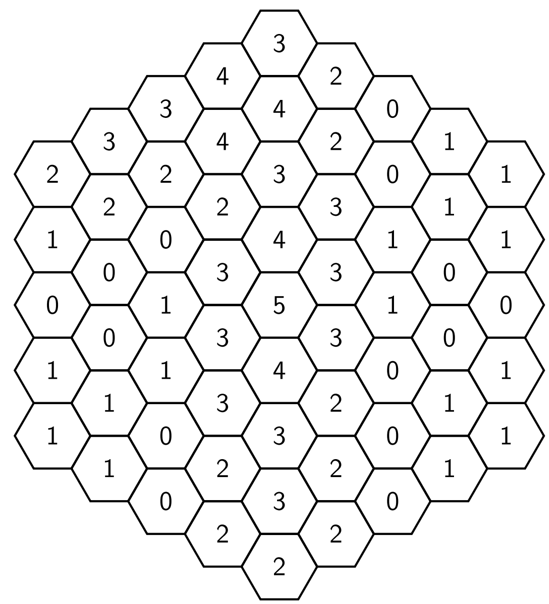
Oiseau	2	3	7
Couleuvre rayée	3	5	3
Couleuvre tachetée	7	6	4

157 Crapaud (1)

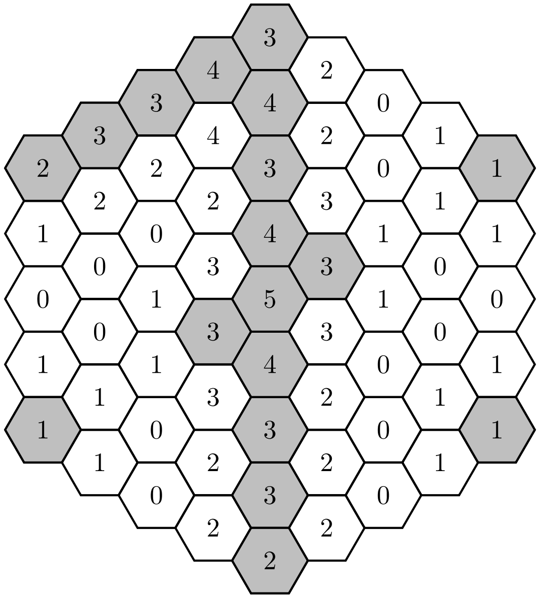
Énigme

Mme Crapaud a pondu un œuf dans chacune des 61 cellules hexagonales.
Certains sont stériles ; les autres, fécondés, donneront naissance à un beau têtard dans sept jours.
Sur chaque cellule est indiqué le nombre de cellules adjacentes contenant un œuf fécondé, plus elle, même si elle contient un œuf fécondé.
(Deux cellules sont considérées comme adjacentes si elles ont un côté commun)

Colorier les cellules contenant un œuf fécondé.



« Les z'œufs sont faits. . . », Rallye mathématique d'Aquitaine, 2013



158 Crapaud (2)

Énigme

Une sorcière mange cinq crapauds par jour sauf les jours où elle regarde la télé.
Elle en mange alors dix.
En neuf jours, elle a mangé soixante crapauds.

Combien de jours a-t-elle regardé la télé ?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 6 E) 9

Concours Kangourou des mathématiques, 2019, Sujet B

Réponse **C**

Chaque jour où elle regarde la télé, la sorcière mange 5 crapauds de plus.
Si elle n'avait jamais regardé la télé, elle aurait mangé $9 \times 5 = 45$ crapauds.
Or elle en a mangé $60 - 45 = 15$ de plus.
Elle a donc regardé 3 fois la télé.

159 Crocodile

Énigme

On a découvert en Afrique un drôle de crocodile.
La longueur de sa queue est le tiers de sa longueur totale, sa tête a pour longueur 93 centimètres et cette longueur est le quart de la longueur du crocodile sans sa queue.

Quelle est la longueur de ce crocodile en centimètres ?

A) 558 B) 496 C) 490 D) 372 E) 186

Réponse A.

La partie du crocodile sans la queue mesure 93×4, soit 372 cm.

Cette longueur est les deux tiers de la longueur totale.

La longueur du crocodile est donc de $372 \times \dfrac{3}{2}$ cm, soit 558 cm.

160 Dindon

Énigme

Lisa fait l'élevage de dindons, de poules et de lapins, en tout 618 bêtes.
Son voisin, un devin nommé Ernest, lui prodigue des conseils pour répartir ses bêtes.
« Si tu veux éloigner les foudres du ciel, place d'abord 21 bêtes par enclos : neuf dindons, cinq lapins et sept poules. Lorsque tu n'auras plus de dindons, compose des enclos de six lapins et de neuf poules.
— As-tu tenu compte du fait que je veux utiliser le moins d'enclos possible ?
— Lisa, tu sais bien que oui. »
Lisa met à exécution le conseil d'Ernest. Toutes les bêtes sont alors en enclos.

Combien Lisa a-t-elle de dindons, de lapins et de poules ?

« Foudres du ciel », Défi 100 de la série A du site Récréomath

On suppose que Lisa place ses 618 bêtes dans des enclos de 21 bêtes.
Cela prendra alors $618 \div 21 = 29{,}42\ldots$ enclos.

Si elle utilise 29 enclos, elle pourra placer $29 \times 21 = 609$ bêtes.

Il reste à placer neuf bêtes au deuxième tour, ce qui impossible car cela prend au moins 15 bêtes.

On suppose qu'on a 28 enclos.

Cela permet de placer $28 \times 21 = 588$ bêtes.

Les 30 bêtes qui restent, des lapins et des poules, peuvent être placées dans deux enclos.

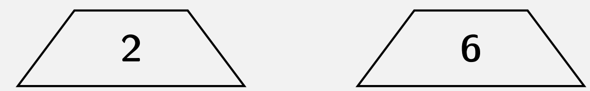
Calculons le nombre de bêtes.
Au premier tour, Lisa place $28 \times 9 = 252$ dindons, $28 \times 5 = 140$ lapins et $28 \times 7 = 196$ poules. Au deuxième tour, elle place 12 lapins et 18 poules.

Lisa a 252 dindons, 152 lapins et 214 poules.

161 Dinosaure

Énigme

Les squelettes de dinosaures du Museum d'Histoire Naturelle sont numérotés dans l'ordre, à partir de 1.
On a utilisé, pour les numéroter, des étiquettes portant chacune un chiffre de 0 à 9 (deux de ces étiquettes sont représentées ci-dessous, vues de face).



On sait que l'on a utilisé 29 étiquettes portant le numéro 0, et 38 portant le numéro 9.

Combien le Museum compte-t-il de squelettes de dinosaures ?

« Le numérotage des dinosaures », 8$^{\text{ème}}$ Championnat International de Jeux Mathématiques et Logiques

Le tableau ci-dessous montre que pour numéroter des objets de 1 à 199 inclus, on doit utiliser 29 fois le chiffre « 0 » et 40 fois le chiffre « 9 ». Si l'on s'arrête à 198, on économise deux chiffres « 9 » (les deux « 9 » de 199), ce qui limite à 38 le nombre de chiffres « 9 » utilisés. On vérifie qu'en dessous de 198, on utilise moins de de 38 chiffres « 9 ».

	nombre de « 0 »		nombre de « 9 »	
		(cumul)		(cumul)
de 1 à 9	0	0	1	1
de 10 à 19	1	1	1	2
de 20 à 29	1	2	1	3
...	...	...	...	...
de 80 à 89	1	8	1	9
de 90 à 99	1	9	11	20
de 100 à 109	11	20	1	21
de 110 à 119	1	21	1	22
de 120 à 129	1	22	1	23
de 130 à 139	1	23	1	24
...	...	...	...	...
de 180 à 189	1	28	1	29
de 190 à 199	1	29	11	40
de 200 à 209	11	40	1	41

Le Museum compte donc 198 squelettes de dinosaures.

162 Dragon (1)

Énigme

Il est bien connu que Saint Georges a terrassé de terribles dragons.
Ce que la légende ne dit pas c'est qu'il a dû affronter un dragon plus terrible que les autres car il avait plusieurs têtes et plusieurs queues.
D'un coup d'épée, Saint Georges pouvait couper soit une deux têtes soit une ou deux queues.
Mais le dragon avait des pouvoirs magiques : lorsque le saint lui coupait seulement une tête, il en repoussait une autre.
En revanche, avec deux têtes coupées d'un seul coup d'épée, rien ne repoussait.
Enfin, pour une queue coupée, il en repoussait deux et pour deux queues coupées d'un coup, une tête repoussait.
Le saint n'avait pu venir à bout de l'horrible bête que lorsque le dragon n'avait plus ni queue ni tête.

Saint Georges a dû affronter un dragon à trois têtes et à trois queues.
Comment a-t-il fait pour tuer le dragon en économisant ses forces ?

Cette énigme a été proposée dans la revue *Pour la Science* en juillet 1994. Elle était référencée « numéro 2 » dans la rubrique « Jeu-concours ».

Le dragon meurt après 9 coupes.

QQQTTT

1. **1.** Le chevalier coupe *2 têtes* :
   il reste $3 - 2 = 1$ tête et 3 queues. QQQT
2. **2.** Le chevalier coupe *2 queues* :
   il reste $1 + 1 = 2$ têtes et $3 - 2 = 1$ queue. QTT
3. **3.** Le chevalier coupe *1 queue* :
   il reste 2 têtes et $1 - 1 + 2 = 2$ queues. QQTT
4. **4.** Le chevalier coupe *1 queue* :
   il reste 2 têtes et $2 - 1 + 2 = 3$ queues. QQQTT
5. **5.** Le chevalier coupe *1 queue* :
   il reste 2 têtes et $3 - 1 + 2 = 4$ queues QQQQTT
6. **6.** Le chevalier coupe *2 queues* :
   il reste $2 + 1 = 3$ têtes et $4 - 2 = 2$ queues. QQTTT
7. **7.** Le chevalier coupe *2 queues* :
   il reste $3 + 1 = 4$ têtes et $2 - 2 = 0$ queue. TTTT
8. **8.** Le chevalier coupe *2 têtes* :
   il reste $4 - 2 = 2$ têtes et 0 queue. TT
9. **9.** Le chevalier coupe *2 têtes* :
   il reste $2 - 2 = 0$ tête et 0 queue. X

Cette solution n'est pas unique. En voici une autre.

1. **1.** Couper, trois fois successivement, une queue.
2. **2.** Puis couper, trois fois successivement, deux queues.
3. **3.** Puis couper, trois fois successivement, deux têtes.

QQQTTT $\rightarrow$ QQQQTTT $\rightarrow$ QQQQQTTT $\rightarrow$ QQQQQQTTT $\rightarrow$ QQQQTTTT $\rightarrow$ QQTTTTT $\rightarrow$ TTTTTT $\rightarrow$ TTTT $\rightarrow$ TT $\rightarrow$ X

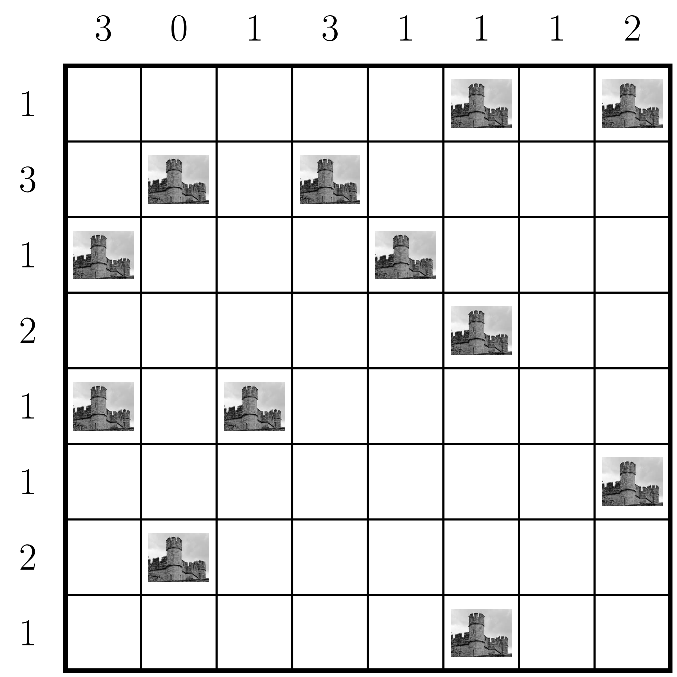
9 est le nombre minimum de coupes.

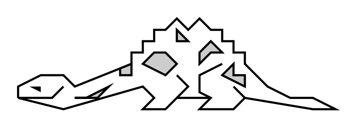
163 Dragon (2)

Énigme

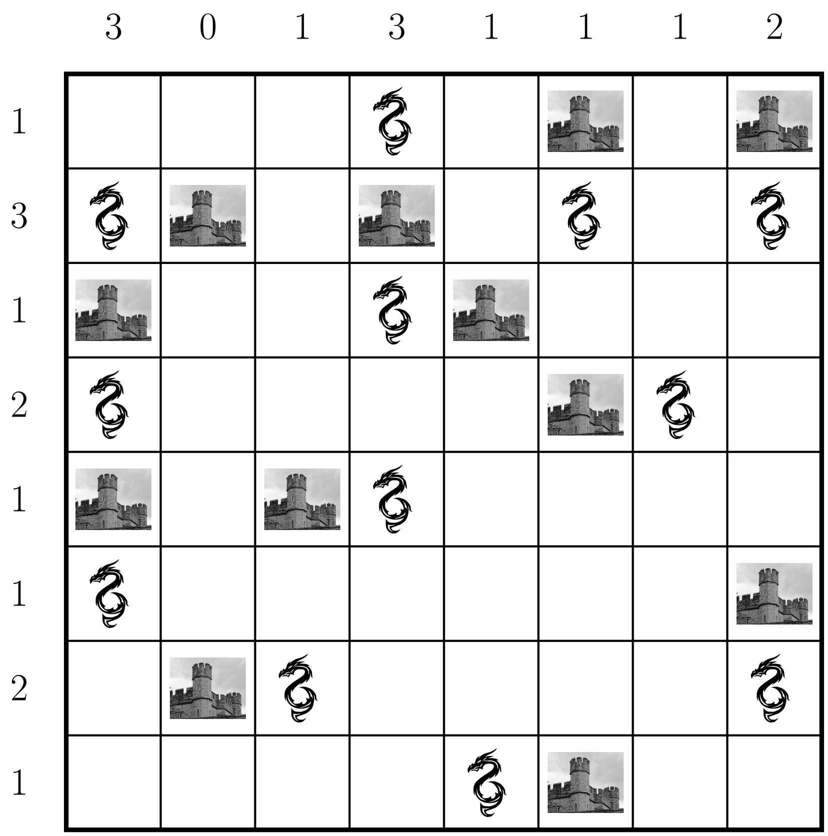
La grille ci-dessous représente un territoire où se trouvent douze châteaux et leurs dragons attitrés.
Chaque dragon est attaché au pied d'un château. La case représentant un dragon est adjacente par un côté à celle de son château.
Les nombres autour de la grille indiquent les nombre des dragons dans chaque ligne ou colonne.
Il peut y avoir deux dragons dont les cases juxtaposent celles d'un château mais un seul est attaché au château.

Retrouver les emplacements des douze dragons.





164 Dragon (3)

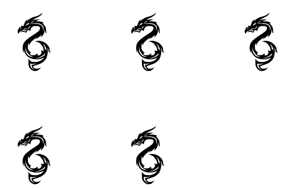


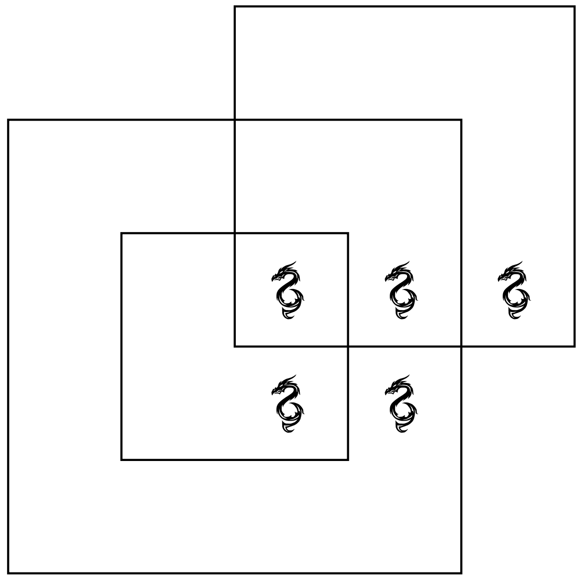
Énigme

Dans la Terre du Milieu, le paysan Morgoth a 5 dragons très agressifs.

Comment faire pour les isoler dans des enclos carrés différents ?

Le problème consiste à dessiner 3 carrés, superposés, qui permettent de placer chaque dragon dans une zone et que, dans chaque zone, il n'y ait qu'un dragon.





165 Dragon (4)

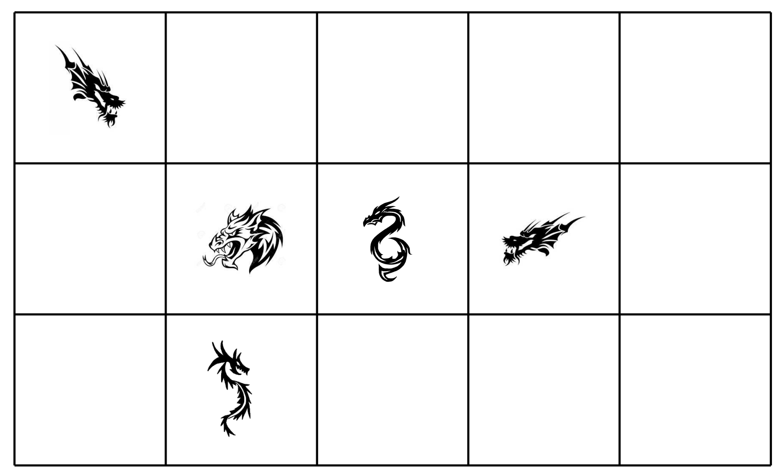
Énigme

Pas moins de cinq espèces différentes de dragons sont réunies dans la grotte !
Malheureusement, le lieu est très sombre, ce qui empêche de les distinguer convenablement...

Retrouve l'emplacement de tous les dragons, sachant qu'ils sont regroupés par espèces et que toutes les espèces ne comptent pas le même nombre d'individus.

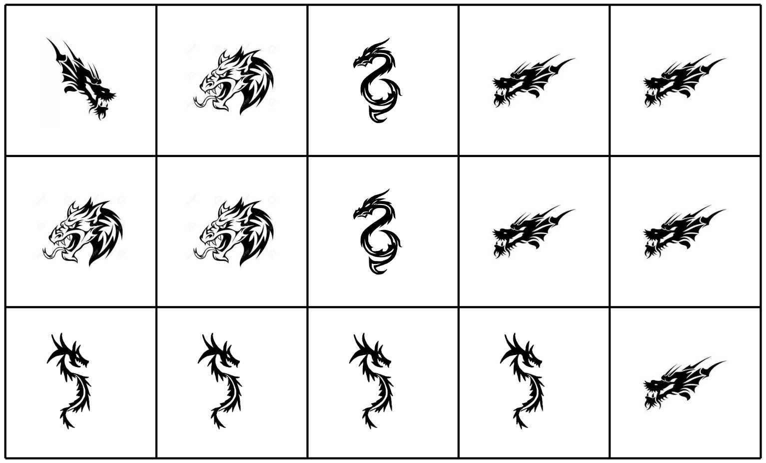
Cette grotte abrite :

1 dragon des glaces	2 dr. des volcans	3 dr. des forêts	4 dr. des montagnes	5 dr. des mers



« La grotte des dragons », *Enigma Junior*, n° 6, Juillet-Août 2006

Le second dragon des volcans doit être dans la première ligne sinon il ne reste plus de place pour les dragons des montagnes.
On peut alors placer les dragons des forêts et terminer le remplissage.

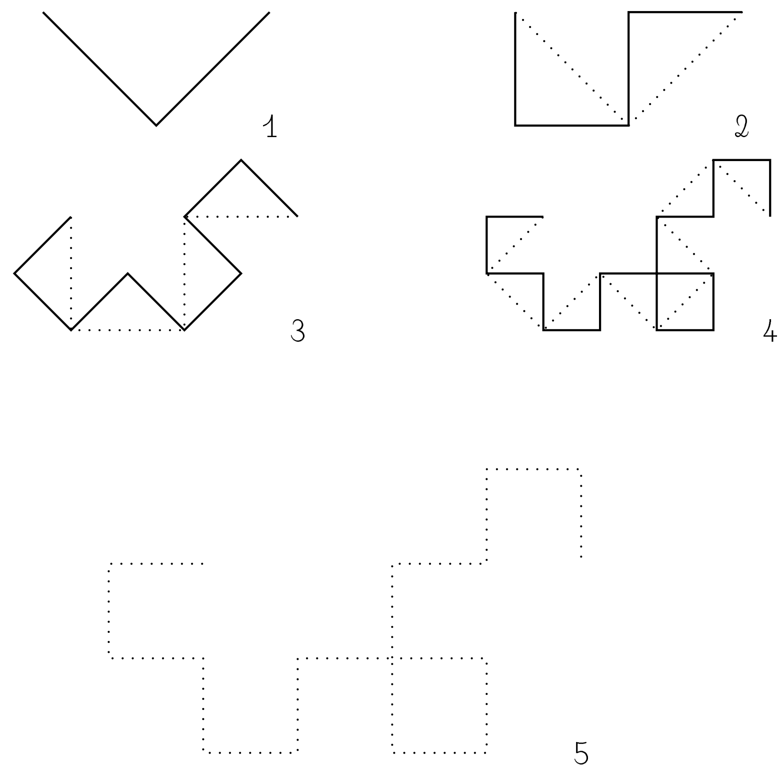


166 Dragon (5)

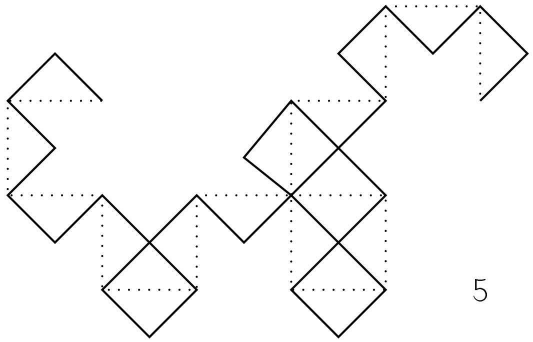
Énigme

Une feuille de papier est pliée successivement de moitié en moitié toujours dans le même sens.
Après un pliage, la feuille est ouverte et disposée de telle façon que tous les angles soient droits.
Les figures suivantes représentent les premiers pliages.
Les lignes en pointillés représentent le pliage précédent.

Dessiner le pliage de l'étape 5.



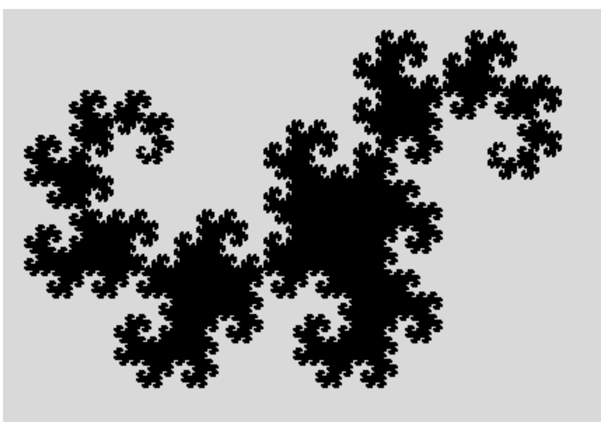
Ce procédé a été imaginé par John Heighway. La « courbe du dragon » (ou « fractale du dragon ») est la « limite » de cette courbe.



5

La construction se fait de la manière suivante : partir d'un segment de base puis, en suivant la courbe, remplacer chaque segment par deux segments à angle droit en effectuant une rotation de 45° alternativement à droite puis à gauche.

La suite S des sens gauche (G) ou droite (D) des plis à l'étape n est la suivante : $S_1 = G$, $S_2 = GGD$, $S_3 = GGDGGDD$, ... Le terme S_n est obtenu du précédent en intercalant alternativement des D et des G, en commençant par un G. Par exemple, $S_4 = GGDGGDDGGGDDGDD$.



167 Dragon (6)

Énigme

Un dragon a cinq têtes.
Chaque fois qu'on lui en coupe une, il lui en repousse cinq.

Si on coupe, une par une, six têtes à ce dragon, combien de têtes aura-t-il finalement ?

A) 25 B) 28 C) 29 D) 30 E) 35

Concours Kangourou des mathématiques, « Sujet C », 2012

Réponse **C**

Chaque fois qu'on lui coupe une tête, le dragon en gagne $5 - 1 = 4$.
En lui coupant 6 têtes, il en gagne $6 \times 4 = 24$.
Il en a alors $5 + 24 = 29$.

168 Dromadaire

Énigme

Nous nous approchons d'une oasis et nous apercevons des chameaux et des dromadaires dans un enclos.
Nous voyons 7 bosses au-dessus de la barrière mais ne voyons pas les têtes.

Combien de chameaux et de dromadaires sont cachés derrière la barrière ?
Il y a plusieurs possibilités.

« Chameaux et dromadaires », Énigme 4, Cycle 1, Semaine des mathématiques, Académie de Bordeaux, 2019

Il y a trois solutions (il y a au moins un chameau et un dromadaire) :
- 1 chameau et 5 dromadaires ;
- 2 chameaux et 3 dromadaires ;
- 3 chameaux et 1 dromadaires.

169 Dromeau

Énigme

Dans un pays lointain vivent deux sortes d'animaux : les dromeaux (à 3 bosses) et les chamadaires (à 4 bosses).
Dans ce troupeau où sont mélangées les deux sortes d'animaux, on peut compter 85 têtes et 269 bosses.

Quel est le nombre de dromeaux ?

« Ça bosse ! », Tournoi de Saint Michel en l'Herm, 1990

On désigne par c et par d les nombres respectifs de chamadaires et de dromeaux.

« On peut compter 85 têtes » se traduit par :

$$c + d = 85$$

La première équation est équivalente à :

$$4\,c + 4\,d = 340$$

« On peut compter 269 bosses » se traduit par :

$$4\,c + 3\,d = 269$$

Quand on soustrait cette équation à la précédente, on trouve $d = 71$.

Il y a donc 71 dromeaux (et par conséquent 14 chamadaires).

170 Écureuil (1)

Énigme

Un écureuil engrange, engrange ses noisettes (il en a plus de trois) pour sa retraite hivernale.
S'il compte ses noisettes par 2, il lui en reste une.
S'il les compte par 3, il en reste une.
S'il les compte par 4 il en reste une.

Combien de noisettes avait-il au moins ?

« L'écureuil », Concours « 1, 2, 3, Mathématiques de l'an 2000 », ACDS, Collégiens

À l'évidence, il faut tenir compte des 3 conditions à la fois.

S'il n'y avait eu que la première condition, 3 noisettes était la réponse.
S'il n'y avait eu que la seconde condition, 4 noisettes était la réponse.
S'il n'y avait eu que la troisième condition, 5 noisettes était la réponse.

Il n'est pas très difficile de découvrir pourquoi !

Pour les trois conditions à la fois, 13 (c'est à dire $12+1$) suffisent. Pourquoi ce « 12 » ? Parce que c'est un multiple commun de 2, 3 et 4 ; et que c'est même le plus petit multiple commun de ces 3 nombres.

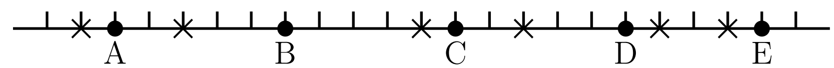
Il avait donc 13 noisettes au moins.

171 Écureuil (2)

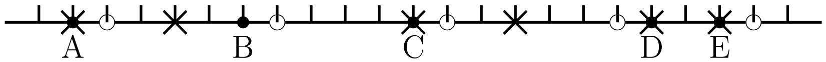
Énigme

Cinq écureuils A, B, C, D et E sont assis en ligne.
Ils attrapent les six noisettes marquées par une croix.
Ils courent tous à la même vitesse.
Chaque écureuil court vers la noisette la plus proche.
Dès qu'il l'a attrapée, il court vers la suivante la plus proche.

Quel est l'écureuil qui attrapera deux noisettes ?



Voici la situation quand les premières noisettes sont attrapées (en même temps par A, C D et E).



Il ne reste que deux noisettes à attraper ; l'une sera pour B (sa première), qui devancera A, et l'autre pour C (sa seconde), qui devancera D.

Les deux noisettes seront donc attrapées par l'écureuil C.

172 Écureuil (3)

Énigme

Quatre écureuils ont mangé 11 noix au total.
Chacun a mangé au moins une noix.
Aucun n'en a mangé le même nombre qu'un autre.
Trois écureuils ont mangé 9 noix à eux trois.
L'un a mangé trois noix exactement.

Combien de noix a mangé celui qui en a mangé le plus ?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Réponse C.

Un des écureuils a mangé 2 noix $(11 - 9)$.
Un autre a mangé exactement 3 noix.
Et donc les deux derniers ont mangé $11 - 3 - 2$, soit 6 noix.
Sachant que tout écureuil a mangé au moins une noix et que deux n'en ont pas mangé le même nombre, les deux derniers écureuils ne peuvent qu'avoir mangé 5 et 1 noix.
Celui qui en a mangé le plus en a mangé 5.

173 Écureuil (4)

Énigme

Quatre écureuils ont dégusté 1 999 noisettes.
Chacun en a mangé au moins 100.
C'est le premier qui en a mangé le plus.
Le deuxième et le troisième en ont mangé 1 265 à eux deux.

Combien de noisettes a mangé le premier écureuil ?

A) 598 B) 721 C) 629 D) 634 E) autre

Kangourou des mathématiques, 1999

Réponse D.

Les écureuils 1 et 4 ont mangé à eux deux $1\,999 - 1\,265 = 734$ noisettes.

L'écureuil 4 en a mangé au moins 100.
Donc l'écureuil 1 en a mangé au plus 634.

L'un des écureuils 2 et 3 a mangé au moins 633 noisettes (la moitié de 1 265, arrondie par excès).
L'écureuil 1 a donc mangé plus que 633 noisettes.

Conclusion : il a mangé exactement 634 noisettes.

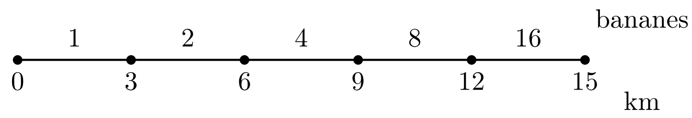
174 Éléphant (1)

Énigme

Nabuchodonosaure va au marché, à 15 kilomètres de chez lui, pour vendre 1 500 bananes.
Pour les transporter, il prend son éléphant Milora.
Pour parcourir les 3 premiers kilomètres, Milora demande 1 banane, puis 2 autres pour les 3 kilomètres suivants, 4 pour les 3 kilomètres après, puis. . . etc.

Combien va-t-il rester de bananes en arrivant au marché ?

« L'éléphant glouton », Tournoi de la Mayenne, 1989



Milora va manger $1+2+4+8+16$ bananes, c'est-à-dire 31 bananes.

Il restera donc 1 469 bananes.

175 Éléphant (2)

Énigme

Irma Mouth a visité le zoo de La Défense d'Ivoire ; elle n'y a vu que des éléphants : des éléphants d'Afrique qui ont de grandes oreilles et des éléphants d'Asie qui ont de petites oreilles.
Chaque éléphant a quatre pattes, une queue, deux oreilles, une trompe et deux défenses.
Irma a remarqué que le nombre de pattes d'éléphants ajouté au nombre de trompes donne pour résultat 120, et qu'il y a dans ce zoo deux fois plus d'éléphants d'Afrique que d'éléphants d'Asie.

Combien y a t-il de grandes oreilles d'éléphants dans ce zoo ?

« Les éléphants, ça trompe ! », 8$^{\text{ème}}$ Championnat International de Jeux Mathématiques et Logiques, 1994

Irma a dénombré 5 éléments par éléphant (4 pattes et 1 trompe).
Le nombre total d'éléphants est donc de $120 \div 5 = 24$.
Parmi ces 24 animaux, le tiers est constitué d'éléphants d'Asie aux petites oreilles, et les deux tiers d'éléphants d'Afrique aux grandes oreilles. Le nombre d'éléphants d'Asie est donc de $24 \div 3 = 8$ et le nombre d'éléphants d'Afrique, de $2 \times 8 = 16$.
Chaque éléphant, d'Asie ou d'Afrique, possède deux oreilles. Le nombre de grandes oreilles est donc égal à $16 \times 2 = 32$.

176 Éléphant (3)

Énigme

Marina, Isabelle et Caro visitent le zoo Lamarck.
Les éléphants d'Afrique, très nombreux, occupent une place de choix (et de poids).
Isabelle et Caro, par leur petite taille, ne voient hélas, chacune, qu'une partie du troupeau.
Isabelle (qui prend la trompe pour une patte) : « Comme c'est curieux, tous mes éléphants ont 5 pattes !
Caro (qui, de surcroît, prend aussi la queue pour une patte) : — Bizarre, tous les miens ont 6 pattes !
— Eh oui, un éléphant, ça trompe ! », conclut la grande Marina qui, elle, voit tout le troupeau qui ne se compose que des éléphants vus par les deux petites.
Je vais vous donner le nombre total de pattes de cet étrange troupeau et je vais vous demander sa composition.
Avec ce seul nombre, plusieurs réponses seraient possibles, mais je vous demande celle qui correspond exactement à ce troupeau, c'est-à-dire celle qui comprend le moins d'éléphants à six pattes.
Dans ce zoo, il y a 2 003 pattes d'éléphants.

Combien compte-t-il d'éléphants à 6 pattes ?

« Un éléphant, ça trompe ! », Grand concours scientifique Edouard Lucas, Seconde étape, mars 2003, Collégiens

Le texte est précis, aucun éléphant n'a 4 pattes.
2 003 pattes n'est pas un multiple de 5, ni un multiple de 6.
Puisque la réponse demandée correspond au minimum d'éléphants à 6 pattes, c'est bien de ceux-ci que proviennent les 3 pattes qui excèdent le plus grand multiple de 5 contenu dans 2 003.
Pour ces 3 éléphants-là nous avons donc $6 \times 3 = 18$ pattes et les 1 985 autres correspondent aux 397 éléphants à cinq pattes.

Il y a donc 3 éléphants à 6 pattes.

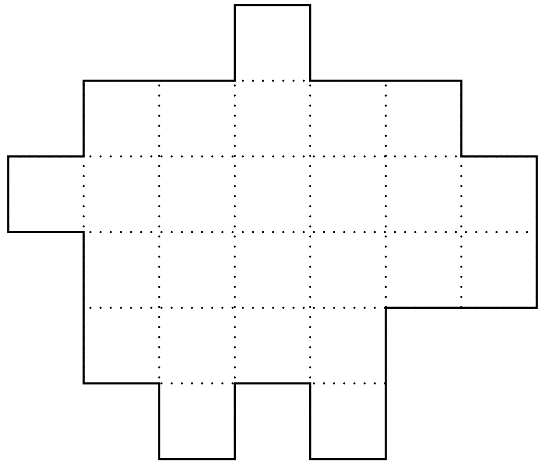
(Je contrôle bien que $2\,003 = 6 \times 3 + 5 \times 397$)

177 Élephant (4)

Énigme

Léonie a assemblé des petits carrés.
Elle a ainsi obtenu la figure ci-dessous qui lui fait penser à un éléphant.

Partagez l'éléphant en cinq parties identiques.

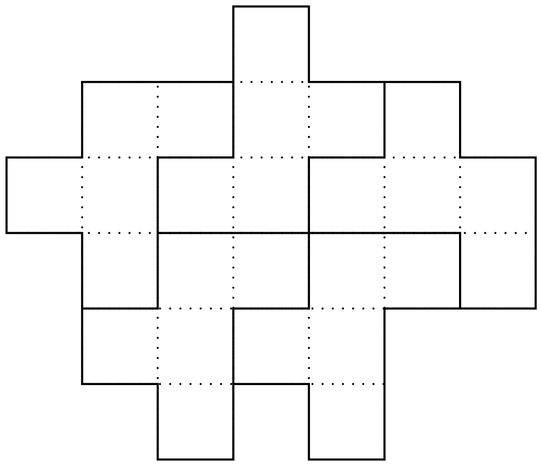


« Éléphant de Léonie », *Récréations géométriques*, Problème 43 B, Site Recreomath

L'éléphant est constitué de 25 petits carrés.

Chacune des cinq parties sera formée de cinq petits carrés.

Chaque partie est l'un des douze pentaminos existants.

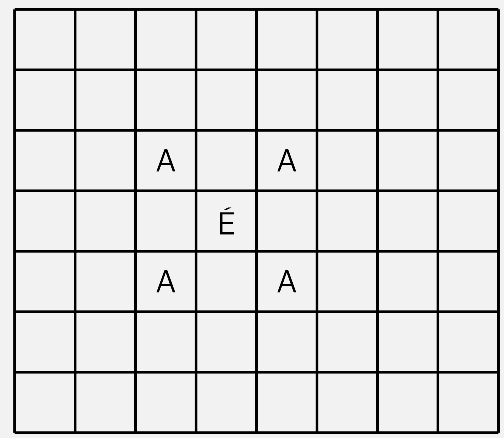


(La pièce représentant une partie est appelée « F » dans la nomenclature usuelle des pentaminos)

178 Éléphant (5)

Énigme

Sur la planète Trompe, les jeunes éléphants sont mignons et passent leur temps à s'amuser.
Les adultes, eux, ont une faim insatiable d'acquérir des territoires
Le grand roi Trompe partage un de ses territoires en 56 terrains égaux.
Il assigne à un certain nombre de ses subalternes la tâche de protéger ses terrains.
Un éléphant É placé sur un terrain protège celui-ci et les quatre voisins A en diagonale comme dans l'exemple donné.



En outre, quatre éléphants diplômés peuvent au besoin protéger un sixième territoire voisin de leur poste.

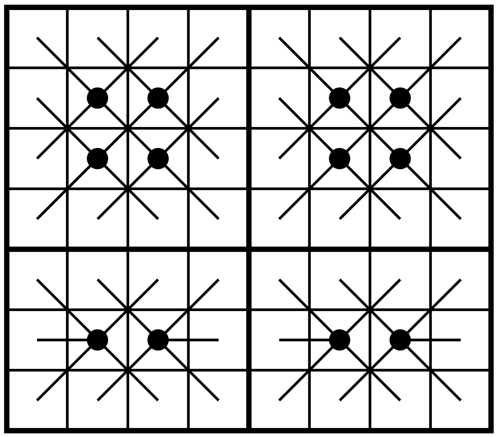
Combien le grand roi doit-il poster d'éléphants au minimum pour que les 56 terrains de son territoire soient protégés ?

Comme il y a 56 terrains et que la plupart des éléphants protègent cinq terrains, il est nécessaire d'avoir au moins 12 éléphants.

On peut partager le territoire en deux rectangles 3×4 et deux carrés 4×4.

Dans les rectangles 3×4, on place les éléphants diplômés, si bien que chaque terrain y est protégé.

Voici un exemple de disposition :



Le roi Trompe doit poster 12 éléphants au minimum pour que les 56 terrains de son territoire soient protégés.

179 Éléphant (6)

Énigme

Florida a une collection de 140 éléphants.
Ils sont disposés sur trois tablettes.
La tablette du milieu contient trois fois plus d'éléphants et 10 en plus que la tablette du haut.
La tablette du bas contient deux fois plus d'éléphants et 10 en moins que la tablette du milieu.

Combien y a-t-il d'éléphants par tablette ?

« Collection d'éléphants », `http://recreomath.qc.ca/`

S'il y a un éléphant sur la tablette A, il y aura 13 éléphants sur la B et 16 sur la C, soit un total de 30 éléphants.

S'il y a deux éléphants sur la A, il y aura 16 éléphants sur la B et 22 sur la C, soit un total de 40 éléphants.

Quand on augmente la A d'un éléphant, on augmente de trois de plus la B et de six la C : ce qui fait une augmentation de 10 éléphants.

Pour passer de 30 à 140 éléphants, on augmente d'un éléphant $(140-30) \div 10$ fois, soit 11 fois.

On doit avoir 12 éléphants sur la A, 46 sur la B et 82 sur la C.

180 Éléphant (7)

Énigme

Pour repeupler le parc national des éléphants d'Addo en Afrique du Sud, on doit y transporter 17 éléphants en surnombre depuis le parc Kruger.
Afin que le voyage soit rapide, ils vont être transportés en avion.

Sachant qu'un éléphant pèse 6 tonnes et que la charge limite autorisée de l'avion-cargo est de 15 tonnes, combien l'avion devra-t-il faire de trajets entre les deux parcs ?

Logicomaniac !, Le grand livre des défis logiques et mathématiques, Librairie Larousse

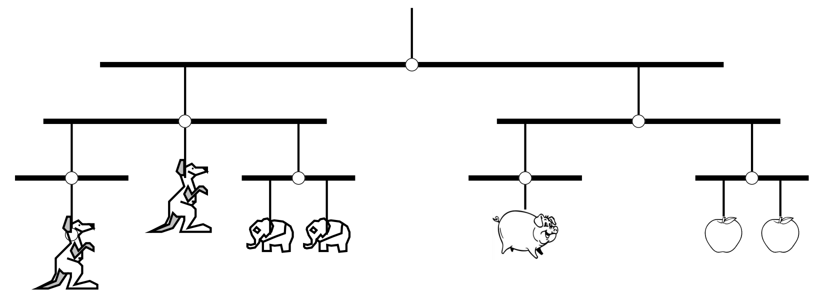
$15 \div 6 = 2{,}5$.
Comme on ne peut pas découper un éléphant en morceaux, un avion ne peut transporter à la fois que 2 éléphants (12 tonnes).
Comme $17 \div 2 = 8{,}5$, il faut 9 voyages aller.
Comme il faut penser au retour, il faut donc 17 trajets si l'avion n'a pas à revenir à son point de départ et 18 trajets sinon.

181 Éléphant (8)

Énigme

Ce mobile, pendu au plafond, est en équilibre.
Les objets identiques ont le même poids.
Une pomme pèse 30 g.

Combien pèse un éléphant ?
A) 10 g B) 20 g C) 30 g D) 40 g E) 50 g



« 10. 24. Le poids de l'éléphant », Série 10***,
240 questions de calcul, de logique et de géométrie, Kangourou

Réponse **B**

Les objets identiques ont le même poids donc les deux pommes ensemble pèsent 60 g et, pour l'équilibre, le cochon pèse 60 g.
Ensemble, le cochon et les deux pommes pèsent donc 120 g.
Pour l'équilibre, les deux kangourous et les deux éléphants pèsent donc ensemble 120 g.
Mais un kangourou pèse autant que deux éléphants, donc deux kangourous pèsent comme quatre éléphants.
Et deux kangourous et deux éléphants pèsent comme six éléphants.
Six éléphants pèsent donc 120 g.
L'éléphant pèse 20 g.

182 Éléphant (8)

Énigme

Un dresseur met 40 minutes pour laver un éléphant ; son fils fait le même travail en 2 heures.

Combien de temps leur faudra-t-il en travaillant ensemble, pour laver 3 éléphants ?

« Laver les éléphants »,
100 questions de mathématiques en balade...,
Jean-Christophe Deledicq, ACL - Les Èditions du Kangourou

En une heure, le dresseur lave 1,5 h éléphant et son fils lave 0,5 h éléphant, soit 2 éléphants à eux deux.
Donc, pour laver 3 éléphants, il faut 1 h 30.

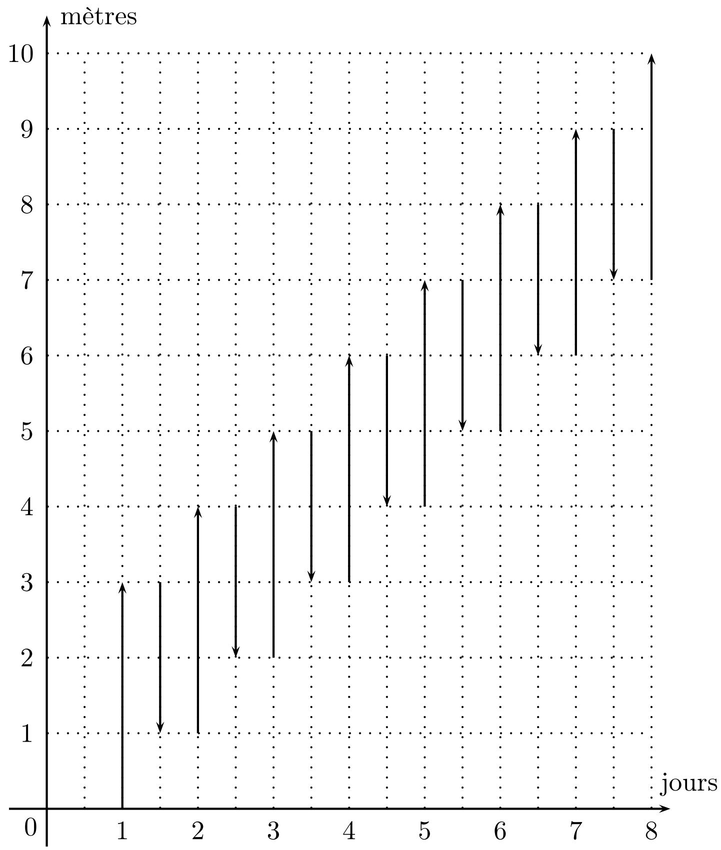
183 Escargot (1)

Énigme

Un escargot veut grimper au sommet d'un mur de 10 mètres de haut. Il se trouve qu'il se déplace d'une façon très particulière : pendant la journée il monte 3 mètres et durant la nuit il redescend de 2 mètres.

En partant de l'évidence qu'il débute son ascension un matin, combien de jours lui faudra-t-il pour accéder au sommet de ce mur ?

Il atteint le haut du mur au soir du huitième jour :



Version algébrique (x étant le nombre de jours) :

$x \times 3 - 2 \times (x-1) = 10 \iff 3\,x - 2\,x + 2 = 10 \iff x + 2 = 10 \iff x = 8$

184 Escargot (2)

Énigme

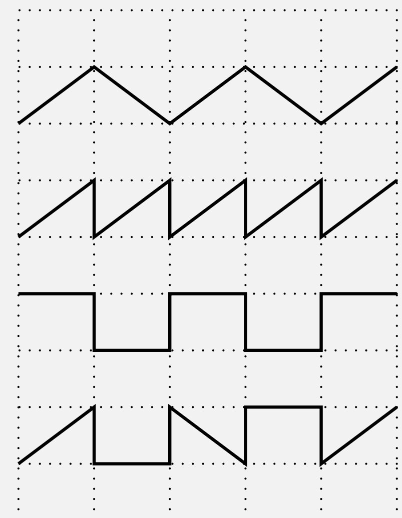
Quatre escargots ont traversé une route recouverte de pavés rectangulaires. Ils ont laissé les traces suivantes.

Tom a parcouru 25 dm :

Pom a parcouru 37 dm :

Pam a parcouru 32 dm :

Et voici le trajet de Tim :



Quelle est la longueur du trajet de Tim ?

Kangourou des mathématiques, 2004, Catégorie Benjamins, n° 15

Tom a parcouru 5 diagonales de rectangle soit 25 dm.
Une diagonale mesure $25 \div 5$ donc 5 dm.

Pom a parcouru en tout 37 dm dont 5 diagonales de rectangle, soit 25 dm, plus 4 largeurs de rectangle.
Donc 4 largeurs de rectangle mesurent $37 - 25$ donc 12 dm et une largeur mesure donc $12 \div 4$ donc 3 dm.

Pam a parcouru en tout 32 dm dont 4 largeurs de rectangle, soit 12 dm, plus 5 longueurs de rectangle.
5 longueurs de rectangle mesurent $32 - 12$ donc 20 dm et une longueur mesure $20 \div 4$ donc 4 dm.

Tim a parcouru 3 diagonales, 4 largeurs et 2 longueurs, soit :

$$(3 \times 5) + (4 \times 3) + (2 \times 4) = 15 + 12 + 8$$

c'est-à-dire 35 dm.

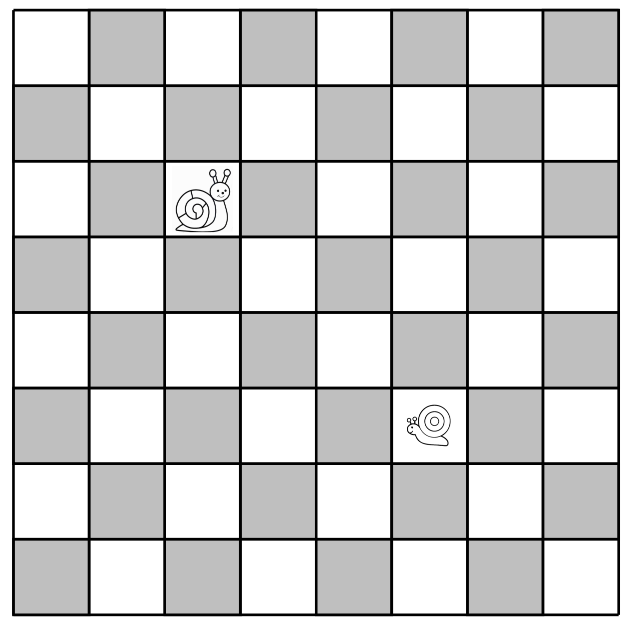
185 Escargot (3)

Énigme

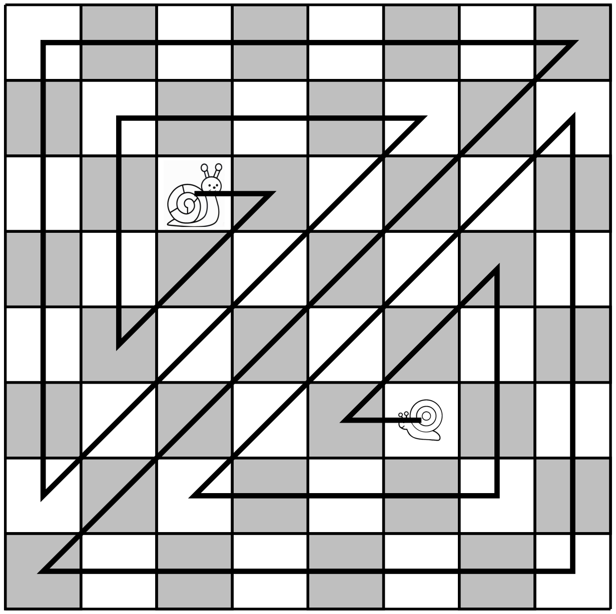
Roméo et Juliette sont deux escargots.
Juliette est sur son balcon attendant l'arrivée de son amoureux, mais Roméo a été dîné et a oublié le numéro de la maison de Juliette.
Les carrés représentent soixante-quatre maisons et le soupirant amoureux les visite toutes, une et une fois seulement, avant de continuer de chercher sa bien-aimée.
Roméo peut avancer vers le haut, le bas, la gauche, la droite et en diagonale.

Déterminer le trajet qui lui demandera le moins de changements de direction.

Roméo  Juliette 



« Romeo and Juliet », *The Canterbury Puzzles*, n° 70, H. E. Dudeney, 1907

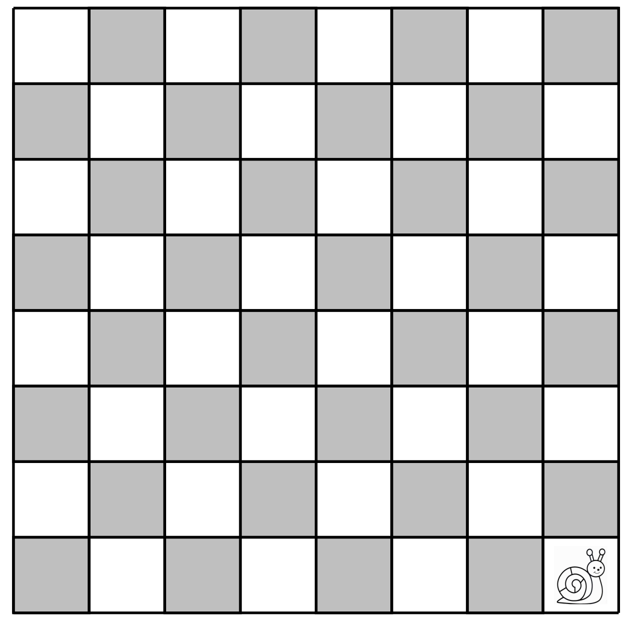


186 Escargot (4)

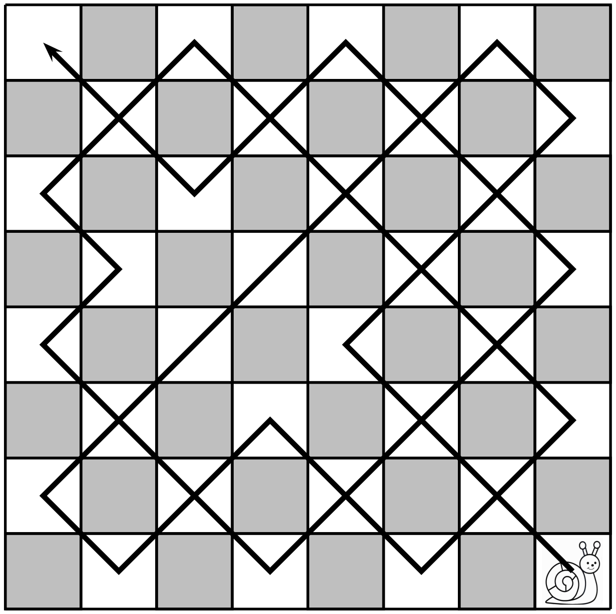
Énigme

Roméo est posé sur une case blanche ; il avance en diagonale (et ne traverse jamais de case noire).
Il peut traverser deux fois la même case mais ne peut pas passer deux fois par le même coin de la case.

Déterminer le trajet lui permettant de traverser toutes les cases blanches et lui demandant le moins de changements de direction.



« Romeo's Second Journey », *The Canterbury Puzzles*, H. E. Dudeney, 1907



187 Escargot (5)

Énigme

Une boîte contient 14 chocolats, 8 en forme d'escargot, les autres en forme de tortue.
7 chocolats sont noirs, les autres sont blancs.
Il y a exactement 2 tortues qui ne sont pas noires.

Combien y a-t-il d'escargots blancs ?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Réponse D.

Il y a $14 - 7 = 7$ chocolats blancs.

Comme il y a exactement 2 tortues qui ne sont pas noires et que les chocolats sont soit noirs soit blancs, alors il y a exactement 2 tortues qui sont blanches.

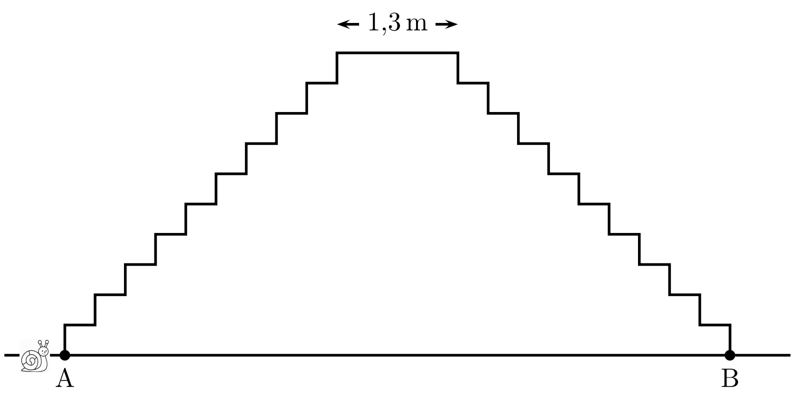
Il y a donc $7 - 2 = 5$ escargots blancs.

188 Escargot (6)

Énigme

Un escargot se trouve devant l'escalier de 10 marches, dessiné ci-dessous. Les marches de cet escalier sont aussi hautes que profondes. Après être monté et redescendu de l'autre côté (du point A au point B), il a parcouru 7 m.

À quelle hauteur du sol était-il en haut de l'escalier ?



« L'escargot grimpeur »,
Rallye mathématique de Nice, CM2-6$^{\text{ème}}$, 2006

Puisque l'escargot atteint le niveau le plus haut à la 10$^{\text{ème}}$ marche et que les marches sont aussi hautes que profondes, il a parcouru $2 \times 10 - 1 = 19$ fois la hauteur d'une marche en montée.

Par conséquent, hors le déplacement horizontal sur le niveau le plus haut, il a parcouru $2 \times 19 = 38$ fois la hauteur d'une marche.

Or cette distance est aussi égale à $7 - 1{,}3$, soit 5,7 m.

Par conséquent, la longueur d'une marche est égale à $5{,}7 \div 38$, soit 0,15 m.

Le palier horizontal est à une distance du sol de 10 fois la longueur d'une marche, soit $0{,}15 \times 10 = 1{,}5$.

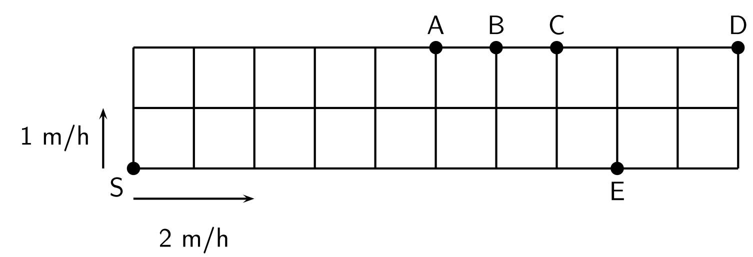
L'escargot se trouve à 1,50 m du sol quand il est en haut de l'escalier.

189 Escargot (7)

Énigme

Un jardin est partagé en carré d'un mètre de côté.
Deux escargots font le tour du jardin en partant du coin S dans des directions différentes (voir figure).
Le plus lent parcourt 1 mètre par heure, le plus rapide parcourt 2 mètres par heure.

En quel point les deux escargots se rencontreront-ils ?
A) A B) B C) C D) D E) E



Kangourou des mathématiques, Sujet C, 2018

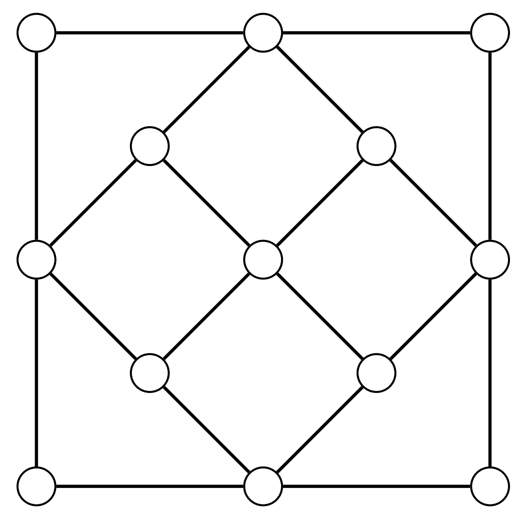
Le périmètre du rectangle est égale à $2 \times (10 + 2) = 24$ unités de longueur.
Lorsqu'une heure est passée, les deux escargots ont avancé ensemble de $2 + 1 = 3$ unités de longueur.
Ils vont donc se rencontrer au bout de $24 \div 3 = 8$ heures.
Lorsque l'escargot le plus lent aura parcouru 8 unités de longueur, il sera au point B.

Réponse B

190 Faucon

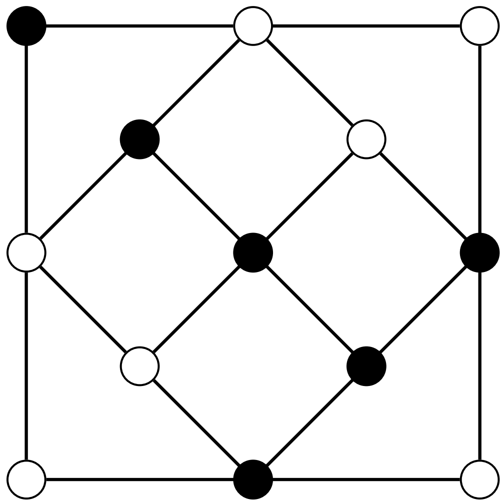
Énigme

Martin dresse son faucon.
Il dispose de treize endroits où il peut placer une proie, comme l'indique la figure ci-dessous.
Aide-le à placer six proies de manière à avoir toujours un nombre impair de proies sur chacun des alignements tracés.



D'après « Treillage », Rallye mathématique de l'IREM de Paris-Nord, 2002

Après quelques essais, on s'aperçoit que la contrainte « noircir 6 disques » rend nécessaire le coloriage de 3 disques sur une même ligne. Dès lors, il n'y a plus que 3 essais à tenter.
À une rotation près, on obtient la solution suivante.



191 Ferme

Énigme

« Combien faut-il de tonnes d'avoine, de tas de foin, de sacs de grain, de son et de sainfoin pour nourrir à leur faim, un gros chien, deux poulains, trois petites oies, quatre poulettes, cinq cochons, six lapins, sept chats, huit vaches, neuf moutons, la fermière, son mari, leur fils et tous leurs amis picards, réunis, à leur table, ce midi ? »
Combien, combien, je ne sais !
Mais je peux vous dire que j'ai soigneusement compté dans cette charmante comptine de ma tendre jeunesse toutes les pattes des animaux de cette basse-cour.
Et que, curieusement, c'est le même nombre que celui des jambes de cette fermière, de son mari, de son fils et de ses amis !

Combien cette fermière, son mari et leur fils avaient-ils d'amis ?

« Combien, combien ? », Grand concours scientifique Edouard Lucas, Seconde étape du 18 mars 2006, Écoliers

Comptons nos quadrupèdes : 1 chien, 2 poulains, 5 cochons, 6 lapins, 7 chats, 8 vaches, 9 moutons ; cela fait 38 bêtes et donc 152 pattes.
Comptons nos bipèdes : 3 oies et 4 poulettes, voilà donc 7 bipèdes soit 14 pattes.
J'ai donc un total de 166 pattes.
La fermière, son mari et son fils, ces trois individus nous donnent un total de 6 jambes, et pour les amis de Geneviève, le nombre de jambes est donc de $166 - 6$, donc de 160.

Geneviève a donc 80 amis.

192 Fourmi (1)

Énigme

Des fourmis se déplacent, en ligne droite, à la queue leu leu, à vitesse constante, en formant une colonne de 50 cm de long.
La dernière fourmi du groupe décide d'aller ravitailler la fourmi chef, et pour cela elle rejoint la tête de la colonne puis, sa mission étant accomplie, retourne aussitôt à la queue de la colonne.

Sachant que, pendant cet aller-retour, la vitesse de cette fourmi est restée constante et que la colonne a parcouru 50 cm, quelle est la distance parcourue par la fourmi ravitailleuse ?

« Les fourmis », Olympiades mathématiques de Première, 2002

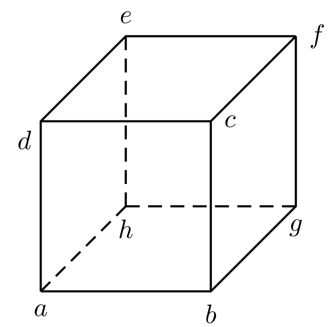
Soit v la vitesse de la colonie de fourmis en centimètres par seconde, V la vitesse de la fourmi, t_1 le temps aller de la fourmi en secondes et t_2 le temps retour.
La distance aller est $d_1 = V\,t_1 = v\,t_1 + 50$.
La distance retour est $d_2 = V\,t_2 = 50 - v\,t_2$.
On en déduit $t_1 = \dfrac{50}{V-v}$ et $t_2 = \dfrac{50}{V+v}$.
On a donc $50 = \dfrac{50}{V-v} + \dfrac{50}{V+v}$.
En posant $X = \dfrac{V}{v}$, on a : $X^2 - 2\,X - 1 = 0$.
D'où $V = (1+\sqrt{2})\,v$.
La distance parcourue est $50\,(1+\sqrt{2})$ cm.

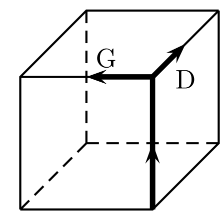
193 Fourmi (2)

Énigme

Une fourmi se déplace sur les arêtes d'un cube $abcdhgfe$ dessiné ci-dessous à gauche.
En arrivant à un sommet elle peut se déplacer vers l'arête à sa droite (D) ou vers l'arête à sa gauche (G) comme indiqué sur le schéma ci-dessous à droite.
Elle part de a, va vers b, puis s'oriente ainsi : D D G D D G G G.

En quel sommet est-elle arrivée ?





« Promenade de fourmi », Rallye mathématique sans frontières Midi-Pyrénées, Cycle 3, Manche 2, 2015

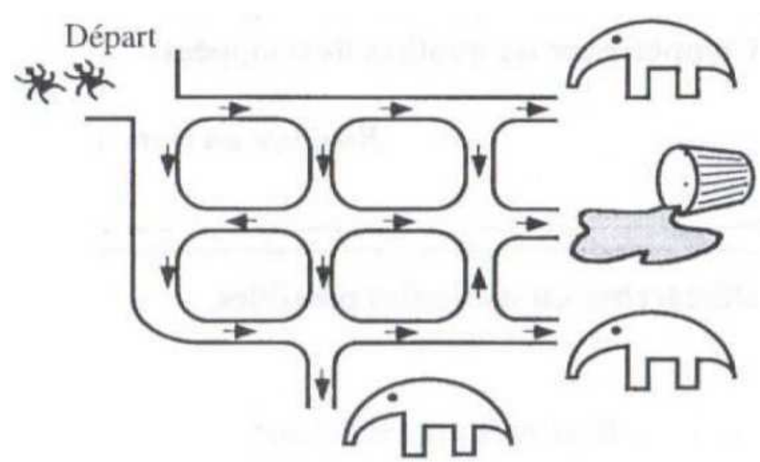
Elle arrive sur le sommet f, après le parcours $abgfcdahgf$.

194 Fourmi (3)

Énigme

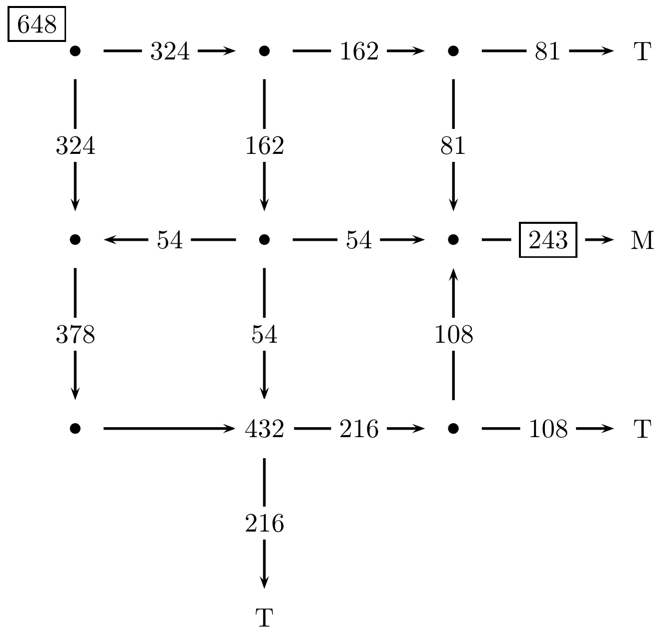
La reine des fourmis veut régler les problèmes de circulation dans la fourmilière.
Toutes les voies sont en sens unique et les fourmis doivent se répartir équitablement dans toutes les directions qui s'ouvrent à elles aux carrefours.
Malheureusement, trois des quatre sorties sont occupées par des tamanoirs très friands de fourmis !

Combien, parmi les 648 fourmis au départ, pourront goûter le miel ?



« La fourmilière », Rallye Mathématique Champagne-Ardenne, Finale, 1992

On complète petit à petit le dessin de la fourmilière avec les effectifs.



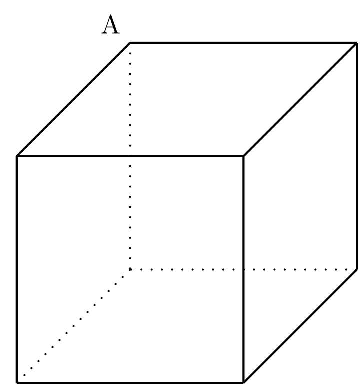
Parmi les 648 fourmis au départ, 243 pourront goûter le miel.

195 Fourmi (4)

Énigme

Une fourmi se promène sur les arêtes d'un cube 1 cm de côté en commençant et en terminant au point A.

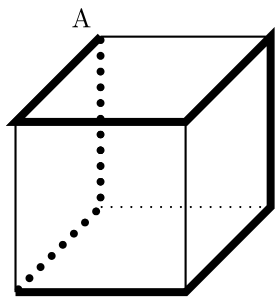
Si la fourmi ne repasse pas deux fois par le même endroit, quelle distance maximale peut-elle parcourir ?



« Calendrier mathématique 2016, Un défi quotidien », Énigme du mardi 20 septembre, CNRS, IRMA et Université de Strasbourg

Un cube ne possédant que 8 sommets et la fourmi ne devant pas repasser deux fois par le même, son parcours ne peut dépasser 8 arêtes.

Or le chemin suivant passe le long de 8 arêtes pour retourner au point A :

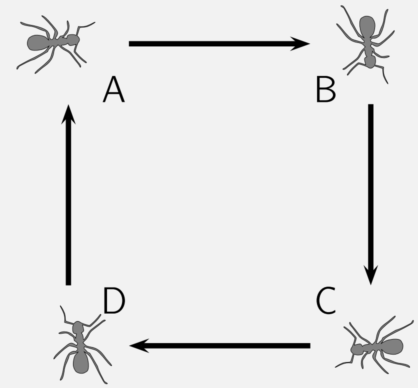


La distance maximale est ainsi de 8 cm.

196 Fourmi (5)

Énigme

Quatre fourmis, A, B, C, D, occupent les quatre sommets d'un carré de dix centimètres de côté.
A et C sont des fourmis mâles, B et D sont des fourmis femelles.
Simultanément, A se dirige vers B, B vers C, C vers D, et D vers A.
Si les quatre fourmis se déplacent à la même vitesse constante, elles vont décrire quatre spirales logarithmiques identiques qui vont concourir au centre du carré.



Quelle distance chaque fourmi parcourra-t-elle avant leur rencontre ?

D'après « Les fourmis amoureuses », énigme de Martin Gardner publiée dans *Tangente*, n° 136, Septembre-octobre 2010

À chaque instant, pour des raisons de symétrie, les quatre fourmis sont situées au sommet d'un carré. Le côté de ce carré diminue régulièrement tandis qu'il tourne, la direction du déplacement de chaque fourmi demeurant constamment perpendiculaire à celle de la fourmi vers laquelle elle se déplace. Chaque fourmi parcourra donc un morceau de spirale de longueur 10 cm, côté du carré initial.
Dans le repère mobile dont l'axe est la direction (AB) et dont le centre est la fourmi B, la fourmi A décrit un segment de droite de longueur 10 cm à la vitesse v. En effet, la composante de la vitesse sur (AB) a pour valeur v. La convergence a donc lieu au bout d'un temps $t = 10/v$.
La distance parcourue par A dans le repère initial est donc $t\,v$, soit 10 cm. Il en est ainsi de chaque fourmi qui parcourt un morceau de spirale de longueur 10 cm, côté du carré initial.

197 Fourmi (6)

Énigme

Une fourmi marche sur une droite graduée.
Elle commence à -2, se déplace jusqu'à -6, fait demi-tour et va jusqu'à 5.

Combien d'unités a-t-elle parcourues ?

« Calendrier mathématique 2017, Un défi quotidien », Énigme du jeudi 24 août, CNRS, IRMA et Université de Strasbourg

La distance de -2 à -6 est $(-2) - (-6) = 4$ unités.
La distance de -6 à 5 est $(-(-6) = 11$ unités.
La fourmi a donc parcouru $4 + 11 = 15$ unités au total.

198 Fourmi (7)

Énigme

Laurie pose une fourmi sur la case 1 de la grille.
Cette fourmi se déplace en deux mouvements qui se font en alternance.
Le premier mouvement est un pas horizontalement ou verticalement.
Le deuxième est un pas en diagonale.
Un exemple est donné ci-dessous.

		1	3	5
		2	4	6
		8	7	

Placez la fourmi dans la case du coin supérieur gauche.

Trouvez un chemin qui lui permet d'atteindre au moins 12 cases.

« Fourmi en forme », `http://www.charleries.net/`

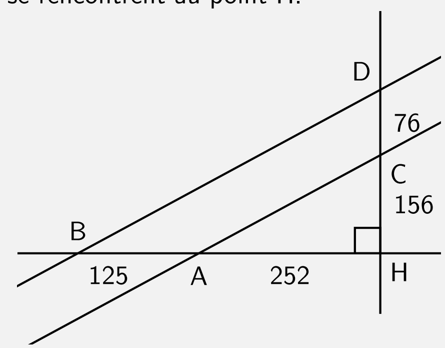
Une marche possible est :

1	7	8		12
2	5	6	9	11
4	3		10	

199 Fourmi (8)

Énigme

Deux fourmis se rencontrent au point H.



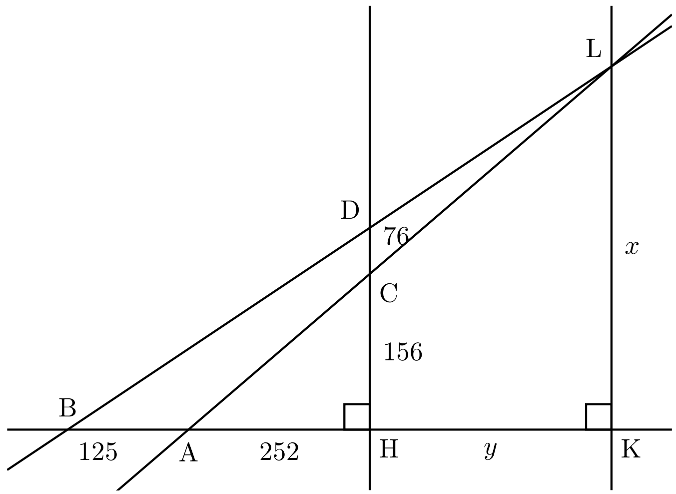
1ère fourmi : « De B à A il y a 125 unités (de longueur fourmi), et de A à H, il y en a 252.
2nde fourmi : — De D à C il y a 76 unités, et de C à H, il y en a 156. De plus, (AB) est perpendiculaire à (CD).
1ère fourmi : — (BD) et (AC) semblent parallèles.
2nde fourmi : — Certainement pas, car l'entrée de ma fourmilière se trouve à l'intersection de ces deux pistes !
1ère fourmi : — Je me suis trompée, mais ta fourmilière doit être bien loin. . . »

Calculez la distance à vol d'oiseau de la fourmilière de la seconde fourmi à la piste (AB). On donnera la réponse en unités-fourmi.

« Les fourmis géomètres », 13ème championnat international des jeux mathématiques et logiques, Finale internationale, 1999

Les droites (BD) et (AC) ne sont pas sécantes car $\dfrac{\text{AH}}{\text{BH}} = \dfrac{252}{377} \neq \dfrac{156}{232} = \dfrac{\text{CH}}{\text{DH}}$.

Désignons par L leur point d'intersection, par K le projeté orthogonal de L sur (AB), par x la longueur KL et par y la longueur HK.



Les triangles BKL et BDH sont semblables.
On a donc $\dfrac{\text{KL}}{\text{DH}} = \dfrac{\text{BK}}{\text{BH}}$, soit $\dfrac{x}{232} = \dfrac{y+377}{377}$.

De même, les triangles AKL et ACH sont semblables, d'où $\dfrac{\text{KL}}{\text{CH}} = \dfrac{\text{AK}}{\text{AH}}$, soit $\dfrac{x}{156} = \dfrac{y+252}{252}$.

On obtient donc un système d'équations qui peut s'écrire :

$$\begin{cases} 377\,x - 232\,y = 232 \times 377 \\ 252\,x - 156\,y = 156 \times 252 \end{cases}$$

Ce système a pour solutions $x = 13\,000$ et $y = 20\,748$.

La distance à vol d'oiseau de la fourmilière à la seconde fourmi à la piste (AB) est donc égale à 13 000 unités-fourmi.

200 Fourmi (9)

Énigme

Dans la forêt amazonienne, un aventurier a découvert une bien étrange colonie de fourmis.
Il a appelé cette variété de fourmis les Bellicus-Carrus ; voici pourquoi : lorsque ces fourmis attaquent une autre colonie, elles forment un escadron de combat.
Un escadron de Bellicus-Carrus est toujours composé de fourmis disposées en carré.
La reine des Bellicus-Carrus, particulièrement belliqueuse, décide d'attaquer une colonie voisine très puissante.
Sa stratégie consiste à réunir les escadrons A et B pour former un escadron C.
Cet escadron subit une lourde défaite, seule la dernière rangée reste en vie !
Avec les fourmis survivantes, la reine forme un escadron D qu'elle préfère subdiviser en deux escadrons E et F qu'elle envoie au combat.
À nouveau, seule la dernière rangée de E et la dernière rangée de F échappent au massacre.
Il reste alors 23 fourmis.

Combien y avait-il de fourmis dans l'escadron C ?

« Fourmi-diable », Rallye mathématique d'Aquitaine, Mars 2005

a, b, c, d, e et f désignent les nombres de rangées respectifs des escadrons A, B, C, D, E et F. Ce sont évidemment des nombres entiers naturels.

Ainsi, par exemple, l'escadron C comporte au total c^2 fourmis.

On peut écrire grâce à la stratégie de la reine :

- $c^2 = a^2 + b^2$ (l'escadron C est formé des escadrons A et B)
- $d^2 = c$ (la dernière rangée de l'escadron C forme un escadron D)
- $d^2 = e^2 + f^2$ (l'escadron D forme deux escadrons E et F) et par conséquent, $d = \sqrt{e^2 + f^2}$
- $e + f = 23$ (la dernière rangée des escadrons E et F survivent, soit 23 fourmis)

Il suffit d'étudier chaque possibilité pour e et f.

e	f	e^2	f^2	e^2+f^2	carré ?	d	$c = d^2$	c^2
1	22	1	484	485	non			
2	21	4	441	445	non			
3	20	9	400	409	non			
4	19	16	361	377	non			
5	18	25	324	349	non			
6	17	36	289	325	non			
7	16	49	256	305	non			
8	15	64	225	289	oui	17	289	83 521
9	14	81	196	277	non			
10	13	100	169	269	non			
11	12	121	144	265	non			

La seule possibilité est donc 83 521 fourmis pour l'escadron C.

201 Fourmi (10)

Énigme

Une jeune fourmi part de sa fourmilière pour aller en vacances chez sa cousine la cigale.
Elle doit parcourir 120 pieds pour arriver à la maison de la cigale.
Sa cousine la cigale vient à sa rencontre pour la chercher.
La fourmi commence le voyage sur ses pattes et le termine sur le dos de la cigale.
La fourmi parcourt 10 pieds par jour, la cigale 20 pieds par jour.

Au bout de combien de jours la fourmi arrivera-t-elle à la maison de sa cousine la cigale ?

Remarques :

- 1 pied est une ancienne unité de mesure.
- La cigale, même avec sa cousine sur le dos, parcourt 20 pieds par jour !

« La cigale et la fourmi », Rallye mathématique de l'Allier, Deuxième manche, 2009-2010

La fourmi est deux fois moins rapide que la cigale.

Lorsqu'elles se rencontrent, elle aura parcouru un tiers du trajet (40 pieds) et la fourmi les deux tiers (80 pieds).

Il faut donc 4 jours pour qu'elles se rencontrent.

Le reste du trajet se fait à la vitesse de la cigale et il y a 80 pieds à parcourir.

Il faut encore 4 jours.

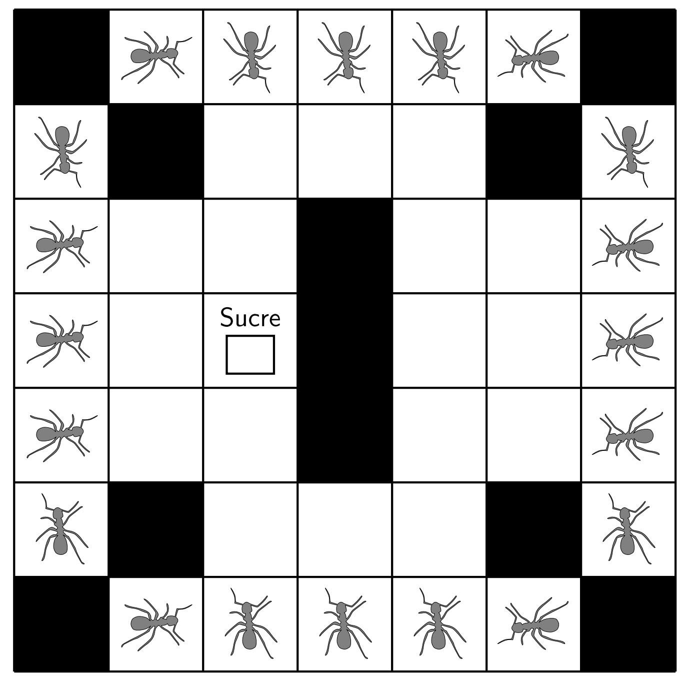
Il faudra donc 8 jours en tout.

202 Fourmi (11)

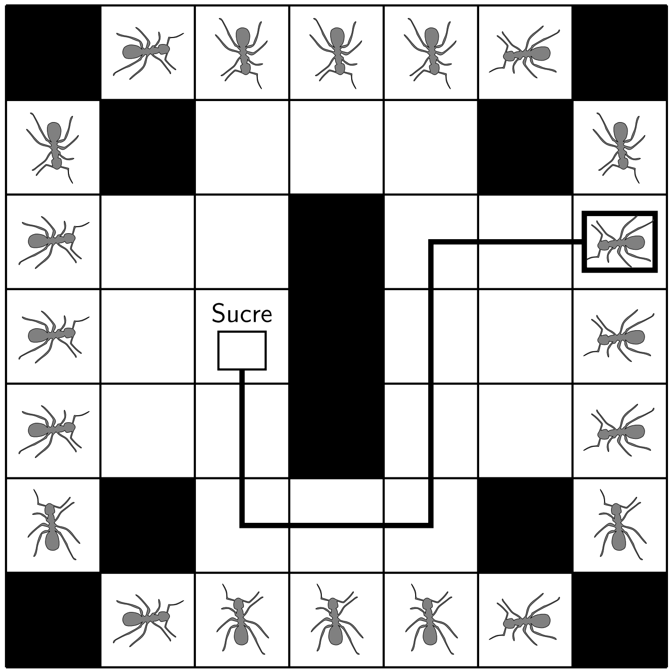
Énigme

Les fourmis aiment le sucre. Elles ne se déplacent que sur les carreaux blancs du carrelage.
L'une d'entre elles avance de 2 carreaux puis elle se dirige sur sa gauche de 3 carreaux.
Elle repart sur sa droite de 2 carreaux.
En se déplaçant encore de 2 carreaux sur sa droite, elle atteint le sucre.

Trace le déplacement de cette fourmi.



« La fourmi gourmande », Rallye mathématique sans frontière, CM2-6$^{\text{ème}}$, Découverte, 2009



203 Fourmi (12)

Énigme

Prenez chacun des douze mots de cette liste dans la grille 9×12, un par rangée, de manière à ne pas avoir dans chaque colonne deux lettres identiques.
La première lettre n'est pas obligatoirement placée dans la première case mais les six lettres d'un même mot doivent être contenues, dans le même ordre, dans six cases contiguës d'une même ligne.

FOURMI									
CITRON									
RIDEAU									
STYLET									
YAOURT									
ENFANT									
SIGNAL									
VOLUTE									
GLACON									
GUIDON									
ARPEGE									
ARONDE									

« À chacun sa place », *Pour le plaisir de se casser la tête !*, L. Thépault, Éd. Dunod, 2003

F	O	U	R	M	I			
	C	I	T	R	O	N		
R	I	D	E	A	U			
			S	T	Y	L	E	T
	Y	A	O	U	R	T		
E	N	F	A	N	T			
		S	I	G	N	A	L	
			V	O	L	U	T	E
			G	L	A	C	O	N
		G	U	I	D	O	N	
	A	R	P	E	G	E		
A	R	O	N	D	E			

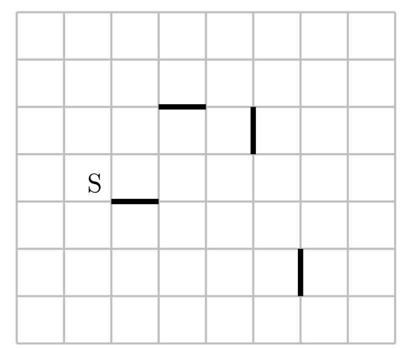
204 Fourmi (13)

Énigme

Une fourmi marche le long des lignes du quadrillage.
Elle part du point S et y termine sa marche.
Il n'y a pas d'autre point où elle est passée deux fois.
Elle a laissé la trace de son passage sur certains segments (en noir sur le dessin).

Quel est le nombre minimal de carrés à l'intérieur du trajet suivi par la fourmi ?

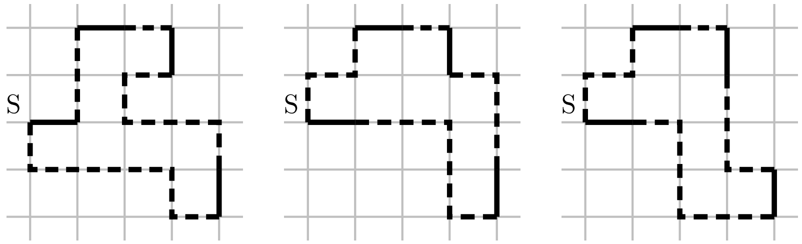
A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 13



Concours Kangourou des mathématiques, « Épreuve Benjamins », 2010

Réponse **A**

Parmi les réponses proposées, 8 est la plus petite et on peut trouver un trajet correspondant à 8 carrés, par exemple ceux ci-dessous.

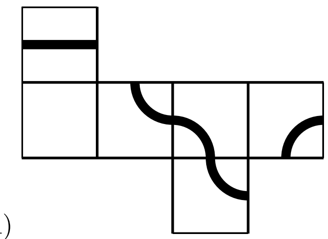


205 Fourmi (14)

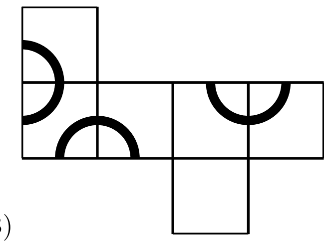
Énigme

Une fourmi marche le long d'une ligne dessinée sur les faces d'un cube et retourne à son point de départ.

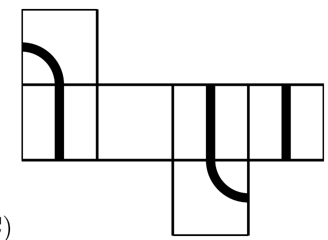
Lequel de ces cinq patrons de cube permet cette promenade ?



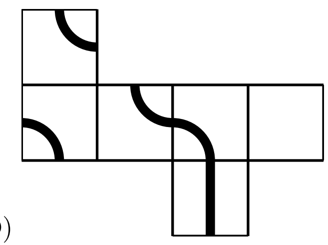
A)



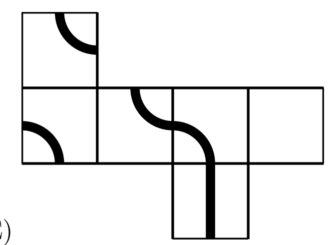
B)



C)



D)

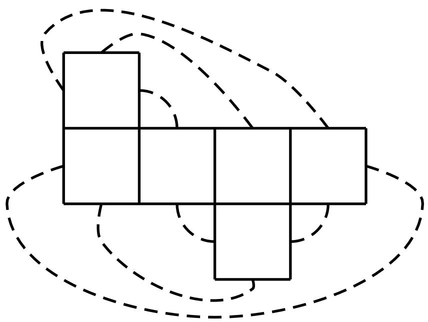


E)

Concours Kangourou des mathématiques, 2019, Sujet C

Réponse **E**

Une fois le cube formé, les arêtes du patron se recollent comme indiqué ci-dessous.



Et, parmi les patrons proposés, seul le E donne un cube où la ligne dessinée est un circuit fermé permettant une promenade où l'on revient à son point de départ. Les autres patrons donnent une ou deux lignes qui ne se referment pas.

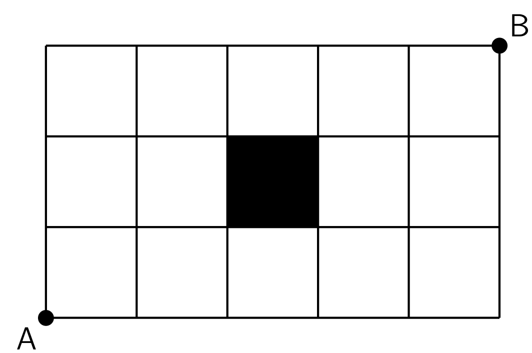
206 Fourmi (15)

Énigme

Une fourmi doit suivre les joints d'un carrelage pour aller de A à B en évitant de suivre un côté du carreau noir.

Entre combien de plus courts chemin a-t-elle le choix ?

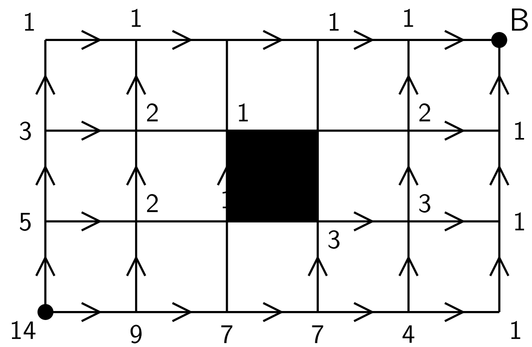
A) 8 B) 10 C) 14 D) 17 E) 20



Concours Kangourou, Épreuve Benjamins, 1994, n° 30

Réponse **C**

En partant de B à reculons, on peut marquer successivement le nombre de plus courts chemins allant d'un sommet à B.
Cela donne :

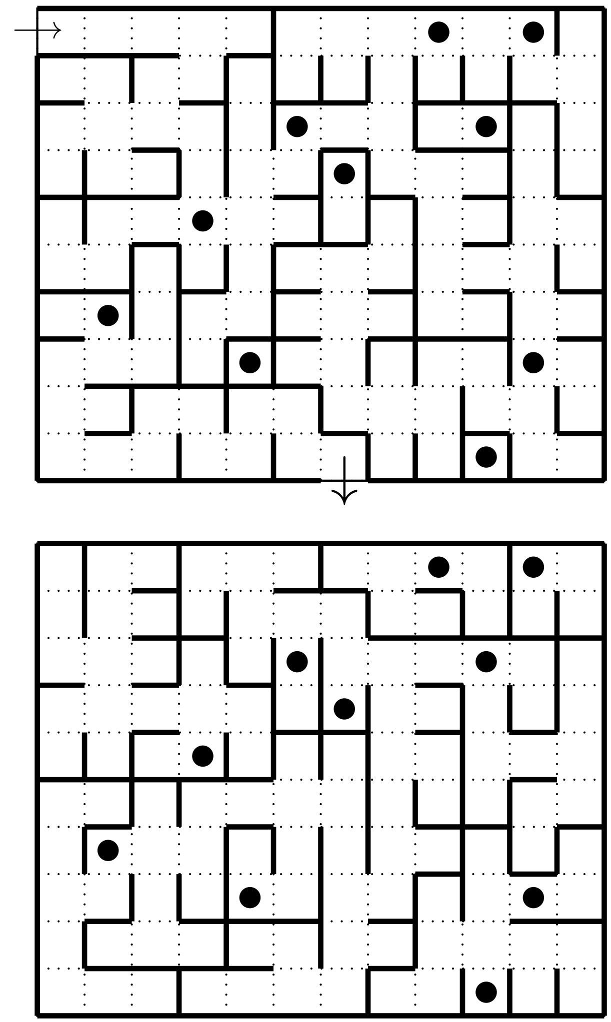


207 Furet

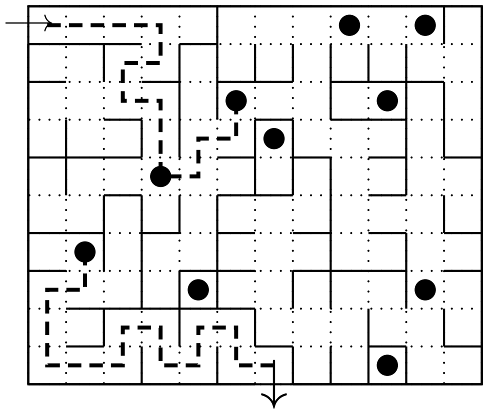
Énigme

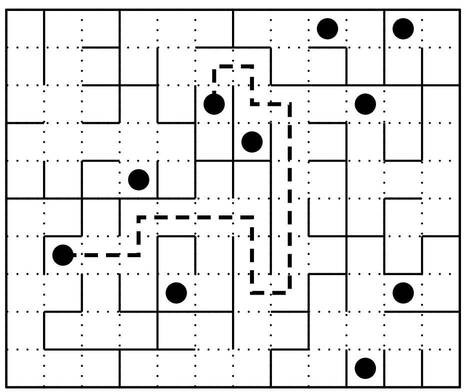
Un furet s'est engagé dans un labyrinthe à deux étages.
Il peut passer d'un étage à un autre en passant par les escaliers (•).

Déterminer le chemin qui le mène à la sortie.



D'après « Le palais des doges », *Enigma*, n° 3, Février 2006



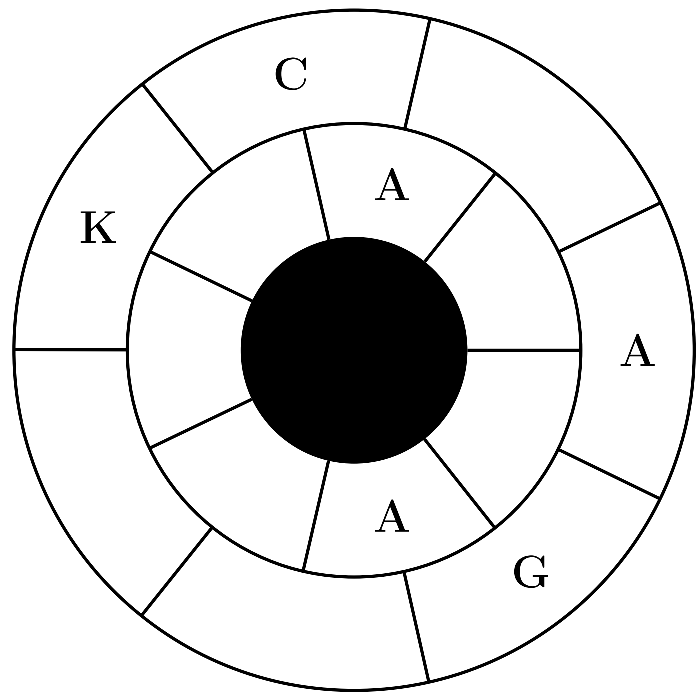


208 Gavial

Énigme

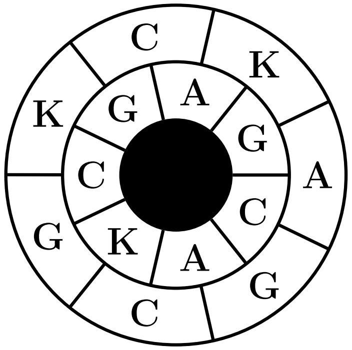
Sobek a réparti quatre types de crocodiliens dans sa ferme d'élevage pour que les visiteurs puissent mieux en profiter : il a des gavials, des crocodiles, des caïmans et des alligators.
Sa ferme peut être représentée comme ci-dessous.
Il a trois zones avec des alligators (A), trois zones avec des caïmans (K), quatre zones avec des crocodiles (C) et quatre zones avec des gavials (G).
De plus, deux zones voisines ont toujours deux types de crocodiliens différents.

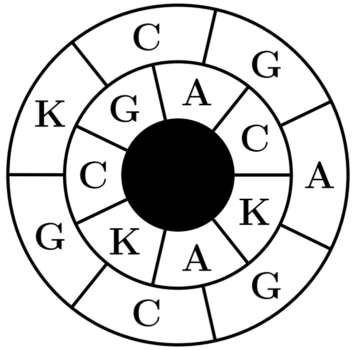
Retrouve toutes les zones de vie des crocodiliens.

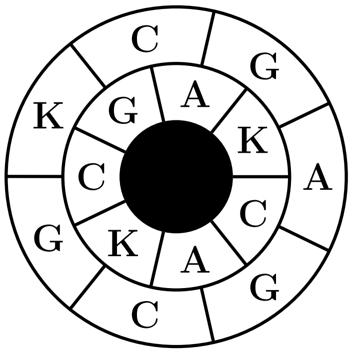


D'après « La carte d'Adrien », *50 énigmes mathématiques faciles, Problèmes du Championnat international des jeux mathématiques et logiques*, Vol. 16, Éd. Pole

Trois solutions possibles :





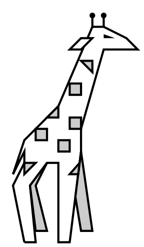


209 Girafe (1)

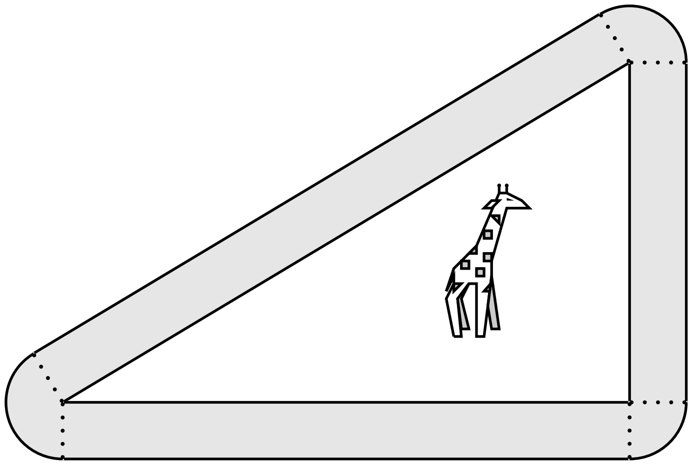
Énigme

Une girafe est installée dans un pré triangulaire, clôturé.
Les côtés du pré mesurent 20 m, 16 m et 12 m.
Grâce à son long cou, la girafe peut brouter la tendre et délicieuse herbe verte qui pousse a l'extérieur de la clôture jusqu'à une distance de 2 m.

Calculer l'aire qu'elle pourra brouter à l'extérieur du pré.



La surface qu'elle pourra brouter est grisée :



L'aire à calculer peut se décomposer en trois rectangles et trois portions de disques.

Les trois rectangles ont pour longueurs respectives 20 m, 16 m et 12 m pour longueur commune, 2 m.
L'aire totale des trois rectangles est donc $(16 + 12 + 20) \times 2 = 96$ m^2.

Si l'on assemble les trois portions de disque, on obtient un disque entier (la somme des trois angles d'un triangle mesurant 180°) dont le rayon est égal à la larguer des rectangles, 2 m.
L'aire totale des trois portions de disque est donc $\pi \times 2^2 = 4\,\pi$.

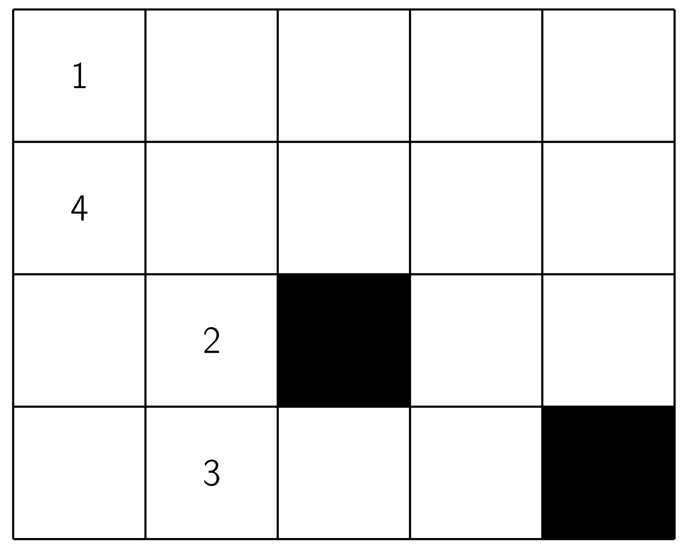
L'aire totale cherchée est finalement $(96 + 4\,\pi)$ m^2, soit environ 108,56 m^2.

210 Girafe (2)

Énigme

Un girafon se promène sur la grille ci-après.
En alternance, il fait un saut en L comme le cavalier aux échecs et le saut suivant à la case voisine horizontalement ou verticalement.
Les quatre premières cases atteintes par le girafon sont indiquées.

Guidez le girafon de façon qu'il passe par toutes les cases sauf les deux noires.



« Marche d'un girafon », `http://www.charleries.net/`

Une marche possible est :

1	16	11	14	9
4	17	10	15	8
5	2		12	13
18	3	6	7	

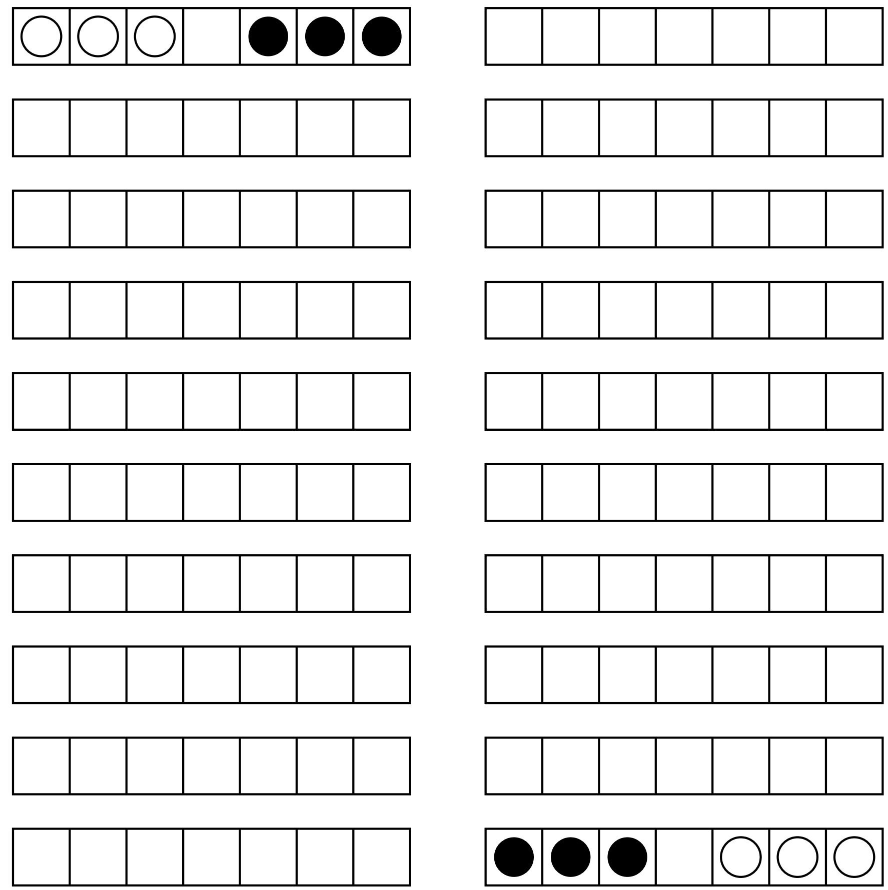
211 Grenouille (1)

Énigme

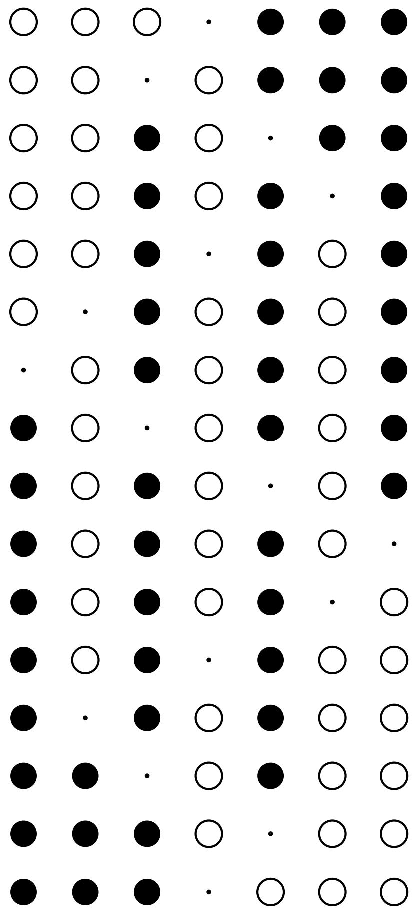
Sur cette rangée de nénuphars, il y a trois grenouilles vertes sur la gauche et trois brunes, sur la droite.

- Une seule grenouille se déplace à chaque fois.
- Une grenouille se dirige vers le premier nénuphar vide, en un seul bond, sans jamais revenir en arrière.
- Elle ne peut sauter que par-dessus une seule grenouille.

Déterminer comment échanger les grenouilles de place.



D'après « Le bal des crapaud et des grenouilles », *Avec des nombres et des lignes*, André Sainte-Laguë, p. 152, Éd. Vuibert, 1937



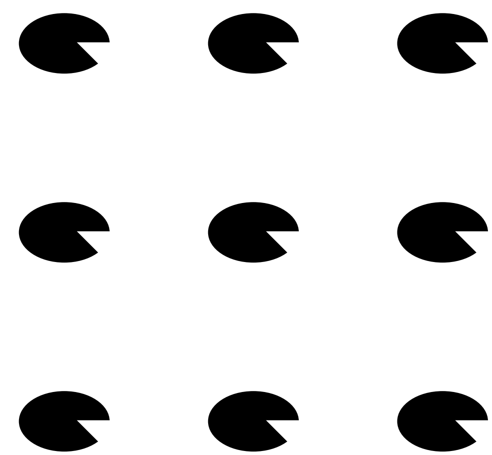
Penchons-nous sur le cas général, où se trouvent n grenouilles vertes et n grenouilles brunes.
Chacune des n grenouilles vertes rencontre chacune des n grenouilles brunes et il ne peuvent se croiser que si l'une des deux saute par-dessus l'autre : il faut donc n^2 sauts.
De plus, la file des grenouilles vertes ne peut pendre celle de la file des grenouilles brunes qu'après n pas : il faut donc $2\,n$ avancées d'un pas.
Il faut donc, au total, $n^2 + 2\,n$ coups.

212 Grenouille (2)

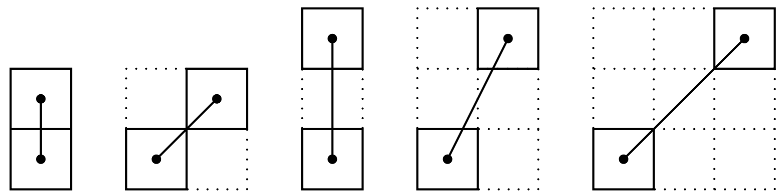
Énigme

Dans ce plan d'eau, neuf nénuphars sont disposés en carré.
Une grenouille saute (du centre) d'un nénuphar à un autre, si le nénuphar n'a pas été encore visité... et fait des bonds de longueurs de plus en plus grands !

Déterminer le chemin de la grenouille en partant du nénuphar central et en faisant le plus de bonds possibles.

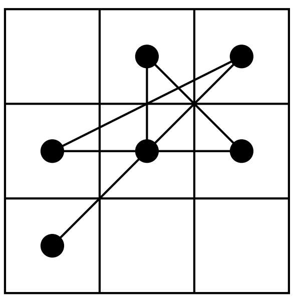


Les sauts ci-dessous permettent d'obtenir cinq longueurs différentes, données dans l'ordre croissant.



$\ell = 1$ $\quad$ $\ell = \sqrt{2}$ $\quad$ $\ell = 2$ $\quad$ $\ell = \sqrt{5}$ $\quad$ $\ell = 2\sqrt{2}$

En partant du centre de la figure, on a la solution suivante.

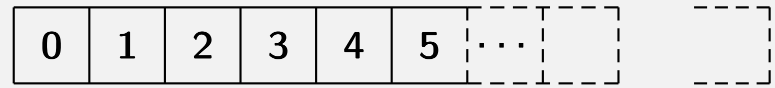


	2	5
4	1	3
6		

213 Grenouille (3)

Énigme

Une grenouille et un lièvre se déplacent sur la piste suivante.



Ils partent tous les deux de la case 0.
La grenouille fait toujours des sauts de 4 cases et arrive au premier saut sur la case numéro 4.
Le lièvre fait toujours des sauts de 6 cases.
Lors de leur dernier saut chaque animal arrive sur la dernière case du parcours.
Chaque animal laisse ses traces sur les cases où il pose les pattes et 8 cases contiennent à la fois les traces des deux animaux.

Quel est le numéro de la dernière case de la piste ?

« Le lièvre et la grenouille », Rallye mathématique sans frontières Midi-Pyrénées, Cycle 3, Manche 2, 2003

On recherche un multiple de 4 et de 6 (condition nécessaire).
La liste des multiples commun est 0, 12, 24, 36, ...
Or 8 cases contiennent les traces des deux animaux.
Le numéro de la case cherché est le 8ème élément de cette liste.
C'est-à-dire 84.

214 Grenouille (4)

Énigme

Aurélie est à 7 pas d'une grenouille qu'elle veut attraper.
Pendant qu'Aurélie fait un pas la grenouille fait 3 sauts.
Un pas d'Aurélie a la même longueur que 10 sauts de grenouille.

Après combien de pas Aurélie rattrapera-t-elle la grenouille ?
(Pour simplifier, on suppose que les déplacements s'effectuent en ligne droite et que la grenouille fuit devant Aurélie)

« Grenouille », Rallye Mathématique Champagne-Ardenne, 1991

1 pas d'Aurélie a la même longueur que 10 sauts de grenouille.

Au départ, Aurélie est à 70 pas de la grenouille.

Quand Aurélie fait son 1er pas (l'équivalent de 10 sauts de grenouille), la grenouille fait 3 sauts : Aurélie est donc à $70 - 10 + 3 = 63$ sauts de la grenouille.
Au 2ème pas, Aurélie est donc à $63 - 10 + 3 = 56$ sauts de la grenouille.
Au 3ème pas, Aurélie est donc à $56 - 10 + 3 = 49$ sauts de la grenouille.
Et ainsi de suite.
Au 10ème pas, Aurélie est donc à $7 - 10 + 3 = 0$ saut de la grenouille.

Aurélie attrape la grenouille en 10 pas.

215 Grenouille (5)

Énigme

La grenouille de Rémi a décidé de monter l'escalier de 13 marches qui mène de la cave au grenier.
À chacun de ses bonds, elle grimpe de une ou de deux marches.

De combien de façons différentes possibles peut-elle atteindre le grenier ?

« La grenouille », Championnat de France de Jeux Mathématiques et Logiques

Un escalier de 13 marches, c'est bien haut.
Un escalier de 1 marche, il y a 1 manière de le gravir.
Pour un escalier de 2 marches, il y a 2 manière de le gravir :
$2 = 1 + 1$ ou $2 = 2$.
Pour un escalier de 3 marches, 3 manières :
$3 = 1 + 1 + 1 = 2 + 1 = 1 + 2$.
Pour un escalier de 4 marches, 5 manières :
$4 = 1 + 1 + 1 + 1 = 2 + 1 + 1 = 1 + 2 + 1 = 1 + 1 + 2 = 2 + 2$.

En général, les façons de gravir n marches se répartissent en deux catégories : celles où le dernier saut est de deux marches et celles où le dernier saut est d'une marche.
Dans le premier cas, il a fallu d'abord gravir $n-2$ marches. Dans le second cas, il a fallu d'abord gravir $n-1$ marches.
D'où la règle : le nombre de façons de gravir n marches est égal au nombre de façons de gravir $n-2$ marches plus le nombre de façons de gravir $n-1$ marches.
Si X_n est le nombre cherché, alors $X_n = X_{n-1} + X_{n-2}$ avec $X_1 = 1$ et $X_2 = 2$.
D'où le tableau suivant :

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
X_n	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377

Pour un escalier de 13 marches, on trouve donc 377 façons de la gravir.

La suite des nombres X_1, X_2, X_3, ... qui intervient ici s'appelle la « suite de Fibonacci ».

216 Grenouille (6)

Énigme

Dans un marais, les crapauds disent toujours la vérité et les grenouilles mentent toujours.
Quatre amphibiens affirment :
Bubu : « Momo et moi sommes d'une espèce différente.
Coco : — Lolo est une grenouille.
Lolo : — Coco est une grenouille.
Momo : — Parmi nous quatre, il y a au moins deux crapauds. »

Combien d'entre eux sont des grenouilles ?

« Calendrier mathématique 2016, Un défi quotidien », Énigme du mardi 27 janvier, CNRS, IRMA et Université de Strasbourg

Coco et Lolo ne peuvent pas être deux grenouilles car sinon ils diraient la vérité : ils ne peuvent pas être tous les deux des crapauds car sinon ils mentiraient.
Ainsi, l'un des deux est un crapaud et l'autre est une grenouille.

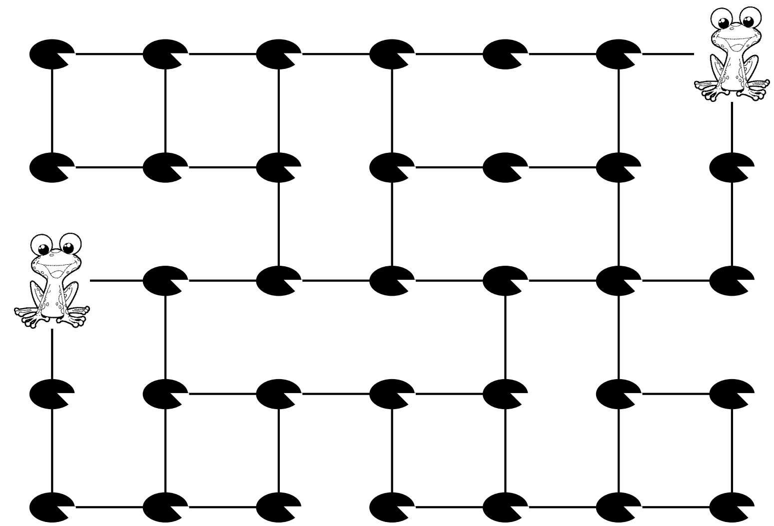
Si Bubu était un crapaud, alors d'une part Momo serait une grenouille et d'autre part il ne mentirait pas, ce qui n'est pas possible.
Bubu est donc une grenouille et Momo est alors une grenouille.

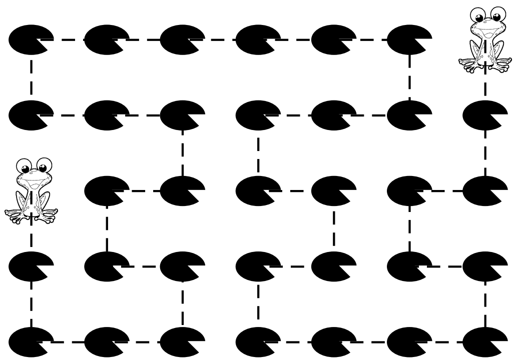
Il a donc finalement trois grenouilles : Lolo ou Coco, Bubu et Momo.

217 Grenouille (7)

Énigme

Trouver le chemin qui permet de relier les deux grenouilles en passant par tous les nénuphars et sans repasser deux fois par le même.





218 Grenouille (8)

Énigme

Sur l'île de Koakoa, les grenouilles sont toujours soit vertes, soit bleues.
Le nombre de grenouilles bleues a augmenté de 60 % pendant que le nombre de grenouilles vertes a diminué de 60 %.
Il se trouve qu'ainsi les proportions de chacune des deux sortes de grenouilles ont été échangées.

De quel pourcentage a diminué le nombre total de grenouilles de l'île ?

A) 0 % B) 20 % C) 30 % D) 40 % E) 50 %

Réponse B.

Soient b le nombre initial de grenouilles bleues et v le nombre initial de grenouilles vertes.

Alors le nombre final de grenouilles bleues est $1{,}6\,b$ et celui de vertes est $0{,}4\,v$.

L'échange des proportions se traduit par : $\dfrac{0{,}4\,v}{1{,}6\,b} = \dfrac{b}{v}$

Ce qui donne $v^2 = 4\,b^2$ et $v = 2\,b$.

Le nombre total de grenouilles au départ est $v + b = 3\,b$.

Le nombre total de grenouilles à la fin est $1{,}6\,b + 0{,}4\,v = 2{,}4\,b$.

$\dfrac{2{,}4\,b - 3\,b}{3\,b} = \dfrac{-0{,}6}{3} ==_0$,2 : le nombre de grenouilles a diminué de 20 %.

219 Grenouille (9)

Énigme

Lors d'un concours de beauté, des grenouilles sont notées de 0 à 20 par un jury de crapauds.

Voici les notes obtenues par les 21 candidates :

2	3	5	6	6	6	7
8	9	9	9	10	10	12
12	12	15	16	16	18	19

Pour la renommée du concours, le président du jury décide d'augmenter la moyenne de 1 point.

Par souci de discrétion, il doit changer le moins de notes possibles et ne doit modifier ni la médiane, ni l'étendue.

Conseiller le président du jury pour le choix de ces nouvelles notes.

« Miss plouf », Rallye mathématique d'Aquitaine, 2013

- Il y a 21 candidates.
- La moyenne est égale à 10.
- L'étendue est égale à 17.
- La médiane est égale à la onzième valeur ordonnée, c'est-à-dire 9.

Pour obtenir une moyenne égale à 11, le jury doit attribuer 21 points supplémentaires.

Essayons de modifier seulement deux notes. On voit très vite que l'on doit attribuer au moins 11 points à une note inférieure ou égale à la médiane, et la médiane se trouve donc changée. On ne peut donc pas ajouter 21 points en changeant uniquement deux notes.

En modifiant trois notes, plusieurs solutions sont possibles.

Voici une solution, basée sur l'égalité $21 = 6 + 6 + 9$.

- On supprime un 3 et on remplace par un 9 ;
- on supprime un 10 et on remplace par un 16 ;
- on supprime un 10 et on remplace par un 19.

2	5	6	6	6	7	8
9	9	9	9	12	12	12
15	16	16	16	18	19	19

Voici une autre solution, basée sur l'égalité $21 = 2 + 9 + 10$.

- On supprime un 2 et on remplace par un 4 ;
- on supprime un 10 et on remplace par un 19 ;
- on supprime un 10 et on remplace par un 20.

3	4	5	6	6	6	7
8	9	9	9	12	12	12
15	16	16	18	19	19	20

Les caractéristiques statistiques données plus haut sont gardées.

220 Grenouille (10)

Énigme

Dans sa belle mare, Pierre a moins de 10 grenouilles.
Si vous en voyez deux, vous aurez exactement une chance sur deux qu'elles soient toutes les deux albinos.

Combien Pierre a-t-il de grenouilles, et combien sont albinos ?

« Téléshopping », Rallye mathématique d'Aquitaine, 2013

Notons a le nombre de grenouille albinos et g le nombre total de grenouilles.

La probabilité que la première grenouille soit albinos est $\frac{a}{g}$.

Sachant que la première grenouille est albinos, la probabilité que la seconde grenouille soit aussi albinos est $\frac{a-1}{g-1}$.

Donc la probabilité que les deux grenouilles soient albinos est $\frac{a\,(a-1)}{g\,(g-1)}$.

Cette probabilité est aussi égale à $\frac{1}{2}$.

Il suffit donc de trouver deux entiers a et g qui vérifient l'égalité suivante :

$$\frac{a\,(a-1)}{g\,(g-1)} = \frac{1}{2}$$

Après quelques multiplications, on trouve deux entiers solution : $a = 3$ et $g = 4$.

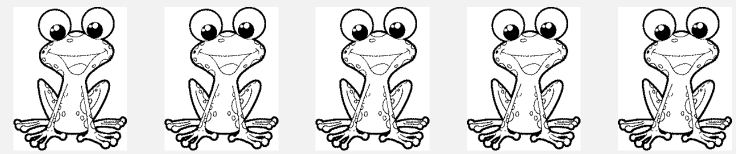
Dans la mare, il y a 4 grenouilles dont 3 albinos.

221 Grenouille (11)

Énigme

Fred est dompteur-raniculteur.
En s'alignant, ses cinq grenouilles savantes ne forment que des nombres entiers.

Deux Mille Neuf Cent(s) Trente



Quelle est la probabilité qu'au spectacle de ce soir Omar observe un nombre pair ?

« J'y croa pas ! », Rallye mathématique d'Aquitaine, 2013

Avec un peu de patience et beaucoup de rigueur (pour ne rien oublier), nous allons lister tous les nombres que peuvent former nos charmantes grenouilles, brillamment domptées par Fred.

1. 1 239	**9.** *32 900*	**17.** 200 039
2. *1 932*	**10.** 32 109	**18.** *209 030*
3. 2 139	**11.** *39 102*	**19.** 230 009
4. *2 930*	**12.** *39 200*	**20.** *239 000*
5. *9 132*	**13.** 102 039	**21.** *900 032*
6. *9 230*	**14.** *109 032*	**22.** *902 030*
7. 30 209	**15.** 132 009	**23.** *930 002*
8. *30 902*	**16.** *139 002*	**24.** *932 000*

On compte 24 nombres possibles différents, dont 16 sont pairs.
La probabilité qu'Omar obtienne un nombre pair est égale à $p = \dfrac{16}{24} = \dfrac{2}{3}$.

222 Grenouille (12)

Énigme

Zermito, la célèbre grenouille masquée qui protège le marais, décide pour impressionner les prédateurs et les faire fuir, d'inscrire sur les feuilles de nénuphar son emblème : une ligne brisée en forme de « Z » dont les sommets sont sur les côtés d'un triangle, qui mesurent 10 cm, 8 cm et 6 cm.
Cette ligne partage ce triangle en quatre triangles de même aire.

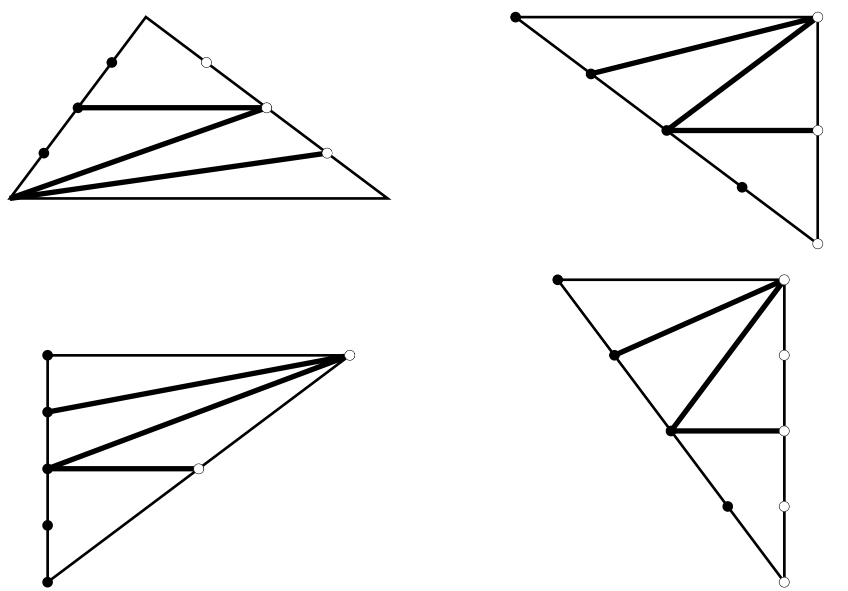
Proposer trois possibilités pour cet emblème.

On peut partager un triangle en deux triangles de même aire en traçant tout simplement une médiane.

En renouvelant cette opération dans les deux nouveaux triangles, on obtient quatre triangles d'aires identiques.

Il ne reste plus qu'à choisir les médianes et le sens des triangles pour former des « Z ».

Voici quelques exemples possibles pour l'emblème de Zermito.



Remarque. Ce triangle est un triangle rectangle.

223 Grenouille (13)

Énigme

La grenouille Géraldine veut savoir si son prince l'aime.
Pour cela, elle arrache les pétales d'une marguerite.
« Il m'aime », dit-elle en arrachant le premier pétale.
« Un peu », en arrachant le deuxième.
« Beaucoup » pour le troisième.
« À la folie » pour le quatrième.
« Pas du tout » pour le cinquième.
Elle recommence à « Il m'aime » pour le sixième et ainsi de suite.
Elle dit « À la folie » lorsqu'elle enlève le tout dernier pétale de sa marguerite.
Elle a dit exactement 7 fois « Pas du tout ».

Combien de pétales la marguerite avait-elle au début ?

« La grenouille Géraldine », Rallye mathématique de l'Allier, Manche finale, 2008-2009

$(7 \times 5) + 4 = 39$

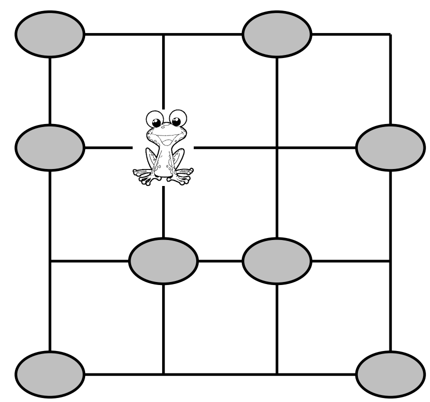
La marguerite a 39 pétales.

224 Grenouille (14)

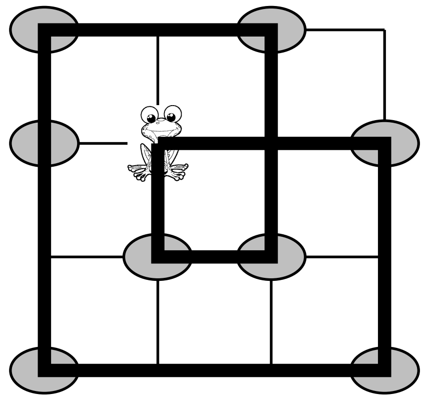
Énigme

Au parc de Mathville se trouve un étang paisible décoré d'une pierre blanche et de huit pierres grises.
Gertrude la grenouille y vit et elle en est la reine.
Un crapaud qui aimerait bien devenir le roi de l'étang lance un défi à la grenouille.
Elle doit se déplacer sur toutes les pierres de l'étang sans tomber à l'eau pour demeurer la reine.
La grenouille peut uniquement se déplacer de gauche à droite ou de droite à gauche et de haut en bas ou de bas en haut.
De plus, elle ne doit jamais sauter par-dessus une pierre, ni retourner sur une pierre où elle s'est déjà posée.
Gertrude a besoin de ton aide pour y arriver.

Quel chemin doit-elle emprunter afin de visiter toutes les pierres et de revenir à son point de départ ?



« La grenouille », Rallye Concours AQJM, 22ème championnat, Finale, www.semainedesmaths.ulaval.ca

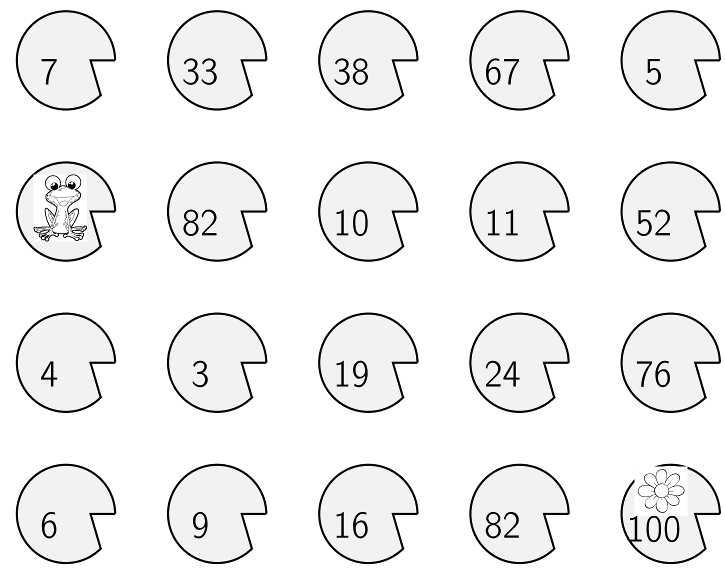


225 Grenouille (15)

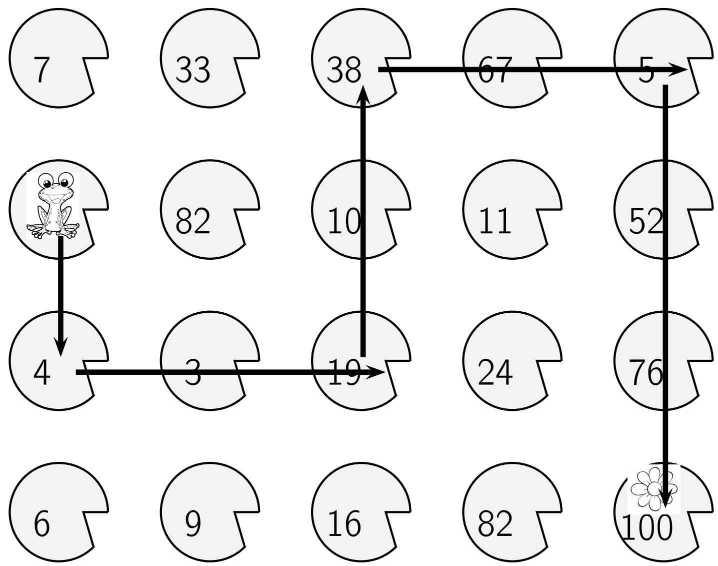
Énigme

La grenouille saute de nénuphar en nénuphar.
Elle doit rejoindre la fleur.
Elle peut se déplacer ↑ ou ↓ pour arriver sur un nénuphar pair.
Elle peut se déplacer ← ou → pour arriver sur un nénuphar impair.

Indique son chemin pour rejoindre la fleur.



« Géraldine et la fleur », *Énigmes mathématiques pour les moins de 10 ans*, Niveau CE, Éd. Pole, 2003



226 Hamster

Énigme

John le fermier va nourrir ses hamsters, élevés dans deux parcs différents. À eux 4 pintes de graines dans chaque parc !
Sa réserve de graines est une cuve ouverte contenant justement 8 pintes de graines. Mais il ne trouve à sa disposition qu'un récipient contenant 5 pintes et un autre de 3 pintes.

Comment va-t-il répartir ses graines, en ne se servant que de ces trois récipients ?

Ce problème n'est qu'un habillage différent d'un problème de transvasement proposé en 1612 par Claude Gaspard Bachet, sieur de Méziriac, dans ses *Problèmes plaisants et délectables*.

Voici les deux solutions du problème par son auteur, suivant qu'il commence par verser dans le récipient de 5 pintes ou dans celui de 3 pintes (la première solution demande une manipulation de moins).

8	5	3
8	0	0
3	5	0
3	2	3
6	2	0
6	0	2
1	5	2
1	4	3
4	4	0

8	5	3
8	0	0
5	0	3
5	3	0
2	3	3
2	5	1
7	0	1
7	1	0
4	1	3
4	4	0

227 Hérisson

Énigme

Le hérisson dit à des amis : « Si j'avais ramassé deux fois plus de pommes, j'en aurai 24 de plus que ce que j'ai vraiment. »

Combien le hérisson a-t-il de pommes ?
A) 48 B) 24 C) 42 D) 12 E) 36

« Les pommes », Série 2^{**},
240 questions de calcul, de logique et de géométrie, Kangourou

Réponse B.

Le hérisson dit « *ce que j'ai* + *24* = *le double de ce que j'ai* = *ce que j'ai* + *ce que j'ai* » donc *ce que j'ai* = 24

228 Héron

Énigme

Castor a quatre amis : une souris, une loutre, un lapin et un héron.
Malheureusement, il a du mal à se souvenir de leurs prénoms.
Castor vous explique que :

- les prénoms sont Adia, Andréa, Alain et Aman ;
- le prénom de la souris comporte deux voyelles exactement ;
- le prénom de la loutre ne comporte pas de « r » ;
- le prénom du lapin comporte moins de lettes que celui de la loutre.

Quel est le prénom du héron ?

« Le prénom du héron », Concours *Castor informatique*, 2011

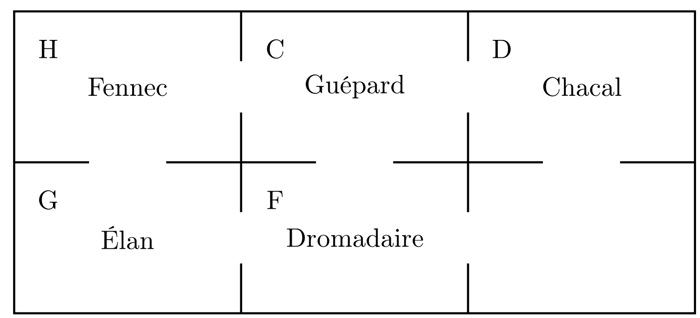
- Le prénom de la souris comporte deux voyelles exactement ; un seul prénom a deux voyelles : « Aman ».
- Le prénom de la loutre ne comporte pas de « r » ; elle ne s'appelle donc pas « Andréa ». Elle s'appelle soit « Adia » soit « Alain ».
- Le prénom du lapin comporte moins de lettres que celui de la loutre ; ce n'est pas « Andréa », trop long. C'est le plus court des deux prénoms restants, c'est « Adia ».
- La loutre s'appelle donc « Alain ».
- Il reste donc le prénom « Andréa », c'est celui du héron.

229 Hippopotame

Énigme

Ce soir-là, pendant le spectacle, un court-circuit avait plongé dans le noir la ménagerie.
De plus, l'aide-dompteur était nouveau.
La répartition des animaux le lendemain matin est donnée ci-dessous.
Pendant que l'hippopotame rend visite au vétérinaire, l'aide dompteur doit ramener chaque animal dans sa cage (le chacal en C, le dromadaire en D, l'élan en E, . . .).
Une trappe permet à l'animal de passer dans une cage voisine de celle où il se trouve.
Il ne peut pas y avoir plus d'un animal par cage.

Quel nombre minimal de changements de cage faut-il opérer pour que chacun des cinq animaux retrouve la sienne ?



« Quel animal pour qui ? », Rallye mathématique 2014-2015, Épreuve 1 — CE2, Académie de Versailles

Déplacement 1 : le dromadaire se déplace vers la droite.

Déplacement 2 : l'élan se déplace vers la droite.

Déplacement 3 : le fennec se déplace vers le bas.

Déplacement 4 : le guépard se déplace vers la gauche.

Déplacement 5 : le chacal se déplace vers la gauche.

Déplacement 6 : le dromadaire se déplace vers le haut.

Déplacement 7 : l'élan se déplace vers la droite.

Déplacement 8 : le fennec se déplace vers la droite.

Déplacement 9 : le guépard se déplace vers le bas.

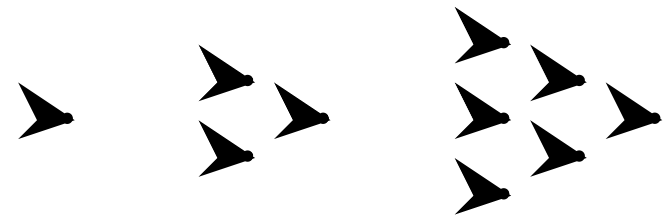
Le chacal fera au minimum 1 déplacement. Le fennec fera au minimum 2 déplacements (soit en passant par C, soit en passant par G), le guépard aussi (soit en passant par F, soit en passant par H). Le dromadaire en fera 2 (soit en passant par E, soit en passant par C) et l'élan 2 (en passant par F). Ce qui en tout fait 9 déplacements.

230 Hirondelle (1)

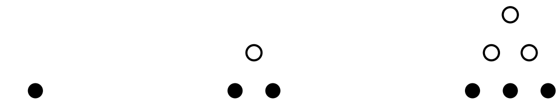
Énigme

Jeannot voit des hirondelles passer et repasser dans le ciel.
« Tu as vu, Papi, les hirondelles volent en triangle...
Ça alors, en volant dans l'autre sens, elles ont réussi à se séparer en deux autres triangles !
— C'est vrai, dit Pépé, il arrive même qu'elle puissent former de trois façons différentes deux triangles ! »

Si ce nombre d'hirondelles est inférieur à 300, à quel nombre fait référence Pépé ?



On définit la suite T de nombres triangulaires de la façon suivante : $T_1 = 1$, $T_2 = 3$, $T_3 = 6$, $T_4 = 10$, etc. Ces nombres peuvent être représentés comme ci-dessous :



$T_1 = 1$ $T_2 = 3$ $T_3 = 6$

Le problème consiste donc à trouver un nombre triangulaire T_p inférieur ou égal à 300 qui puisse s'écrire comme deux sommes de deux nombres triangulaires T_m et T_n .

Dans le tableau ci-dessous, chaque entier n est suivi du nombre triangulaire T_n correspondant.

1	1	5	15	9	45	13	91	17	153	21	231
2	3	6	21	10	55	14	105	18	171	22	253
3	6	7	28	11	66	15	120	19	190	23	276
4	10	8	36	12	78	16	136	20	210	24	300

Le lecteur pourra établir les résultats suivants où les nombres triangulaires sont rangés dans l'ordre croissant :

m	n	p	T_p	m	n	p	T_p	m	n	p	T_p
2	2	3	6	8	10	13	91	6	20	21	231
3	5	6	21	5	14	15	120	12	17	21	231
5	6	8	36	9	13	16	136	9	21	23	276
4	9	10	55	11	14	18	171	11	20	23	276
6	9	11	66	14	14	20	210	14	18	23	276

Le nombre triangulaire T_{23} , égal à 276, est la solution cherchée :
$T_{23} = T_9 + T_{21} = T_{11} + T_{20} = T_{14} + T_{18}$.

Il y a 276 oiseaux.

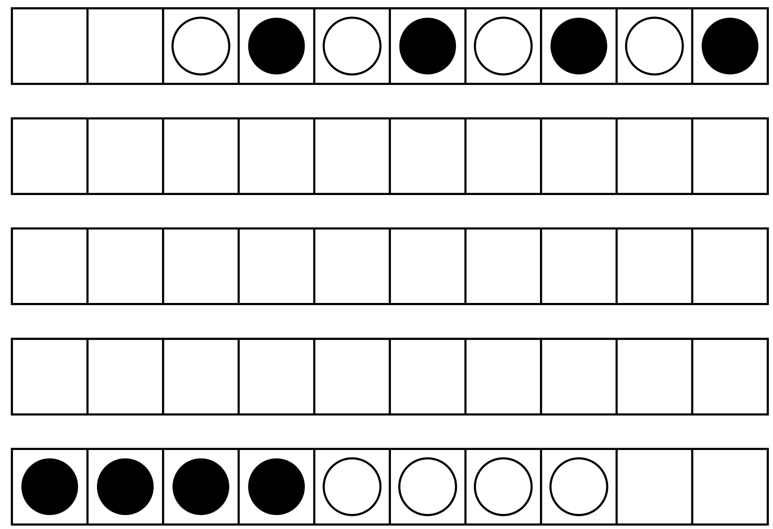
Remarque. Il est parfois possible de continuer la décomposition. Par exemple, le tableau ci-dessus donne $T_{11} = T_6 + T_9$ et $T_{20} = T_{14} + T_{14}$. On déduit : $T_{23} = T_6 + T_9 + T_{14} + T_{14}$. De plus, $T_6 = T_3 + T_5$ et $T_3 = T_2 + T_2$. Donc $T_{23} = T_2 + T_2 + T_5 + T_9 + T_{14} + T_{14}$.

231 Hirondelle (2)

Énigme

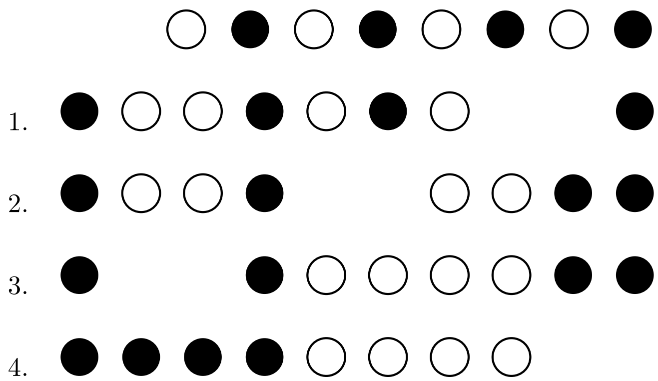
Quatre hirondelles mâles et quatre hirondelles femelles sont alignées sur un fil : il y a un mâle puis une femelle puis un mâle puis une femelle puis etc.
Est-ce le printemps qui les rend joyeuses ?
Les hirondelles se mettent à changer de place !
Lorsque deux hirondelles situées l'une à côté de l'autre changent de place, elles se mettent deux places vides, sans changer leur ordre relatif.

Trouver les étapes successives permettant de placer côte à côte les quatre hirondelles mâles et aussi côte à côte les quatre hirondelles femelles.



Ce problème est une adaptation d'un problème connu sous le nom de « problème de Tait ». Tait, savant anglais avait donné ce problème dans lequel il utilisait quatre « souverains » et quatre « shiling ».

Il faut 4 étapes pour arriver au bout :



232 Hirondelle (3)

Énigme

Des hirondelles se reposent sur des fils télégraphiques.
Cinq s'envolent, puis trois reviennent.
Il y en a alors douze sur les fils.

Combien d'hirondelles y avait-il au début sur les fils ?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 14

« Sur le fil », Série 8*,
240 questions de calcul, de logique et de géométrie, Kangourou

Réponse **E**

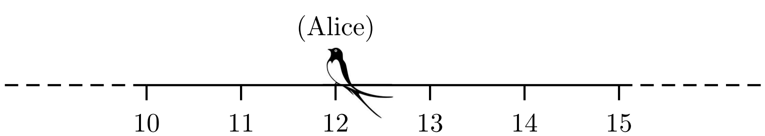
5 hirondelles se sont envolées et seulement 3 sont revenues.
Il y en a donc 2 de moins sur le fil qu'au début.
Comme il y en a maintenant 12, c'est qu'au début il y en avait $12 + 2 = 14$.

233 Hirondelle (4)

Énigme

Trois hirondelles (Alice, Babette et Claudie) se reposent le long de la ligne des nombres.
Alice se trouve sur le nombre 12, Babette sur le nombre 34 et Claudie juste au milieu entre Alice et Babette.

Sur quel nombre se trouve Claudie ?
A) 20 B) 21 C) 22 D) 23 E) 24



« 9. 11. Trois hirondelles », Série 9**,
240 questions de calcul, de logique et de géométrie, Kangourou

Réponse **D**

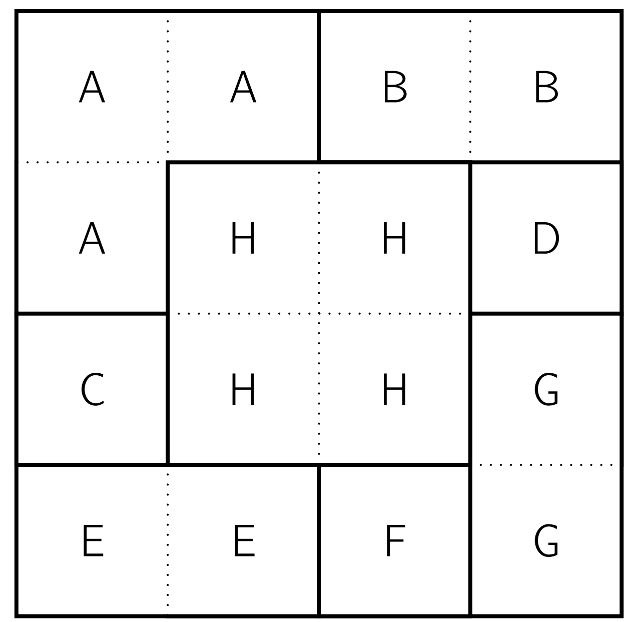
$34 - 12 = 22$.
Il y a 22 unités entre Alice et Babette.
La moitié de 22 est 11.
Claudie est donc 11 nombres après Alice.
$12 + 11 = 23$.
Claudie est sur le 23.
(Et on a bien $23 + 11 = 34$.)

234 Imagier

Énigme

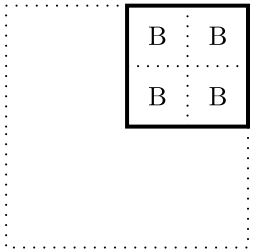
Marguerite réalise un imagier d'animaux pour son petit frère Pierrot, sous forme de cartes.
Elle colle chaque image sur un morceau de carton fin carré puis, au dos, elle écrit seize fois l'initiale de l'animal.
Elle pose ensuite la carte sur le tas de cartes déjà réalisées ; chaque carte recouvre en partie celle qu'elle vient de poser.
Elle a déjà construit une carte avec un âne, un bélier, un canard, un dindon, un escargot, une fourmi, une grenouille et une hirondelle.

Retrouve l'ordre dans lequel elle a posé les huit cartes.

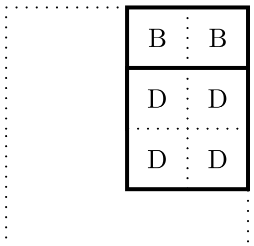


D'après un défi du Tournoi de St Michel en l'Herm, 1993

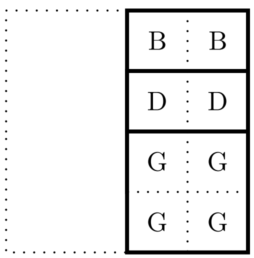
1. Bélier



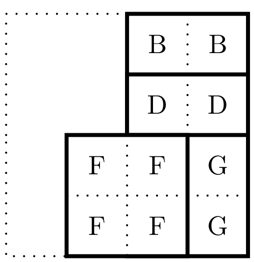
2. Dindon



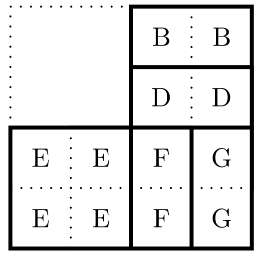
3. Grenouille



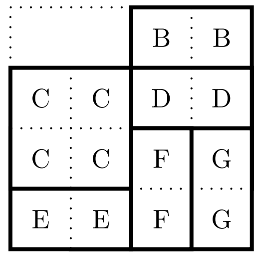
4. Fourmi



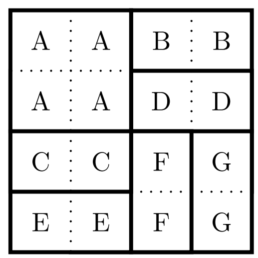
5. Escargot



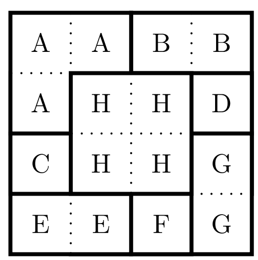
6. Canard



7. Âne



8. Hirondelle

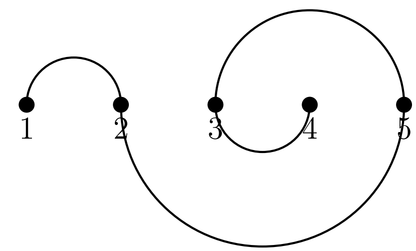


235 Isard

Énigme

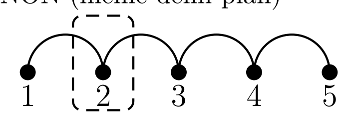
Gaspard l'isard dispose de cinq endroits alignés, régulièrement espacés, pour se poser à la fin d'un vol.
Assez curieusement, Gaspard aime bien aller dans les cinq endroits en allant d'un endroit à un autre en décrivant un demi-cercle !
De plus, il repart d'un endroit en changeant de demi-plan de vol délimité par l'alignent et n'aime pas couper sa ligne de col.
(Un exemple de vol est donné ci-dessous)

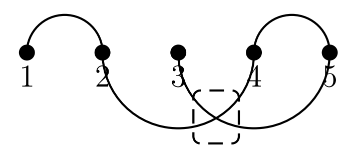
Déterminer l'ensemble de tous les vols possibles partant de l'endroit 1.



1 2 5 3 4

NON (même demi-plan)

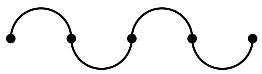




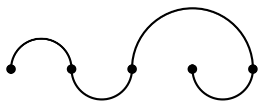
NON (coupure de la ligne de vol)

D'après « Les enroulements et les spirales », *Avec des nombres et des lignes, Récréations mathématiques*, André Sainte-Laguë, p. 152, Éd. Vuibert, 1937

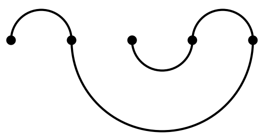
Il y a 10 vols solutions (aux symétries près).



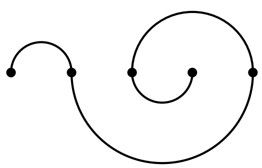
1 2 3 4 5



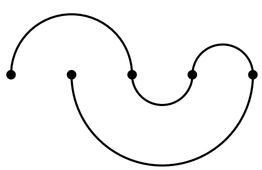
1 2 3 5 4



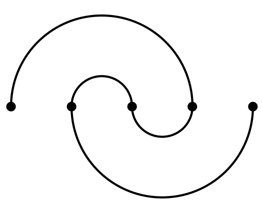
1 2 5 4 3



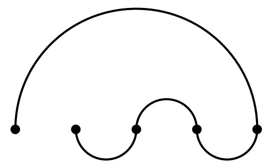
1 2 5 3 4



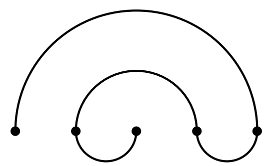
1 3 4 5 2



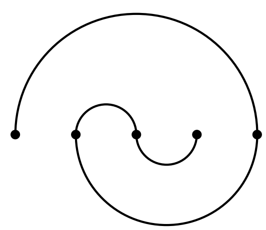
1 4 3 2 5



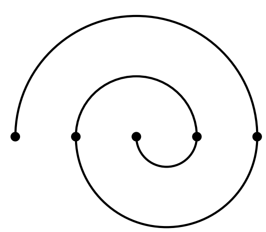
1 5 4 3 2



1 5 4 3 2



1 5 2 3 4



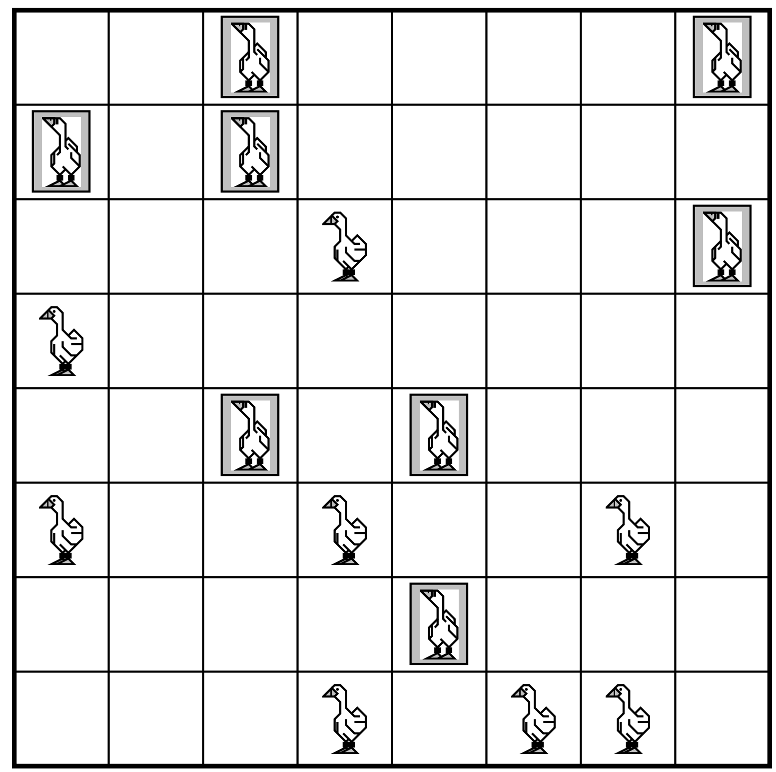
1 5 2 4 3

236 Jars

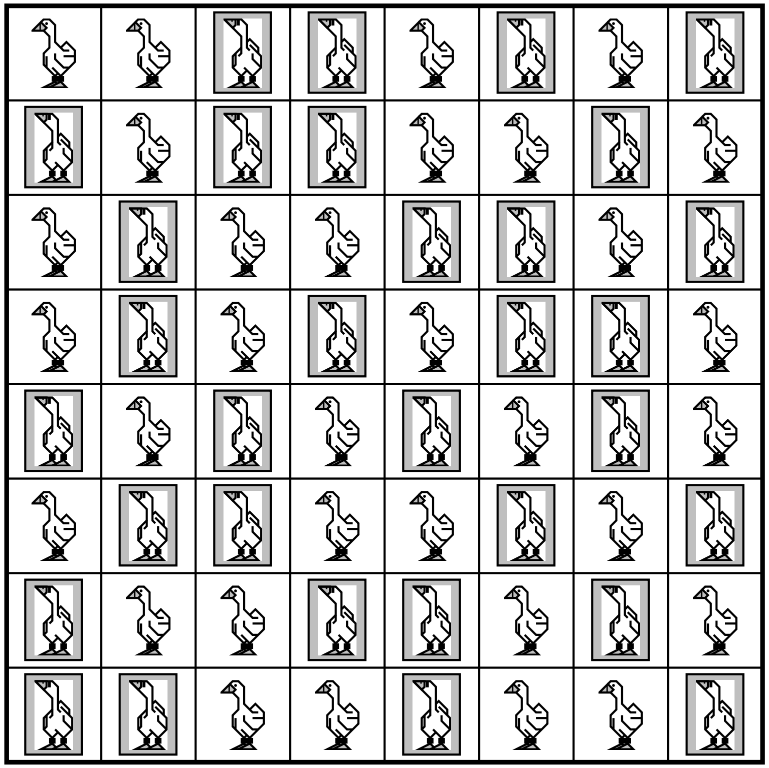
Énigme

Compléter la grille suivante avec des jars et des oies sachant que :

1. il y a autant d'oies  et de jars  dans chaque ligne et chaque colonne ;
2. il n'y a pas plus de deux oies ou jars l'un à côté de l'autre ou l'un en-dessous de l'autre ;
3. il n'y a pas deux lignes ou deux colonnes identiques.



Le principe de ce jeu est celui du *takuzu*.



		1					1
1		1					
			0				1
0							
		1		1			
0			0			0	
				1			
			0		0	0	

0	0	1	1	0	1	0	1
1	0	1	1	0	0	1	0
0	1	0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	0	1	1	0
1	0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	0	0	1	0	1
1	0	0	1	1	0	1	0
1	1	0	0	1	0	0	1

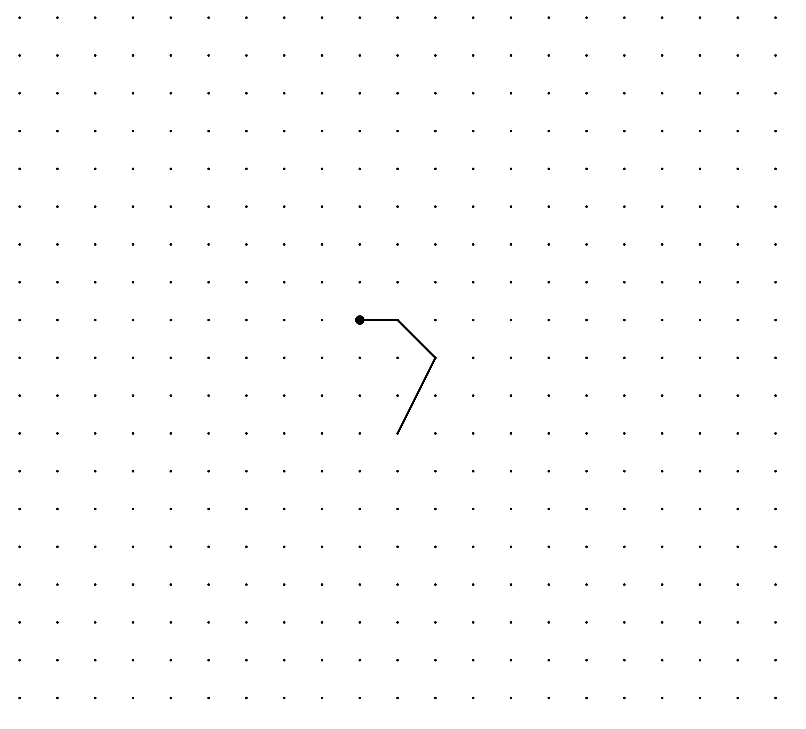
237 Kangourou (1)

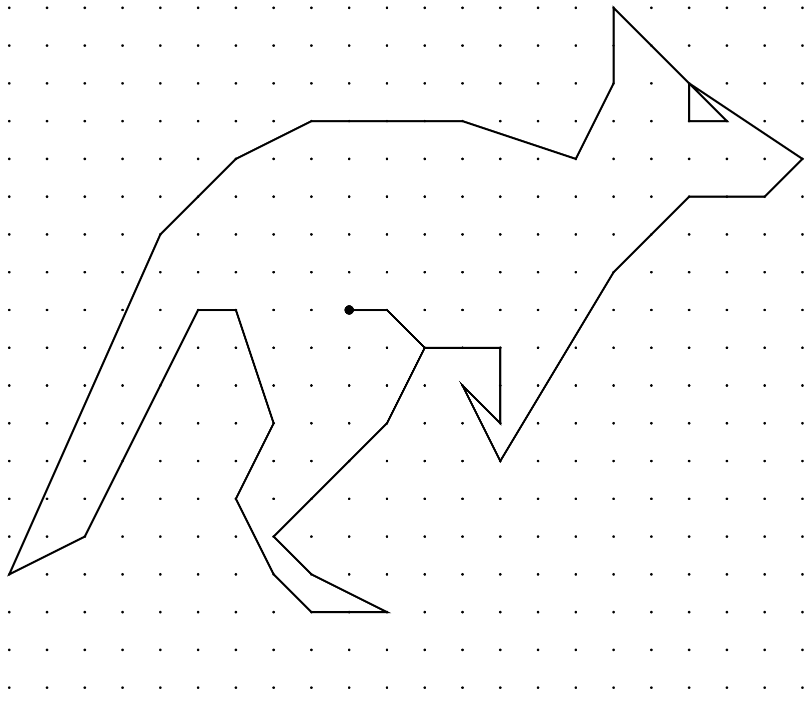
Énigme

Eymeric te donne son dessin de kangourou sous forme du codage ci-dessous.
Le premier nombre du couple donne le déplacement horizontal (négatif vers la gauche et positif vers la droite) et le second, le déplacement vertical (négatif vers le bas et positif vers le haut) à faire depuis le dernier point.

Le début est fait ; termine le tracé.

- (1,0) (1,−1) (−1,−2) (−3,−3) (1,−1) (2,−1) (−2,0) (−1,1) (−1,2) (1,2) (−1,3) (−1,0) (−3,−6) (−2,−1) (4,9) (2,2) (2,1) (4,0) (3,−1) (1,2) (0,2) (2,−2) (1,−1) (−1,0) (0,1) (3,−2) (−1,−1) (−2,0) (−2,−2) (−3,−5) (−1,2) (1,−1) (0,2) (−2,0)





238 Kangourou (2)

Énigme

Un kangourou a dans sa poche 3 chaussettes blanches, 2 chaussettes noires et 5 chaussettes grises.
Sans regarder, il veut en prendre une paire.

Quel nombre minimum de chaussettes lui faut-il sortir pour être sûr qu'il en a bien deux de la même couleur ?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 7 E) 10

Kangourou des mathématiques, Catégorie Benjamins, 1996, n° 12

Réponse C.

Il y a trois couleurs différentes de chaussettes.

Le kangourou doit donc prendre une chaussette de chaque couleur, plus une.

Il doit donc prendre au minimum 4 chaussettes.

239 Kangourou (3)

Énigme

Un kangourou est enrhumé.
Il utilise des mouchoirs carrés de 25 cm de côté..
En huit jours, il a utilisé 3 m^2 de tissu.

Combien a-t-il, en moyenne, utilisé de mouchoirs par jour ?

A) 1 B) 3 C) 6 D) 18 E) 24

Kangourou des mathématiques, Catégorie Benjamins, 1996, n° 20

Réponse C.

3 m^2 sont égaux à 30 000 cm^2.

L'aire d'un mouchoir est égale à $25 \times 25 = 625$ cm^2.

Le kangourou a donc utilisé en 8 jours un nombre de mouchoirs égal à $30\,000 \div 625$, c'est-à-dire 48.

Il a donc utilisé, en moyenne, $48 \div 8 = 6$ mouchoirs par jour.

240 Kangourou (4)

Énigme

Au départ, il y a plusieurs kangourous dans un enclos.
Un kangourou dit « nous sommes 6 kangourous dans cet enclos » puis saute hors de l'enclos.
Puis, chaque minute, un kangourou dit « tous ceux qui sont sortis avant moi sont des menteurs », et saute hors de l'enclos, jusqu'à ce que l'enclos soit vide.

Combien de kangourous ont dit la vérité ?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Kangourou des maths, 2004, Épreuve Cadets, n° 18

Réponse B.

S'il y a 6 kangourous dans l'enclos, le premier dit la vérité et tous les autres mentent.
S'il y a un autre nombre de kangourous dans l'enclos, le premier kangourou ment, mais le deuxième dit la vérité en disant que celui qui l'a précédé a menti.
Et donc tous les kangourous suivants vont mentir.
Donc, dans tous les cas, un seul kangourou dit la vérité.

241 Kangourou (5)

Énigme

Plus de 800 kangourous ont couru la *Kangourou Hop*.
35 % étaient des femelles et il y avait 252 kangourous mâles de plus que de kangourous femelles.

Combien au total y avait-il de kangourous dans la course ?

A) 802 B) 810 C) 822 D) 824 E) 840

Réponse E.

35 % étaient des femelles, donc 65 % étaient des mâles.

Les 252 kangourous mâles de plus que les femelles correspondent donc à 65 % − 35 % soit 30 % du nombre total de kangourous.

Le nombre total de kangourous est donc $\dfrac{252 \times 100}{30}$, soit 840.

242 Kangourou (6)

Énigme

Un kangourou va parcourir un cercle où sont disposées dans le sens des aiguilles d'une montre : une poire (en position 1) et six pommes (aux positions 2, 3, 4, 5, 6 et 7).
Le kangourou choisit un fruit, le mange, puis avance de 7 fruits restants, dans le sens des aiguilles d'une montre, mange le fruit sur lequel il tombe, avance de 7 fruits restants et ainsi de suite jusqu'à manger le dernier fruit.

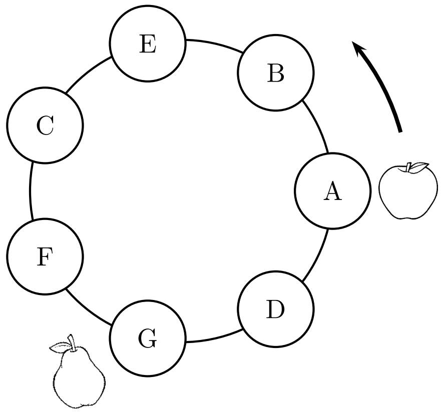
Quel est le numéro de la pomme par laquelle il doit commencer, pour finir son repas par la poire ?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 7

Kangourou des mathématiques, Épreuve « Lycée », 2009

Réponse B.

En commençant à la pomme A (voir dessin ci-dessous), les fruits successivement mangés seront B, C, D, E, F et G.



Si la poire (en G) porte le numéro 1, alors la pomme par où commencer se situe deux fruits plus loin dans le sens des aiguilles d'une montre et porte le numéro 3.

243 Kangourou (7)

Énigme

Le kangourou Jumpy s'est entraîné pour les Olympiades.
Son saut le plus long à l'entraînement a été de 50 dm 50 cm et 50 mm.
Le saut avec lequel il a remporté la médaille d'or était encore meilleur de 123 cm.

Quelle est la longueur du saut avec lequel il a gagné ?
A) 6 m 78 cm B) 5 m 73 cm C) 5 m 55 cm
D) 11 m 28 cm E) 7 m 23 cm

« Le saut gagnant ! », Série 7***,
240 questions de calcul, de logique et de géométrie, Kangourou

Réponse **A**

50 dm = 5 m et 50 mm = 5 cm
Donc son saut le plus long à l'entraînement a été de 5 m 55 cm.

123 cm = 1 m 23 cm
Donc le saut avec lequel il a remporté la médaille d'or a été de 5 m 55 cm + 1 m 23 cm = 6 m 78 cm.

244 Kangourou (8)

Énigme

Kangourou veut fabriquer une couverture « en patchwork » formée de carrés de tissus (10 carrés dans la largeur et 15 dans la longueur). À chaque point de rencontre de 4 carrés, Kangourou veut coudre un bouton.

Combien de boutons devra-t-il coudre ?
A) 150 B) 104 C) 126 D) 140 E) 135

« Des boutons ! », Série 3***,
240 questions de calcul, de logique et de géométrie, Kangourou

Réponse **C**

Il y a $10 - 1 = 9$ séparations de carrés dans la largeur et $15 - 1 = 14$ dans la longueur.
Cela fait 9×14 points de rencontre, soit 126.

245 Kangourou (9)

Énigme

Sophie dessine des kangourous avec quatre crayons de couleur utilisés toujours dans le même ordre :
un bleu, un vert, un rouge, un noir,
un bleu, un vert, un rouge, un noir, etc.

De quelle couleur est le 17$^{\text{ème}}$ kangourou ?

A) bleu B) vert C) rouge
D) noir E) on ne peut pas savoir

« Bleu, vert, rouge, noir », Série 7*,
240 questions de calcul, de logique et de géométrie, Kangourou

Réponse **A**

Les couleurs alternent suivant un cycle de quatre couleurs.
Comme $17 = 4 \times 4 + 1$, le dix-septième kangourou sera bleu comme le premier.

246 Kangourou (10)

Énigme

La famille Kangourou (le père, la mère et leur fils) loue un canoë à trois places.

De combien de manières différentes peuvent-ils s'asseoir dans le canoë l'un derrière l'autre ?
A) 9 B) 8 C) 6 D) 4 E) 3

« 5. 6. Le canoë », Série 5*,
240 questions de calcul, de logique et de géométrie, Kangourou

Réponse **C**

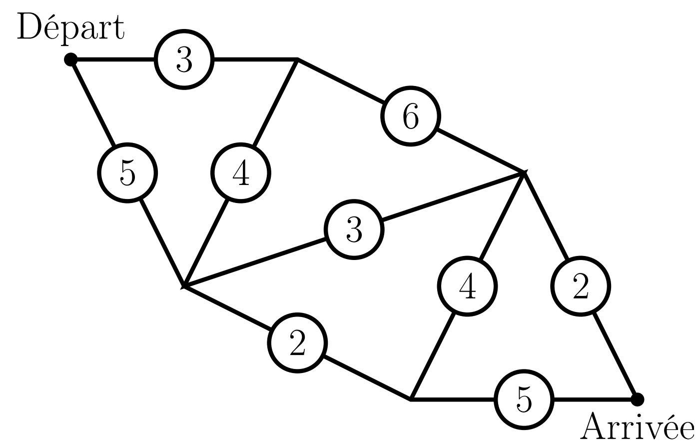
En notant P le père, M la mère et F le fils, on a les six ordres possibles : PMF, PFM, MPF, MFP, FPM et FMP.

247 Kangourou (11)

Énigme

Du « Départ » à l'« Arrivée », le kangourou choisit le chemin où il aura à sauter le moins d'obstacles possibles.
Le nombre placé sur un chemin indique le nombre d'obstacles sur ce chemin.

Combien devra-t-il en sauter ?
A) 11 B) 8 C) 10 D) 18 E) 6



« 2. 8. Obstacles », Série 2*,
240 questions de calcul, de logique et de géométrie, Kangourou

Réponse **C**

On peut arriver aux deux premières intersections directement ou en utilisant l'autre départ possible et le segment de quatre obstacles ; ici le plus court chemin est toujours le chemin direct et on peut donc ignorer le segment joignant les deux premières intersections.
En raisonnant de même à partir de l'« Arrivée », on écarte le deuxième segment de quatre obstacles.
Il ne reste que quatre chemins possibles : $3+6+2=11$ (« direct » en haut), $3+6+3+2+5=19$ (le « zig-zag »), $5+2+5=12$ (« direct » en bas) et $5+3+2=10$ (par la « diagonale »), qui est le chemin avec le moins d'obstacles.

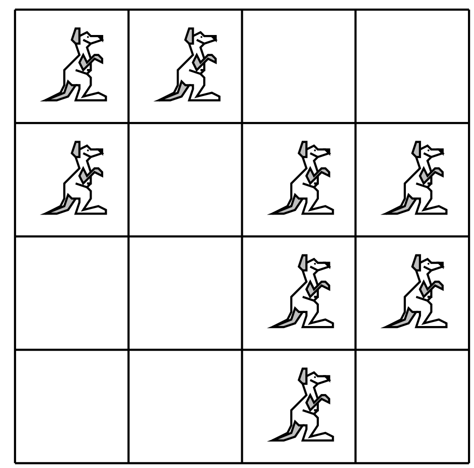
248 Kangourou (12)

Énigme

Huit cases de la grille ci-dessous sont occupées par des kangourous. On voudrait qu'il y ait exactement deux kangourous par les ligne et par colonne.

Quel est le plus petit nombre de kangourous devant sauter d'une case à une autre (pas forcément voisine) ?

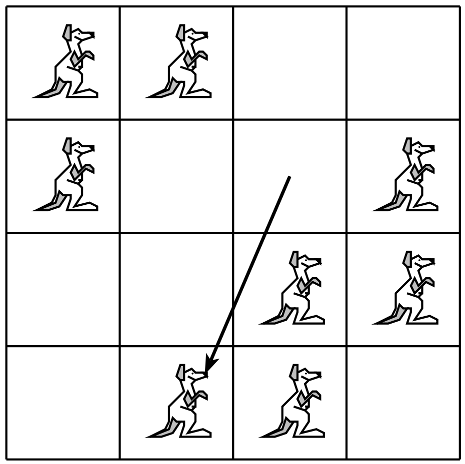
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4



« 9. 6. Deux kangourous », Série 9*,
240 questions de calcul, de logique et de géométrie, Kangourou

Réponse **B**

Il suffit de faire bouger un seul kangourou : le kangourou de la case située en deuxième ligne et troisième colonne doit sauter sur la case située en quatrième ligne et deuxième colonne.



249 Kangourou (13)

Énigme

Une boîte contient sept cartes.
Chacun des nombres de 1 à 7 est écrit sur une carte (un seul nombre sur chaque carte).
Le kangourou prend au hasard trois cartes dans la boîte ; puis le singe en prend deux et il en reste donc deux dans la boîte.
Alors le kangourou regarde ses cartes et, sûr de lui, dit au singe : « Je sais que la somme des nombres écrits sur tes cartes est un nombre pair. »

Quelle est donc la somme des nombres écrites sur les cartes prises par le kangourou ?
A) 10 B) 12 C) 6 D) 9 E) 15

Kangourou des mathématiques, Collèges - Lycées, 2008

Réponse **B**

La somme d'un nombre pair et d'un nombre impair est un nombre impair.

Si le kangourou est sûr que la somme des nombres écrits sur les deux cartes du singe est un nombre pair, c'est qu'il est sûr, après avoir pris ses trois cartes, que les quatre cartes qui restaient étaient soit toutes paires soit toutes impaires.

Comme parmi les nombres de 1 à 7, il y a trois nombres pairs (2, 4 et 6) et quatre nombre impairs (1, 3, 5 et 7), c'est que le kangourou a pris les trois cartes portant les nombres pairs.

$2 + 4 + 6 = 12$. La somme cherchée est 12.

250 Kangourou (14)

Énigme

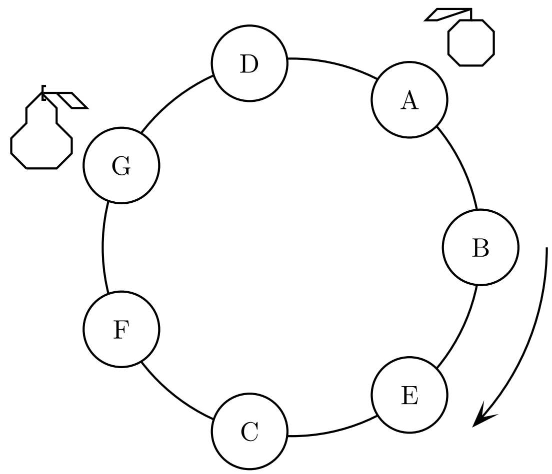
Un kangourou va parcourir un cercle où sont disposés dans le sens des aiguilles d'une montre une poire (en position 1) et six pommes (aux positions 2, 3, 4, 5, 6 et 7).Le kangourou choisit un fruit, le mange puis avance de 7 fruits restants, dans le sens des aiguilles d'une montre, mange le fruit sur lequel il tombe, avance de 7 fruits restants et ainsi de suite jusqu'à manger le dernier fruit.

Quel est le numéro de la pomme par laquelle il doit commencer pour finir son repas par la poire ?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 7

Réponse **B**

En commençant à la pomme A (voir dessin ci-dessous), les fruits successivement mangés seront B, C, D, E, F et G.



Si la poire (en G) porte le numéro 1, alors la pomme par où commencer se situe deux fruits plus loin dans le sens des aiguilles d'une montre et porte le numéro 3.

251 Kangourou (15)

Énigme

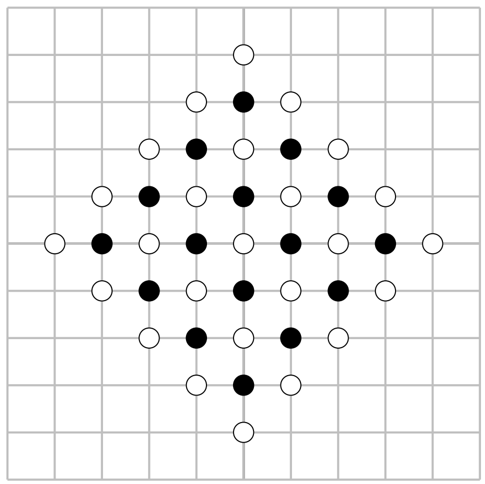
Un kangourou est assis à l'origine d'un système de coordonnées orthonormé.
Il peut sauter d'une unité verticalement ou horizontalement dans les deux sens des axes.

Sur combien de points peut se retrouver le kangourou après 10 sauts ?
A) 121 B) 100 C) 400 D) 441 E) 396

Concours Kangourou des mathématiques,« Épreuve Juniors », 2009

Réponse **A**

Après chaque saut, les positions possibles du kangourou sont à l'intérieur de carrés dont les côtés suivent les diagonales du quadrillage.
Sur l'exemple ci-dessous, le kangourou peut se trouver sur l'un des 4×4 points noirs après 3 sauts et sur l'un des 5×5 points noirs après 4 sauts.



Ainsi, après n sauts, le kangourou peut se trouver sur $(n+1)^2$ points différents.
Après 10 sauts, il peut donc se retrouver sur 11^2, soit 121 points.

252 Kangourou (16)

Énigme

2 009 kangourous qui sont soit clairs soit sombres comparent leurs tailles.
On constate qu'un certain kangourou clair est plus grand qu'exactement huit kangourous sombres, qu'un autre kangourou clair est plus grand qu'exactement neuf kangourous sombres, qu'un autre kangourou clair est plus grand qu'exactement dix kangourous sombres, et ainsi de suite jusqu'au dernier kangourou clair qui est plus grand que tous les kangourous sombres.

Quel est le nombre de kangourous clairs ?
A) 1 000 B) 1 001 C) 1 002 D) 1 003
E) cette situation est impossible

Concours Kangourou des mathématiques, « Épreuve Étudiants », 2009

Réponse **B**

Soit n le nombre de kangourous clairs et k_1 , k_2 , ..., k_n leurs tailles dans l'ordre.
Chacun étant plus grand qu'un nombre différents de kangourous sombres, tous les kangourous clairs ont des tailles différents : $k_2 < k_2 < \cdots < k_n$.
Plaçons maintenant les kankpirous sombres.
Il y en a huit de taille inférieure à k_1 et il y a un kangourou sombre entre k_1 et $_2$, un entre k_2 et k_3 , et ainsi de suite jusqu'à k_n .
Il y a donc $8 + (n - 1)$ kangourous sombres.
Et $2\,009 = n + 8 + (n - 1)$, soit $n = 1\,001$.
Il y a 1 001 kangourous clairs.

253 Kangourou (17)

Énigme

Les 24 animaux de Lola sont de trois sortes des vaches, des chats et des kangourous.
Trois quarts ne sont pas des vaches et deux tiers ne sont pas des chats.

Combien Lola a-t-elle de kangourous ?
A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

Concours Kangourou des mathématiques, 2019, Sujet C

Réponse **D**

Un quart des animaux sont des vaches, soit 6.
Et un tiers sont des chats, soit 8.
Les autres animaux sont les kangourous et il y en a $24 - 6 - 8$, soit 10.

254 Kangourou (18)

Énigme

La somme des âges d'un groupe de kangourous est 36 ans.
Dans deux ans, la somme de leurs âges sera 60 ans.

Combien y a-t-il de kangourous dans ce groupe ?
A) 10 B) 12 C) 15 D) 20 E) 24

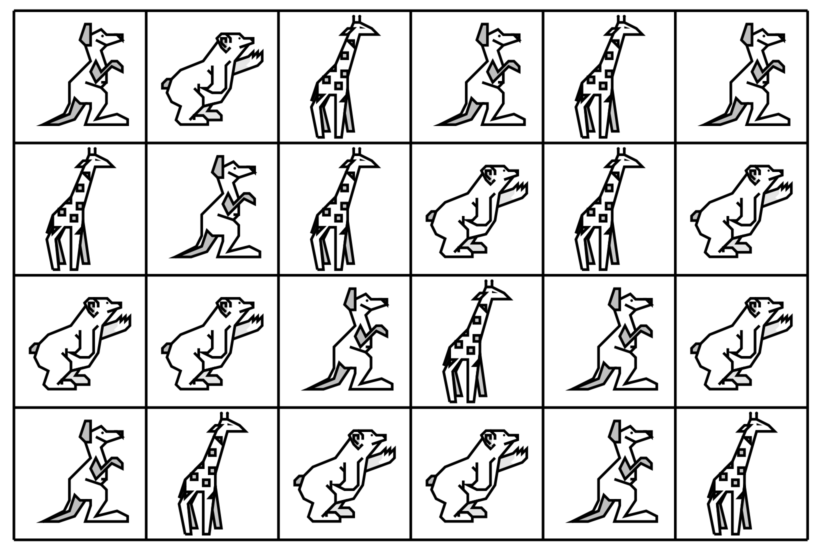
Réponse **B**

En deux ans, la somme des âges a augmenté de $60 - 36 = 24$ ans.
Chaque kangourou ayant deux ans de plus, le nombre de kangourous est $24 \div 2$, soit 12.

255 Labyrinthe (1)

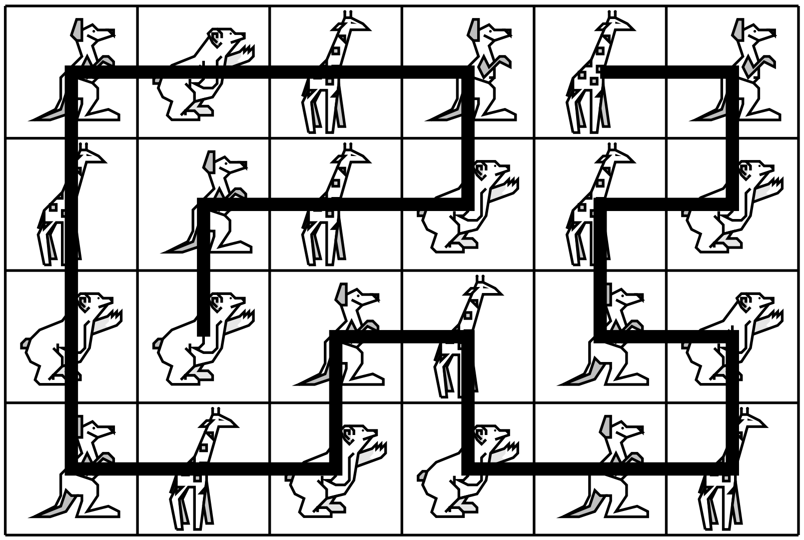
Énigme

Un problème de labyrinthe !
En démarrant d'un animal, en se déplaçant horizontalement ou verticalement, il s'agit de trouver le plus long chemin possible à travers le zoo.
De plus, le chemin doit répéter une séquence de trois animaux, sans faire de boucle.



D'après « Le tribunal des animaux », *Magiques mathématiques !*, C. A. Pickover, Dunod

Voici un chemin possible, traversant 24 zones, qui répète la séquence suivante :

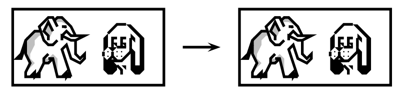


256 Labyrinthe (2)

Énigme

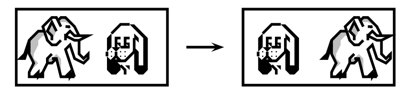
Un problème de labyrinthe !
Tu dois commencer dans une case et créer un chemin continu dans le tableau qui doit traverser toutes les cases. Tu peux aller à gauche, à droite, en haut, en bas, mais ton chemin ne doit pas se recouper. Deux paires successives d'animaux doivent être différentes *(figure 1)* mais tu peux aller vers une case contenant les mêmes animaux dans un ordre différent *(figure 2)* ou vers un ensemble complètement différent *(figure 3)*.

NON



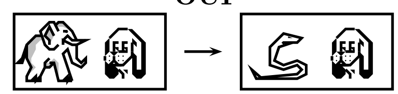
(figure 1)

OUI

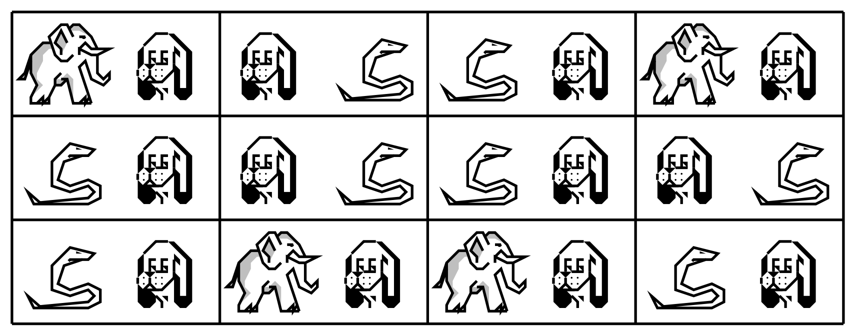


(figure 2)

OUI

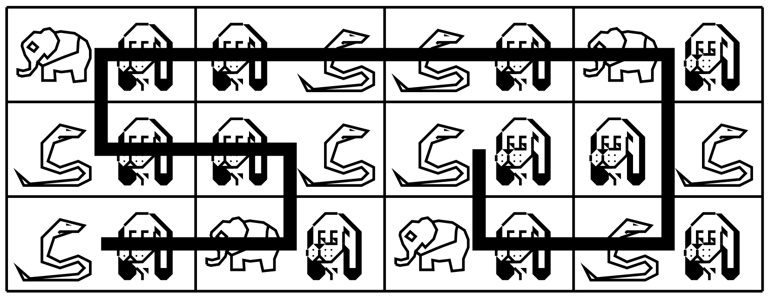


(figure 3)



D'après « Toto, M. Plex et l'éléphant », *Magiques mathématiques !*, C. A. Pickover, Dunod

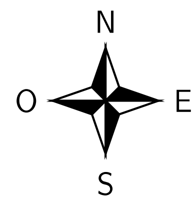
Voici un chemin possible :



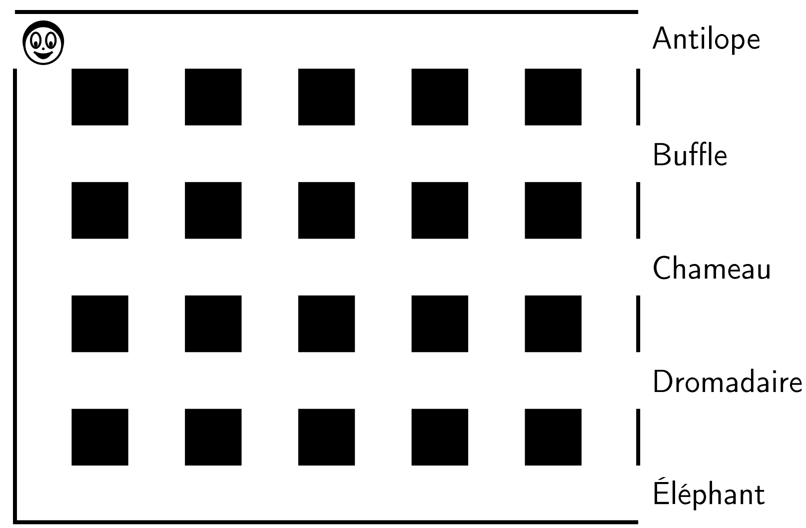
257 Labyrinthe (3)

Énigme

Tristan doit traverser le labyrinthe du zoo en suivant le message ci-dessous.
Vers quel animal arrive-il en sortant du labyrinthe ?

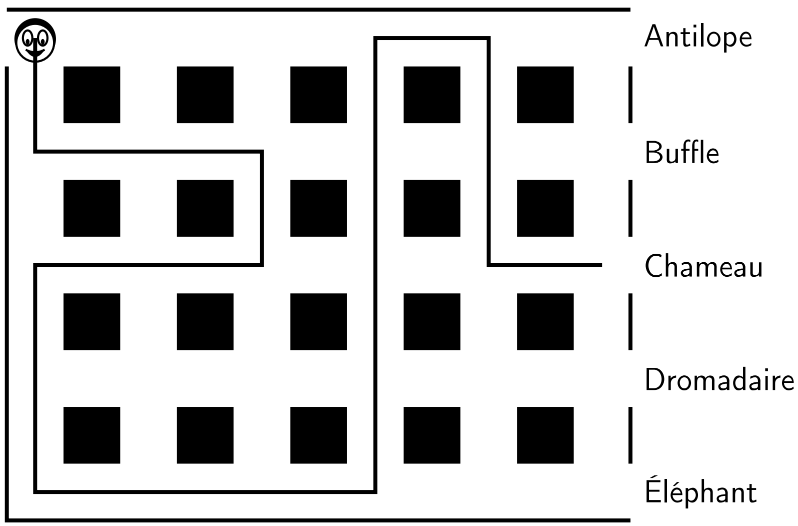


S1 E2 S1 O2 S2 E3 N4 E1 S2 E1



« Promenade au zoo », Rallye mathématique des écoles de Bourgogne et Franche-Comté, Étape 2, 2018

Il arrive vers le chameau :

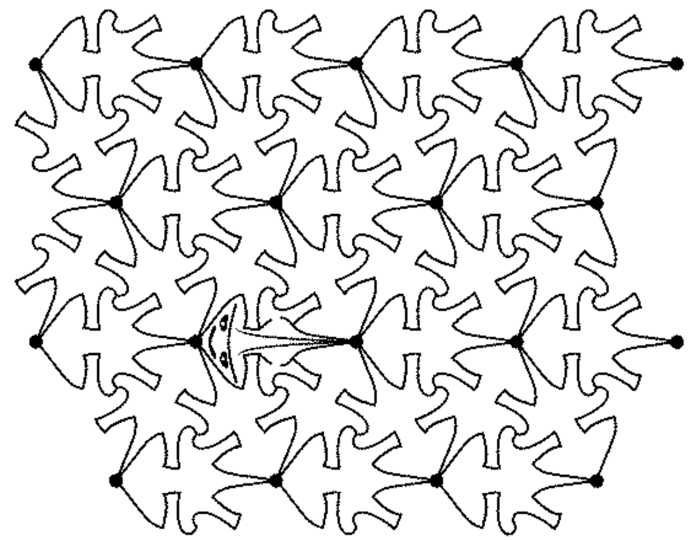


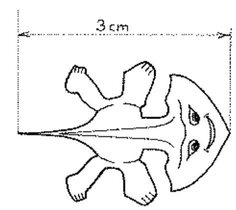
258 *Lacertus planus gregaris*

Énigme

Voici un nid de reptiles d'une espèce rare : le *lacertus planus gregaris*. Ils sont plats, ils ont tous exactement la même silhouette, la même taille, et la propriété remarquable de pouvoir s'assembler sans laisser d'interstice.
L'individu qui a ouvert les yeux mesure exactement 3 centimètres de la pointe de son menton à l'extrémité de sa queue effilée.

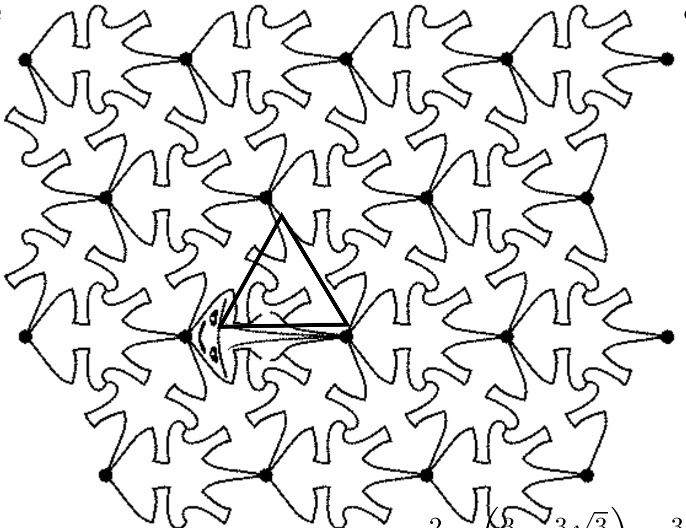
Calculer l'aire de ce sympathique spécimen.





« Nid de reptiles », Rallye mathématique sans frontières, Préparation, 3ème-2nde, 1997

Trois de … de côté.



L'aire d'un reptile est donc, en cm^2, égale à $\frac{2}{3} \times \left(\frac{3}{2} \times \frac{3\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

259 Lapin (1)

Énigme

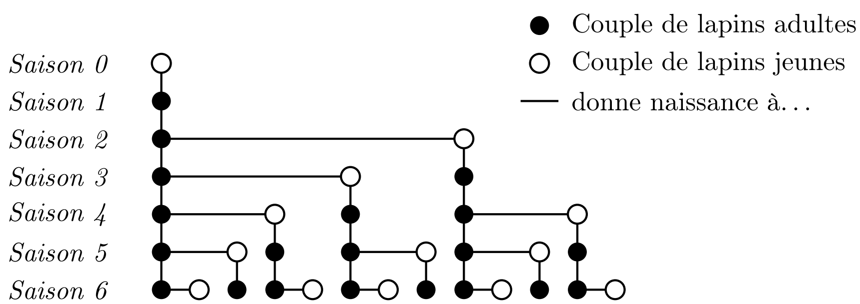
Un homme met un couple de lapins dans un lieu isolé de tous les côtés par un mur.

Combien de couples obtient-on en un an si chaque couple engendre tous les mois un nouveau couple à compter du troisième mois de son existence ?

Dans cette population (idéale), on suppose que :
- au début du premier mois, il y a juste une paire de lapins ;
- les lapins ne procréent qu'à partir du début du troisième mois ;
- chaque début de mois, toute paire susceptible de procréer engendre effectivement une nouvelle paire de lapins ;
- les lapins ne meurent pas.

La suite donnant le nombre de lapins appelée « de Fibonacci ». Elle doit son nom à Leonardo Fibonacci, un mathématicien italien du XIII^e siècle qui a posé ce problème dans l'un de ses ouvrages, le *Liber Abaci*.

Notons F_n le nombre de couples de lapins au début du mois n.
Jusqu'à la fin du deuxième mois, la population se limite à un couple (ce que l'on note : $F_1 = F_2 = 1$).
Dès le début du troisième mois, le couple de lapins a deux mois et il engendre un autre couple de lapins. On note alors $F_3 = 2$.
Plaçons-nous maintenant au mois n et cherchons à exprimer ce qu'il en sera deux mois plus tard $(n+2)$: F_{n+2} désigne la somme des couples de lapins au mois $n+1$ et des couples nouvellement engendrés.
Or n'engendrent au mois $(n+2)$ que les couples pubères, c'est-à-dire ceux qui existent deux mois auparavant.
On a donc : $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$ pour tout entier n strictement positif.
On choisit alors de poser $F_0 = 0$, de manière que cette équation soit encore vérifiée pour $n = 0$.
On obtient ainsi la forme récurrente de la suite de Fibonacci : chaque terme de cette suite est la somme des deux termes précédents ; pour obtenir chacun de ces deux termes, il faut faire la somme de leurs termes précédents… et ainsi de suite, jusqu'à ce que ces deux termes soient les deux termes initiaux, F_0 et F_1, qui sont connus.



Saison	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Couples	0	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144

On obtient 144 couples.

260 Lapin (2)

Énigme

Un lapin a déjà fait 77 sauts quand un kangourou part à sa poursuite. Pendant que le lapin fait 13 sauts, le kangourou en fait 9, et 3 sauts de kangourou font autant de distance que 8 sauts de lapin.

Combien de fois le kangourou devra-t-il sauter avant de rattraper le lapin ?

« Sauts de lapin », Rallye Mathématique Sans Frontières Midi-Pyrénées

3 sauts de kangourou équivalent à 8 sauts de lapin.
Donc 9 sauts de kangourou équivalent à $8 \times 3 = 24$ sauts de lapin.
De plus, pendant que le kangourou fait 9 sauts, le lapin en fait 13.
Donc tous les 9 sauts, le kangourou rattrape $24 - 13 = 11$ sauts de lapin.
Le retard du kangourou est de 77 sauts de lapin et $77 = 7 \times 11$.
Il faut donc que le kangourou fasse $7 \times 9 = 63$ sauts pour rattraper le lapin.

261 Lapin (3)

Énigme

Un petit lapin et une petite lapine sont nés de la même portée. Dans cette portée, lui, Jeannot, a eu deux fois plus de « sœurs » que de « frères ». Mais elle, Blanchette, a eu deux fois plus de « frères » que de « sœurs ».

De combien de jeunes se composait cette portée ?

« Lapinos », *Les jeux du Kangourou des collèges*, 1995

Supposons qu'il y ait dans la portée m mâles et f femelles.

Jeannot a donc $m-1$ frères et f sœurs.
La première information donne :

$$2\,(m-1) = f$$

De même, on a :

$$2\,(f-1) = m$$

Ainsi,

$$2\,(2\,(m-1)-1) = m$$

Par conséquent :

$$4\,m - 6 = m$$

C'est-à-dire :

$$3\,m = 6$$

D'où l'on tire :

$$m = 2$$

D'où l'on a :

$$f = 2 \times (2-1) = 2$$

Il y a quatre jeunes dans la portée : deux mâles et deux femelles.

262 Lapin (4)

Énigme

Mme Vubass a un clapier carré partagé en 9 cases.
Dans celle du milieu, elle ne met pas de lapin car cette place n'est pas facilement accessible.
Dans les autres, elles a prévu la répartition suivante, c'est-à-dire 29 pour chaque rangée du bord :

4	15	10
15		15
10	15	4

Pour surveiller ses lapins, elle se contente de compter le nombre d'animaux dans les 4 rangées du bord et, dès qu'elle trouve 29 par rangée, elle est rassurée.
Aucune case cependant ne peut être vide sans qu'elle s'en aperçoive.
Maître Renard, en personnage futé qu'il est, a réussi a voler des lapins tous les jours pendant 7 jours sans que Mme Vubass s'en aperçoive.

Comment les lapins étaient-ils répartis au bout de ces 7 jours ?
Et combien en a-t-il pris par jour ?

« Mes beaux lapins », Quart de finale, Rennes, Lycée, 1990

Il y a 29 lapins dans dans chacune des 4 rangées mais 88 en tout (et non pas $29 \times 4 = 116$) ! En effet, les lapins situés aux extrémités sont dans deux rangées perpendiculaire.

On appelle ℓ (avec $\ell > 0$) le nombre de lapins que Maître Renard va déplacer le premier jour. On a alors la configuration suivante :

$4 + \ell$	$15 - 2\,\ell$	$10 + \ell$
$15 - 2\,\ell$		$15 - 2\,\ell$
$10 + \ell$	$15 - 2\,\ell$	$4 + \ell$

La somme dans chaque rangée est donc 29 mais le nombre de lapins est maintenant $88 - 4\,\ell$: Maître Renard a pris $4\,\ell$ lapins !

Au bout de 7 jours, le nombre de lapins dans la case centrale de chaque rangée est $15 - 14\,\ell$. Or ce nombre doit être positif donc $\ell = 1$.

La situation au bout de 7 jours est donc la suivante :

11	1	17
1		1
17	1	11

Maître Renard a pris $7 \times 4 \times 1$, soit 28 lapins.

263 Lapin (5)

Énigme

Le patriarche Rougeaud a organisé une grande fête de retrouvailles. Il a compté 20 couples de lapins et 10 lapins seuls.
Chaque lapin a dit SALUT à chacun des autres, sauf à son ou à sa partenaire.

Combien de fois le mot SALUT a-t-il été prononcé ?

« Retrouvailles de lapins », Défi 36 de la série C du site Récréomath

Il y a en tout $20 \times 2 + 10 = 50$ lapins.

Pour commencer, on considère qu'aucun lapin n'est en couple.

Dans ce cas, chacun des 50 lapins dit SALUT à 49 lapins.

Il y a alors $50 \times 49 = 2\,450$ SALUT.

Comme les 20 lapins en couples (c'est-à-dire 40 lapins) ne se saluent pas, on retranche 40 au nombre de SALUT. $2\,450 - 40 = 2\,410$.

En tout, le mot SALUT a été prononcé $2\,410$ fois.

264 Lapin (6)

Énigme

Albin a construit neuf enclos pour ses lapins.
Son inventaire lui révèle que, dans quatre enclos donnés, il y a 12, 15, 17 et 18 lapins.
Il y a le même nombre de lapins dans chaque rangée horizontale, verticale et diagonale.

De combien de lapins Albin est-il propriétaire ?

	12	
18		
17		15

« Lapins d'Albin », Défi 55 de la série A du site Récréomath

Comme $15 - 12 = 3$ et que $18 - 15 = 3$, la différence entre les termes successifs de la diagonale du 17 est aussi 3.

On écrit 20 au centre et 23 dans le coin supérieur droit.

Comme la somme dans cette diagonale est 60, la somme dans chaque rangée est 60.

Il y a trois rangées horizontales (ou verticales) et $60 \times 3 = 180$.

Albin est propriétaire de 180 lapins.

Complément. La configuration des enclos est la suivante.

25	12	23
18	20	22
17	28	15

265 Lapin (7)

Énigme

1. Trente-six cailloux sont disposés en un carré 6×6.
Angélie a placé une carotte sur chaque caillou.
Un lapin part d'un caillou ; il se déplace horizontalement et verticalement. Il mange chaque carotte qu'il atteint.

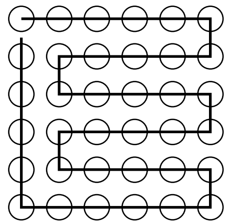
   Montrez qu'un lapin peut manger toutes les carottes, peu importe son point de départ.

2. Magloire dispose 25 roches en un carré 5×5.
Un lapin peut se déplacer d'une roche à une autre voisine horizontalement ou verticalement.

   Montrez que le lapin peut fouler toutes les roches mais, ce faisant, ne peut pas terminer sa course au point de départ.

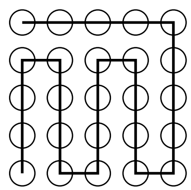
« Lapin d'Angélie » et « Un lapin frustré »,
`http://www.recreomath.qc.ca/`

1. Dans l'exemple ci-dessous, le lapin part du coin supérieur gauche et passe par tous les cailloux.



Comme il peut atteindre le caillou de départ, peu importe le point de départ, le lapin peut toucher à tous les cailloux et manger toutes les carottes.

2. Le lapin peut fouler toutes les roches. En voici un exemple :



La notation (L, C) indique que L est la ligne et C est la colonne.
Le lapin se déplace de (1,1) à (1, 2) ou à (2, 1), de (1, 2) à (1, 1), à (1, 3) ou à (2, 2), etc.
D'une roche à l'autre, la somme des coordonnées passe de paire à impaire ou de impaire à paire. Selon cette règle d'alternance, si au départ la somme est paire, elle devra être aussi paire à la 25$^{\text{ème}}$ roche.
Si, au départ, la somme est impaire, elle devra être aussi impaire à la 25$^{\text{ème}}$ roche.
Le passage de la 25$^{\text{ème}}$ roche à la première ne peut pas se faire, car elles ont la même parité.
En conséquence, le lapin ne peut pas terminer sa course au point de départ.

266 Lapin (8)

Énigme

Océanne a acheté 40 lapins.
Elle place 5 lapins par enclos, soit 15 par côté.

5	5	5
5		5
5	5	5

Au cours de la nuit, 4 lapins changent d'enclos.
Pourtant, au matin, Océanne compte 16 lapins sur chaque côté de trois enclos.

Comment les lapins pouvaient-ils être répartis au matin ?

« Lapins d'Océanne », `http://www.charleries.net/`

Les lapins pouvaient être répartis ainsi :

6	4	6
4		4
6	4	6

267 Lapin (9)

Énigme

Chaque jour, Pétronille donne la même quantité totale de carottes à ses lapins, peu importe leur nombre.
Le premier jour, elle donne cinq carottes à chacun et il lui reste neuf carottes.
Pendant la nuit, deux lapins vont batifoler et ne reviennent pas.
Au matin, elle donne six carottes à chacun et il lui reste encore neuf carottes.
Pendant la nuit, cinq lapins reviennent au bercail.
Au matin, elle donne alors quatre carottes à chacun et il lui reste encore neuf carottes.

Au minimum, combien y avait-il de lapins le troisième jour ?

« Lapins de Pétro », http://www.recreomath.qc.ca/

La quantité de carottes par sac est un nombre divisible par 5, 6 et 4.

Le plus petit commun multiple de 4, 5 et 6 est 60. Pétro a donné 60 carottes par jour.

Le troisième jour, le nombre de lapins est $60 \div 4 = 15$.

268 Lapin (10)

Énigme

Tibbar le lapin aime les choux et les carottes, il ne mange que ça.
Chaque jour il mange soit 2 choux et 3 carottes soit 1 chou et 5 carottes.
La semaine dernière Tibbar a mangé 27 carottes.

Combien a-t-il mangé de choux la semaine dernière ?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

Réponse E.

Tibbar mange les carottes par groupe de 5 ou de 3.

On doit donc pouvoir écrire 27 comme somme d'un multiple de 5 et d'un multiple de 3.

C'est impossible en prenant le multiple de 5 égal à 25, 20, 10 ou 5 ; et si on ne prend aucun jour à 5 carottes alors en 7 jours on ne peut pas atteindre 27 carottes.

La seule possibilité est : $27 = 15 + 12 = (4 \times 3) + (3 \times 5)$

Cela veut dire qu'il y a eu 4 jours avec 2 choux (et 3 carottes) et 3 jours avec un seul chou (et 5 carottes).

$(4 \times 2) + 3 = 11$

Tibbar a mangé 11 choux cette semaine-là.

269 Lapin (11)

Énigme

Trois lapins mangent des légumes dans mon jardin potager.
Chaque soir, le lapin blanc mange une carotte.
Chaque soir, le lapin marron mange un navet et, s'il n'y a plus de navet, il mange trois carottes.
Chaque soir, le lapin noir mange un chou ; s'il n'y a plus de chou, il mange trois navets et, s'il n'y a plus de navet, il mange cinq carottes.
Ce matin, Bernard a récolté une partie des légumes du potager.
Il a laissé, pour les lapins, 45 carottes, 21 navets et 5choux.

Pendant combien de jours ces lapins vont-ils pouvoir se nourrir tous les trois ?

« Les trois lapins », Rallye Bombyx, Académie de Montpellier, Mai 2009, $6^{\text{ème}}$

Pendant les cinq premiers jours, le lapin blanc a mangé 5 carottes, le lapin marron 5 navets et le lapin noir les 5 choux.

Il reste alors 16 navets et, chaque soir, il en faut 3 pour le lapin noir et 1 pour le lapin marron.

Ils tiendront pendant 4 jours.

Il reste, à ce moment-là, 36 carottes car le lapin blanc en a mangé 9.

À partir du dixième jour, il faut 1 carotte pour le blanc, 3 carottes pour le marron et 5 carottes pour le noir, donc 9 par jour.

Ils tiendront 4 jours supplémentaires.

Les trois lapins vont pouvoir se nourrir pendant 13 jours.

270 Lapin (12)

Énigme

Cinq lapins, Aristide, Barnabé, Caligula, Dodu et Eustache, décident d'organiser une course.
Dame tortue a bien essayé de les suivre, mais sans succès.
Pour connaître leur ordre d'arrivée, elle doit se contenter des informations que les protagonistes veulent bien lui fournir.
Ces derniers, farceurs, l'informent que chacun d'entre eux va lui donner deux renseignements, un vrai et l'autre faux :
« Dodu était deuxième, et moi quatrième, lance Aristide.
— Dodu a fini premier, je n'ai été que deuxième, se plaint Caligula.
— Je suis arrivé brillant second et Dodu troisième, affirme Eustache.
— Ne les crois pas, j'ai fini dernier, Barnabé a gagné, rectifie Dodu. »
Avant que Barnabé ne s'exprime, la tortue a déjà trouvé le classement.

Quel est l'ordre d'arrivée des cinq lapins ?

« Les lapins farceurs », *Jeux mathématiques du* Monde, n° 198, 21 novembre 2000

Ordre d'arrivée : Barnabé, Caligula, Dodu, Aristide, Eustache

Des affirmations de Caligula et Eustache, on déduit que Dodu est premier ou troisième, selon que le deuxième soit Eustache ou Caligula.
Mais alors Dodu ne peut être deuxième.
C'est donc qu'Aristide est quatrième.
Dodu ne peut non plus être dernier.
C'est donc que Barnabé a gagné.
Ce n'est donc pas Dodu, il est troisième.
Et le classement est reconstitué.

271 Lapin (13)

Énigme

Mathilde a acheté 90 autocollants avec des dessins de petits lapins pour décorer sa maison.
Elle en colle quelques-uns sur la porte de son frigo.
Dans sa salle de bains, elle colle trois fois le nombre des autocollants qu'elle a collés sur son frigo.
Dans sa chambre, elle colle cinq fois le nombre des autocollants qu'elle a collés sur son frigo.
Elle les a ainsi tous collés.

Combien d'autocollants a-t-elle collés sur la porte du frigo ? Combien dans la salle de bains ? Et combien dans sa chambre ?

« Les autocollants », Rallye mathématique transalpin, Finale, 2013, Le nombre d'autocollants collés sur la porte du frigo est pris 3 fois pour la salle de bains et 5 fois pour la chambre.

Par conséquent, ce nombre est utilisé 9 fois.

Or $90 \div 9 = 10$.

Par conséquent, il y a 10 autocollants sur le frigo, 30 autocollants dans la salle de bains et 50 autocollants dans la chambre.

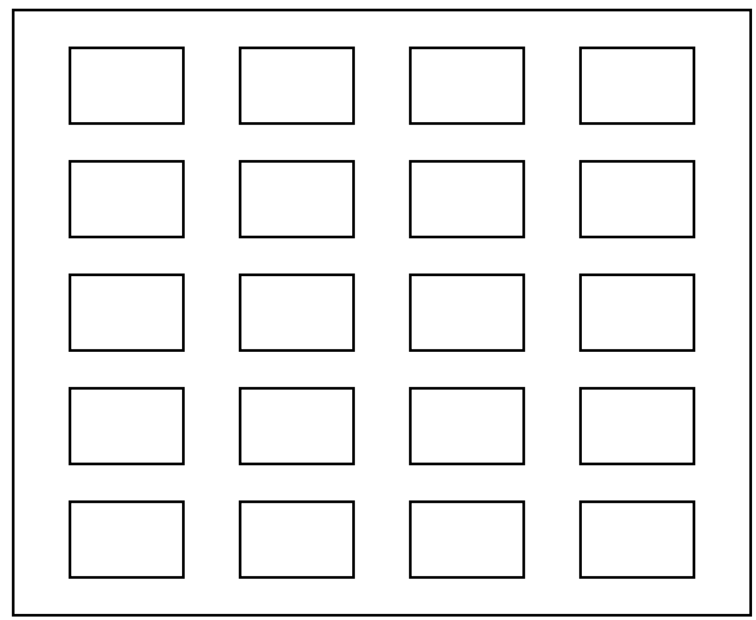
272 Lapin (14)

Énigme

Pierre nettoie son clapier et s'occupe de ses lapins.
Le clapier est composé de cinq niveaux de trois cages chacun.
Des cages contiennent chacune un lapin et les autres sont vides.
En ce moment,

1. au premier niveau, il y a trois cages avec un lapin ;
2. il y a aussi trois cages avec un lapin au quatrième niveau :
3. dans la colonne de gauche pour deux cages qui se suivent, l'une contient un lapin, l'autre non ;
4. dans la colonne de droite, il y a deux cages avec un lapin ;
5. au cinquième niveau, il y a une seule cage avec un lapin ;
6. au troisième niveau, toutes les cages ont un lapin ;
7. en tout, il y a treize cages avec un lapin.

Noircissez, dans le dessin du clapier, les cages que voit Pierre et qui ont un lapin.



D'après « Fenêtres éclairés », Rallye mathématique transalpin, Finale, 2014

L'information **6** permet de noircir toutes les cages du troisième niveau.

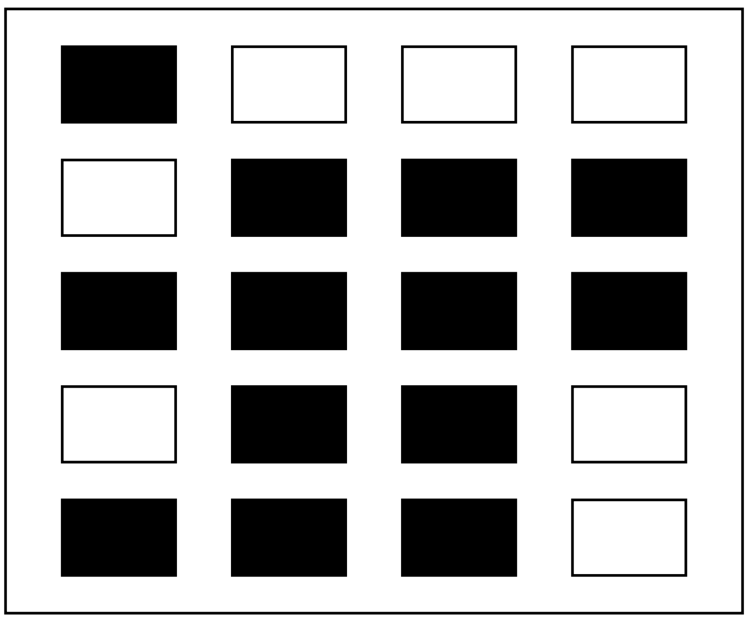
L'information **3** permet de noircir la première cage à gauche des premier et du cinquième niveaux. Les cages des deuxième et quatrième niveau resteront blanches.

L'information **2** permet ensuite de noircir toutes les cages du quatrième niveau à l'exception de la première.

L'information **4** permet ensuite de ne pas noircir d'autre cage de la colonne de droite. Les cages des premier, deuxième et cinquième niveau resteront blanches.

L'information **1** permet ensuite de noircir les deuxième et troisième cages du premier niveau.

L'information **7** permet ensuite de noircir les deux cages centrales du deuxième niveau.



273 Lapin (15)

Énigme

Il était une fois une ferme dans laquelle vivaient en nombre égal cochons, vaches, lapins et chevaux.
Survint une terrible épidémie et l'on entendit les plaintes des fermiers :
Le père : « Une vache sur cinq est morte !
La mère : — Il y a autant de chevaux morts que de cochons survivants.
Le fils : — La proportion des lapins survivants parmi les animaux encore en vie est de 5/14. »

La grand-mère passant par là demande : « Combien de lapins sont morts ? »

« La ferme apocalyptique », Rallye mathématique de l'académie de Nice, 3$^{\text{ème}}$-2$^{\text{nde}}$, 2010

Les effectifs initiaux des cochons, vaches, lapins et chevaux sont égaux. Puisque la dernière information donne une proportion, on peut partir d'un effectif de 100 pour chaque animal.

Une vache sur cinq est morte : il reste 80 vaches.

Appelons c le nombre de cochons survivants.
Le nombre de chevaux survivants est égal au nombre initial de chevaux diminué du nombre de chevaux morts, c'est-à-dire $100 - c$.

Appelons ℓ le nombre de lapins survivants.
Le nombre total d'animaux survivants est $c + \ell + 80 + (100 - c)$, c'est-à-dire $\ell + 180$.
L'énoncé donne : $\dfrac{\ell}{\ell + 180} = \dfrac{5}{14}$.
Donc $14\,\ell = 5\,\ell + 900$.
Donc $9\,\ell = 900$.
Donc $\ell = 100$.

Il y a le même nombre de lapins qu'au départ : il n'y a donc pas de lapin mort.

274 Lapin (16)

Énigme

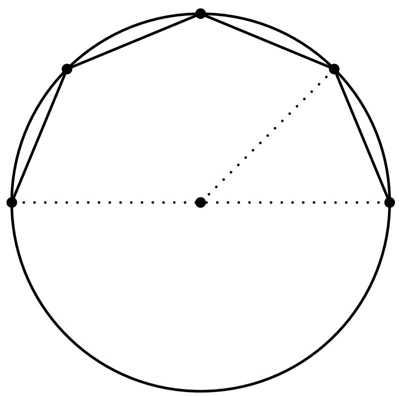
Jeannot Lapin ne se déplace que par sauts réguliers, tous d'une même longueur supérieure à 5 m.
Son terrain de jeu préféré est une petite pelouse circulaire de 10 m de diamètre.
Partant d'un point du bord, il atteint le point diamétralement opposé, en ayant fait exactement 4 sauts.
Après chaque saut, il se retrouve exactement sur le bord de la pelouse.
Il ne retombe jamais deux fois au même endroit.

Faites le dessin du trajet de Jeannot.
Quelle est la longueur de chacun des sauts ?

« Lapin sauteur », Rallye mathématique des collèges de Saône et Loire, $4^{\text{ème}}$-$3^{\text{ème}}$, 2008

Puisque Jeannot Lapin parcours un demi-cercle en quatre sauts, chaque demi-saut correspond à un huitième de cercle.

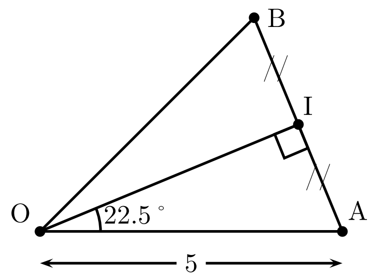
Le parcours de Jeannot Lapin sur la pelouse est le suivant :



La longueur du saut est égale à celle du côté d'un octogone régulier de rayon 5 m.

On considère alors le triangle OAB vérifiant les trois conditions suivantes :
- OAB est isocèle en O ;
- $OA = 5$;
- $\widehat{AOB} = 45°$.

I est le milieu du segment [AB].



Le triangle OIA est donc rectangle en I avec $OA = 5$ et $\widehat{AOI} = 22{,}5°$.

Donc $IA = 5 \sin 22{,}5°$.

Par conséquent, le saut a pour longueur $AB = 10 \sin 22{,}5° \approx 3{,}83$ m.

Remarque. La valeur exacte de $\sin 22{,}5°$ est $\dfrac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$.

275 Lapin (17)

Énigme

Le lapin de Pâques laisse des œufs dans un panier.
Daniel dit qu'il y a trente-cinq œufs dans le panier.
Hillary dit qu'il y en a vingt-neuf.
Joelle dit qu'il y en a vingt-huit.
Paul dit qu'il y en a trente-trois.
Richelle dit qu'il y en a trente œufs.
Une seule personne a bien deviné.
Une autre personne s'est trompée d'un œuf.
Une autre personne s'est trompée de deux œufs.
Une autre personne s'est trompée de trois œufs.
Une dernière personne s'est trompée de cinq œufs.

Qui a bien deviné ?

Énigme déposée sur `http://www.pedagonet.com/`

Supposons que Daniel ait raison : il y a 35 œufs dans le panier.
Une personne s'étant trompée de 1 œuf, celle-ci propose donc 34 ou 36.
Aucune de ces propositions n'a été faite.
Donc ce n'est pas Daniel qui a raison.

Supposons que Hillary ait raison : il y a 29 œufs dans le panier.
Une personne s'étant trompée de 2 œufs, celle-ci propose donc 27 ou 31.
Aucune de ces propositions n'a été faite.
Donc ce n'est pas Hillary qui a raison.

Supposons que Joelle ait raison : il y a 28 œufs dans le panier.
Une personne s'étant trompée de 3 œufs, celle-ci propose donc 25 ou 31.
Aucune de ces propositions n'a été faite.
Donc ce n'est pas Joelle qui a raison.

Supposons que Paul ait raison : il y a 33 œufs dans le panier.
Une personne s'étant trompée de 1 œufs, celle-ci propose donc 32 ou 34.
Aucune de ces propositions n'a été faite.
Donc ce n'est pas Paul qui a raison.

C'est donc Richelle qui a raison : il y a 30 œufs dans le panier.

De plus,
- Daniel est la personne qui s'est trompée de 5 œufs ($35 - 30 = 5$) ;
- Hillary est la personne qui s'est trompée de 1 œuf ($30 - 29 = 1$) ;
- Joelle est la personne qui s'est trompée de 2 œufs ($30 - 28 = 2$) ;
- Paul est la personne qui s'est trompée de 3 œufs ($33 - 30 = 3$).

276 Lapin (18)

Énigme

Trottin le lapin avait 20 carottes.
Il en a mangé 2 par jour.
Il a mangé la douzième un mercredi.

Quel jour était-on quand Trottin a mangé la première de ses 20 carottes ?

A) lundi	B) mardi	C) mercredi
D) jeudi	E) vendredi	

Kangourou des mathématiques, Sujet E, 2018

Le premier jour, Trottin mange les première et deuxième carottes.
On garde l'ordre et la parité : mercredi, Trottin mange les onzième et douzième carottes.
On remonte le temps :

- mardi, Trottin mange les neuvième et dixième carottes ;
- lundi, Trottin mange les septième et huitème carottes ;
- dimanche, Trottin mange les cinquième et sixème carottes ;
- samedi, Trottin mange les troisième et quatrième carottes ;
- vendredi, Trottin mange les première et deuxième carottes.

On était le vendredi quand Trottin a mangé la première de ses 20 carottes.

Réponse E

277 Lapin (19)

Énigme

Au marché, on échange un canard contre deux poules, un lapin contre une oie et trois canards, une oie contre deux canards et deux poules.

Combien d'oies aura-t-on en échange d'un lapin ?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

« Un lapin », Série 9***,
240 questions de calcul, de logique et de géométrie, Kangourou

Réponse **A**

Une oie vaut deux canards et deux poules.
Or deux poules valent un canard.
Donc une oie vaut trois canards.
Or un lapin vaut une oie et trois canards.
Donc un lapin vaut deux oies.

278 Léviathan

Énigme

La direction d'un zoo comprend un directeur, un directeur-adjoint et quatre chefs de service.
Le directeur décide de faire vivre dans son zoo un fascinant mais dangereux léviathan.
Il fait poser sur la porte d'accès à la zone du l'animal un certain nombre de serrures et distribue les clés de telle sorte que :

- il peut lui-même ouvrir la porte seul ;
- le directeur-adjoint ne peut ouvrir la porte qu'accompagné d'un chef de service, quel qu'il soit ;
- les chefs de service ne peuvent l'ouvrir que s'ils sont un groupe de trois.

Combien de serrures sont nécessaires ?

D'après *100 jeux numériques*, P. Berloquin, Éd. Le livre de poche

Examinons quelles clés ne sont pas données à chacun des responsables.

Le directeur, qui aura toutes les clés, n'est pas concerné.

Appelons A, B, C, D et E le directeur-adjoint et les chefs de service.

Le tableau ci-dessous contient, selon leurs numéros, les serrures dont les clés ne sont pas attribuées. Chacun possédera toutes les clés qui ne sont pas mentionnées dans sa colonne.

Pour que A ne puisse ouvrir la porte qu'avec l'un des autres, il doit lui manquer la clé de la serrure 1, que tous les autres possèdent.

De même, pour que chaque groupe de deux chefs de service ne puissent ouvrir, il doit leur manquer une même clé, que les autres possèdent.

Cela exige sept clés.

A	B	C	D	E
1	2	2	3	4
	3	5	5	6
	4	6	7	7

279 Licorne

Énigme

Quand Alice entra dans la Forêt de l'Oubli, elle n'oublia pas tout, seulement certaines choses.
Elle avait tendance à oublier son nom, mais ce qu'elle se rappelait le moins souvent, c'était le jour de la semaine.
Le Lion et La Licorne étaient des visiteurs familiers de la Forêt de l'Oubli.
C'était d'étranges créatures.

- Le Lion mentait les lundis, les mardis et les mercredis mais disait la vérité tous les autres jours ;
- de son côté, la Licorne mentait les jeudis, les vendredis et les samedis mais disait la vérité tous les autres jours.

Un jour Alice rencontra le Lion et la Licorne prenant le frais, à l'ombre d'un grand arbre.
Ils lui dirent :
Le Lion : « Hier, c'était un de mes jours de mensonge.
La Licorne : — Moi aussi, hier était un de mes jours de mensonge. »

Alice, qui était décidément une enfant fort brillante, en déduisit aussitôt le jour de la semaine. Quel jour était-ce ?

100 jeux numériques, P. Berloquin, Éd. Le livre de poche

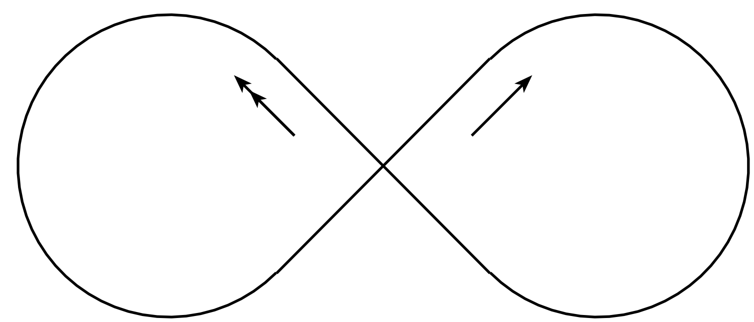
Les seuls jours où le Lion peut dire « j'ai menti hier » sont les lundis et les jeudis.
Pour la Licorne, ce sont les jeudis et les dimanches.
Donc les seuls jours où ils peuvent le dire ensemble sont les jeudis.

280 Lièvre (1)

Énigme

La piste du champiodrome a la forme suivante : deux arcs formant les trois-quarts d'un cercle, raccordés par les deux diagonales d'un carré, ces deux diagonales se coupant en un carrefour.
Au même instant, une tortue et un lièvre partent du carrefour, empruntant deux diagonales différentes menant à deux arcs de cercles différents (sur le dessin, une flèche pour la tortue, deux flèches pour le lièvre).
Les deux animaux courent à une vitesse constante, et la tortue met 363 secondes pour parcourir la distance parcourue par le lièvre en une seconde.
Après 1 991 rencontres (dépassements ou croisements au carrefour, hormis le départ), le lièvre abandonne.

Combien de fois avait-il croisé la tortue au carrefour ?



« Le lièvre et la tortue », Championnat de Jeux Mathématiques et logiques

Lorsque la tortue a parcouru une moitié du circuit, le lièvre a parcouru, lui, 363 demi-circuits, soit 181 fois le circuit complet plus une demi-boule. Il a dépassé la tortue 181 fois et se trouve au croisement, en position de croiser la tortue (les positions des deux protagonistes sont alors symétriques des positions de départ).
Lorsque la tortue effectue la deuxième moitié du circuit, le lièvre effectue à nouveau 363 demi-circuits, soit un demi-circuit plus 181 fois le circuit complet. Il a à nouveau dépassé la tortue 181 fois, et se retrouve dans la position de départ, c'est-à-dire en position de croiser la tortue.
Nous avons donc une alternance périodique de 181 dépassements suivies d'un croisement.
Or $1\,991 = 10 \times 182 + 171$.
Lorsque le lièvre abandonne, il a donc croisé 10 fois la tortue.

281 Lièvre (2)

Énigme

Trois lièvres de couleurs et d'âges différents vont et viennent dans des lieux différents.
- Âges : 3, 5 et 8 mois ;
- Couleurs : blanc, gris et roux ;
- Lieux : champ, forêt et prairie.

1. Le lièvre blanc se promène dans un lieu autre que le champ.
2. Le lièvre qui se promène en forêt n'est pas blanc.
3. Le lièvre gris n'a pas 8 mois et ne se promène pas dans la prairie.
4. Le lièvre de 5 mois n'est pas gris et se promène dans le champ.

Découvrez la couleur, l'âge et le lieu de promenade de chaque lièvre.

« Lièvres qui batifolent », http://www.charleries.net/

Le lièvre blanc a 8 mois et se promène dans la prairie.
Le lièvre gris a 3 mois et se promène dans la forêt.
Le lièvre roux a 5 mois et se promène dans le champ.

282 Lièvre (3)

Énigme

Trois lièvres et deux tortues attendent en rang pour voir une course de chats.
L'un des lièvres a une feuille de saule au cou, un autre une feuille de bouleau et le troisième une feuille d'érable ; une tortue a une médaille rouge sur la carapace et l'autre une médaille bleue.

1. Le lièvre à la feuille d'érable est entre deux tortues.
2. Le lièvre à la feuille de bouleau est voisin et à droite du lièvre à la feuille de saule.
3. La tortue à la médaille rouge est voisine et à droite du lièvre à la feuille de bouleau.

Dans quel ordre sont les cinq spectateurs ?

On a de gauche à droite :

- le lièvre à la feuille de saule ;
- le lièvre à la feuille de bouleau ;
- la tortue à la médaille rouge ;
- le lièvre à la feuille d'érable ;
- la tortue à la médaille bleue.

283 Lièvre (4)

Énigme

Un lièvre fort en chiffres se promène sur le contour d'une plate-forme de grandeur 5×5.
Il part de la case numérotée 1 sur laquelle, il dit « 1 ».
Il saute d'une case à l'autre en se déplaçant successivement vers la droite, le bas, la gauche et le haut.
La longueur du saut est de deux ou trois unités selon l'axe de direction.
À chaque saut, le lièvre dit le nombre inscrit.
À son retour dans la case de départ, il dira « 41 ».
Voici le chemin parcouru :

1	3	5	7	9
38				12
35				15
32				18
29	27	25	23	21

Un autre jour, le lièvre se promène sur le contour d'une plate-forme de grandeur 10×10 en partant de la même case.
Il dit « 1 » au départ, puis « 181 » au retour sur cette case.
L'un des sauts a quatre unités de plus que l'autre.

Quelle est la longueur de chacun des deux sauts ?

Dans la grille donnée, le lièvre a parcouru 40 unités.

Dans le coin inférieur droit, il a parcouru 20 unités.

En effet, $1 + 2 \times 4 + 3 \times 4 = 21$ et $21 - 1 = 20$.

On a multiplié par 4 car la grille mesure 5 unités de côté.

Puisque le lièvre a dit « 181 » au retour et qu'il est parti de « 1 », il a avancé de 180 unités.

Rendu à la case du coin inférieur droit, il avait fait la moitié du chemin ; il avait avancé de 90 unités.

Comme la grille mesure 10 unités de côté, c'est par 9 qu'on peut diviser les deux longueurs de saut.

On calcule $90 \div 9 = 10$.

La longueur des deux sauts est de 10 unités.

Leur différence est 4.

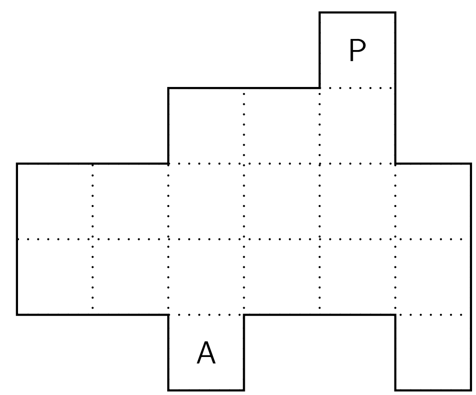
La longueur des sauts est de trois et de sept unités.

284 Lièvre (5)

Énigme

Un lièvre et son petit s'amusent sur le revêtement de tuiles ci-après. Quand l'adulte franchit deux tuiles, le petit en franchit une seule. L'adulte part de A et le petit de P en même temps.
Ils doivent à deux franchir toutes les tuiles et ne jamais passer plus d'une fois sur la même tuile.

Combien de tuiles ne pourront pas être touchées par les deux léporidés ?



« Lièvre et son petit »,
Récréations géométriques, Problème 89 B, Site Recreomath

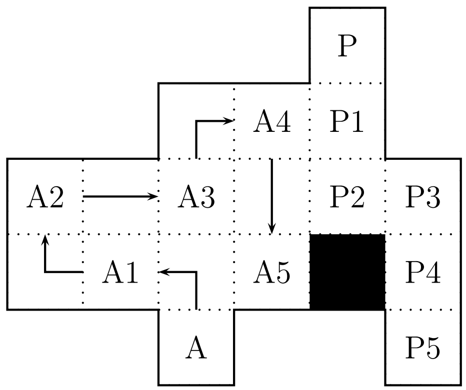
On compte 18 tuiles.

Deux servent au départ. Il reste 16 tuiles.

Les deux léporidés franchissent trois tuiles en même temps.

$16 = 3 \times 5 + 1$. Chacun des deux peut faire cinq pas ou sauts.

Une seule tuile ne pourra pas être parcourue. Dans l'exemple ci-dessous, c'est la tuile noire.



285 Lièvre (6)

Énigme

Un lièvre court 35 fois plus vite qu'une tortue qui met 2 h 20 du départ de la course à l'arrivée.

Les deux compères arrivant pile à égalité, combien de temps le lièvre a-t-il attendu avant de s'élancer ?

A) 2 h 19 B) 2 h 16 C) 2 h 05 D) 0 h 25 E) 2 h 27

Concours Kangourou, Épreuve Benjamins, 1994, n° 19

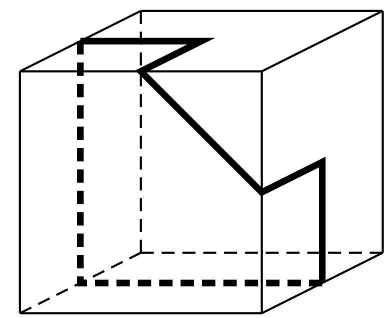
Réponse **B**

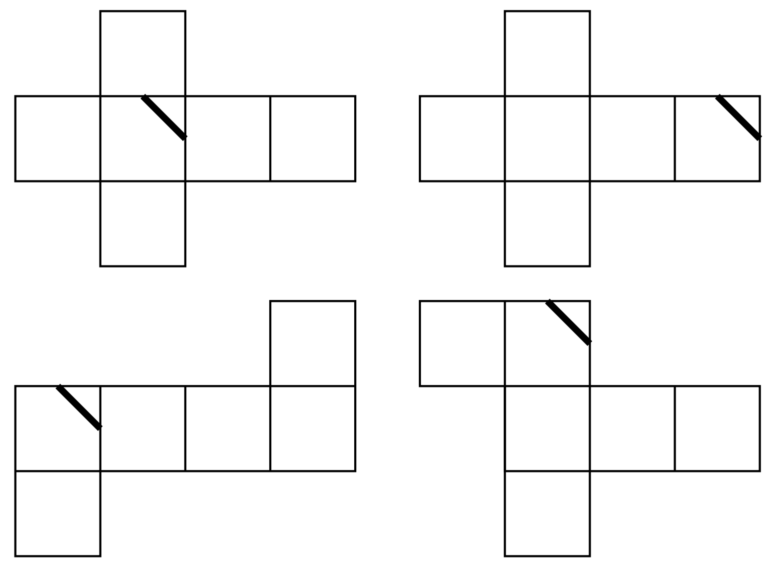
Soit v la vitesse de la tortue, $35\,v$ étant celle du lièvre.
Soit t la durée du trajet du lièvre, celle de la tortue étant 140 minutes.
On a donc $140\,v = 35\,t$.
D'où $t = 4$ minutes.
Le lièvre a donc attendu 2 h 16.

286 Limace

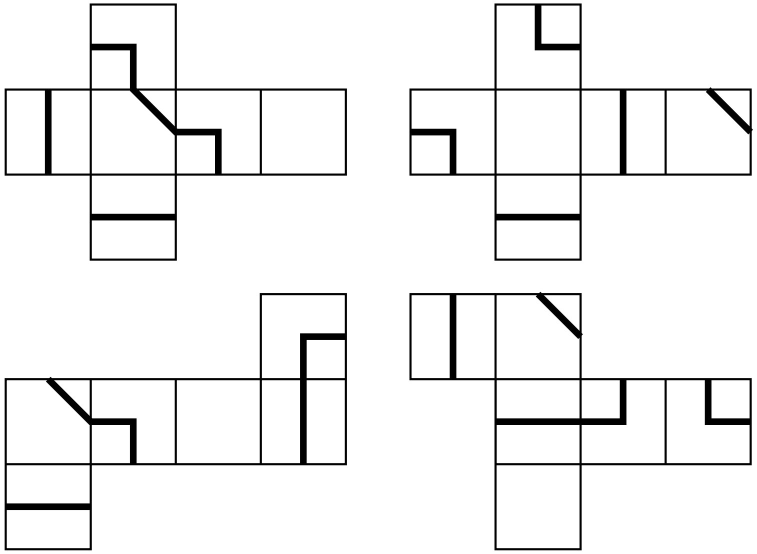
Énigme

Retrouver sur chacun des deux patrons la trace laissée par la limace sur le cube.





D'après *Activités mathématiques au Collège*, Fascicule 4, IREM Paris-Nord



287 Lion (1)

Énigme

Dans la réserve d'Amboseli, au Kenya, en 1998, 156 lionnes ont donné naissance à des petits ; 15 femelles ont eu une portée de 4 petits ; 21 femelles ont eu une portée de 5 petits ; 1 lionne a eu 6 lionceaux et 8 femelles ont perdu tous leurs lionceaux à la naissance.
Toutes les autres ont eu un seul lionceau.

Combien de lionceaux sont nés cette année-là à Amboseli ?

« La réserve », Rallye mathématique des Antilles et de la Guyane

Le nombre de lionceaux est égal à

$$15 \times 4 + 21 \times 5 + 1 \times 6 + 8 \times 0 + (156 - (15 + 21 + 1 + 8)) \times 1$$

c'est-à-dire 282.

288 Lion (2)

Énigme

Au zoo, Suzy va accompagner un soigneur auprès de deux animaux parmi la girafe, le lion, l'éléphant et la tortue.
Elle doit choisir un premier animal, qu'elle nourrira, puis un deuxième animal, que le soigneur nourrira.
Elle ne peut pas nourrir le lion.

De combien de manières peut-elle choisir ?

A) 3 B) 7 C) 8 D) 9 E) 12

Réponse D.

Suzy peut nourrir 3 animaux. Pour chacun de ces 3 choix, Suzy peut choisir celui nourri par le soigneur parmi les 3 animaux restant.

Elle peut donc choisir de 9 manières (3×3).

Les voici : (girafe ; lion), (girafe ; éléphant), (girafe ; tortue), (éléphant ; girafe), (éléphant ; lion), (éléphant ; tortue), (tortue ; girafe), (tortue ; lion), (tortue ; éléphant).
L'animal souligné est nourri par Suzy, l'animal non souligné est nourri par le soigneur.

289 Lion (3)

Énigme

Une fontaine était formée d'un lion en bronze portant cette inscription :
« Je puis jeter de l'eau par les yeux, par la gueule et par le pied droit. Si j'ouvre l'œil droit, je remplirai mon bassin en 2 jours et, si j'ouvre le gauche, je le remplirai en 3 jours.
Avec mon pied, il me faudrait 4 jours et, avec ma gueule, 6 heures.
Dites combien de temps il me faudrait pour remplir le bassin en jetant de l'eau à la fois par les yeux, par la gueule et par le pied ? »
(Donner ce temps à la seconde près)

« Le lion de la fontaine », Rallye mathématique du Poitou-Charentes, Mai 1992

Avec l'œil droit, il remplit le bassin en deux jours. Il remplit donc la moitié du bassin en un jour.
Avec l'œil gauche, il remplit le bassin en trois jours. Il remplit donc le tiers du bassin en un jour.
Avec le pied, il remplit le bassin en quatre jours. Il remplit donc le quart du bassin en un jour.
Avec la gueule, il remplit le bassin en six heures. Il remplit donc quatre bassins en un jour.

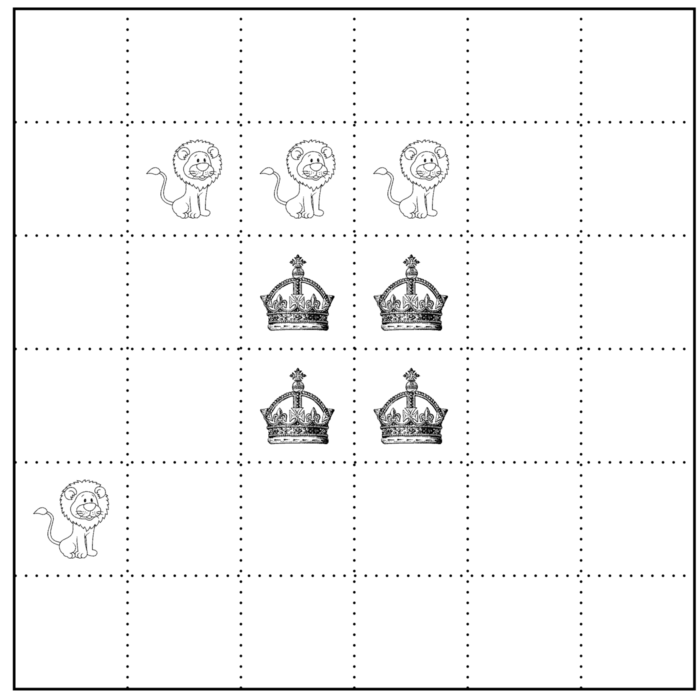
S'il jette de l'eau à la fois par les yeux, par la gueule et par le pied, le nombre de bassins remplis en un jour est : $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+4$, c'est-à-dire $\frac{6}{12}+\frac{4}{12}+\frac{3}{12}+\frac{48}{12}=\frac{61}{12}$.

Il remplit donc le bassin en $\frac{12}{61}$ de jour, c'est-à-dire 4 h 43 min 17 s.

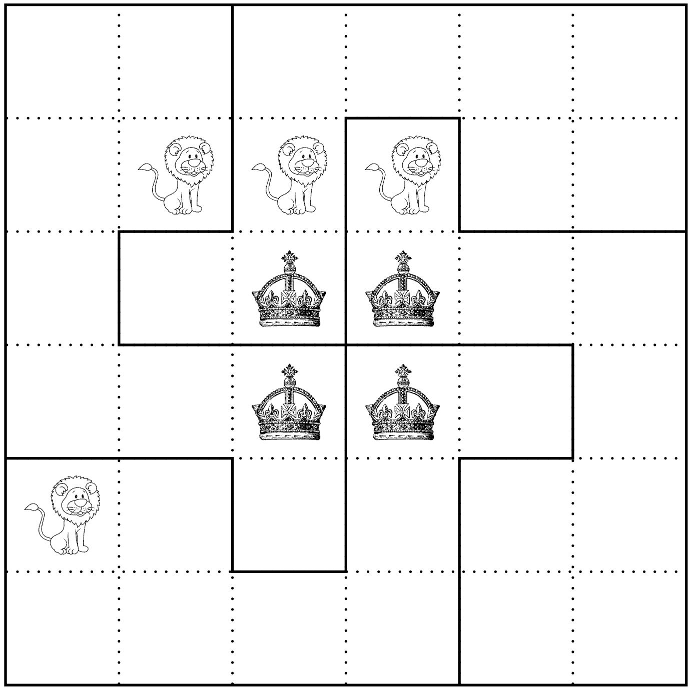
290 Lion (4)

Énigme

Découper la pièce carrée ci-dessous en quatre pièces de même forme et de même taille, contenant chacune un lion et une couronne.
Les coups de ciseaux seront faits sur les lignes en pointillés.



« Lions and crowns », *Amusements in mathematics*, n° 289, H. E. Dudeney, 1917

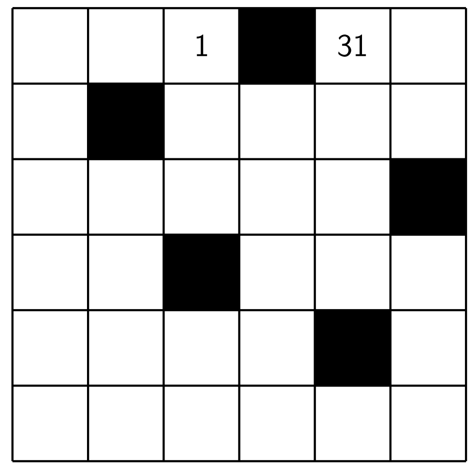


291 Lion (5)

Énigme

Léon dépose un lion miniature sur la case 1 de ce carré.
Le lion se déplace horizontalement ou verticalement sur une case voisine.

Trouvez un chemin qui permettra au lion de parcourir chaque case et de terminer sa course à la case 31.



« Lion de Léon », *Récréations géométriques*, Problème 41 B, Site Recreomath

Comme le lion doit terminer sa course sur la case 31, il doit partir vers la gauche.
Voici un chemin :

3	2	1		31	30
4		8	9	28	29
5	6	7	10	27	
16	15		11	26	25
17	14	13	12		24
18	19	20	21	22	23

292 Lion (6)

Énigme

Après le coup de sifflet du dompteur, les lions ont formé 6 rangs.
Dans chaque rang, il y avait 4 lions.
Après le deuxième coup de sifflet, ils ont formé 8 rangs.

Combien y a-t-il de lions dans chaque rang après le deuxième coup de sifflet ?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

« Les lions », Série 9**,
240 questions de calcul, de logique et de géométrie, Kangourou

Réponse **C**

6 rangs de 4 lions : il y a donc $6 \times 4 = 24$ lions.
Or $24 = 8 \times 3$.
Si les lions forment huit rangs, ils sont trois dans chaque rang.

293 Loris

Énigme

Le soigneur qui s'occupe des loris a préparé 3 gobelets avec du nectar pour nourrir les 3 loris les plus gourmands du parc.
Il a placé le même nombre de doses de nectar dans chaque gobelet.
Il commence sa distribution.
Alors qu'il a déjà donné 14 doses de nectar à chaque lori, il s'aperçoit que s'il rassemble les doses de nectar qui restent dans les 3 gobelets, il en a le même nombre que ce qu'il y avait dans chaque gobelet avant de les nourrir.

Combien avait-il mis de doses de nectar dans chaque gobelet ?

« Loris gourmands », Parc des Oiseaux, d'après le Rallye Mathématique Transalpin, Section de l'Ain

Il faut comprendre que dans chaque gobelet il y a obligatoirement plus de 14 doses de nectar.
Il faut bien prendre en compte les différence entre ce qu'il y a dans un gobelet, et ce que l'on met ensemble…
On peut alors procéder par essais en essayant des nombres supérieurs à 14. Par exemple, 18 $(14+4)$.
Mais, dans ce cas, le nombre total des doses de nectar restantes serait 12 (4×3) et ne conviendrait donc pas.
Faire d'autres essais jusqu'à découvrir que avec 21 doses de nectar au départ dans chaque gobelet $(14+7)$, le nombre total des doses de nectar qui restent (7×3) est justement égal au nombre de doses de nectar initialement présentes dans chaque gobelet.

C'est grâce aux papilles en forme de petits pinceaux au bout de leur langue que les loris peuvent attraper le nectar et le pollen des fleurs.

294 Loup (1)

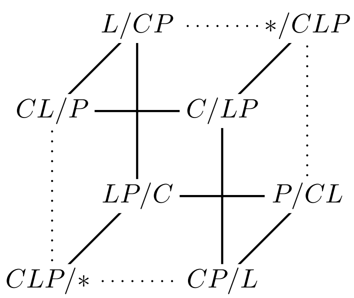
Énigme

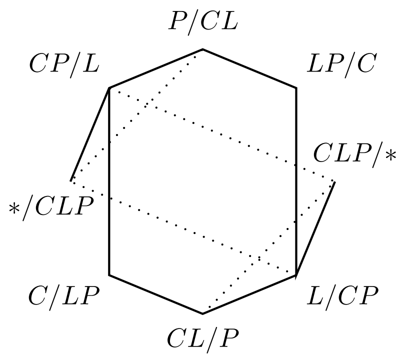
Un homme devait traverser une rivière avec un loup, une chèvre et un panier de choux.
Il y avait là un bateau, mais si petit que seul pouvait passer avec lui le loup, la chèvre ou le panier de choux.
Il ne voulait pas laisser la chèvre avec le loup ou avec les choux.

Dis-moi, qui le peut, comment l'homme s'y prendra pour transporter sans problèmes le loup, la chèvre et les choux.

Ce problème a été proposé par Alcuin (735–804), qui fut l'un des hommes les plus savants de son temps. Engagé par le roi Charlemagne comme précepteur pour réformer les programmes d'enseignement, il a écrit des traités de théologie et de pédagogie dont le recueil *Propositiones ad acuendos juvenes* (*Propositions pour aiguiser la perspicacité des jeunes*). Ce problème est le dix-huitième des cinquante-trois problèmes. Il a été ensuite repris par le mathématicien français Nicolas Chuquet (1445–1500).

Désignons le loup, la chèvre et le panier de choux respectivement par L, C et P. Il y a deux berges. La notation, par exemple, C/LP indiquera que la chèvre est sur la rive de départ et que le loup et le panier de choux est sur la berge d'arrivée. Il est assez rapide d'établir les huit configurations possibles. Pour résoudre le problème, on utilise l'un des deux graphes équivalents ci-dessous. Deux sommets sont reliés lorsque l'on passer d'une configuration associée à l'autre. Par exemple, on peut relier LP/C à L/CP puisque cela traduit la traversée du panier de choux, le loup et la chèvre étant chacun sur une rive. Le problème consiste à passer de la configuration $CLP/*$ à la configuration $*/CLP$.





Les deux solutions ci-dessous sont données par Alcuin.

Solution 18. Le batelier passa d'abord la chèvre tout en abandonnant le loup et les choux ; puis il revint chercher le loup. Il ramena la chèvre sur la rive de départ. Puis, il passa le panier de choux de l'autre côté. Il revint alors prendre la chèvre. De cette façon, le transport s'est effectué sans problèmes.

Dans un même voyage, j'emmènerais d'abord la chèvre et je laisserais sur la rive le loup et le chou. Puis je reviendrais et je ferais passer le loup. Je ferais descendre le loup sur la berge, je ferais remonter la chèvre que je ramènerais. La chèvre descendue sur la berge, je transporterais le chou de l'autre côté. Ayant repris les rames une fois encore, je ramènerais avec moi la chèvre de l'autre côté. En faisant ainsi, la traversée aura été réalisée en toute sécurité, en évitant de sombrer dans les agressions.

Remarque. Une situation peut être codée par un triplet $(L\,;C\,;P)$ où L, C et P prennent la valeur 0 si l' « objet » sur la rive de départ et 1 s'il est sur la rive d'arrivée. Les huit triplets obtenus font alors penser aux coordonnées des huit sommets d'un cube dans l'espace rapporté à un repère… d'où le graphe ci-dessus à gauche.

295 Lynx

Énigme

Dans la forêt enchantée, 5 000 lapins vivaient heureux jusqu'au jour où arriva un couple de lynx.
Or chaque lynx mange un lapin par jour !
Croyant bien faire, Merlin dota ces animaux d'un pouvoir de reproduction magique : chaque jour, après le repas des lynx, chaque lapin donnerait naissances à deux nouveaux lapins, tandis que chaque lynx ne donnerait naissance qu'à un seul lynx.

Les lapins réussissent-ils à survivre ?
Que se passe-t-il si, au lieu d'un seul couple de lynx, il en arrive 1 000 couples ?

« Lynx et lapins », *Jeux mathématiques du* Monde, Problème n° 226 du 05/06/2001

Si, à la fin d'un jour donné, le nombre de lapins est ℓ et celui des lynx, L, à la fin du jour suivant, il y aura $3\,(\ell - L)$ lapins et $2\,\ell$ lynx.

Le rapport du nombre de lapins au nombre de lynx passe ainsi de $\dfrac{\ell}{L}$ à $\dfrac{3\,(\ell - L)}{2\,L} = \dfrac{3}{2}\,\dfrac{\ell - L}{L} = \dfrac{3}{2}\left(\dfrac{\ell}{L} - 1\right)$.

Ce rapport est donc, à chaque jour qui passe, diminué d'une unité puis multiplié par 1,5, si bien qu'à la fin du jour n, il vaut $3 + 1{,}5^n \times (A - 3)$, où A est sa valeur de départ.

Ainsi :
- dans le cas de l'arrivée d'un seul couple de lynx, A vaut 2 500 et les lapins vont pulluler ;
- dans le cas de l'arrivée de mille couples de lynx, A vaut 2,5 et la race des lapins sera éteinte au bout de 5 jours.

296 Marcel

Énigme

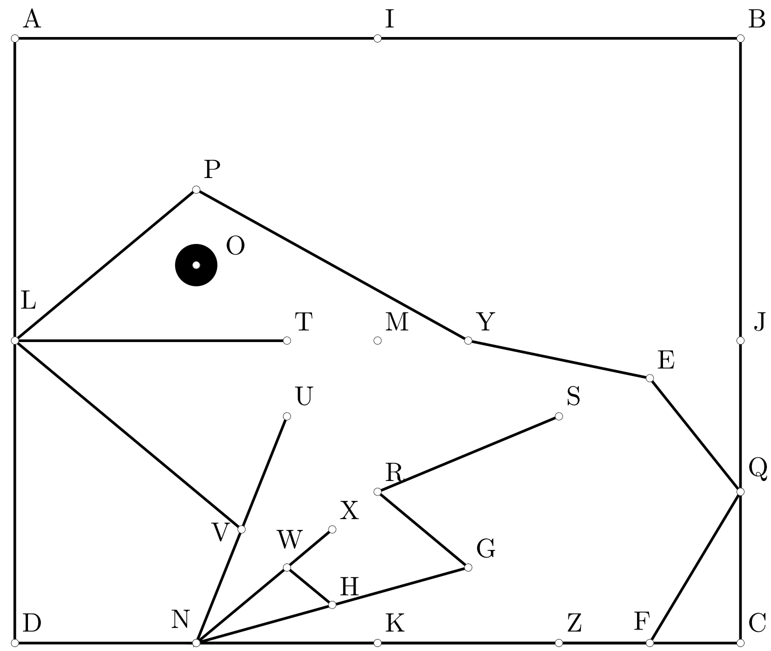
Au concours de saut en longueur, Marcel est arrivé deuxième !
Mais qui donc est arrivé premier ?
Tu le sauras en suivant les instructions ci-dessous.

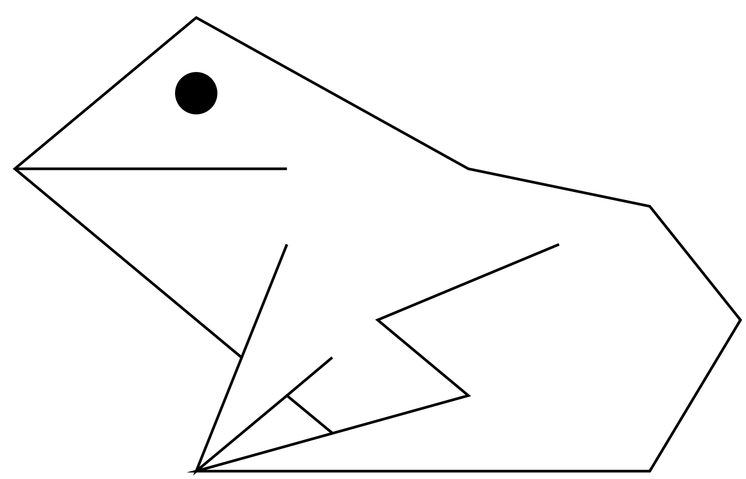
1. ABCD est un rectangle, avec AB = 12 cm. AD = 10 cm.
2. Au crayon à papier fin, et sans appuyer, place les milieux suivants :

   I, milieu de [AB],
   J, milieu de [BC],
   K, milieu de [CD],
   L, milieu de [DA],
   M, milieu de [AC],
   N, milieu de [DK],
   P, milieu de [LI],
   Q, milieu de [JC],
   R, milieu de [MK],
   O, milieu de [AR],
   S, milieu de [RJ],
   T, milieu de [PR],
   U, milieu de [PK],
   V, milieu de [UN],
   W, milieu de [NR],
   X, milieu de [WR],
   Y, milieu de [PQ],
   Z, milieu de [KC],
   E, milieu de [SJ],
   F, milieu de [ZC],
   G, milieu de [RZ],
   H, milieu de [NG].
3. Au feutre fin, trace :
   - le chemin VLPYEQFNGRS ;
   - le chemin HWNU ;
   - les segments [XW] et [LT] ;
   - un gros point à la place du O.
4. Enfin, place un gros point noir au milieu du segment [JF].
5. Laisse sécher... et gomme le crayon !

« Dessin mystère : Concours de saut en longueur », Géraud Chaumeil, Revue Hypercube

Échelle : 1/1,25





297 Marche

Énigme

Simon le dompteur a 7 animaux : un crocodile, une girafe, un lion, un éléphant, une autruche, un serpent et un canard.
Il veut les faire marcher les uns derrière les autres.

- Le crocodile n'a personne derrière lui.
- La girafe voit 3 animaux devant elle.
- Le lion n'est pas devant la girafe.
- L'éléphant suit le lion.
- L'autruche n'est pas la première.
- Le serpent est en deuxième position.

Quel animal est le premier de la file ?

« Simon le dompteur », Rallye math 92, CE1, 2017-2018

Le serpent est en deuxième position.

La girafe voit 3 animaux devant elle : elle est donc en quatrième position.

Le crocodile n'a personne derrière lui : il est donc en septième position.

Puisque le lion n'est pas devant la girafe, il est derrière elle. Il est donc en cinquième ou sixième position.
Or l'éléphant suit le lion.
Par conséquent, le lion est en cinquième position et l'éléphant est en sixième position.

Puisque l'autruche n'est pas la première, elle est en troisième position.

Par conséquent, c'est le canard qui est en première position.

L'ordre de marche est donc au final le suivant :

1. Canard
2. Serpent
3. Autruche
4. Girafe
5. Lion
6. Éléphant
7. Crocodile

Le premier animal de la file est le canard.

298 Marmotte

Énigme

Cinq amis partent en vacances dans le même village montagnard et font des pronostics sur le nombre de marmottes que chacun va voir le premier jour.
Cyril : « Audrey en verra quatre.
Fabrice : — Vanessa en verra trois de moins que Nicolas.
Vanessa : — Cyril en verra cinq.
Nicolas : — Audrey en verra deux de plus que Vanessa.
Audrey : — J'en verrai trois. »
Curieusement, les cinq amis voient un nombre différent de marmottes, de une à cinq, et le seul pronostic exact a été formulé par la personne qui a vu le plus de marmottes.

Combien de marmottes ont été vues par chacun ?

D'après « Voyage en montagne », *199 jeux pour insomniaques et autres esprits éveillés, n^o 11*, Pierre Berloquin

Audrey n'a pas pu voir trois marmottes car, si c'était le cas, son pronostic serait exact et elle en aurait reçu cinq. Elle n'en a donc vu ni trois ni cinq.

Vanessa ne peut avoir bien parlé : si c'était le cas, elle aurait vu cinq marmottes, et se serait trompée en en accordant cinq à Cyril. Ni Vanessa ni Cyril n'en ont donc vu cinq.

Puisque Cyril n'a pas vu cinq marmottes, son pronostic était erroné, et Audrey n'en a pas eu quatre.

Audrey n'ayant vu ni trois, ni quatre ni cinq marmottes, le pari de Nicolas est nécessairement perdu, et Nicolas n'a pas vu cinq marmottes.

L'ami qui a vu cinq marmottes est donc obligatoirement Fabrice. Son pronostic était donc juste : Vanessa a vu trois marmottes de moins que Nicolas, qui, lui, a donc fatalement vu quatre marmottes, et, elle, une marmotte.

Nous savons déjà qu'Audrey ne peut avoir vu trois marmottes : elle en a donc vu deux.

C'est Cyril qui a vu les trois marmottes, comme l'a pronostiqué Audrey.

Audrey :	2
Cyril :	3
Fabrice :	5
Nicolas :	4
Vanessa :	1

299 Ménagerie (1)

Énigme

Quelle est la particularité des phrases suivantes, données en langue française ou étrangère ?

- Ce reptile lit Perec.
- Ce reptile relit Perec.
- Eh ! ça va la vache ?
- Un rêve de ver nu.
- Was it a rat I saw ?
- Rats live on no evil star.
- Do geese see God ?
- Step on no pets !
- Ein Esel lese nie.
- Anropa aporna !
- God apa gavs galna anlag, svag apa dog.

Chacune de ces phrases est un palindrome : l'ordre des lettres reste le même qu'on le lise de gauche à droite ou de droite à gauche.

Traductions :

- Was it a rat I saw ?
  (Anglais) Était-ce un rat que je vis ?
  (En changeant « rat » par « cat », le « rat » est changé en « chat »)
- (Anglais) Rats live on no evil star.
  Les rats n'ont pas de mauvaise étoile.
- (Anglais) Do geese see God ?
  Est-ce que les oies voient Dieu ?
- (Anglais) Step on no pets !
  Ne marchez pas sur les animaux !
- (Allemand) Ein Esel lese nie.
  Un âne ne devrait jamais lire.
- Anropa aporna !
  (Suédois) Appelez les singes !
- God apa gavs galna anlag, svag apa dog
  (Suédois) Le singe bon a reçu des traitements génétiques fous, le singe faible est mort.
  (Notons que ce palindrome est très intéressant par le fait que tous les espaces correspondent, ce qui est rare pour les longs palindromes)

Laissons la parole aux Suédois pour définir ce qu'est un palindrome :

« Att ord idrotta. »

c'est-à-dire… « faire du sport avec des mots ».

300 Ménagerie (2)

Énigme

Louise indique combien elle a d'amis.
« Tous sont des chiens sauf trois d'entre eux.
Tous sont des chats sauf trois d'entre eux.
Tous sont des poissons sauf trois d'entre eux.
Tous sont des hamsters sauf trois d'entre eux. »

Mais, au fait, combien Louise a-t-elle d'amis ?

« Les amis de Louise », Grand concours scientifique Edouard Lucas, Seconde étape, mars 2001, Collégiens

Louise a donc un chien, un chat, un poisson et un hamster.

C'est-à-dire 4 amis.

301 Ménagerie (3)

Énigme

C'est la ménagerie du plus petit cirque du monde !
On y trouve des cigales (qui possèdent 6 pattes comme tous les insectes), plusieurs souris et quelques couleuvres.
On compte en tout 34 pattes et 12 têtes.

Combien y-a-t-il d'animaux de chaque sorte ?

« Avec des bêtes », Rallye mathématique de l'IREM de Paris-Nord, 2000

On désigne par c, s et k les nombres respectifs de cigales, de souris et de couleuvres.

L'information « 12 têtes »implique :

$$c + s + k = 12$$

L'information « 34 pattes »implique (les couleuvres n'ayant pas de pattes) :

$$6\,c + 4\,s = 34$$

Ou encore :

$$3\,c + 2\,s = 17$$

Cette condition implique que c est nécessairement impair (car $2\,s$ est pair et 17 est impair) et inférieur ou égal à 5. L'énonce ajoute qu'il y a *des* cigales donc c est strictement plus grand que 1.

Il y a donc seulement deux cas à étudier.

1. $c = 3$
Dans ce cas, on a $9 + 2\,s = 17$. Donc $s = 4$.
On a de plus $3 + 4 + k = 12$. Donc $k = 5$.

2. $c = 5$
Dans ce cas, on a $15 + 2\,s = 17$. Donc $s = 1$. Cette solution ne peut pas être retenue car l'énoncé précise qu'il y a *plusieurs* souris.

La ménagerie comporte donc 3 cigales, 4 souris et 5 couleuvres.

302 Merle

Énigme

Quel joli concert chaque matin !
Pourtant, ils sont moins de trente merles.
Et que d'ébats joyeux dans les frondaisons de ces cinq hêtres de la grande place.
Puis vient l'heure de la grande valse du matin.
Un merle quitte le premier arbre pour se poser sur le second.
Deux merles quittent le second arbre pour se poser sur le troisième.
Trois merles quittent le troisième arbre pour se poser sur le quatrième.
Quatre merles quittent le quatrième arbre pour se poser sur le cinquième.
Cinq merles quittent le cinquième arbre pour se poser sur le premier.
Et maintenant nous avons le même nombre de merles sur chaque arbre.

Combien étaient-ils sur chaque arbre avant cette valse ?

Hêtre 1	Hêtre 2	Hêtre 3	Hêtre 4	Hêtre 5

« Les merles », Concours « 1, 2, 3, Mathématiques de l'an 2000 », ACDS, Écoliers

La valse à cinq temps !

Tous les renseignements fournis ont un rôle précis. Voyez les deux dernières lignes du texte : la position finale est au moins 5 5 5 5 5, et on ne peut avoir 6 6 6 6 6 puisque nous n'avons pas 30 merles.

Le petit tableau qui suit résume bien la situation. Seule la quatrième ligne mérite une légère réflexion.

Arrivée	5	5	5	5	5
A reçu	5	1	2	3	4
A donné	1	2	3	4	5
Avant la valse	1	6	6	6	6

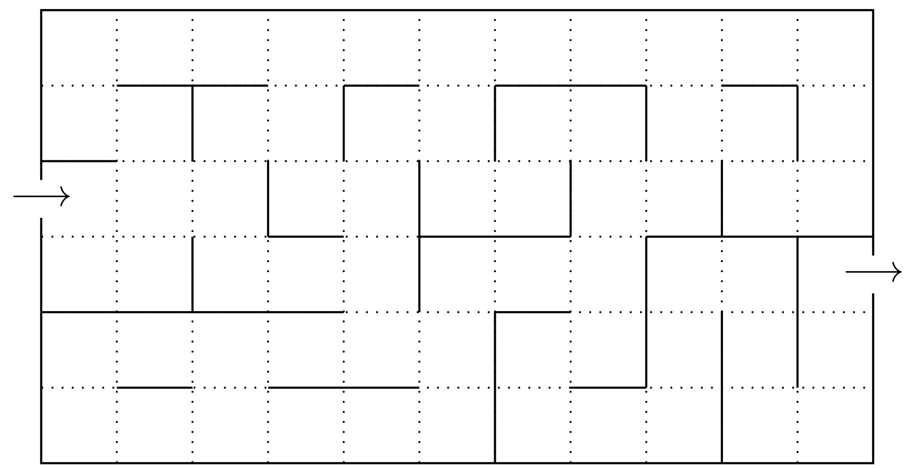
D'où la solution :

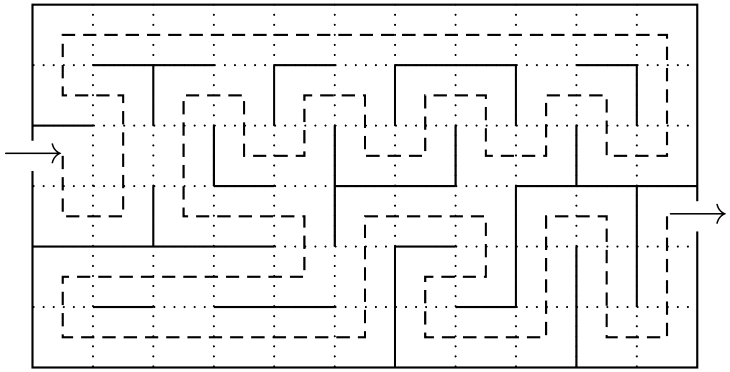
Hêtre 1	Hêtre 2	Hêtre 3	Hêtre 4	Hêtre 5
1	6	6	6	6

303 Minotaure

Énigme

Trouver le chemin que va parcourir le Minotaure dans ce labyrinthe en passant par *toutes* les cellules du labyrinthe.





304 Monstre du Loch Ness

Énigme

Lors d'un séjour en Écosse, vous croisez McLeod, un vieux propriétaire terrien, qui vous dit : « Oh, je l'ai vue souvent, la bête ; elle mesure 20 mètres plus la moitié de sa propre longueur. »

Quelle est la taille du monstre ?

On appelle t la taille du monstre.

Alors $t = \frac{t}{2} + 20$.
Donc $\frac{t}{2} = 20$.
Donc $t = 40$.

Le monstre du Loch Ness mesure 40 mètres.

305 Mouche (1)

Énigme

Deux TGV sont face à face à 200 km de distance.
Ils roulent l'un vers l'autre à 100 km/h.
Sur le nez de l'un deux est posée une super mouche qui s'élance vers l'autre TGV à 150 km/h et va ainsi faire des allers-retours d'un TGV à l'autre jusqu'à ce qu'ils se croisent.

Quelle distance va parcourir la super mouche ?

Les trains vont se croiser au bout de $\frac{1}{2} \times \frac{200}{100}$ heures, soit 1 heure.
La mouche, se déplaçant à 150 km/h, va parcourir 150 km.

306 Mouche (2)

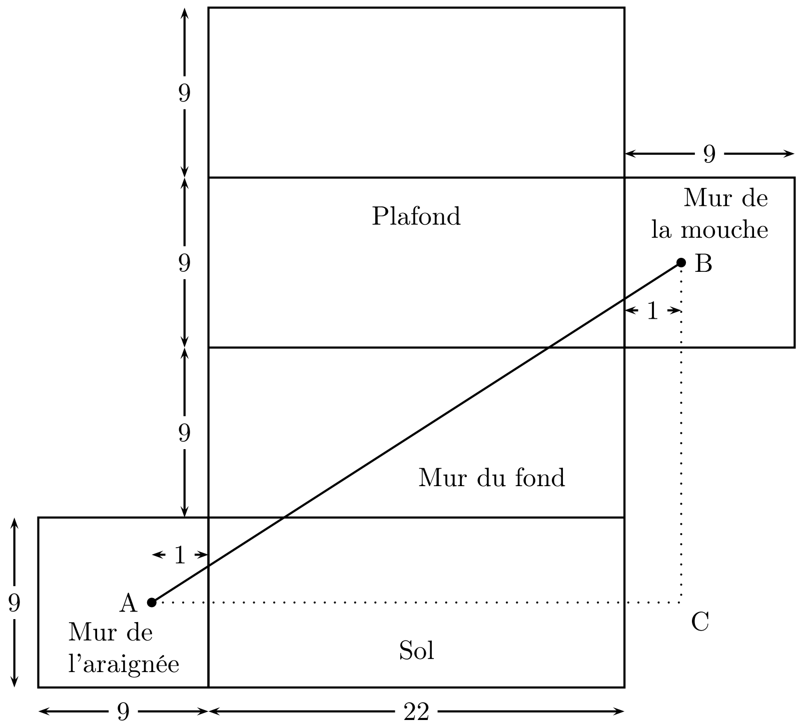
Énigme

Le sol d'une pièce d'une maison a pour dimensions 22 m $\times$ 9 m et la hauteur du plafond est de 9 m.
Une araignée se trouve au milieu d'un des deux murs carrés, à 1 m du plafond ; elle reste toujours en contact avec les murs ou le sol et ne saute pas.
Une mouche (endormie) se trouve au milieu de l'autre mur carré, à 1 m du sol.

Quelle distance sépare la mouche de la mouche ?

Ce n'est pas 31 m !

On utilise le patron de la pièce.



La longueur du chemin emprunté par l'araignée est celle du segment AB.
Le triangle ABC étant rectangle en C, on a :
$AB^2 = AC^2 + CB^2 = (1 + 22 + 1)^2 + (4{,}5 + 9 + 4{,}5)^2 = 24^2 + 18^2 = 900$.
Donc $AB = \sqrt{900} = 30$ m.

La longueur du chemin emprunté par l'araignée mesure 30 m.

307 Mouche (3)

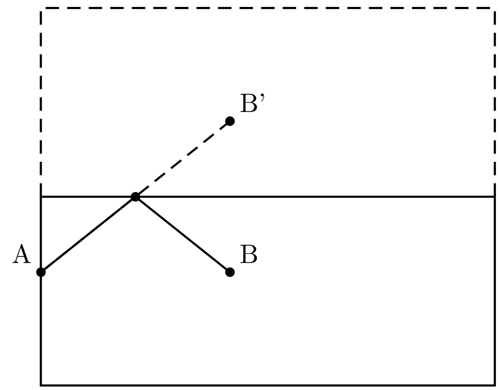
Énigme

Sur la paroi intérieure d'un verre cylindrique (d'épaisseur négligeable) de 5 cm de diamètre, se trouve une gouttelette de miel.
Elle est située à 2 cm du bord supérieur du verre.
Une mouche se pose sur la paroi extérieure du verre au point, situé à 2 cm du bord supérieur, diamétralement opposé à la gouttelette de miel.
Ayant aperçu la gouttelette, elle va vers celle-ci en se déplaçant sur le verre.

Quelle est la longueur du plus petit trajet entre la mouche et la gouttelette de miel ?

« La mouche gourmande », Rallye mathématique du Midi-Pyrénées

La trajet le plus court correspond au trajet [AB'] du dessin ci-dessous représentant le développement de la surface latérale du cylindre : on passe de l'extérieur à l'intérieur en passant par le bord du verre.



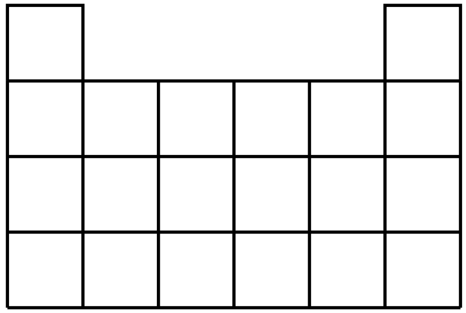
En appliquant le théorème de Pythagore, on a $\mathrm{AB}'^2 = (2{,}5\,\pi)^2 + 4^2$, d'où $\mathrm{AB}' = \sqrt{6{,}25\,\pi^2 + 16}$, soit environ 8,81 cm.

308 Mouche (4)

Énigme

Un certain nombre de mouches ont été enrôlées pour surveiller les chemins dangereux du réseau ci-dessous.
Le mandat de chaque mouche est de partir d'un point d'intersection et de marcher sur les lignes en tout sens choisi.
Elle peut passer une seconde fois sur un point d'intersection qui a été touché par elle-même ou par une autre mouche.
Toutefois, elle ne peut pas passer sur un segment qui a déjà été touché.

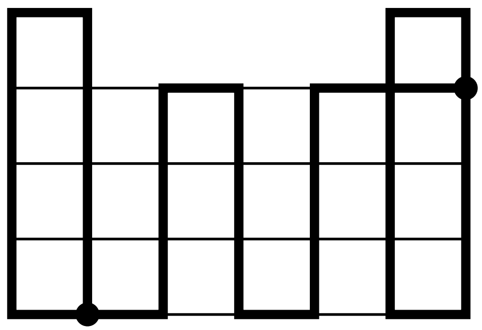
Combien de mouches au minimum seront nécessaires pour parcourir tout le réseau ?



« Mouches en danger », Défi 80 de la série A du site Récréomath

Par exemple, l'une des mouches parcourt le plus long chemin possible et les autres complètent le réseau.

Voici un exemple de chemin pour la première mouche :



Elle part d'un des points et s'arrête à l'autre.

Deux mouches vont compléter la première ligne et deux autres la quatrième ligne.
Une va parcourir la deuxième ligne et une autre la troisième ligne.

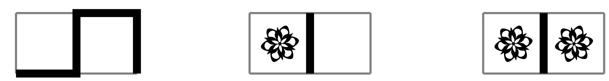
Sept mouches au minimum sont nécessaires.

309 Mouche (5)

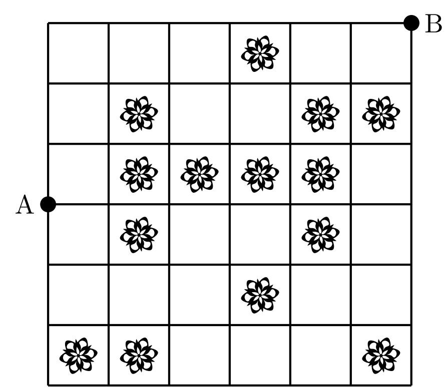
Énigme

Une mouche part du point A et s'arrête au point B.
En tout temps, elle marche sur les lignes.
Elle ne peut pas passer le long d'une case marquée d'un ❀ car elle pourrait être aspirée.
En revanche, elle peut passer entre deux cases marquées ❀.

Trouvez un chemin que la mouche pourra emprunter.

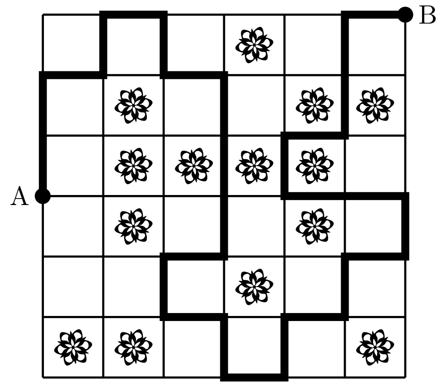


OUI NON OUI



« Mouche en danger », `http://www.recreomath.qc.ca/`

Voici un chemin :

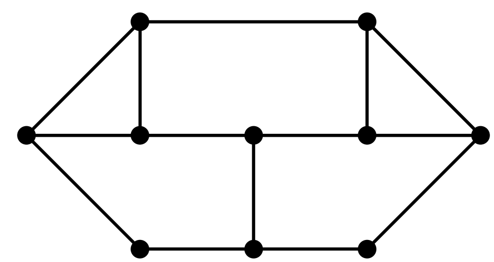


310 Mouche (6)

Énigme

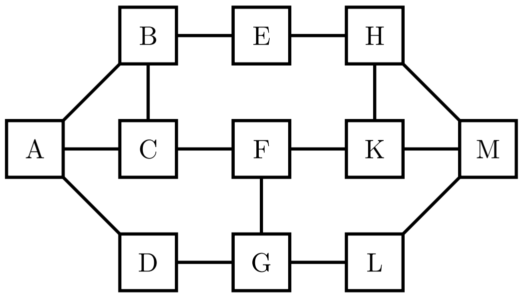
Dora distribue 11 roches sur le sol.
Elle relie les roches par des ficelles en ligne droite comme il est illustré ci-dessous.
Elle attelle une mouche et la dépose sur la roche de gauche.
La mouche se dirige toujours de gauche à droite.
Elle peut aller de haut en bas ou de bas en haut sans revenir sur ses pas.
Elle doit s'arrêter sur la roche de droite.
Chaque fois que la mouche emprunte un chemin qui passe au moins sur un bout de ficelle différent, Dora dessine le chemin.

Combien de chemins au maximum la mouche pourra-t-elle emprunter ?



« Mouche de Dora », `http://www.recreomath.qc.ca/`

On peut, par exemple, qualifier chaque roche par une lettre.
On commence par AB, puis par AC et puis par AD.



Il y a cinq chemins qui passent par AB, cinq par AC et trois par AD. Les voici :

ABEHM	ACBEHM	ADGFKHM
ABEHMM	ACBEHKM	ADGFKM
ABCFKHM	ACFKHM	ADGLM
ABCFKM	ACFKM	
ABCFGLM	ACFGLM	

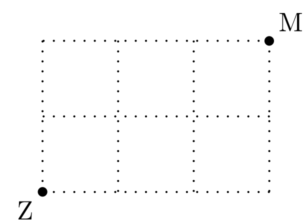
Au maximum, on compte 13 chemins en tout.

311 Mouche (7)

Énigme

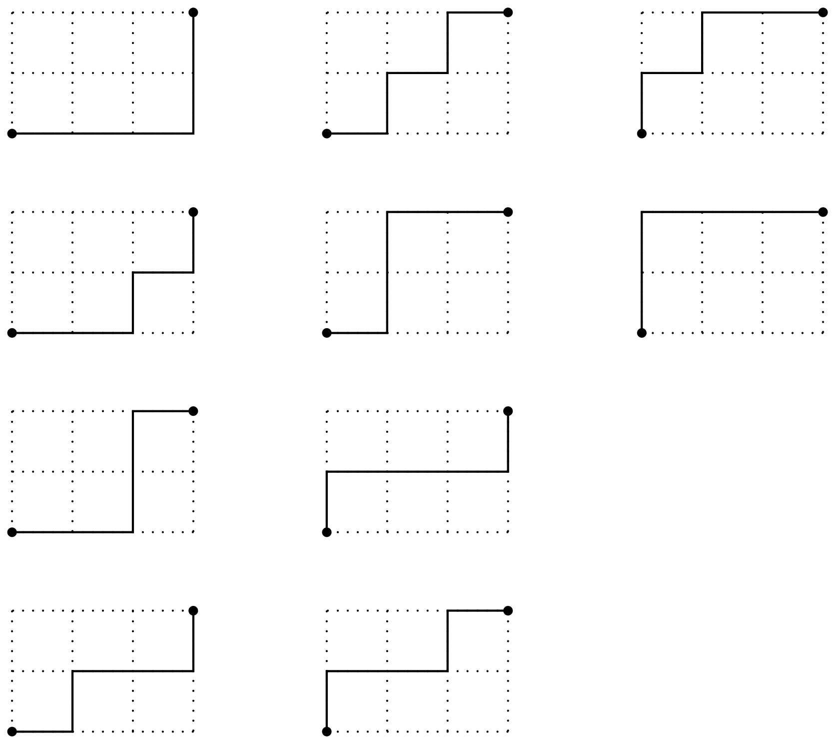
Kompé Zandoli (Z), par un bel après-midi ensoleillé, flâne sur un grillage à mailles carrées.
Il se déplace toujours soit vers le haut, soit vers la droite.
Il aperçoit soudain son quatre heures, une mouche (M), et décide, sans changer ses habitudes, d'aller la croquer.

Combien de chemins différents peut-il prendre ?



« Zandoli pa ti ni patt' », Rallye mathématique des Antilles et de la Guyane, 1998

Il y a 10 chemins possibles :



D'une manière générale, pour un quadrillage de dimensions $m \times n$, le nombre de chemins est égal à $\dfrac{(m+n)\,!}{m\,!\,n\,!}$.

312 Mouton (1)

Énigme

Il est une bergerie dont la longueur est de 200 pieds et la largeur de 100 pieds.
Je veux y loger des moutons de façon que chaque mouton occupe un espace de 5 pieds de long et de 4 pieds de large.

Dis-moi, je te le demande, toi qui est fort, combien il est possible de loger de moutons.

Ce problème a été proposé par Alcuin (735–804), qui fut l'un des hommes les plus savants de son temps. Engagé par le roi Charlemagne comme précepteur pour réformer les programmes d'enseignement, il a écrit des traités de théologie et de pédagogie dont le recueil *Propositiones ad acuendos juvenes* (*Propositions pour aiguiser la perspicacité des jeunes*). Ce problème est le vingt-et-unième des cinquante-trois problèmes.

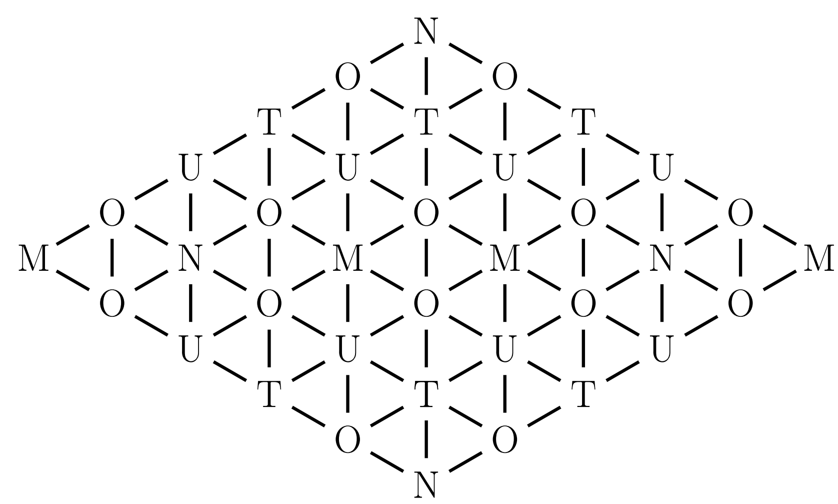
Voilà la solution donnée par son auteur :

Solution 21.
La bergerie a une longueur de 200 pieds et une largeur de 100 pieds.
Or, 2 fois le cinquième de 100 font 40.
Puis on divise 100 par 4, 25 étant le quart de 100.
Donc 1 000 est égal à 40 fois 5 fois 5 ou 40 fois 25.
Aussi 1 000 moutons peuvent être logés.

313 Mouton (2)

Énigme

De combien de manières peut-on lire le mot MOUTON dans le réseau ci-dessous, en suivant des lettres liées par un segment ? Une même lettre ne peut pas être réutilisée pour un même MOUTON.



199 jeux pour insomniaques et autres esprits éveillés, P. Berloquin, Éd. Acropole

Il part :
• de chaque M d'une extrémité quatre MOUTON ;
• de chaque M central vingt-quatre MOUTON.
On obtient en définitive 28 MOUTON.

314 Mouton (3)

Énigme

Les moutons de Bill Lan ont bon appétit.
Aussi, celui-ci, afin d'économiser l'herbe de son pré, leur a confectionné un enclos rectangulaire.
Il a utilisé pour cela 7 barrières de longueurs respectives 11 m, 10 m, 9 m, 7 m, 4 m, 3 m et 2 m qu'il a placées bout à bout de façon à former un rectangle ayant la plus grande aire possible.

Quelle est l'aire de ce rectangle, exprimée en mètres carrés ?

« L'enclos de B. Lan », *Le sabre d'Aladin*, 8ème Championnat de Jeux Mathématiques et Logiques

Si l'on utilise les sept barrières de longueurs respectives 11 m, 10 m, 9 m, 7 m, 4 m, 3 m et 2 m, le rectangle obtenu a un périmètre égal à $11 + 10 + 9 + 7 + 4 + 3 + 2 = 46$ m, soit un demi-périmètre égal à 23 m.

Désignons par a et b la largeur et la longueur du rectangle.
On a donc $a < b$ d'où $b \geqslant 12$.
De plus, $a \geqslant 7$ car 7 m est la plus petite dimension que l'on puisse réaliser en deux exemplaires.

Nous avons donc à examiner les cinq couples suivants :

$(7\,;16)$ $(8\,;15)$ $(9\,;14)$ $(10\,;13)$ $(11\,;12)$

Les couples $(7\,;16)$ et $(8\,;15)$ ne conduisent à aucune solution.

Par contre, les trois autres couples donnent chacun une solution :
- $(9\,;14)$: $9 = 7 + 2$ et $11 + 3 = 10 + 4$, aire 126 m^2
- $(10\,;13)$: $10 = 7 + 3$ et $11 + 2 = 9 + 4$, aire 130 m^2
- $(11\,;12)$: $11 = 7 + 4$ et $10 + 2 = 9 + 3$, aire 132 m^2

Il y a donc 3 solutions : l'aire de l'enclos de B. Lan est égale à 126 m^2, 130 m^2 ou 132 m^2.

315 Mouton (4)

Énigme

Un berger rencontre, en temps de guerre, trois troupes de maraudeurs.
La première lui enlève la moitié de son troupeau plus la moitié d'un mouton.
La deuxième lui enlève la moitié du reste et encore 1a moitié d'un mouton.
La troisième en fait autant, de sorte qu'il ne lui reste plus que 20 moutons.

De combien était primitivement son troupeau ?

Éléments d'algèbre, G. B. J. Raingo, Mons, Belgique, 1842

On désigne par M le nombre de moutons au départ.
Le premier groupe de maraudeurs lui prend $\dfrac{M}{2} + \dfrac{1}{2}$ moutons.
Il lui reste donc $M - \left(\dfrac{M}{2} + \dfrac{1}{2}\right)$ moutons, soit $\dfrac{M}{2} - \dfrac{1}{2}$ moutons.

Le deuxième groupe de maraudeurs lui prend $\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{M}{2} - \dfrac{1}{2}\right) + \dfrac{1}{2}$ moutons, soit $\dfrac{M}{4} + \dfrac{1}{4}$ moutons.

Il lui reste donc $\left(\dfrac{M}{2} - \dfrac{1}{2}\right) - \left(\dfrac{M}{4} + \dfrac{1}{4}\right)$ moutons, soit $\dfrac{M}{4} - \dfrac{3}{4}$ moutons.

Le troisième groupe de maraudeurs lui prend $\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{M}{4} - \dfrac{3}{4}\right) + \dfrac{1}{2}$ moutons, soit $\dfrac{M}{8} + \dfrac{1}{8}$ moutons.

Il lui reste donc $\left(\dfrac{M}{4} - \dfrac{3}{4}\right) - \left(\dfrac{M}{8} + \dfrac{1}{8}\right)$ moutons, soit $\dfrac{M}{8} - \dfrac{7}{8}$ moutons.

Puisqu'il lui reste alors 20 moutons, on a : $\dfrac{M}{8} - \dfrac{7}{8} = 20$.
Ou encore $M - 7 = 20 \times 8$.
Donc $M = 167$.

Le troupeau comportait 167 moutons.

316 Mouton (5)

Énigme

Deux fermiers achètent l'un un tiers et l'autre un quart d'un troupeau. Ils trouvent que si le premier avait acheté 10 moutons de plus, il en aurait le double de l'autre.

Combien y avait-il de moutons dans ce troupeau ?

Éléments d'algèbre, G. B. J. Raingo, Mons, Belgique, 1842

On désigne par f_1 et f_2 le nombre de moutons achetés respectivement par le premier fermier et le second fermier et par T le nombre de moutons dans le troupeau.

La première phrase se traduit par $T = 3\,f_1 = 4\,f_2$.
On déduit $f_2 = \dfrac{3}{4}\,f_1$, soit $f_2 = 0{,}75\,f_1$.

La seconde phrase se traduit par $f_1 + 10 = 2\,f_2$.

On déduit $f_1 + 10 = 2 \times 0{,}75\,f_1$, soit $f_1 + 10 = 1{,}5\,f_1$.

Donc $0{,}5\,f_1 = 10$. D'où $f_1 = \dfrac{10}{0{,}5} = 20$.
(Et $f_2 = 0{,}75 \times 20 = 15$)

Par conséquent, $T = 3 \times 20 = 60$.

Il y avait 60 moutons.

317 Mouton (6)

Énigme

Deux frères héritèrent d'un troupeau de moutons.
Ils le vendirent, touchant pour chaque bête autant d'euros qu'il y avait de moutons dans le troupeau.
Ils touchèrent cet argent en billets de 10 € plus, en monnaie, une somme inférieure à 10 €.
Ils se répartirent la somme totale en plaçant les billets sur une table et en prenant un chacun à leur tour, jusqu'à ce qu'il n'en reste plus.
« Ce n'est pas juste !, se plaignit le plus jeune, c'est toi qui a pris le premier billet et c'est encore toi qui prends le dernier, tu as reçu dix euros de plus que moi.
Pour rendre le partage plus équitable, le plus vieux céda à son frère toutes les pièces de monnaie ; mais celui-ci n'était toujours pas satisfait : — Tu m'as donné moins de dix euros, tu me dois donc encore de l'argent.
— C'est vrai, répondit le plus vieux. Je te propose donc de te faire un chèque du montant nécessaire pour que nous recevions chacun la même somme. »
Le plus jeune accepta.

Quelle fut la valeur du chèque ?

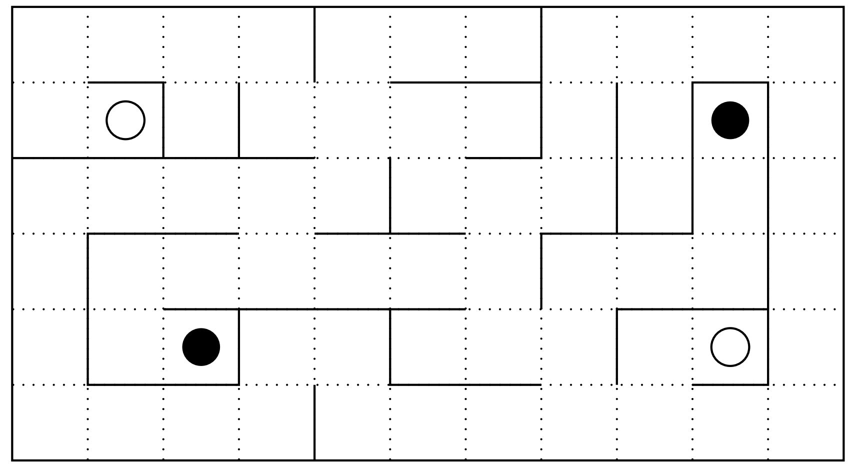
« Le partage équitable », `http://www.bibmath.net/jeux/`

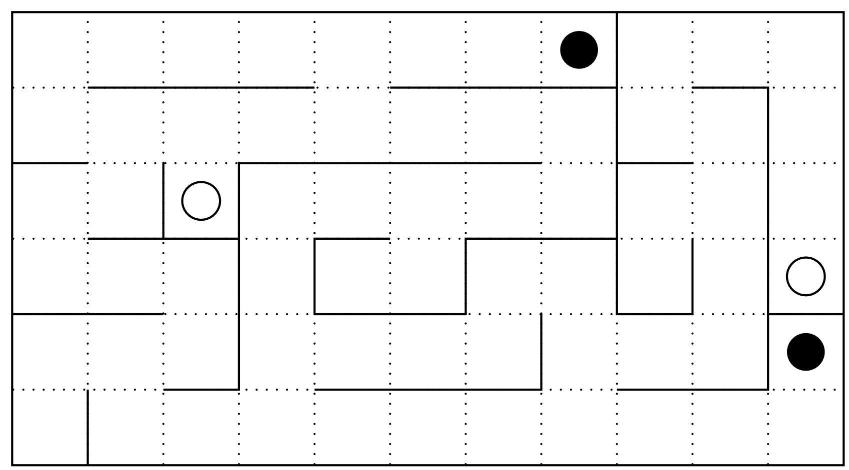
La première chose à remarquer est que la somme d'argent reçue est un carré. En effet, elle vaut n^2, où n est le nombre de bêtes du troupeau. De plus, le nombre de billets de 10 € est impair, puisque le vieux en touche un de plus que le jeune.
Or, si n s'écrit $10\,k+p$, avec p entre 0 et 9, son carré s'écrit $n^2 = 100^2\,k^2 + 20\,k\,p + p^2$. Les nombres $100^2\,k^2$ et $20\,k\,p$ comportent un nombre pair de dizaines. Il faut donc donc que le carré de p comporte un nombre impair de dizaines. Seuls 4 ($4^2 = 16$) et 6 ($6^2 = 36$) répondent à la condition, et dans les deux cas, la terminaison est 6…
Donc, le chiffre des unités du carré du nombre de moutons, donc de la somme reçue, est 6. La somme reçue en monnaie était donc de 6 €. Le plus jeune ayant pris les 6 €, il accusait encore un déficit de 4 € sur son aîné. Il y avait donc un partage équitable avec un chèque de 2 €.

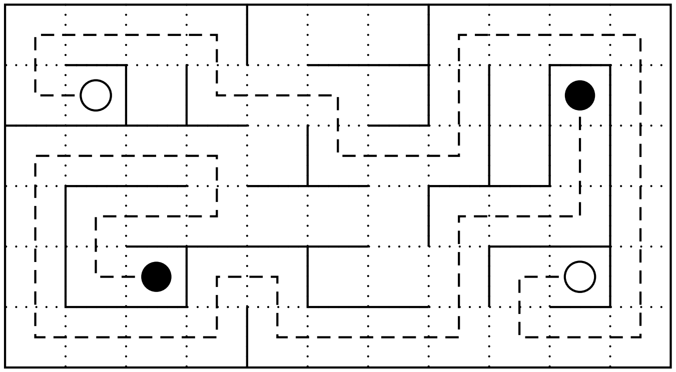
318 Mouton (7)

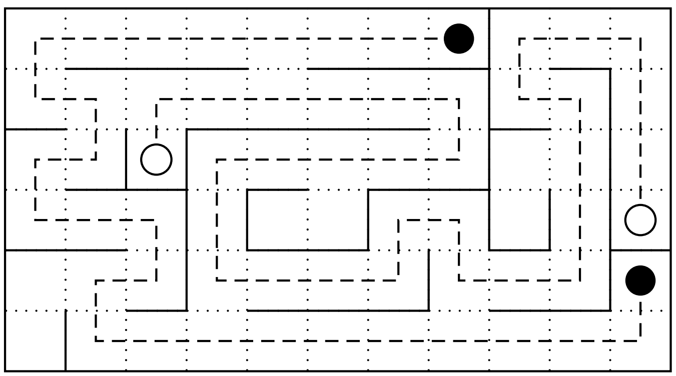
Énigme

Trouver, dans chaque labyrinthe, le chemin qui permet de relier les deux moutons blancs et le chemin qui permet de relier les deux moutons noirs ; les deux chemins ne se doivent jamais se croiser ni se chevaucher.









319 Mouton (8)

Énigme

15 moutons paissaient dans un pré, accompagnés de bergers (tous les moutons ont 4 pieds et les bergers, 2).
La moitié des bergers ramène au bercail le tiers des moutons.
Il ne reste plus que 50 pieds sur le pré.

Combien y avait-il de pieds au début ?

A) 60 B) 72 C) 80 D) 90 E) 10

Kangourou des maths, 2004, Épreuve Étudiants, n° 10

Réponse C.

Dans le pré, se trouvaient 15 moutons (à quatre pieds) et n bergers (à deux pieds), soit en tout un nombre de pieds égal à $P = 4 \times 15 + 2\,n$.

Lorsque la moitié des bergers a emmené le tiers des moutons, il reste $\dfrac{n}{2} \times 2 + 10 \times 4 = 50$ pieds.

D'où $n = 10$.

Donc, à l'origine, il y avait $P = 4 \times 15 + 2 \times 10 = 80$ pieds.

320 Mouton (9)

Énigme

Échangez les moutons noirs (N) et les moutons blancs (B) en un minimum de coups.

Un coup étant :

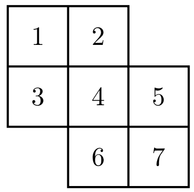
- un déplacement horizontal ou vertical d'une case à une case vide voisine ;
- un saut par-dessus un mouton à condition que la case d'arrivée soit vide et que le mouvement soit horizontal ou vertical.

N	N	
N		B
	B	B

D'après « Veillez au grain », Tournoi de St Michel en l'Herm, 1992

Il faut un minimum de 15 coups pour échanger les moutons noirs et les moutons blancs.

Voilà un exemple de partie :



1. 3 - 4	**4.** 6 - 4	**7.** 3 - 1	**10.** 7 - 6	**13.** 2 - 4
2. 5 - 3	**5.** 2 - 6	**8.** 4 - 3	**11.** 5 - 7	**14.** 6 - 2
3. 4 - 5	**6.** 1 - 2	**9.** 6 - 4	**12.** 4 - 5	**15.** 4 - 6

321 Mouton (10)

Énigme

Collin a reçu en héritage la ferme familiale qui, de bovine, est devenue ovine.
La terre de Collin est partagée en quatre parties : deux parties au nord marquées NO et NE, deux parties au sud marquées SO et SE.

NO	NE
SO	SE

1. Il y a 625 moutons dans les parties du nord : NO et NE.
2. Il y a 958 moutons dans les parties du sud : SO et SE.
3. Il y a 994 moutons dans les parties de l'est : NE et SE.
4. L'unité du nombre de moutons du NO est 3.
5. Le nombre de moutons dans chacune des quatre parties est formé des mêmes trois chiffres différents répartis autrement.

Trouvez le nombre de moutons dans chacune des quatre parties.

« Moutons de Collin », `http://www.recreomath.qc.ca/`

Il y a en tout $625 + 958 = 1\,583$ moutons (indices 1 et 2).

Comme il y a 994 moutons dans les deux parties de l'est, il y a $1\,583 - 994 = 589$ moutons dans les deux parties de l'ouest.

Voici la répartition :

NO	NE	625
SO	SE	958
589	994	1 583

L'unité du nombre de moutons du SO est 6 (indice 4).

L'unité du nombre du NE et du SE est 2.

Les trois chiffres sont 2, 3 et 6.

Au NE, il y a 362 ou 632 moutons. Seul 362 convient. Au SE, il y a 632 moutons. On complète le tableau.

Il y a 263 moutons au NO, 362 moutons au NE, 326 moutons au SO et 632 moutons au SE.

322 Mouton (11)

Énigme

Le berger a réparti ses moutons en huit enclos.
Le nombre de moutons dans chaque enclos est indiqué sur le schéma par une lettre.
Sa cabane, situé au centre, possède une ouverture sur chaque face de laquelle il peut voir les moutons des trois enclos d'une même ligne ou d'une même colonne.
Quelle que soit l'ouverture par laquelle il regarde, il compte 501 moutons.

Combien a-t-il de moutons au maximum ? au minimum ?

a	b	a
b		b
a	b	a

« Comptez les moutons, mais ne vous endormez pas », Tournoi mathématique du Limousin, Collège, 2004

Le nombre total de moutons est $4\,a + 4\,b$.

Par chaque fenêtre de la cabane, le berger voit $2\,a + b$ moutons et, d'après l'énoncé, $2\,a + b = 501$.

$4\,a + 4\,b = (2\,a + b) + (2\,a + b) + 2\,b = 501 + 501 + 2\,b = 1\,002 + 2\,b$

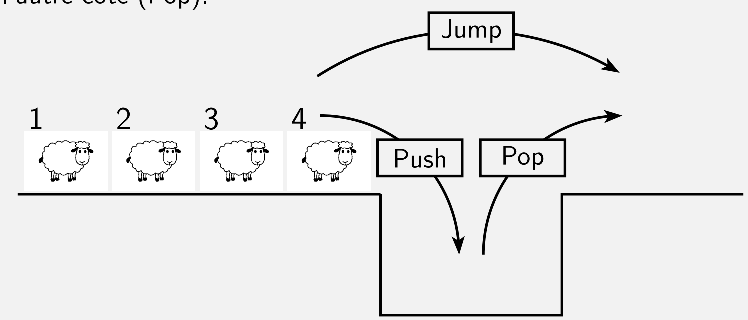
b ne peut pas être égal à 0, sinon le berger verrait $2\,a$ moutons par chaque fenêtre. Or 501 n'est pas pair. Par suite, le minimum pour b est égal à 1 et le nombre minimum de moutons est dans ce cas 1 004.

Le maximum pour b est atteint si $a = 0$. Dans ce cas, b est égal à 501 et le nombre maximum de moutons est dans ce cas 2 004.

323 Mouton (12)

Énigme

Au fur et à mesure que les moutons arrivent, un mécanisme permet soit de les faire passer de l'autre côté (Jump), soit de les faire descendre en les mettant les uns au-dessus des autres (Push) et de les faire remonter en prenant celui de dessus et en les faisant passer de l'autre côté (Pop).

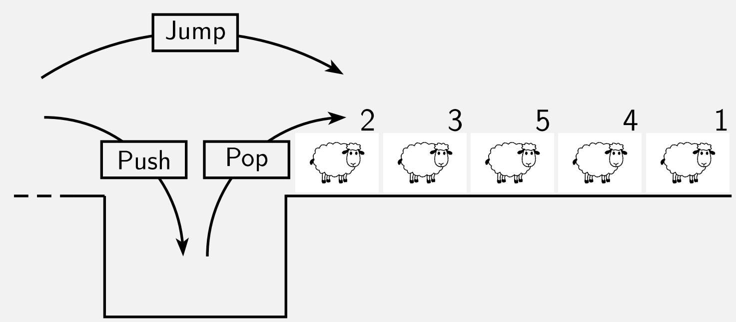


Une fois passés, les moutons avancent pour laisser la place aux suivants.

1. Quel va être l'ordre des moutons de l'autre côté si le mécanisme a effectué successivement les opérations suivantes ?

   Push - Jump - Push - Jump - Pop - Pop

2. Quelle est la plus petite suite d'opérations que le mécanisme a effectuée pour avoir obtenu l'ordre suivant ?



« Saute-mouton »,
Rallye Mathématique Poitou-Charentes, CM - 6$^{\text{ème}}$, 2017

1. L'ordre des moutons de l'autre côté est (de gauche à droite) :

1 - 3 - 4 - 2

2. La plus petite suite d'opérations que le mécanisme a effectuée est :

Jump - Push - Push - Jump - Jump - Pop - Pop

324 Mouton (13)

Énigme

Depuis qu'il sait compter, Knock Turne a toujours compté les moutons.
Ce soir-là, il y avait un nombre tel qu'il pouvait, pour les compter plus vite, les ranger par 2, par 7 et par 9.
Ainsi, il en dénombra un nombre formé des mêmes chiffres que 1 989.

Combien avait-il de moutons ce soir-là ?

Tournoi de Vireux-Wallerand, 1989

Le nombre à chercher est un nombre multiple de 2, 3, 7 et 9. On utilise les critères de divisibilité.

La somme des chiffres formant le nombre à trouver est $1+9+8+9=27$ et 27 est divisible par 3 et par 9. Donc le nombre à trouver est divisible par 3 et par 9.

Le nombre à chercher est un nombre multiple de 2 donc son chiffre des unités est le 8.

Il y a alors trois possibilités : 1 998, 9 198 et 9 918.

Parmi celles-ci, seul 9 198 est divisible par 7 (on a $9\,198 = 7 \times 1\,314$).

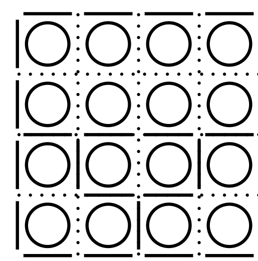
Il y avait donc 9 198 moutons ce soir-là.

325 Mouton (14)

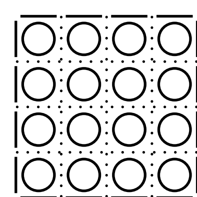
Énigme

Dans un enclos carré se trouvent seize moutons.
Les barrières bordant l'enclos et les seize moutons ne bougent pas.
Neuf barrière à l'intérieur de l'enclos enferment actuellement les moutons en quatre groupes de 8, 3, 3 et 2 moutons.
Le fermier a besoin de réajuster certains des barrières de manière à enfermer 6, 6 et 4 moutons.

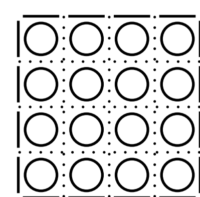
Pouvez-vous le faire en déplaçant seulement 2 barrières ?
Lorsque vous aurez réussi, essayez de le faire en déplaçant 3 barrières puis 4, 5, 6 et 7 barrières successivement.
(Bien sûr, les barrières doivent être posées sur les lignes en pointillés.)



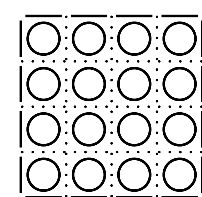
2 déplacements



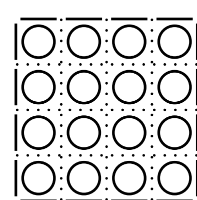
4 déplacements



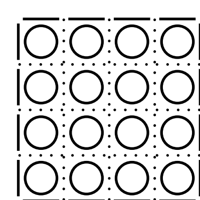
6 déplacements



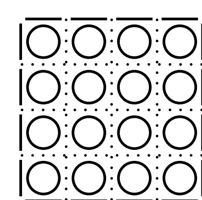
3 déplacements



5 déplacements

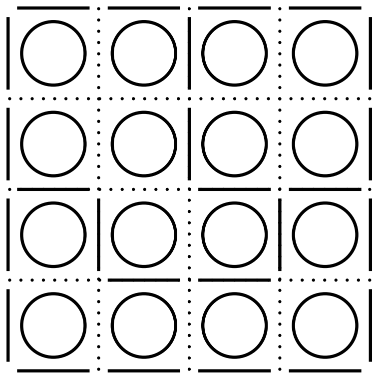


7 déplacements

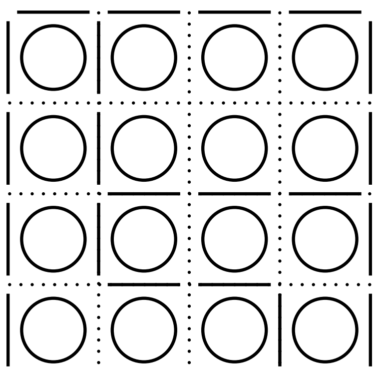


« The sixteen sheep », *Amusements in mathematics*, n° 275, H. E. Dudeney, 1917

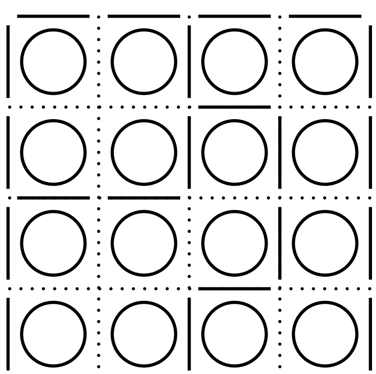
2 déplacements



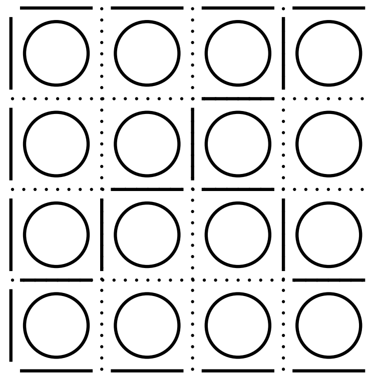
3 déplacements



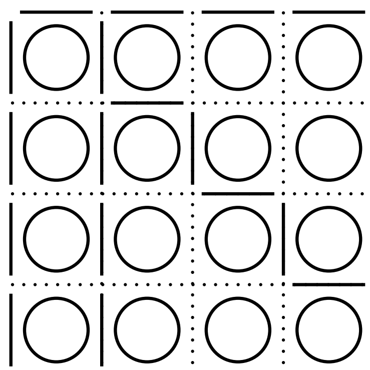
4 déplacements



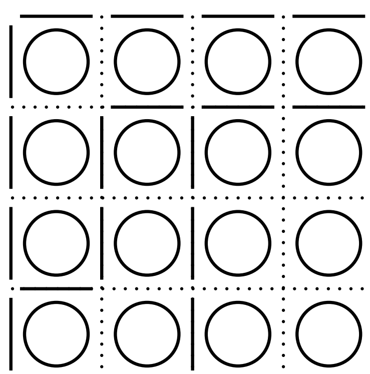
5 déplacements



6 déplacements



7 déplacements



326 Mouton (15)

Énigme

Quand on demande au fermier Longmore, connu dans son district comme « fermier mathématicien », combien il a de moutons, voici ce qu'il répond.
« Vous pouvez partager mon troupeau en deux groupes de tailles différentes de telle sorte que la différence entre les deux nombres de moutons est la même que la différence entre les carrés des deux nombres de moutons. »

Combien de moutons le fermier Longmore possède-t-il ?

« The farmer and his sheep », *Amusements in mathematics*, n° 94, H. E. Dudeney, 1917

Désignons par a et b les nombres de moutons respectifs dans le premier groupe et le second groupe, avec $a > b$ ($a \neq b$ puisque les groupes ont des tailles différentes).

On a $a^2 - b^2 = a - b$.

Or $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.

Donc $(a + b)(a - b) = a - b$.

Donc $(a + b)(a - b) = 1(a - b)$.

Donc $a + b = 1$.

Puisque a et b sont des entiers, on a $a = 1$ et $b = 0$.

Le fermier Longmore possède $1 + 0 = 1$ mouton.

327 Mulet

Énigme

Un âne et un mulet chargés de sacs également pesants cheminent de compagnie.
L'âne se plaignant de sa charge, le mulet impatienté lui dit : « Animal paresseux, de quoi te plains-tu ? Si jamais un de tes sacs, je serais chargé deux fois autant que toi, et si tu prenais un des miens, je serais encore aussi chargé que toi. »

Combien portent-ils de sacs chacun ?

Récréations arithmétiques, Émile Fourrey, Éd. Vuibert

Si l'âne prenait un sac au mulet, celui-ci verrait sa charge diminuée de 1 sac ; comme les deux charges seraient alors égales, il en résulte que le mulet portait auparavant 2 sacs de plus que l'âne.

Si le mulet prenait un sac à l'âne, il porterait 4 sacs de plus que ce dernier. Le mulet ayant à ce moment une charge double de celle de l'âne, on en déduit que l'âne porterait alors 4 sacs et le mulet 8 sacs.

Le mulet porte donc 7 sacs et l'âne 5.

328 Nourriture

Énigme

Un agriculteur a du foin pour nourrir un cheval, une vache et un mouton.
Avec ce qu'il a, il peut nourrir le cheval et la vache pendant 12 mois, la vache et le mouton pendant 15 mois, ou encore le cheval et le mouton pendant 20 mois.

Pendant combien de temps peut-il nourrir les trois animaux ensemble ?

« Calendrier mathématique 2017, Un défi quotidien », Énigme du mardi 28 mars, CNRS, IRMA et Université de Strasbourg

Soit x la quantité de foin (mesurée en nombre de bottes de foin, par exemple).
Notons c, v et m la quantité de foin que consomment par mois la cheval, la vache et le mouton, respectivement.
Par hypothèse, le cheval et la vache consomment à eux deux la totalité x du foin en 12 mois, c'est-à-dire qu'en un mois ils consomment $\frac{x}{12}$ bottes de foin, et donc $c+v=\frac{x}{12}$.
De même, la vache et le mouton consomment $v+m=\frac{x}{15}$ bottes de foin, et le cheval et le mouton en consomment $c+m=\frac{x}{20}$.
En sommant les trois équations, on obtient $2\,(v+c+m)=\frac{x}{20}+\frac{x}{15}+\frac{x}{12}$.
Donc $2\,(v+c+m)=\frac{18\,x+24\,x+30\,x}{360}$.
Donc $2\,(v+c+m)=\frac{72\,x}{360}$. Donc $2\,(v+c+m)=\frac{x}{5}$.
Donc la consommation mensuelle des 3 animaux réunis est $v+c+m=\frac{x}{10}$.
Par conséquent, l'agriculteur peut nourrir les 3 animaux ensemble pendant 10 mois.

329 Numérotruche

Énigme

Théo n'a jamais vu de numérotruches.
Ce surprenant animal passe son temps la tête enfouie dans le sable pour cacher le numéro inscrit sur son front.
Les numérotruches sont numérotées de 1 à 5 et deux numérotruches identiques ne se touchent jamais, même en diagonale !
De plus, on sait que chaque ligne contient quatre de ces animaux différents, et que chaque colonne en contient trois différents.

Retrouve l'emplacement des douze animaux.

	5		**3**
2			**1**

« Les numérotruches », revue *Enigma X Junior*, n^{o} 6, 2006

Comme il y a 5 chiffres et 12 cases, certains chiffres doivent apparaître 3 fois, seuls le 1 et le 2 peuvent apparaître 3 fois.
Il n'y a qu'une seule façon de placer trois 1 et trois 2 dans la grille.
On peut alors placer les deux 4.

1	5	2	3
2	3	4	1
4	1	5	2

330 Oie (1)

Énigme

L'an dernier, 30 % des oiseaux qui vivaient sur le lac Daumesnil étaient des oies, 25 % étaient des cygnes, 10 % étaient des mouettes et 35 % étaient des canards.

Quel pourcentage des oiseaux qui n'étaient pas des cygnes étaient des oies ?

« Calendrier mathématique 2016, Un défi quotidien », Énigme du jeudi 20 octobre, CNRS, IRMA et Université de Strasbourg

$100\,\% - 25\,\% = 75\,\%$.

$75\,\%$ des oiseaux n'étaient pas des cygnes et que $30\,\%$ étaient des oies.

On en déduit que la proportion d'oies parmi les oiseaux qui n'étaient pas des cygnes était égale à :

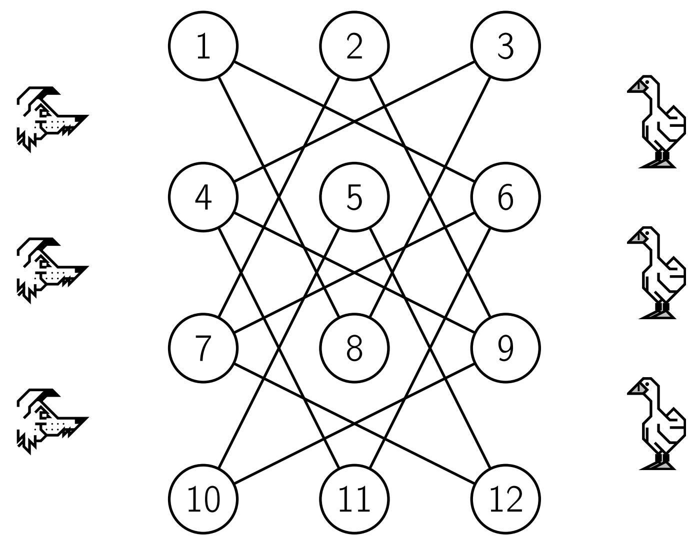
$$\frac{30}{75} = 0{,}4 = 40\,\%$$

331 Oie (2)

Énigme

Trois jetons représentant des oies sont posés sur les cases 1, 2 et 3 du diagramme ci-dessous et trois jetons représentant des renards sont posés sur les cases 10, 11 et 12.
En déplaçant un animal à la fois, le renard et l'oie alternativement, le long d'un segment reliant une case à une autre, placer les renards sur les cases 1, 2 et 3 et les oies sur les cases 10, 11 et 12 (autrement dit, de les faire changer de place), en un minimum de déplacements. Mais il faut faire attention de ne jamais laisser un renard et une oie à portée l'un de l'autre, ou il y aura des problèmes !

Quel est le plus petit nombre de coups nécessaires pour que les renards et les oies changer de place ?



« Foxes and geese », *The Canterbury Puzzles*, n° 94, H. E. Dudeney, 1907

Le plus petit nombre possible de mouvements est de vingt-deux, et, plus précisément, onze pour les renards et onze pour les oies.

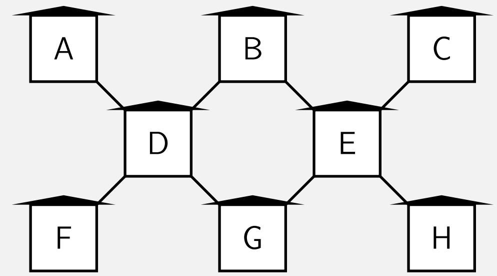
Voici une façon de résoudre le problème :

1. $10 \to 5$
2. $1 \to 8$
3. $11 \to 6$
4. $2 \to 9$
5. $12 \to 7$
6. $3 \to 4$
7. $5 \to 12$
8. $8 \to 3$
9. $6 \to 1$
10. $9 \to 10$
11. $7 \to 6$
12. $4 \to 9$
13. $12 \to 7$
14. $3 \to 4$
15. $1 \to 8$
16. $10 \to 5$
17. $6 \to 1$
18. $9 \to 10$
19. $7 \to 2$
20. $4 \to 11$
21. $8 \to 3$
22. $5 \to 12$

332 Oiseau (1)

Énigme

Derrière sa maison, Marc a érigé huit cabanes à oiseaux.
Les cabanes sont disposées ainsi.



À un moment donné, il y a 16 oiseaux dans chacune des quatre rangées obliques de trois cabanes.

1. Les cabanes A et F ont ensemble 9 oiseaux.
2. Les cabanes C et F ont ensemble 8 oiseaux.
3. Les cabanes B et D ont ensemble 14 oiseaux.
4. La cabane C reçoit 5 oiseaux de plus que la cabane H.

Combien y a-t-il d'oiseaux en tout dans le jardin de Marc ?

« Jardin d'oiseaux », `http://www.recreomath.qc.ca/`

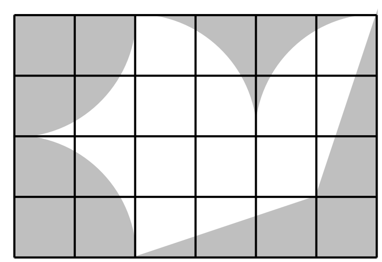
Il y a 16 oiseaux dans la rangée FDB et autant dans la rangée GEC, ce qui fait 32 oiseaux.
La cabane F reçoit deux oiseaux (indice 3).
A reçoit sept oiseaux (indice 1).
C reçoit six oiseaux (indice 2).
H reçoit un oiseau (indice 4).
Les cabanes A et H reçoivent huit oiseaux.
$32 + 8 = 40$. Il y a 40 oiseaux dans le jardin de Marc.

333 Oiseau (2)

Énigme

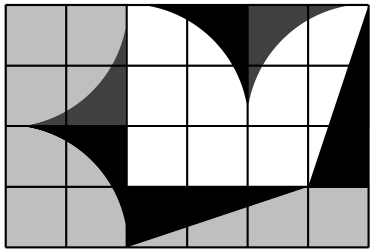
Le drapeau du club de vol à voile représente un oiseau stylisé sur un quadrillage.
L'aile de l'oiseau Blanc est de 192 dm^2 et les lignes qui le délimitent sont des segments et des quarts de cercle.

Quelles sont les dimensions du drapeau ?
A) 6 dm $\times$ 4 dm B) 12 dm $\times$ 8 dm C) 20 dm $\times$ 12 dm
D) 24 dm $\times$ 16 dm E) 30 dm $\times$ 20 dm

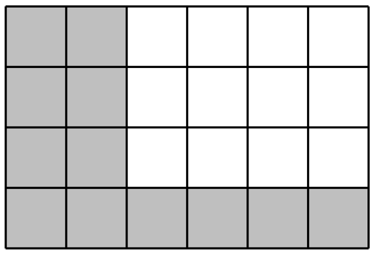


Kangourou des mathématiques, Sujet C, 2018

On peut déterminer l'aire de l'oiseau par découpages-déplacements géométriques de figures géométriques :



Ce qui montre que l'aire de l'oiseau est égale à celle d'un rectangle de dimensions 4×3 :



L'aire de chacun des $4 \times 3 = 12$ carrés constituant ce rectangle est donc $192 \div (4 \times 3) = 16$ dm^2.
La longueur du côté d'un carré est donc 4 dm.

Le rectangle est constitué de 6 carrés dans la longueur et de 4 dans la largeur : la longueur est donc égale à $6 \times 4 = 24$ dm et sa largeur, à $4 \times 4 = 16$ dm.

Réponse D

334 Orignal

Énigme

Dans une prairie en prise avec les castors, le troupeau d'orignaux baisse d'une année à l'autre.
En soustrayant 3 au nombre d'orignaux de l'année précédente et en divisant par 2, on trouve le nombre de l'année suivante.
Pendant la cinquième année, on ne comptait plus que trois orignaux.

Combien y avait-il d'orignaux la première année ?

Désignons par O le nombre d'orignaux d'une année donnée et par O' celui de l'année suivante.

On a alors $O' = \dfrac{O-3}{2}$.

Donc $2\,O' = O - 3$.

Donc $O = 2\,O' + 3$.

On peut ainsi « remonter le temps » :

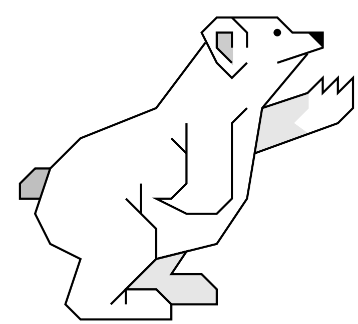
- La cinquième année, il y a 3 orignaux.
- La quatrième année, le nombre d'orignaux était égal à $2 \times 3 + 3 = 9$.
- La troisième année, le nombre d'orignaux était égal à $2 \times 9 + 3 = 21$.
- La deuxième année, le nombre d'orignaux était égal à $2 \times 21 + 3 = 25$.
- La première année, le nombre d'orignaux était égal à $2 \times 45 + 3 = 93$.

335 Ours (1)

Énigme

Un bon matin, un chasseur se lève de bonne heure, prend son petit déjeuner et part à pied vers le sud.
À un demi-kilomètre de son camp, il trébuche et s'écorche le nez.
Il se relève et reprend sa route vers le sud en maugréant.
Un demi-kilomètre plus loin, il aperçoit un ours.
Il vise l'ours avec sa carabine, mais il avait oublié d'enlever le cran de sécurité.
Il enlève le cran, mais l'ours entend le bruit de déclic et s'enfuit vers l'est à toute allure.
Un demi-kilomètre plus loin, le chasseur rattrape l'ours et l'atteint de deux balles, blessant l'animal sérieusement ; l'ours poursuit sa fuite vers l'est.
Le chasseur le prend en chasse et, un demi-kilomètre plus loin, réussit à l'abattre.
Fier de sa capture, le chasseur marche un kilomètre vers le nord et regagne son camp.
Désespéré, il s'aperçoit qu'entre-temps un autre ours avait ravagé son camp.

De quelle couleur était l'ours qui ravagea le camp ?



James F. Fixx. *Games for the Super-Intelligent*, Popular Library, 1972, p. 60

Ce trajet paraît impossible, à première lecture ; en effet, un kilomètre vers le sud, puis un vers l'est, puis un vers le nord ne ramène pas au point de départ, mais bien à un kilomètre à l'est du camp.
En fait, cela n'est vrai que si l'on dessine le trajet sur une carte à deux dimensions. Si par contre on trace le trajet sur un globe terrestre, on s'aperçoit que le raisonnement ci-haut s'applique seulement à l'équateur, où les latitudes et longitudes se croisent à angles droits.
En faisant le trajet à des latitudes de plus en plus nordiques, on s'aperçoit que les trajets sud et nord du chasseur commencent à converger, puisque les longitudes se croisent aux pôles. Et, si le point de départ est le Pôle nord, le trajet du chasseur est un triangle équilatéral.
Il revient donc bel et bien à son point de départ. Puisque le seul point de départ possible pour une telle trajectoire triangulaire est le Pôle nord, l'ours doit être blanc.

336 Ours (2)

Énigme

Boucle d'Or est partie en pique-nique avec trois familles d'ours qui comptent chacune un Papa Ours, une Maman Ours et un Petit Ours. Pour qu'ils ne se retrouvent pas encore une fois en famille, elle les dispose en trois rangées de trois ours de telle façon qu'il n'y ait pas deux ours de la même famille en ligne ou en colonne.
Les nombres donnés indiquent le nombre d'ours visibles dans la ligne ou la colonne (un ours plus grand cache ceux qui sont moins grands que lui).

Retrouver la disposition des neuf ours.

2				
				3
		1		

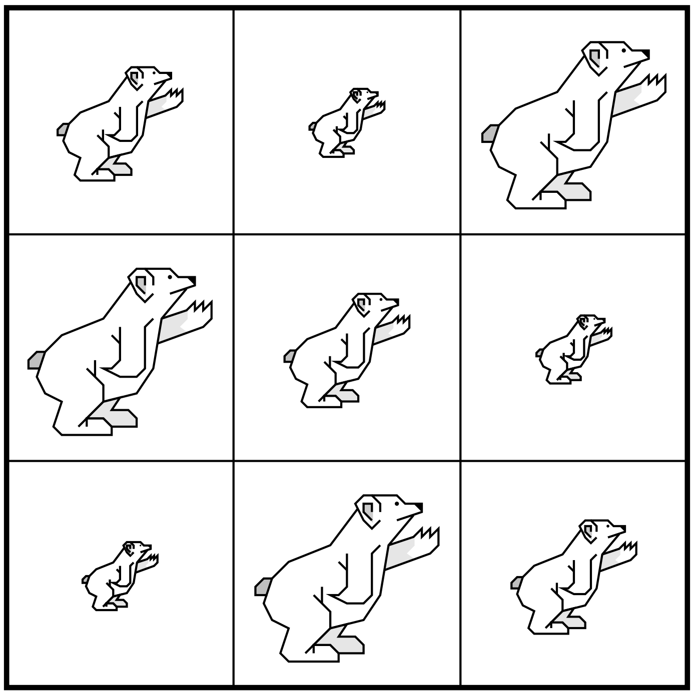
L'information « 3 » permet de remplir la deuxième ligne.

L'information « 1 » permet de placer Papa Ours en bas de la seconde colonne puis Petit Ours en haut.

L'information « 2 » permet de de placer Maman Ours à gauche dans la première ligne puis Papa Ours à droite.

La grille se complète ensuite facilement.

2



3

1

337 Ours (3)

`Une charade à tiroirs !`

Énigme

Mon premier est un grand serpent qui appartient à un moine tibétain qui n'aime pas l'eau.
Mon second est un animal plantigrade entouré d'habitations d'oiseaux.
Et mon tout est une affiche qui se voyait sur les murs de la capitale française au début du siècle passé.

Cette charade est attribuée à Victor Hugo.

Mon premier...

Long bois du bonze hydrophobe

Mon second...

Ours ceint de nids

Mon tout...

Long bois du bonze hydrophobe – ours ceint de nids

Autrement dit...

L'on boit du bon cidre au Faubourg Saint Denis.

338 Ours (4)

Énigme

Moi, Papa-Ours (333 kilos), je pèse aussi lourd que Maman-Ours avec nos 3 bébés-Ours.
Les 3 bébés-Ours pèsent ensemble 300 kilos de moins que Maman-Ours.

Avez-vous deviné combien pèse chacun de nos 3 bébés-Ours ?

« 39. Une balance pour les bébés-Ours », *301 énigmes mathématiques*, Marie Berrondo-Agrell, Éd. Eyrolles, 2010

On désigne par B et M les poids respectifs de Maman-Ours et de chaque Bébé-Ours.

Puisque « moi, Papa-Ours (333 kilos), je pèse aussi lourd que Maman-Ours avec nos 3 bébés-Ours », on peut écrire :

$$M + 3\,B = 333$$

Puisque « les 3 bébés-Ours pèsent ensemble 300 kilos de moins que Maman-Ours. », on peut écrire :

$$M = 3\,B + 300$$

Par conséquent,

$$3\,B + 300 + 3\,B = 333$$

Donc

$$6\,B = 33$$

D'où :

$$B = 5{,}5$$

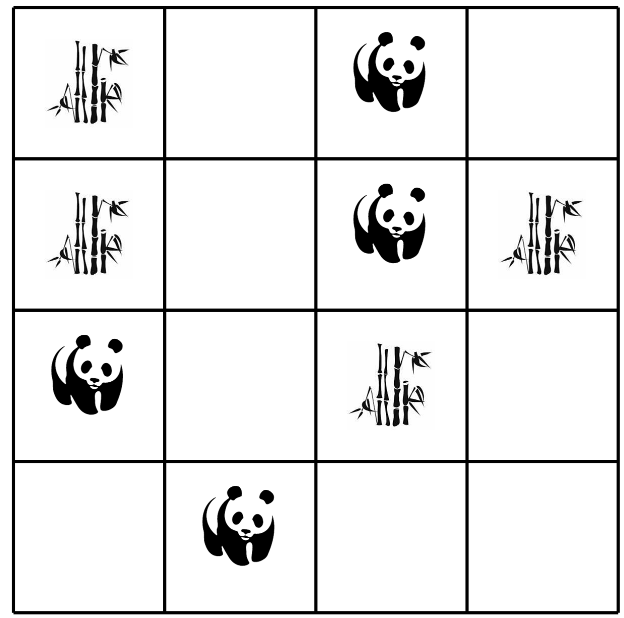
Chaque bébé-Ours pèse 5,5 kg (et Maman-Ours, 316,5 kg).

339 Panda

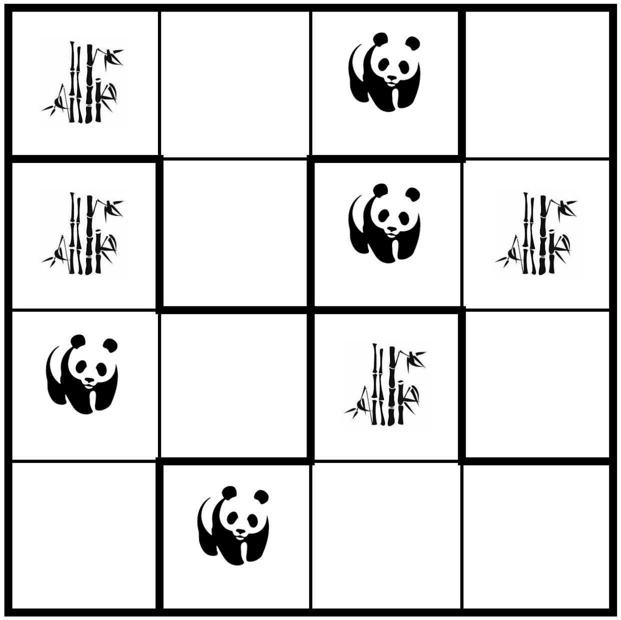
Énigme

Dans cette partie du zoo sont élevés quatre pandas.

Retrouve leur zone de vie sachant que les quatre zones sont de même forme et que chaque panda a sa propre forêt de bambous.



D'après « John et le carré », *50 énigmes mathématiques faciles, Problèmes du Championnat international des jeux mathématiques et logiques*, Vol. 16, Éd. Pole



340 Panthère

Énigme

Dans une réserve au Kenya, la chasse est autorisée pour les lions, les tigres, les zèbres et les panthères.
Il y avait ainsi 2 085 animaux au départ et 1 785 après les chasses.
En effet, 65 % des lions ont été tués, tout comme 30 % des tigres, 40 % des panthères et 8 % des zèbres.
Initialement, il y avait le même nombre de tigres, de panthères et de lions et j'ai tué personnellement un nombre de panthères égal à la racine cubique de la différence entre le nombre de zèbres survivants et 20 fois le nombre de lions supprimés.

Combien ai-je tué de panthères ?

« Jeux et problèmes, La ronde des animaux », *Tangente*, n° 43, Mai-juin 1995

Soit x le nombre initial de tigres, de panthères ou de lions.

Le nombre de lions tués est $0{,}65\,x$.
Le nombre de tigres tués est $0{,}3\,x$.
Le nombre de panthères tuées est $0{,}4\,x$.
Le nombre de zèbres tués est $(2\,085 - 3\,x) \times 0{,}08$.

Ce qui fait en tout : $1{,}11\,x + 166{,}8 = 2\,085 - 1\,785$
Par suite, $x = 120$.

En faisant le bilan des animaux tués, on trouve que j'ai personnellement occis $(1\,587 - 20 \times 78)^{1/3}$ panthères, soit 3 panthères.

341 Paon

Énigme

Saurez-vous trouver ce mot courant de quatre lettres, sachant que chacun des mots ci-dessous a deux lettres communes avec lui mais qui ne sont pas à leur place ?

R	I	E	Z
B	R	U	N
P	A	O	N
I	L	O	T

100 jeux logiques, Pierre Berloquin, jeu n° 19

PAON et RIEZ n'ont aucune lettre commune. À eux deux, ils réunissent donc, parmi leurs huit lettres, les quatre lettres du mot à trouver.

Le B et le U de BRUN sont donc fausses et R et N certaines.

Le L et le T de ILOT sont donc fausses et I et T certaines.

En tenant compte du fait qu'aucune lettre n'est à sa place dans les mots qui la contiennent, on a quatre dispositions possibles seulement :

N	O	R	I
N	O	I	R
O	N	R	I
O	N	I	R

Un seul de ces vocables est un mot courant français : NOIR.

342 Papillon (1)

Énigme

Dans la serre regroupant des papillons de la sous-famille des *Parnassiinae*, Émilien compte 24 *Allancastria*, 15 *Archon*, 12 *Bhutanitis*, 18 *Hypermnestra*, 21 *Luehdorfia*, 30 *Parnassus* et 27 *Sericinus*.

Combien de papillons doit-il sortir de sa serre pour être absolument sûr d'en avoir au moins deux de la même sous-famille ?

La serre contient sept sous-familles différentes.

En prenant huit papillons, il sera absolument sûr d'en avoir au moins deux de la même sous-famille.

343 Papillon (2)

Énigme

Marguerite fait une collection de papillons.
Il lui manque 2 spécimens pour pouvoir remplir une grille carrée.
La semaine suivante, elle recueille 19 nouveaux spécimens.
Après les avoir disposés dans une grille carrée plus grande qui est la suivante, il lui reste 2 spécimens.

Combien Marguerite a-t-elle de papillons maintenant ?

« De vrais papillons », `http://www.charleries.net/`

Désignons par P le nombre initial de papillons de Marguerite et par C le nombre de papillons que l'on peut placer sur un côté de la grille carrée.

L'énoncé se traduit par les deux conditions $\begin{cases} P+2=C^2 \\ P+19=(C+1)^2+2 \end{cases}$.

En soustrayant membre à membre la première équation à la seconde, on déduit $(C+1)^2+2-C^2=19-2$.

Par conséquent, $C^2+2\,C+1+2-C^2=17$.

Donc $2\,C+3=17$.

Donc $2\,C=14$.

Donc $C=7$.

Marguerite possède maintenant $(7+1)^2+2$ papillons, soit 66 papillons.

(Elle en avait au départ 7^2-2, soit 47)

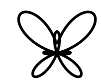
344 Papillon (3)

Énigme

Un papillon s'est posé sur un calcul juste.

Sur quel nombre s'est-il posé ?

A) 2 000 B) 405 C) 1 000 D) 1 005 E) 2 005

$\mathbf{2\,005 - 5 =}$  $\mathbf{+ 1\,000}$

« 9. 3. Un papillon », Série 9*,
240 questions de calcul, de logique et de géométrie, Kangourou

Réponse **C**

$2\,005 - 5 = 1\,000 + 1\,000 = 2\,000$

345 Parc zoologique (1)

Énigme

Dans un petit village de l'ouest du département de la Mayenne, on a ouvert un parc animalier.
Il y a 1 992 animaux dans ce parc : des quadrupèdes (qui ont 4 pattes), des bipèdes (qui en ont 2) et animaux apodes (sans pattes).
Il y a exactement autant d'animaux apodes que de quadrupèdes, mais les bipèdes sont dix fois plus nombreux que les quadrupèdes.

Combien y a-t-il de pattes d'animaux au total dans ce parc ?

Cette énigme a été proposée au Tournoi de la Mayenne (CM1, CM2).

En notant A, B et Q le nombre respectifs d'animaux apodes, bipèdes et quadrupèdes, on a les conditions suivantes :

$$\begin{cases} A + B + Q = 1\,992 \\ A = Q \\ B = 10\,Q \end{cases}$$

On déduit $Q + 10\,Q + Q = 1\,992$.
Donc $12\,Q = 1\,992$.
Donc $Q = \dfrac{1\,992}{12} = 166$.
Ainsi $A = 166$ et $B = 1\,660$.

Le nombre total de pattes est égal à

$$0 \times 166 + 2 \times 1\,660 + 4 \times 166$$

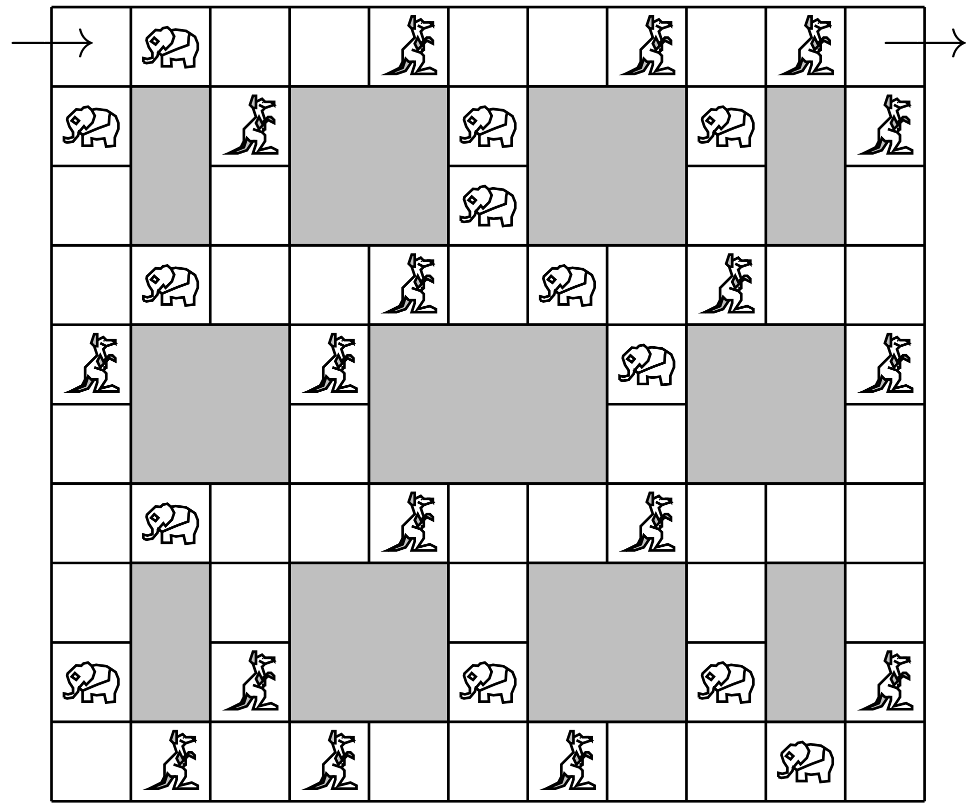
c'est-à-dire $3\,984$.

346 Parc zoologique (2)

Énigme

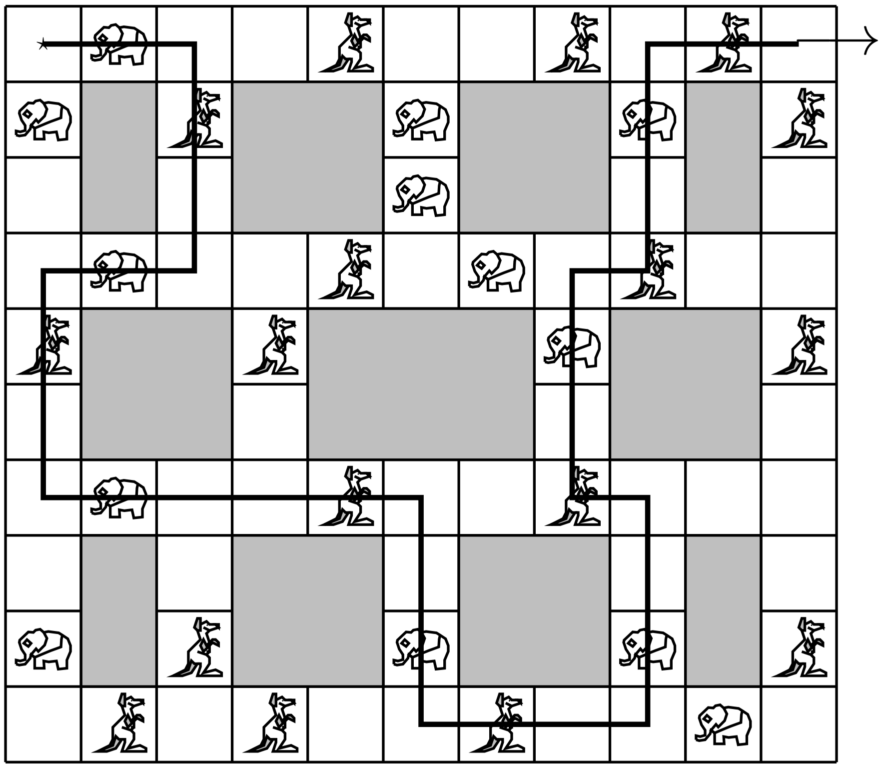
Dans ce grand parc animalier, les animaux sont en liberté. On les rencontre en traversant le parc dans sa voiture.

Traverser cette zone du parc en rencontrant alternativement un éléphant et un kangourou.



D'après « Après le bureau », *Enigma*, n° 4, Mars-avril 2006

347 Parc zoologique (3)



Énigme

L'an dernier, monsieur et madame Zanimo ont ouvert un parc d'autruches et d'éléphants.
Madame Zanimo dit : « Je suis contente car, avec les naissances de cette année, je compte 35 têtes et 116 pattes ! ».

Combien y a-t-il d'autruches et d'éléphants élevés par monsieur et madame Zanimo ?

« Le parc zoologique », Rallye mathématique de l'Allier, Deuxième manche, 2004-2005

Une autruche a une tête et un éléphant a une tête.
Une autruche a deux pattes et un éléphant a quatre pattes.

La somme du nombre de têtes d'autruches et du nombre de têtes d'éléphants est 35.

La somme du nombre de pattes d'autruches et du nombre de pattes d'éléphants est 116.
Il y a donc 58 paires de pattes.

Or ce nombre de paires de pattes est égal à la somme du nombre de têtes d'autruches et du double du nombre de têtes d'éléphants (un éléphant a deux fois plus de pattes qu'une autruche)
Ainsi ce nombre de paires de pattes est égal à la somme du nombre de têtes d'autruches et du nombre de têtes d'éléphants et (encore) du nombre de têtes d'éléphants.

Donc le nombre d'éléphants augmenté de 35 est égal à 58.
Donc le nombre d'éléphants est égal à $58 - 35 = 23$.

Donc le nombre d'autruches est égal à $35 - 23 = 12$.

Monsieur et madame Zanimo élèvent 23 éléphants et 12 autruches.

348 Perroquet (1)

Énigme

Mes 3 perroquets bleus mangent 3 kg de graines en 3 jours ; mes 5 perroquets verts mangent 5 kg de graines en 5 jours ; mes 7 perroquets orange mangent 7 kg de graines en 7 jours.

Quels sont les perroquets qui ont le plus d'appétit ?

A. les perroquets bleus
B. les perroquets verts
C. les perroquets orange
D. les perroquets bleus, verts et orange ont le même appétit
E. on ne peut pas savoir

Chaque perroquet bleu mange 1/3 de kg de graines par jour, chaque perroquet vert mange 1/5 de kg de graines par jour et chaque perroquet orange mange 1/7 de kg de graines par jour.

Ce sont donc les perroquets bleus qui ont le plus d'appétit. (Réponse A)

349 Perroquet (2)

Énigme

Le vétérinaire du Parc des Oiseaux a rapporté de ses différents voyages 5 espèces de perroquets :

- une perruche ondulée d'Australie ;
- une conure veuve d'Argentine ;
- un nestor kéa de Nouvelle-Zélande ;
- un ara bleu de Colombie ;
- un perroquet à calotte rouge du Cameroun.

On sait que :

- le perroquet à calotte rouge est plus lourd que la conure veuve mais plus léger que le nestor kéa ;
- la perruche ondulée est plus légère que le nestor kéa et que la conure veuve ;
- l'ara bleu est plus lourd que la perruche ondulée ;
- le nestor kéa n'est pas le plus lourd.

Rangez les 5 espèces de perroquet de la plus légère à la plus lourde.

« Espèces de perroquets », Parc des Oiseaux, d'après le Rallye Mathématique Transalpin, Section de l'Ain

Il faut interpréter les données de la manière suivante.

La première phrase nous indique ce début de classement * :
Nestor kéa > Perroquet à calotte rouge > Conure veuve

La seconde phrase nous donne cette suite de classement :
Nestor kéa et Conure veuve > Perruche ondulée

Si on l'compile les deux premières phrases, on obtient :
Nestor kéa > Perroquet à calotte rouge > Conure veuve > Perruche ondulée

La troisième phrase nous apprend que :
Ara bleu > Perruche ondulée

On peut donc en déduire que la perruche ondulée est le plus léger des perroquets, mais on ne sait toujours pas où classer l'Ara bleu.

La dernière phrase nous apprend que le nestor kéa, qui était jusque là le plus lourd, ne l'est pas…
On en déduit donc que l'ara bleu est le plus lourd des perroquets, ce qui nous donne le classement final suivant :

Ara bleu > Nestor kéa > Perroquet à calotte rouge > Conure veuve > Perruche ondulée

Données ornithologiques de vérifications :
Ara bleu : 1,2 kg
Nestor kéa : 920 g
Perroquet à calotte rouge : 250 g
Conure veuve : 100 g
Perruche ondulée : 25 g

*. > signifie ici « est plus lourd que »

350 Perroquet (3)

Énigme

À la Cité des perroquets, il y a 4 espèces de perroquets colorées :
- les perroquets gris du Gabon de couleur grise ;
- les aras chloroptères de couleur rouge ;
- les amazones à couronne lilas de couleur verte ;
- les aras Hyacinthe de couleur bleue.

Éric, le vétérinaire, observe que les perroquets sont :
- tous rouges, sauf 15 ;
- tous gris, sauf 12 ;
- tous verts, sauf 14 ;
- tous bleus, sauf 13.

Combien y a-t-il de perroquets dans la volière ?
Et combien de chaque couleur ?

« Perroquets colorés », Parc des Oiseaux, d'après le Rallye Mathématique Transalpin, Section de l'Ain

Il faut se rendre compte que le nombre n des perroquets est supérieur à 15 et procéder par essais en vérifiant si les données correspondent.

- Si $n = 16$ alors il y aurait 1 perroquet rouge $(16 - 15)$, mais ainsi, selon les conditions suivantes, il y aurait aussi 4 perroquets gris $(16 - 12)$, 2 perroquets verts $(16-14)$ et 3 perroquets bleus $(16-13)$ et leur nombre total serait 10 $(1 + 4 + 2 + 3)$ et non 16 comme prévu.
- Si $n = 17$ alors il y aurait 2 perroquets† rouges $(17-15)$, mais ainsi, selon les conditions suivantes, il y aurait aussi 5 perroquets gris, 3 perroquets verts et 4 perroquets bleus et leur nombre total serait 14 et non 17 comme prévu.
- Si $n = 18$ alors il y aurait 3 perroquets rouges $(17 - 15)$, mais ainsi, selon les conditions suivantes, il y aurait aussi 6 perroquets gris, 4 perroquets verts et 5 perroquets bleus et leur nombre total serait bien de 18.
- Il faut ensuite se rendre compte que $n = 18$ est l'unique solution parce que si n était supérieur à 18, la somme $R+G+V+B$ serait supérieure à n (et l'écart augmenterait avec la croissance de n). Si $n = 19$ alors il y aurait 4 R, 7 G, 5 V et 6 B et le total de perroquets serait de 22 perroquets etc.

On peut procéder par voie algébrique :

Il faut alors se rendre compte que « ils sont tous rouges sauf 15 » équivaut à dire qu'il y a 15 non-rouges – c'est-à-dire les jaunes, les verts et les bleus – et arriver ainsi à l'équation $G + V + B = 15$.

On peut poursuivre de façon analogue pour les autres couleurs et arriver aux trois autres équations :

$$R + V + B = 12 \qquad R + G + B = 14 \qquad R + G + V = 13$$

On peut résoudre le système par substitutions successives, ou se rendre compte qu'en additionnant membre à membre on obtient :

$$3\,(R + V + G + B) = 15 + 12 + 14 + 13 = 54$$

et en déduire par conséquent que le nombre total des perroquets est 18 $(54 \div 3)$ puis en déduire qu'il y a 3 perroquets rouges $(18 - 15)$, 6 jaunes $(18 - 12)$, 4 verts $(18 - 14)$ et 5 bleus $(18 - 13)$.

Si la plupart des perroquets ont un plumage très coloré, il existe des exceptions comme le Cacatoès noir, au plumage entièrement noir.

351 Perroquet (4)

Énigme

Le Perroquet gris du Gabon et l'Amazone à tête jaune sont deux des oiseaux parleurs du parc, mais ils sont un peu blagueurs et ils ne disent pas toujours la vérité.
Le Perroquet gris du Gabon ment le mardi, le mercredi et le jeudi mais il dit la vérité les autres jours de la semaine.
L'Amazone à tête jaune ment le samedi, le dimanche et le lundi mais il dit la vérité les autres jours de la semaine.
Un jour, les deux oiseaux se rencontrent.
Le Perroquet gris du Gabon dit : « Hier je mentais » et l'Amazone à tête jaune dit : « Moi aussi, hier je mentais ».

Quel jour de la semaine se sont-ils rencontrés ?

« Menteur et menteur », Parc des Oiseaux, d'après le Rallye Mathématique Transalpin, Section de l'Ain

Tester chaque jour de la semaine en prenant en compte les informations relatives au jour considéré et à la veille, en utilisant éventuellement un tableau à double entrée :

- « M » signifie « Mensonge » dans les deuxième et quatrième lignes du tableau et « hier, j'ai menti » dans les troisième et cinquième lignes ;
- « V » signifie « Vérité » dans les deuxième et quatrième lignes du tableau et « hier, j'ai dit la vérité » dans les troisième et cinquième lignes.

	L	Ma	Me	J	V	S	D
Ce que dit le Gris du Gabon	V	M	M	M	V	V	V
Ce qu'il dit de la veille	V	**M**	V	V	**M**	V	V
Ce que dit l'Amazone	M	V	V	V	V	M	M
Ce qu'il dit de la veille	V	**M**	V	V	V	**M**	V

Les deux oiseaux n'ont pu se rencontrer qu'un mardi.

Le Gris du Gabon peut retenir plusieurs centaines de mots, qu'il ne se contente pas de répéter : on pense qu'il est capable de compréhension et d'abstraction.

352 Perroquet (5)

Énigme

Papa Galos réceptionne dix paquets de boules de graines achetés en ligne pour ses perroquets.
Chacune de ces boules est censé peser 100 g. Mais un paquet contenant des boules pesant seulement 90 g (« malencontreusement », dirait le fabricant !) s'est mêlé aux neuf autres.

À l'aide d'une balance, comment déterminer, en une seule pesée, le paquet qui contient les boules pesant 90 g ?

On dispose sur la balance une boule du premier paquet, deux boules du deuxième paquet, trois boules du troisième paquet, et ainsi de suite.

Si tous les boules pesaient 100 g, le tout pèserait
$100 + 200 + 300 + \cdots + 1\,000 = 5\,500$ g.
Mais si le premier paquet est celui des boules en cause, on trouvera
$5\,500 - 1 \times 10 = 5\,490$ g.
Si le deuxième paquet est celui des boules en cause, on trouvera
$5\,500 - 2 \times 10 = 5\,480$ g.
Si le troisième paquet est celui des boules en cause, on trouvera
$5\,500 - 3 \times 10 = 5\,470$ g.
Et ainsi de suite.

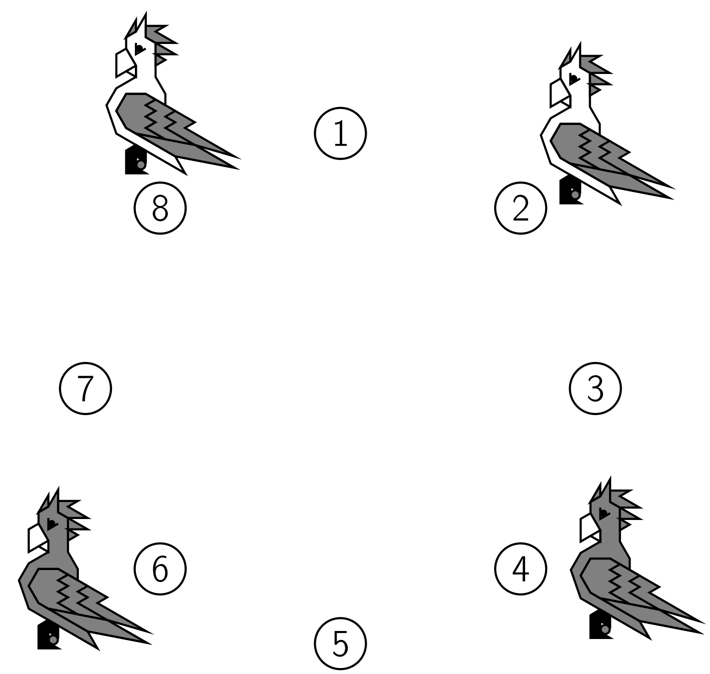
Il suffit de regarder donc le nombre de dizaines de grammes en moins de $5\,500$ pour trouver le paquet.

353 Perroquet (6)

Énigme

Les perroquets blancs et gris veulent échanger leurs places.
Ils ne peuvent se déplacer que par saut de 3 branches dans un sens ou dans l'autre en se posant sur une branche libre.
Ainsi, le perroquet perché en 6 peut aller soit en 1 soit en 3.

Comment s'y prennent-ils ?



« Quatre perroquets », *Jeune Archimède*, n° 14, Avril-Mai 2012

Une solution possible :

1. $8 \longrightarrow 5$
2. $2 \longrightarrow 7$
3. $6 \longrightarrow 3$
4. $4 \longrightarrow 1$
5. $5 \longrightarrow 2$
6. $7 \longrightarrow 4$
7. $3 \longrightarrow 8$
8. $1 \longrightarrow 6$
9. $2 \longrightarrow 7$
10. $4 \longrightarrow 1$
11. $8 \longrightarrow 5$
12. $6 \longrightarrow 3$
13. $7 \longrightarrow 4$
14. $1 \longrightarrow 6$
15. $5 \longrightarrow 2$
16. $3 \longrightarrow 8$

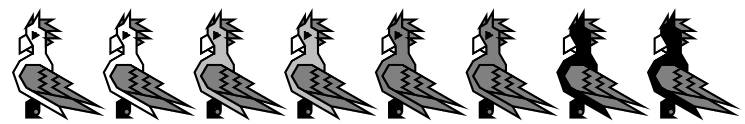
Cette énigme est une autre version de l'énigme 93.

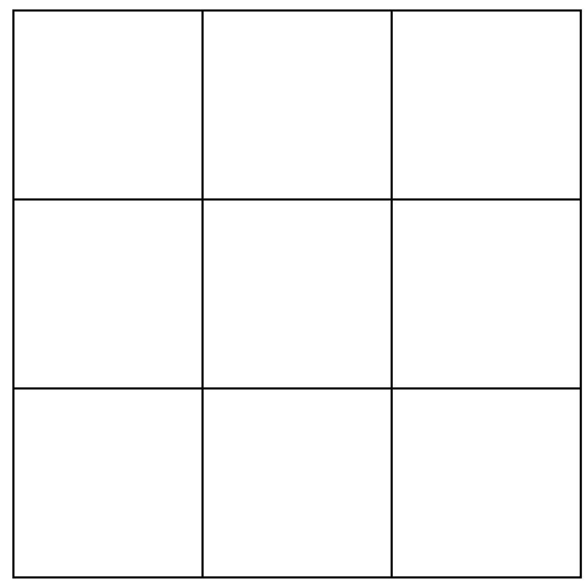
354 Perroquet (7)

Énigme

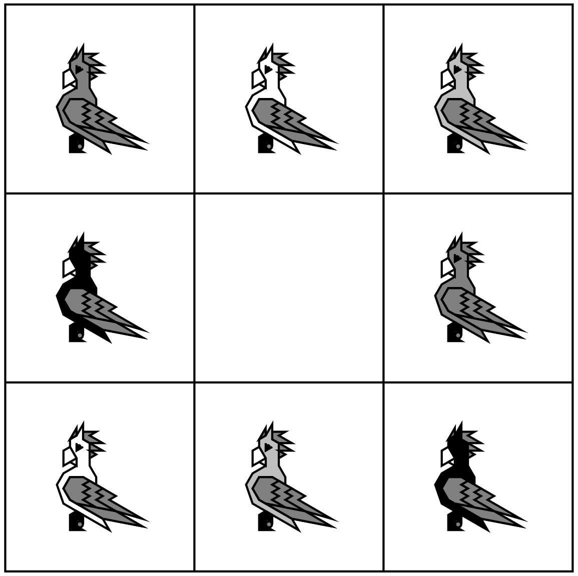
Simon possède quatre couples de perroquets : deux perroquets blancs, deux perroquets gris clair, deux perroquets gris foncé et deux perroquets noirs.
Pour les présenter au jury lors d'un concours, il a pris une volière avec neuf emplacements possibles, comme l'indique la figure ci-dessous.
Dans un souci esthétique, il choisit de ne pas placer deux perroquets de même couleur l'un à côté de l'autre, que ce soit horizontalement, verticalement ou diagonalement.

Proposer une disposition possible.





Une disposition possible est la suivante :



355 Perroquet (8)

Énigme

Mon perroquet ARA n'utilise que les lettres A et R.
Il peut remplacer un mot par un autre en respectant la règle suivante : un A peut être remplacé par RAR ou bien RAR peut être remplacé par A.
Par exemple, à partir de AA, il peut construire RARA, ARAR, RARRAR, ...

1. Montrez qu'il peut former RRAAA à partir de RAARA.
2. Pourquoi RARAR ne peut-il pas être formé à partir de RAARA ?
3. Est-ce que ARARA peut être formé à partir de RAARA ?

« ARA mon perroquet », Tournoi mathématique du Limousin, Lycée, 2009

1. RAARA peut être remplacé par RRARARA et RRARARA peut être remplacé par RRAAA.
2. Quand on remplace A par RAR ou RAR par A, le nombre de A n'est pas modifié.

   Or RARAR contient deux A et RAARA contient trois A.

   RARAR ne peut pas être formé à partir de RAARA.
3. Le nombre de A est convenable.

   Quand on remplace un A de rang n, on introduit un R de rang n et un R de rang $n+2$, les rangs des R qui suivent augmentent de 2.

   La somme des rangs des R augmente donc d'un nombre pair.

   La somme des rangs des R dans ARARA est $2+4=6$.

   La somme des rangs des R dans RAARA est $1+4=5$.

   ARARA ne peut pas être formé à partir de RAARA.

356 Perruche

Énigme

Il y a trois espèces de perruches dans la volière du Bush australien : les perruches de Pennant, les perruches royales et les perruches à croupion rouge.

- Il y a un nombre impair de perruches dans la volière.
- Les perruches à croupion rouge sont les plus nombreuses.
- Le nombre des perruches de Pennant est le même que celui des perruches royales.
- Le produit des trois nombres est 36.

Combien y a-t-il de perruches de chaque espèce dans la volière ?

« Perruches de couleur », Parc des Oiseaux, d'après le Rallye Mathématique Transalpin, Section de l'Ain

Il faut comprendre qu'il s'agit de rechercher trois nombres, dont deux sont égaux et l'un supérieur aux deux autres.

Il faut comprendre finalement que la clé réside dans la recherche de tous les produits de trois nombres, dont deux sont égaux, qui valent 36, et dresser cet inventaire : $1 \times 1 \times 36$, $2 \times 2 \times 9$, $3 \times 3 \times 4$ et $6 \times 6 \times 1$.

Il faut comprendre que le fait que la somme soit un nombre impair donne peu d'information (même si on en déduit que le plus grand nombre est impair, il reste une infinité de possibilités).

Il faut alors éliminer les cas ne répondant pas aux contraintes de l'énoncé : 6, 6, 1 car un nombre doit être plus grand que les deux autres, 1, 1, 36 et 3, 3, 4 car les sommes (38 et 10) ne sont pas des nombres impairs et conserver la seule solution acceptable : 2, 2, 9.

Il existe plus de 70 espèces différentes couramment appelées perruches.

357 Pieuvre

Énigme

Les pieuvres de la cour de Poséïdon ont 6, 7 ou 8 tentacules.
Celles qui ont 7 tentacules mentent toujours, les autres disent la vérité.
Un jour, 4 des pieuvres discutent entre elles.
La pieuvre bleue dit qu'à elles quatre, elles possèdent 28 tentacules.
La verte dit qu'elles en ont 27, la jaune, 26, et la rouge, 25.

Si l'on sait que l'une d'entre elles dit la vérité, de quelle couleur est-elle ?

« Calendrier mathématique 2017, Un défi quotidien », Énigme du vendredi 17 février, CNRS, IRMA et Université de Strasbourg

Comme il y a une pieuvre qui dit la vérité, et qu'il ne peut y en avoir plusieurs, il y a 3 pieuvres qui mentent.
Ces trois-là possèdent donc $3 \times 7 = 21$ tentacules.
Si la pieuvre qui dit la vérité a 6 tentacules, alors la réponse est 27 et c'est donc la pieuvre verte qui dit la vérité.
Si la pieuvre qui dit la vérité a 8 tentacules, alors le nombre total de tentacules est 29 et aucune des pieuvres ne propose ce nombre.
Finalement, seule la pieuvre verte peut dire la vérité.

358 Pigeon

Énigme

On souhaite transmettre un message secret à l'aide de plusieurs pigeons.
Afin de ne pas prendre trop de risques au cas où un pigeon tombe aux mains de l'ennemi, on décide de fragmenter le message en plusieurs parties dont on peut faire plusieurs copies.
Ces parties sont choisies astucieusement de telle façon que l'absence de seulement l'une d'entre elles rende le message complètement incompréhensible.
On a pu observer que l'ennemi ne pouvait pas intercepter plus de deux pigeons lors d'un même lancer.
C'est pourquoi, à aucun moment, deux pigeons quelconques ne doivent transporter des éléments du message dont la réunion permettrait à l'ennemi de reconstituer le message entier.
Cependant, malgré les risques encourus, le but essentiel est de transmettre le message et il faut donc que le destinataire puisse le reconstituer à partir des éléments en possession des pigeons arrivant à bon port.
L'expéditeur doit donc faire en sorte que le message puisse être reconstitué quels que soient les pigeons non interceptés.

1. On fragmente le message en cinq parties notées A, B, C, D et E et on dispose de huit pigeons.

   Donner une répartition possible des parties du message données aux pigeons.

2. On dispose maintenant de seulement cinq pigeons et le découpage en cinq parties n'est bien sûr plus suffisant.

   En combien de parties au minimum faudrait-il fragmenter le message pour en assurer la transmission en toute sécurité ? Indiquer alors une répartition possible.

Défi « Pigeon vole ! » trouvé sur `http://www.ilemaths.net`.

Question 1

Il s'agit de trouver une répartition de $8 \times 2 = 16$ parties : on va les répartir en $4 \times 3 + 1 \times 4$ parties.

Deux solutions possibles, parmi d'autres, sont :

	A	B	C	D	E
1	*	*			
2	*	*			
3	*		*		
4	*		*		
5		*	*		
6				*	*
7				*	*
8				*	*

	A	B	C	D	E
1	*	*			
2	*		*		
3	*		*		
4		*		*	
5		*			*
6			*		*
7			*		
8				*	*

Toutes les parties sont en trois ou quatre exemplaires et avec deux interceptions l'ennemi ne capte qu'au plus quatre parties.

Question 2

Le nombre minimum de parties est égal à 10 (le nombre de combinaisons possibles de 3 éléments choisis parmi 5).

Une répartition possible est :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	*	*	*	*	*	*				
2	*	*	*				*	*	*	
3	*			*	*		*	*		*
4		*		*		*	*		*	*
5			*		*	*		*	*	*

359 Pintade

Énigme

Au marché de Trocville, on peut échanger 5 ananas contre 2 noix de coco ou 1 noix de coco et 1 poulet contre 1 pintade ou encore 1 poulet contre 10 ananas et 1 noix de coco.
On sait de plus que le prix d'un poulet est de 5 €.

Quel est le prix d'un ananas ? d'une noix de coco ? d'une pintade ?

« Au marché de Trocville », Rallye mathématique de la Réunion, Classes de Troisième, 11 avril 2008

Prix d'un ananas : 40 centimes

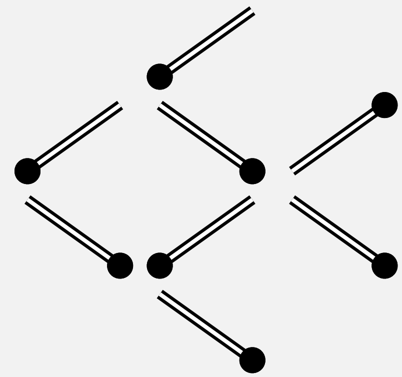
Prix d'une noix de coco : 1 euro

Prix d'une pintade : 6 euros

360 Poisson (1)

Énigme

En déplaçant trois des huit allumettes, changer de sens au poisson.



Cette énigme a été créée par Kobon Fujimura, l'un des plus grands créateurs de jeux mathématiques au Japon.

361 Poisson (2)

Énigme

Un poisson (composé d'une tête, d'un corps et d'une queue) pèse 51 livres.
La tête pèse un tiers du corps, la queue pèse un quart de la tête.

Combien pèsent le corps, la queue et la tête séparément ?

Ce problème a été proposé en 1480 par le mathématicien et peintre italien Piero della Francesca à ses contemporains.

Pour la masse, la tête vaut 4 queues et le corps vaut 3 têtes, soit 12 queues.

Le poisson entier pèse donc comme $1 + 4 + 12$ queues, soit 17 queues.

La queue pèse donc 3 livres, la tête, 12 livres et le corps, 36 livres.

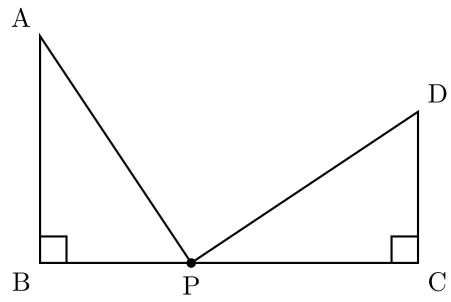
362 Poisson (3)

Énigme

Deux arbres se trouvent en face l'un de l'autre sur les deux rives d'un fleuve.
La hauteur du premier est de 30 aunes et celle du second est de 20 aunes.
La distance entre leurs ceux pieds est de 5 aunes.
Un oiseau est perché sur la cime de chaque arbre. Brusquement, les oiseaux aperçoivent un poisson à la surface de l'eau, se jettent sur lui à la même vitesse et l'atteignent au même moment.

À quelle distance, en aunes, du pied du plus grand arbre se trouvait le poisson ?

« Les oiseaux », Rallye Mathématique Champagne-Ardenne
Ce problème a été posé initialement au XI$^{\text{ème}}$ siècle.



Notons x la distance entre le pied B du plus grand arbre et le poisson P et v la vitesse des oiseaux.

Les deux oiseaux mettent le même temps t pour parcourir respectivement les distances AP et DP.

On a donc $t = \dfrac{\mathrm{AP}}{v} = \dfrac{\mathrm{DP}}{v}$.

Il s'ensuit $\mathrm{AP} = \mathrm{DP}$ puis $\mathrm{AP}^2 = \mathrm{DP}^2$.

D'où, en utilisant le théorème de Pythagore, $30^2 + x^2 = 20^2 + (50 - x)^2$.

Soit $100\,x = 20^2 + 50^2 - 30^2 = 2\,000$

Donc $x = 20$.

Le poisson se trouvait à 20 aunes du pied du plus grand arbre.

363 Poisson (4)

Énigme

Jean part pêcher pendant trois jours.
Chaque jour, il pêche au moins un poisson de plus que la veille et, le troisième jour, il pêche au moins un poisson de moins de moins que les deux jours précédents.

S'il pêche au total 12 poissons, quel est le nombre de poissons pêchés le troisième jour ?

« Calendrier mathématique 2016, Un défi quotidien », Énigme du vendredi 22 janvier, CNRS, IRMA et Université de Strasbourg

On note S le nombre de poissons pêchés les deux premiers jours et N le nombre de poissons pêchés le troisième jour.

On a : $N < S$ et $N + S = 12$.

Ainsi, $2\,N < 12$.

Ce qui revient à dire, comme N est un nombre entier, que N est au plus égal à 5.

De plus, chaque jour, il pêche un nombre de poissons strictement plus élevé que la veille : ainsi, le premier et le deuxième jour, il pêche strictement moins de N poissons et donc $S < 2\,N$.

On a alors l'inégalité $S + N < 2\,N + N$.
Donc $12 < 3\,N$.
N est donc au moins égal à $12 \div 3 + 1 = 5$.

La seule valeur possible pour N est donc 5.

364 Poisson (5)

Énigme

Trois poissons pèsent au total 15 livres.
Le plus léger pèse un quart de la somme du poids des deux autres.
Le plus lourd pèse une livre de moins que la somme du poids des deux autres.

Combien pèse chacun des poissons ?

« Partie de pêche », *300 énigmes, casse-tête et jeux de logique pour booster vos neurones*, Nicolas Conti

On désigne par x, y et z les poids des trois poissons, avec $x < y < z$.

On a :

$$x + y + z = 15 \qquad x = \frac{1}{4}\,(y + z) \qquad z = x + y - 1$$

La deuxième équation est équivalente à $4\,x = y + z$, c'est-à-dire $4\,x - y = z$.

De la dernière équation, on déduit : $y = z - x + 1$
En substituant ce résultat dans la première équation, on a :
$x + z - x + 1 + z = 15$.
D'où $2\,z = 14$. D'où $z = 7$.

On déduit $y = 7 - x + 1$, c'est-à-dire $y = 8 - x$.

On substitue ce résultat dans l'équation équivalente à la deuxième.
On obtient $4\,x - 8 + x = 7$. C'est-à-dire $5\,x = 15$. Ou encore $x = 3$.

Les poissons pèsent respectivement 3, 5 et 7 livres.

365 Poisson (6)

Énigme

Un commerçant vend ses poissons.
Il vend la moitié de ce qu'il possède plus un demi-poisson.
Puis le tiers de ce qui reste plus un tiers.
Encore le quart des poissons plus un quart de poisson.
Et un cinquième des poissons et un cinquième de poisson.
Il lui reste 11 poissons.

Quelle est la quantité de départ ?

Problème proposé sur `http://villemin.gerard.free.fr/`

N est le nombre de poissons au départ.

	Partage	Reste	Calcul
Départ		N	
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\,N + \frac{1}{2}$	$R_2 = N - \frac{1}{2}\,N - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}\,N - \frac{1}{2}$	(1)
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}\,R_2 + \frac{1}{3}$	$R_3 = R_2 - \frac{1}{3}\,R_2 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}\,R_2 - \frac{1}{3}$	(2)
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}\,R_3 + \frac{1}{4}$	$R_4 = R_3 - \frac{1}{4}\,R_3 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}\,R_3 - \frac{1}{4}$	(3)
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}\,R_4 + \frac{1}{5}$	$R_5 = R_4 - \frac{1}{5}\,R_4 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}\,R_4 - \frac{1}{5}$	(4)
Arrivée		$R_5 = 11$	

Calcul	Résultat
(4) $\implies \frac{4}{5}\,R_4 = 11 + \frac{1}{5} = \frac{56}{5}$	$R_4 = \frac{56}{4} = 14$
(3) $\implies \frac{3}{4}\,R_3 = 14 + \frac{1}{4} = \frac{57}{4}$	$R_3 = \frac{57}{3} = 19$
(2) $\implies \frac{2}{3}\,R_2 = 19 + \frac{1}{3} = \frac{58}{3}$	$R_2 = \frac{58}{2} = 29$
(1) $\implies \frac{1}{2}\,N = 29 + \frac{1}{2} = \frac{59}{2}$	$N = 59$

Il y avait 59 poissons au départ.

366 Poisson (7)

Énigme

Sept pêcheurs ont pêché en tout 100 poissons.
Ils en ont chacun pêché un nombre différent.

Montrer qu'il en existe trois parmi eux qui ont ensemble pêché au moins 50 poissons.

« Histoire de pêcheurs », *52 nouvelles énigmes mathématiques pour tous, Programme de 4ème et de 3ème*, Éd. Pole, 1999

Rangeons les sept pêcheurs en fonction du nombre de poissons qu'ils ont pêché dans l'ordre décroissant.

Il faut alors considérer les trois premiers du classement et montrer qu'ils ont au moins pêché 50 poissons.

1^er^ cas : le troisième du classement a pêché au moins 16 poissons.
Dans ce cas, le deuxième en a pêché au moins 17 et le premier au moins 18.
Les trois premiers ont pêché au moins $16 + 17 + 18 = 51$ poissons.

2^nd^ cas : le troisième du classement a pêché au plus 15 poissons.
Dans ce cas, le quatrième en a pêché au plus 14, le cinquième au moins 13, le sixième au plus 12 et le septième au plus 11.
Les quatre derniers du classement ont donc pêché au plus $14+13+12+12 = 50$ poissons.
Les trois premiers ont pêché au moins 50 poissons.

367 Poisson (8)

Énigme

Un aquarium contient deux cents poissons.
1 % de ces poissons sont des poissons bleus, les autres sont jaunes.

Combien de poissons jaunes faut-il enlever de l'aquarium de telle sorte que l'aquarium contienne 2 % de poissons bleus ?

A) 2 B) 4 C) 20 D) 50 E) 100

Kangourou des mathématiques, Épreuve « TS, Bac+ », 2009

Réponse E.

Il y a au départ 2 poissons bleus et 198 jaunes.

Pour que ces 2 poissons bleus représentent 2 % de l'effectif, il faut que celui-ci soit 100, donc qu'il y ait 98 poissons jaunes.

Il faut donc enlever 100 poissons jaunes.

368 Poisson (9)

Énigme

Renart et Ysengrin vont à la pêche trois jours de suite.
Renart a pris plus de poissons le premier jour, Ysengrin en a pris plus le deuxième et ils ont pêché la même chose le troisième jour.
Au total, Renart a pris 4 poissons et Ysengrin un seul.

Que s'est-il passé le premier jour ?

A) Renart a pris 2 poissons et Ysengrin 1

B) Renart a pris 4 poissons et Ysengrin 0

C) Renart a pris 1 poisson et Ysengrin 0

D) Renart a pris 4 poissons et Ysengrin 1

E) Renart a pris 2 poissons et Ysengrin

Réponse B.

Ysengrin a pris un seul poisson ; c'était forcément le deuxième jour, et ce jour-là Renart en a pris 0.

Le troisième jour, Ysengrin n'a pris aucun poisson, et Renart non plus. C'est donc le premier jour que Renart avait pris ses 4 poissons (pendant qu'Ysengrin n'en prenait aucun).

369 Poisson (10)

Énigme

Dans un bocal, des poissons rouges et des poissons blancs tournent en rond, tous dans le même sens.
Chaque poisson n'a qu'un poisson immédiatement devant lui.
On compte exactement :

- 7 poissons rouges qui ont un poisson rouge immédiatement devant eux ;
- 12 poissons rouges qui ont un poisson blanc immédiatement devant eux ;
- 3 poissons blancs qui ont un poisson blanc immédiatement devant eux.

Au total, combien de poissons nagent dans ce bocal ? Expliquer.

« Que de poissons ! », Mathématiques sans frontières, Académie de Strasbourg, 2007

D'après les deux premières affirmations, il y a, en tout, $12+7=19$ poissons rouges.

Si 12 poissons rouges ont un poisson blanc devant eux, alors 12 poissons blancs ont un poisson rouge derrière eux ... et si 3 poissons blancs ont un poisson blanc devant eux, alors 3 poissons blancs ont un poisson blanc derrière eux.

Il y a donc en tout 15 poissons blancs.

Par conséquent, il y a au total 34 poissons.

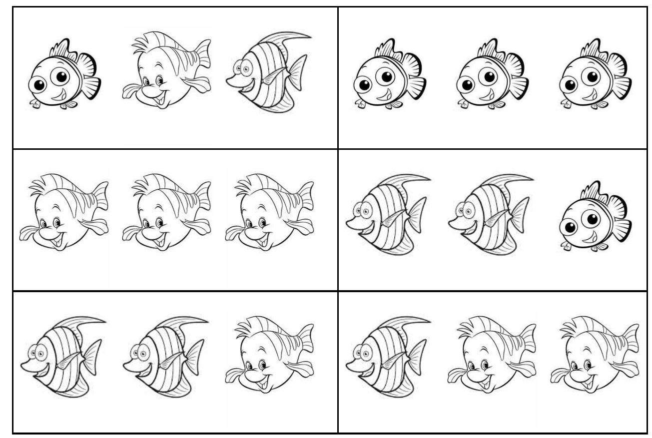
370 Poisson (11)

Énigme

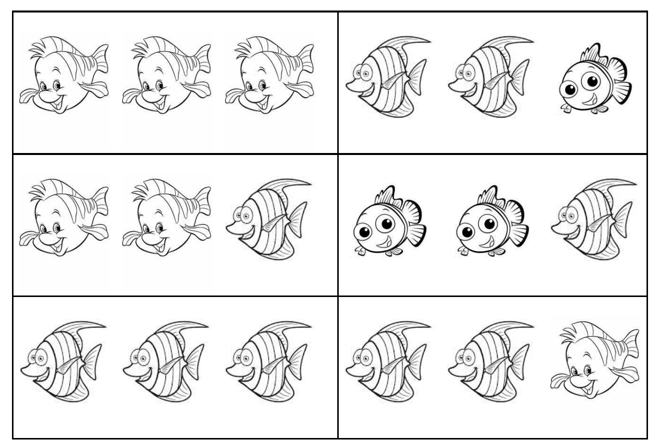
Étienne s'est rendu à l'aquarium ce week-end avec sa famille.
Sur les tickets d'entrée sont dessinés aléatoirement trois poissons.
À la sortie, il a désiré garder les trois des six tickets d'entrée qui lui ont permis de totaliser trois poissons de chaque type.

Quels tickets a-t-il gardés ?

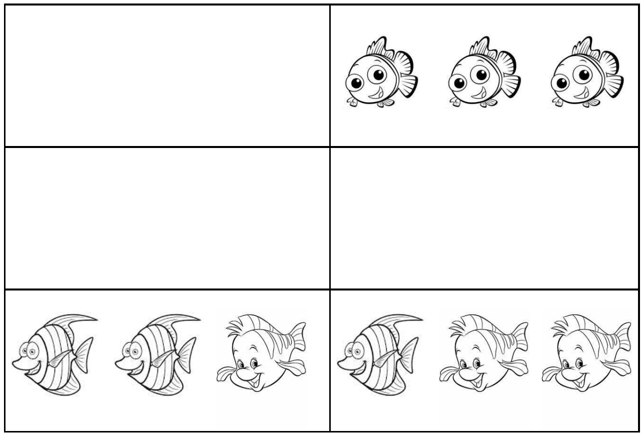
Samedi



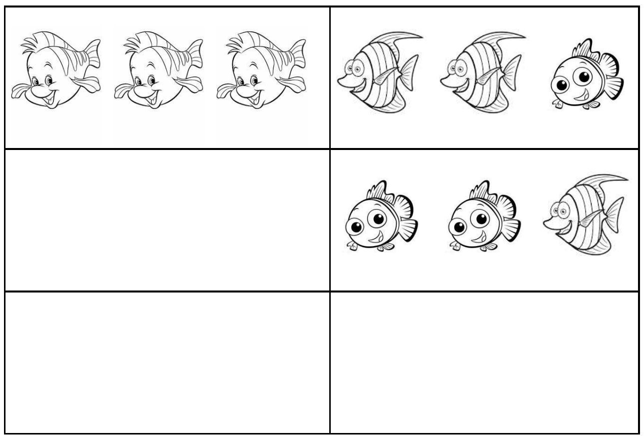
Dimanche



Samedi



Dimanche



371 Poisson (12)

Énigme

Étienne a pêché un poisson qui pèse 2 kilogrammes.
Il est constitué de 99 % d'eau.
Il le fait sécher : il ne lui reste plus que 98 % d'eau.

Combien pèse alors le poisson ?

Le poisson pèse 2 kilos.

Puisque, sur les deux kilos, 99 % sont de l'eau, il reste 1 % de matière sèche, soit 20 grammes.

Or le poids de la matière sèche reste la même au cours du séchage et représente maintenant 2 % du poids total.

En désignant par P le poids (en grammes) du poisson après séchage, on a alors :

$$\frac{2}{100}\,P = 20$$

Par conséquent, $P = 1\,000$.

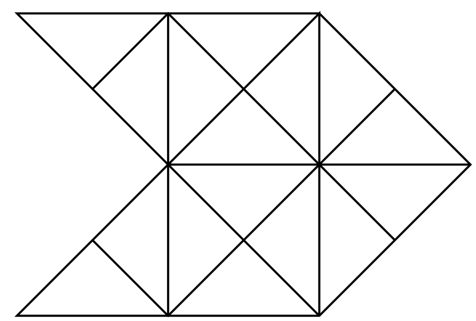
Après séchage, le poisson ne pèse plus que 1 kg.

372 Poisson (13)

Énigme

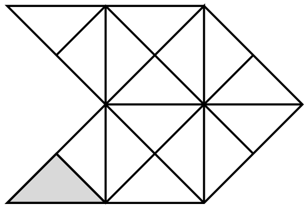
Camille représente un poisson à l'aide de tuiles triangulaires.
Chaque tuile est un triangle rectangle isocèle.

Combien voit-on de triangle sur sa représentation ?

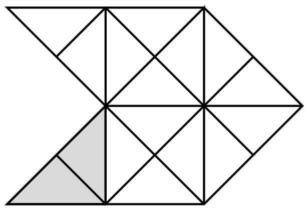


D'après un défi mathématique déposé sur le site de Jean-Louis Sigrist en 2003

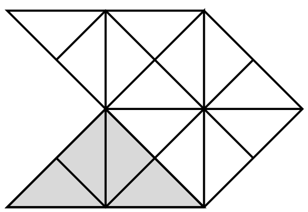
On voit 16 triangles constitués d'une tuile, dont voici un exemple :



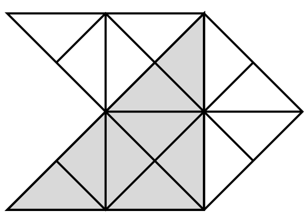
On voit 12 triangles constitués de deux tuiles, dont voici un exemple :



On voit 7 triangles constitués de quatre tuiles, dont voici un exemple :



On voit 2 triangles constitués de huit tuiles, dont voici un exemple :



Ce qui donne un total de 37 triangles.

373 Poisson (14)

Énigme

Un aquarium a la forme d'un parallélépipède rectangle.
Il contient 200 poissons.
Durant une rénovation, on décide d'augmenter de 20 % chacune des dimensions de l'aquarium pour pouvoir y mettre davantage de poissons.
On souhaite bien sûr que chaque poisson ait à sa disposition un volume d'eau au moins égal à celui qu'il avait précédemment (on suppose que tous les poissons sont de la même taille et ont besoin du même volume d'eau).

Combien de poissons le nouvel aquarium pourra-t-il contenir, au maximum ?

« L'aquarium », Rallye mathématique transalpin, Épreuve 1, 2011

Augmenter une quantité de 20 % revient à la multiplier par 1,2.

Si chacune des trois dimensions de l'aquarium est multipliée par 1,2 alors le volume de l'aquarium est multiplié par $1{,}2^3 = 1{,}728$.

Le nombre maximum de poissons est inférieur ou égal à $200 \times 1{,}728 = 345{,}6$.

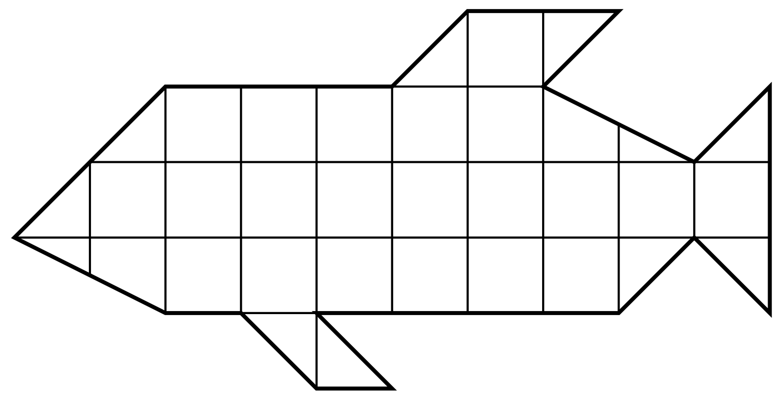
Le nouvel aquarium pourra contenir, au maximum, 345 poissons.

374 Poisson (15)

Énigme

Pour le 1er avril, Abdel a acheté un poisson en chocolat.
Chaque carré de chocolat pèse 10 grammes.

Quel est le poids de ce poisson ?



On calcule d'abord l'aire de la figure :
- il y a 21 carrés, d'aire totale 21 ;
- il y a 9 triangles rectangles isocèles, d'aire totale 4,5 ;
- il y a 2 triangles (composés chacun d'un triangle et d'un trapèze) d'aire totale 2.

L'aire de la figure est donc égale à 27,5 carreaux.

Le poids du poisson en chocolat est donc $10 \times 27{,}5 = 275$ g.

375 Poisson (16)

Énigme

C'est le 1er avril.
Ali, Sarah, Max et Lise se collent des poissons dans le dos.
À la fin du jeu, ils ont collé 6 poissons.
Chacun ne voit que le dos de ses camarades et voici ce qu'ils disent :
Ali : « J'ai réussi à coller des poissons à chacun des autres enfants.
Sarah : — Je vois 4 poissons en tout sur le dos de mes amis.
Max : — Aucun de mes amis n'a le même nombre de poissons.
Lise : — C'est Max qui a le plus de poissons. »

Trouve combien chacun a de poissons dans son dos.

« Poissons d'avril », Rallye math 92, CM1, 2014-2015

Il y a 4 amis qui ont des nombres différents deux à deux de poissons (d'après Max) dont la somme vaut 6 : les nombres sont donc égaux à 0, 1, 2 et 3.

Puisque Max a le plus de poissons, il en a 3.

Sarah voit 4 poissons : cela signifie qu'elle en a $6 - 4 = 2$.

Puisqu'Ali a réussi à coller des poissons sur chaque enfant, cela veut dire que Lise a 1 poisson (et non pas 0) et que lui-même n'a pas de poisson.

Ali	Lise	Max	Sarah
0	1	3	2

376 Poisson (17)

Énigme

Léo vient d'avoir un aquarium avec 2 poissons mâles et 3 femelles. Tous les mois, chaque femelle de l'aquarium donne naissance à 3 poissons mâles et 4 femelles.

Combien Léo aura-t-il de poissons au bout de deux mois ?

« L'aquarium », Rallye mathématique sans frontière, CM2-$6^{\text{ème}}$, Finale, 2007

Il y au départ 2 mâles et 3 femelles.

Au bout d'un mois,
- il y a $3 \times 3 = 9$ mâles en plus (chacune des trois femelle donnant 3 mâles), s'ajoutant aux 2 mâles précédents, soit au total 11 mâles,
- il y a $3 \times 4 = 12$ femelles en plus (chacune des trois femelle donnant quatre femelles), s'ajoutant aux 3 femelles précédentes, soit au total 15 femelles.

Au bout de deux mois,
- il y a $3 \times 15 = 45$ mâles en plus, s'ajoutant aux 11 mâles précédents, soit au total 56 mâles,
- il y a $15 \times 4 = 60$ femelles en plus, s'ajoutant aux 15 femelles précédentes, soit au total 75 femelles.

$56 + 75 = 131$: Léo aura 131 poissons en tout.

377 Poisson (18)

Énigme

Deux mères et deux filles étaient à la pêche.
Elles réussirent à attraper un grand poisson, un gros poisson et un petit poisson.

Puisqu'il y a trois poissons qui ont été pêchés, comment se fait-il que chacune d'entre elles ait ramené un poisson à la maison ?

Il y a une fille, sa mère et sa grand-mère.

En effet, l'une des trois femmes est à la fois une mère (de la femme la plus jeune) et une fille (de la femme la plus âgée).

378 Poisson (19)

Énigme

Pascal part en vacances au chalet avec toute sa famille.
Son père décide de l'initier à la pêche.
Le premier jour, Pascal pêche son premier poisson.
Très heureux, il retourne pêcher le deuxième jour et il pêche deux poissons.
Le troisième jour, il en pêche trois.
Ensuite, pendant plusieurs jours, il pêche toujours quatre poissons.
Les vacances de Pascal tirent à leur fin.
Deux jours avant de quitter le chalet, Pascal pêche trois poissons.
L'avant-dernière journée, il en pêche deux.
Et finalement, la dernière journée de ses vacances, il pêche un seul poisson.
Pendant ses vacances, Pascal a pêché 52 poissons en tout.

Combien de jours les vacances de Pascal ont-elles duré ?

« Les poissons de Pascal », Rallye Concours AQJM, 22$^{\text{ème}}$ championnat, Finale, `www.semainedesmaths.ulaval.ca`

Pendant les trois premiers et les trois derniers jours, le nombre de poissons pêchés par Pascal est égal à $1 + 2 + 3 + 3 + 2 + 1 = 12$.

Pascal a pêché en tout 52 poissons. Donc en dehors de la période des trois premiers et les trois derniers jours, il a pêché $52 - 12 = 40$ poissons.

Comme, lors de cette période, il a pêché 4 poissons par jour, la période a duré $40 \div 4 = 10$ jours.

Les vacances de Pascal ont donc duré $3 + 10 + 3 = 16$ jours.

379 Porc (1)

Énigme

Un chef de ménage a construit un enclos où il enferma une truie.
La truie a donné naissance à sept porcelets au milieu de la porcherie.
Chaque porc, y compris la mère qui est le huitième porc, a donné naissance à sept porcelets à chaque coin de l'enclos [soit quatre générations].
Enfin, au centre, chaque truie y compris la mère a mis au monde sept porcelets [soit la dernière génération].

Dis-moi, qui le veut, combien de porcs, y compris les mères successives, il y avait à la fin.

Ce problème a été proposé par Alcuin (735–804), qui fut l'un des hommes les plus savants de son temps. Engagé par le roi Charlemagne comme précepteur pour réformer les programmes d'enseignement, il a écrit des traités de théologie et de pédagogie dont le recueil *Propositiones ad acuendos juvenes* (*Propositions pour aiguiser la perspicacité des jeunes*). Ce problème est le quarante-et-unième des cinquante-trois problèmes.

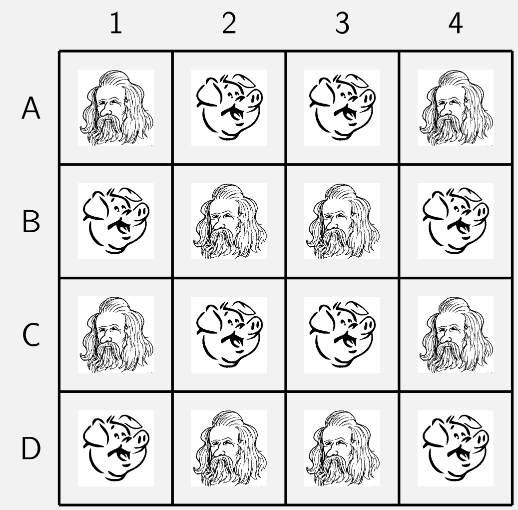
Voilà la solution donnée par son auteur :

Solution 41.
Après la première naissance, qui a eu lieu au milieu de l'enclos, il y avait 7 porcelets, soit 8 avec la mère.
8 fois 8 font 64 : ce qui est le nombre de porcs du premier coin.
8 fois 64 font 512 : ce qui est le nombre de porcs du deuxième coin.
8 fois 512 font 4 096 : ce qui est le nombre de porcs du troisième coin.
8 fois 4 096 font 32 768 : ce qui est le nombre de porcs du quatrième coin.
8 fois 32 768 font 262 144 : ce qui est le nombre de porcs à la fin.

380 Porc (2)

Énigme

Sur l'île d'Ééa, la magicienne Circé a regroupé dans un enclos des porcs et des compagnons d'Ulysse.



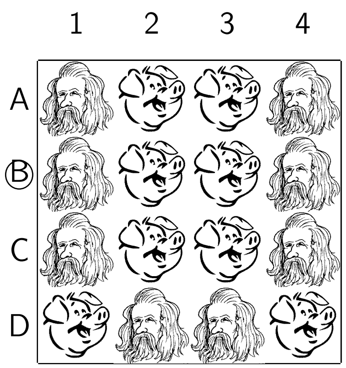
D'un coup de baguette magique, elle peut transformer un homme en porc et un porc en homme !
Elle dirige à chaque fois sa baguette sur les quatre êtres vivants alignés parallèlement à un bord de l'enclos.

En combien de coups de baguette magique au minimum peut-elle transformer tous les hommes de l'enclos en porcs ?

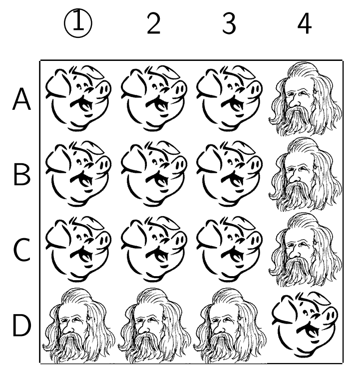
Elle dirige sa baguette dans les alignements B, 1, 4 et D.

Elle aura transformé tous les hommes de l'enclos en porcs en quatre coups de baguette magique.

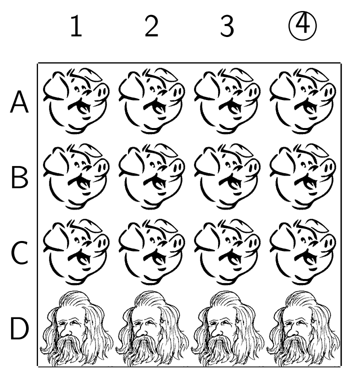
Coup de baguette 1



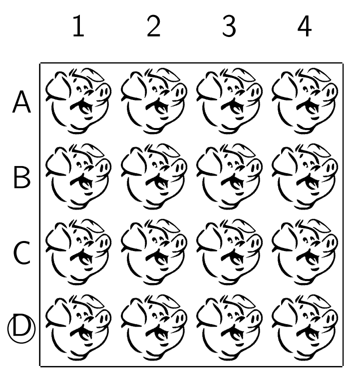
Coup de baguette 2



Coup de baguette 3



Coup de baguette 4



381 Pou

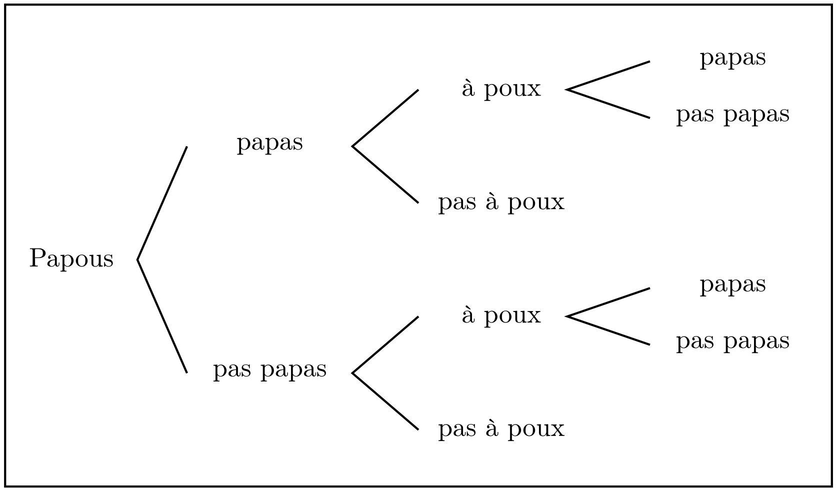
Énigme

En Papouasie, il y a des Papous et des pas Papous.
Parmi les Papous, il y a des Papous papas et des Papous pas papas.
Mais il y a aussi des papas pas Papous et des pas Papous pas Papas.
De plus, il y a des Papous pas papas à poux et des papas pas Papous à poux.
Mais il n'y a pas de papas Papous à poux ni de pas Papous pas papas à poux.

Combien y a-t-il de types de Papous en Papouasie ?

Dans l'album 6, *Des gaffes et des dégâts*, p. 53, Gaston Lagaffe raconte une telle histoire. . .

On peut utiliser un arbre de choix pour représenter la situation :



On obtient ainsi :

- des Papous papas à poux papas ;
- des Papous papas à poux pas papas ;
- des Papous papas pas à poux ;
- des Papous pas papas à poux papas ;
- des Papous pas papas à poux pas papas ;
- des Papous pas papas pas à poux.

C'est-à-dire six types de Papous.

382 Poule (1)

Énigme

Si six poules pondent six œufs en six minutes, combien d'œufs pondent soixante poules en soixante minutes ?

Si six poules pondent six œufs en six minutes,
alors soixante poules pondent soixante œufs en six minutes.

Par conséquent,
soixante poules pondent six cents œufs en soixante minutes.

383 Poule (2)

Énigme

Monsieur Desvolcans a des poules noires, et une poule rousse pour faire joli.
Les poules noires pondent un œuf tous les matins, mais la poule rousse, qui est un peu « snob », ne pond son œuf que les jours où Monsieur Desvolcans nettoie le poulailler.
En faisant ses comptes pour le mois de mars, Monsieur Desvolcans constate que, pour ce mois, il a récolté 345 œufs.

Combien Monsieur Desvolcans a-t-il de poules en tout ?
Combien de fois Monsieur Desvolcans a-t-il nettoyé son poulailler pendant le mois de mars ?

« Quelle basse-cour ! », Rallye mathématique d'Auvergne

En mars, chaque poule noire pond 31 œufs et la poule rousse pond, au plus, 31 œufs.

Or $345 = 11 \times 31 + 4$.

Donc Monsieur Desvolcans possède 12 poules et il a nettoyé son poulaillé 4 fois durant le mois de mars.

384 Poule (3)

Énigme

Des œufs dont disposés dans des paniers, dans les uns des œufs de poule, dans les autres des œufs de cane.
Ces paniers contiennent respectivement 5, 6, 12, 14, 23 et 29 œufs.
Si je vends un de mes paniers, dit le marchand, il me restera exactement deux fois plus d'œufs de poule que d'œufs de cane.

De quel panier s'agit-il ?

Oh, les maths !, Y. Perelman, Éd. Dunod

Le marchand voulait parler du panier contenant 29 œufs.

Les œufs de poules étaient dans les paniers contenant 23, 12 et 5 œufs, ceux de cane dans les paniers en contenant 14 et 6.

Vérifions.
Il reste au total :
$23 + 12 + 5 = 40$ œufs de cane et
$14 + 6 = 20$ œufs de poule.

385 Poule (4)

Énigme

En cette année 2000, mes poules pondent des œufs tantôt bleus, tantôt blancs, tantôt rouges et j'ai pu exactement compter, qu'en moyenne, une poule et demie pond un œuf et demi bleu, pond deux œufs et demi blancs et trois œufs et demi rouges pendant 7,5 jours. Elles n'ont pas (jour férié oblige) pondu le 14 juillet.

Combien d'œufs bleus, d'œufs blancs et d'œufs rouges mes 9 poules ont-elles pondus pendant le mois de juillet ?

« Dans un poulailler », Concours « 1, 2, 3, Mathématiques de l'an 2000 », ACDS, Collégiens

On a $9 = 1{,}5 \times 6$ et $30 = 7{,}5 \times 4$ (ce qui explique pourquoi le 14 juillet n'est pas compté !).

	Poules	Œufs bleus	Œufs blancs	Œufs rouges	Temps
	1,5	1,5	2,5	3,5	*(7,5)*
$\times$ 6	**9**	9	15	21	*(7,5)*

	Poules	Œufs bleus	Œufs blancs	Œufs rouges	Temps
	(9)	9	15	21	**7,5**
$\times$ 4	*(9)*	36	60	84	**30**

D'où la solution :

Œufs bleus	Œufs blancs	Œufs rouges
36	60	84

386 Poule (5)

Énigme

Une poule savait compter suivant un système de numération en base 5.
Les cinq symboles qu'elle employait pour cela étaient les suivants : *C*, *D*, *E*, *O* et *T*.

Quelle valeur numérique précise donnait-elle à chacune de ces cinq lettres, sachant que, lorsqu'elle voulait dire 41 346 460, elle faisait « *CCOTCOTCODET* » ?

« Jeux et problèmes, La ronde des animaux », *Tangente*, n° 43, Mai-juin 1995

$41\,346\,460 > 4 \times 5^{10}$, d'où $C = 4$.

$41\,346\,460 - 4 \times 5^{10} = 2\,283\,960$ et $5^9 < 2\,283\,960 < 2 \times 5^9$, d'où $O = 1$.

$T = 0$ d'après le chiffre des unités.

En retranchant progressivement les nombres associés à des chiffres déjà connus, on obtient $DET = 85$, d'où $DE = 17$, soit $D = 3$ et $E = 2$.

C	D	E	O	T
4	3	2	1	0

387 Poule (6)

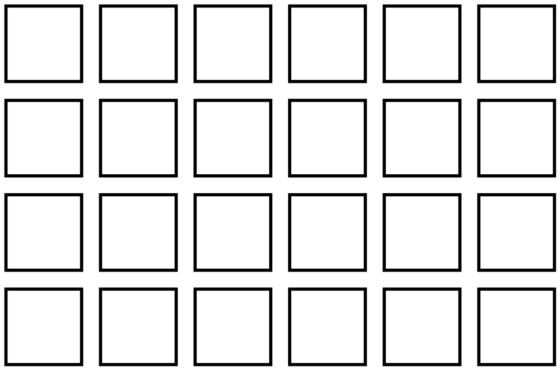
Énigme

Une poule se promène sur un rectangle de tuiles 4×6.
Elle part de la tuile supérieure gauche et veut placer ses ergots sur chacune des tuiles une fois.
Elle se déplace toujours en diagonale, sauf lorsqu'elle ne peut plus avancer.
À ce moment, elle avance d'une tuile voisine horizontalement ou verticalement.
De plus, elle ne doit jamais couper son chemin.
À son premier essai, elle a réussi à se piéger à la septième tuile comme il est illustré ci-dessous.

1					
7	2				
5	6	3			
	4				

Parvenue à 7, la poule ne peut plus avancer, car elle couperait son chemin.

Combien de tuiles au maximum lui est-il possible d'ergoter ?



« Piège de la poule », Défi 37 de la série A du site Récréomath

La poule peut se déplacer en diagonale d'abord sur les deux premières rangées horizontales.
Son retour se fait à cheval sur les deux rangées du milieu, puis un retour dans l'autre sens sur les deux rangées inférieures.
Cela permet de maximiser le nombre de tuiles qui sont ergotées.
Voici un chemin possible :

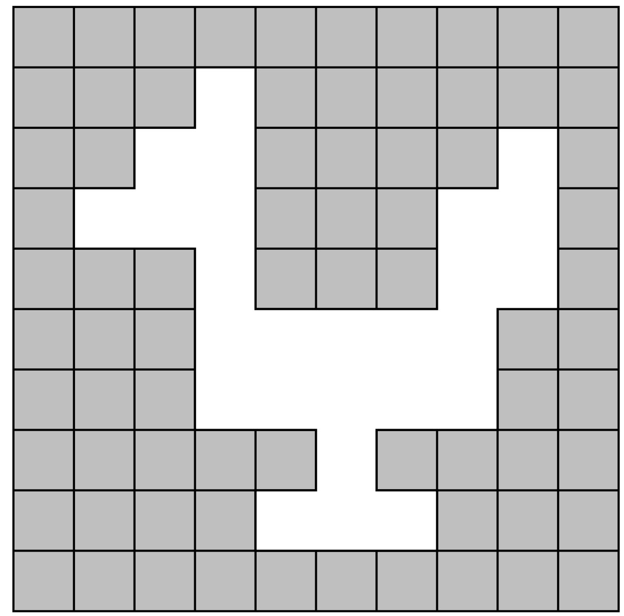
1		3		5	6
11	2	9	4	7	17
12	10	14	8	16	18
	13		15	19	20

La poule peut ergoter 20 tuiles.

388 Poule (7)

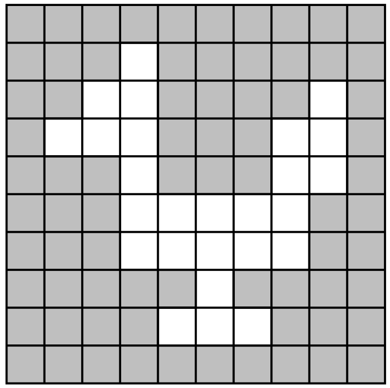
Énigme

Combien de carrés gris faut-il ajouter pour faire disparaître la poule ?



Semaine des maths 2017, DSDEN 40, Classe de CP

Il faut 26 carrés pour effacer la poule.

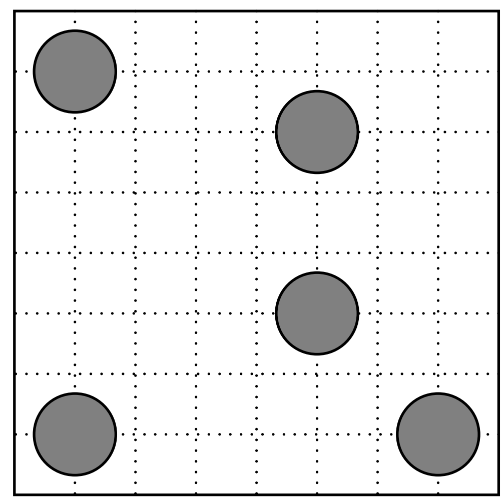


389 Poule (8)

Énigme

Félix a acheté un terrain 8×8 qu'il a partagé en cinq zones de même forme et de même grandeur.
Dans chaque zone, il a bâti une tour circulaire qui sert de poulailler.
Le jour, les poules circulent sur leur terrain.
La nuit, elles reviennent dans leur abri.
Dans la zone 2×2 restante qui n'est pas dans un coin, Félix a construit un entrepôt.

Où est situé l'entrepôt ?



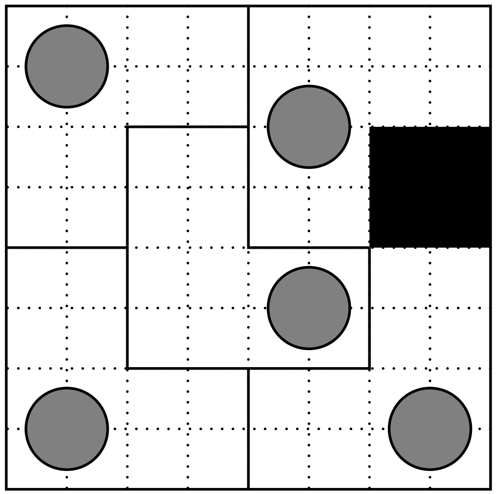
« Poulailler de Félix », `http://www.recreomath.qc.ca/`

Le terrain est formé par 64 carrés unitaires.

Chaque poulailler sera construit dans une zone de 12 carrés unitaires.

Comme il y a trois tours dans autant de coins, on partage le terrain en parcelles 2×2, puis on assemble les parcelles.

On obtient le partage suivant.



L'entrepôt sera situé dans la parcelle 2×2 colorée en noir.

390 Poule (9)

Énigme

Darine a acheté un sac de coquilles pour ses poules qui picorent dans deux enclos.
Avant de concasser les coquilles, elle les compte.
Elle se dit :
« Si je donnais 4 coquilles à chaque poule de l'enclos A et 3 coquilles à chacune de l'enclos B, il me resterait 3 coquilles.
Si je donnais 3 coquilles à chaque poule de l'enclos A et 4 coquilles à chacune de l'enclos B, il m'en manquerait 5.
Si je donnais 4 coquilles à chaque poule, il m'en manquerait 14. »

Combien Darine a-t-elle de poules ?

« Poulailler de Darine », `http://www.recreomath.qc.ca/`

La différence entre le nombre de coquilles qui manquent dans le troisième cas et le nombre de celles qui manquent dans le deuxième cas est $14-5=9$.

La différence entre le nombre de coquilles qui manquent dans le troisième cas et le nombre de celles qui restent dans le premier cas est $14-(-3)=17$.

Il y a 9 poules dans l'enclos A et 17 poules dans le B.

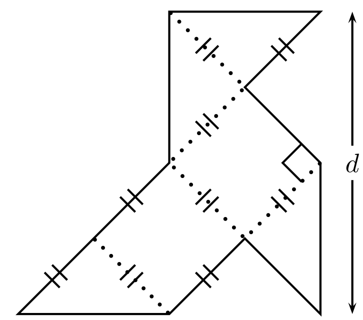
Darine a 26 poules.

391 Poule (10)

Énigme

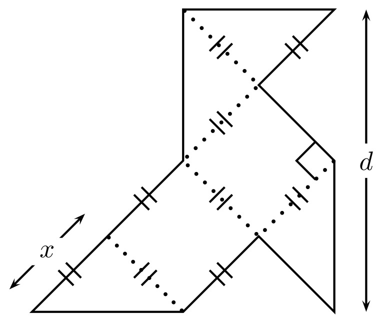
Pour élever ses poules en plein air, un éleveur loufoque construit un parc ayant la forme d'une cocotte en papier géante (voir le plan ci-dessous).

Sachant que son parc est entouré par 165 m de grillage, saurez-vous trouver la valeur exacte de d ?



« Hue Cocotte ! », Rallye mathématique d'Aquitaine, 2010

On désigne par x la longueur d'un côté de l'angle droit d'un triangle rectangle isocèle.



En utilisant le théorème de Pythagore, on obtient : $\left(\frac{d}{2}\right)^2 = x^2 + x^2$.

Donc $\frac{d^2}{4} = 2\,x^2$.

Donc $x = \frac{d}{2\,\sqrt{2}}$.

Or la longueur du grillage est égale à $6\,x + 2\,d$ et à 165 m.

Donc $\frac{6\,d}{2\,\sqrt{2}} + 2\,d = 165$.

Donc $\frac{3\,\sqrt{2}+4}{2}\,d = 165$.

Donc $d = \frac{330}{3\,\sqrt{2}+4}$.

392 Poule (11)

Énigme

Mathurin emballe ses œufs de la façon suivante.
- Il les met d'abord dans des boîtes de 6 œufs ;
- chaque fois qu'il a 6 boîtes, il les met dans un carton, qu'il ferme ;
- dès qu'il a 6 cartons, il les met dans une caisse, qu'il ferme.

Aujourd'hui, les poules ont bien pondu...
Mathurin a ramassé 1 000 œufs.
Mathurin vient de terminer les emballages.

Combien voit-il de caisses pleines, de cartons pleins, de boîtes pleines et d'œufs non emballés ?

« Que d'œufs ! Que d'œufs ! », Rallye mathématique transalpin, Épreuve 1, 2011, ©ARMT

Une boîte contient 6 œufs.
Un carton contient 6 boîtes, donc $6 \times 6 = 36$ œufs.
Une caisse contient 6 cartons, donc $6 \times 36 = 216$ œufs.

$1\,000 = 4 \times 216 + 136$
$136 = 3 \times 36 + 28$
$28 = 4 \times 6 + 4$

Mathurin voit donc 4 caisses pleines, 3 cartons pleins, 4 boîtes pleines et 4 œufs non emballés.

393 Poule (12)

Énigme

Dans le poulailler de Piticoq, chaque poule pond un œuf par jour, sauf Carmelita qui ne pond que les jours ensoleillés.
Lors du mois de mars, le fermier a récolté 753 œufs.

Combien y a-t-il eu de jours ensoleillés lors de ce mois de mars ?

« La poule mouillée », Rallye mathématique sans frontière, CM2-6$^{\text{ème}}$, Finale, 2014

Le mois de mars compte 31 jours.

En divisant 753 par 31 on obtient le nombre d'œufs pondus chaque jour.

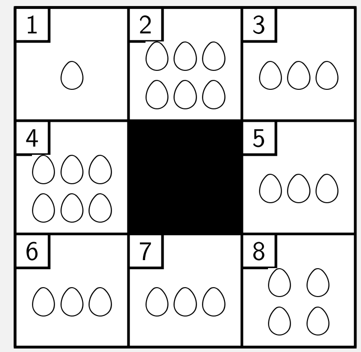
$753 = 31 \times 24 + 9$

Il y a donc 9 jours de soleil au cours de ce mois de mars.

394 Poule (13)

Énigme

Eustache, notre ami fermier, possède 8 poules qui pondent des œufs chacune dans une case du poulailler.
Voici le poulailler d'Eustache :
Il est à remarquer que chaque poule se situe dans une case.
Celles-ci s'organisent pour que le fermier compte toujours 10 œufs dans chaque rangée et dans chaque colonne du poulailler.
Par exemple, hier, les poules ont pondu 29 œufs au total.
Voici comment étaient disposés les œufs :



Eustache aimerait connaître le nombre minimal d'œufs que les poules doivent pondre pour que chacune des cases contienne au moins un œuf et qu'il y ait exactement 10 œufs dans chaque rangée.

Peux-tu trouver le nombre d'œufs minimal que les poules doivent pondre, dans ce cas ?

« Le poulailler », Rallye Concours AQJM, 22ème championnat, Finale,
`www.semainedesmaths.ulaval.ca`

On doit commencer en s'assurant de respecter la première contrainte, soit de placer un œuf par case.

1: 1	2: 1	3: 1
4: 1		5: 1
6: 1	7: 1	8: 1

Par la suite, afin de respecter la deuxième contrainte, on doit placer 10 œufs dans chaque rangée et chaque colonne de sorte que le nombre total d'œufs soit minimal.

On doit donc se questionner sur l'impact d'ajouter un œuf dans une case particulière.

Placer un œuf dans la case centrale d'une rangée (cases 2 et 7) fait en sorte que seulement le nombre d'œuf de cette rangée augmente. Le même principe s'applique pour la case centrale d'une colonne (cases 4 et 5).

On peut remarquer que les cases du poulailler qui sont placées aux quatre coins se trouvent à l'intersection d'une rangée et d'une colonne. Ainsi, placer les œufs dans l'une des cases aux quatre coins du poulailler (cases 1, 3, 6 et 8) fait en sorte que le nombre d'œufs contenus dans une rangée et une colonne augmente simultanément. Cette manipulation nous permet d'utiliser moins d'œuf au total.

Ainsi, on veut avoir seulement un œuf dans les cases centrales. Il y a donc au total 9 œufs à placer dans les deux cases restantes d'une même rangée ou d'une même colonne et ils peuvent être répartis tel que désiré.

Un exemple de répartition des 10 œufs est :

6: 3	7: 1	8: 6

Or, comme le coin liant une rangée et une colonne entre dans la somme des œfs de chacune d'elles, il doit y avoir le même nombre d'œfs dans les cases aux coins opposés du poulailler.

Parmi les solutions possibles, voici un exemple. On place tout d'abord un œf dans chaque case. Par la suite, on en place 8 dans un coin du poulailler afin d'arriver à la somme de 10 pour une rangée et une colonne simultanément. Finalement, on place 8 autres œfs dans le coin opposé, ce qui nous permet également d'arriver à la somme de 10 pour la rangée et la colonne qu'il reste.

1: 8	2: 1	3: 1
4: 1		5: 1
6: 1	7: 1	8: 8

Le nombre d'œufs total est égal à $8+1+1+1+1+1+1+8 = 22$.

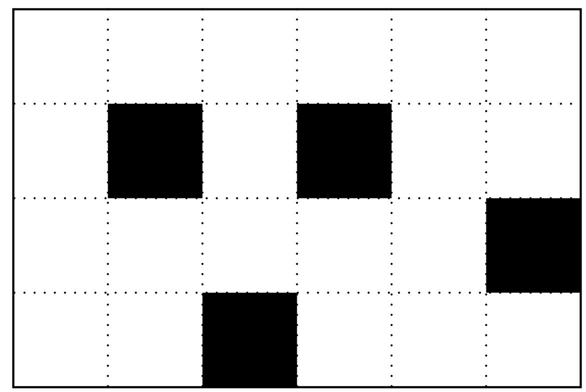
La réponse finale est donc 22 œufs.

395 Poule (14)

Énigme

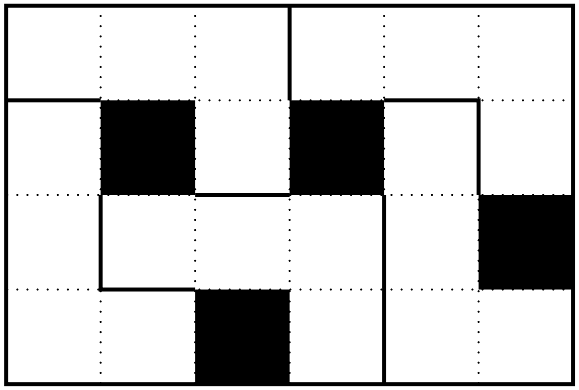
Josée veut faire des enclos pour ses poules.
Son plancher peut être partagé en 24 petits carrés.
Toutefois, dans quatre carrés, ceux noircis, il y a des colonnes qui soutiennent la charpente.
Ces quatre carrés ne peuvent donc pas être occupés par les poules.
Josée veut partager le plancher disponible en cinq parties de même forme et de même grandeur.

Partagez le terrain.



« Poules partagées », *Récréations géométriques*, Problème 15 B, Site Recreomath

Vingt petits carrés peuvent être occupés.
Comme il y a cinq parties, chaque pièce doit contenir quatre petits carrés.
Selon la disposition des petits carrés inoccupés, chaque pièce doit être en forme de L.
Voici le partage :



396 Poule (15)

Énigme

Six poules pondent huit œufs en trois jours.

Combien d'œufs pondront trois poules en neuf jours ?
A) 9 B) 12 C) 14 D) 16 E) 24

« Poules pondeuses », Série 4***,
240 questions de calcul, de logique et de géométrie, Kangourou

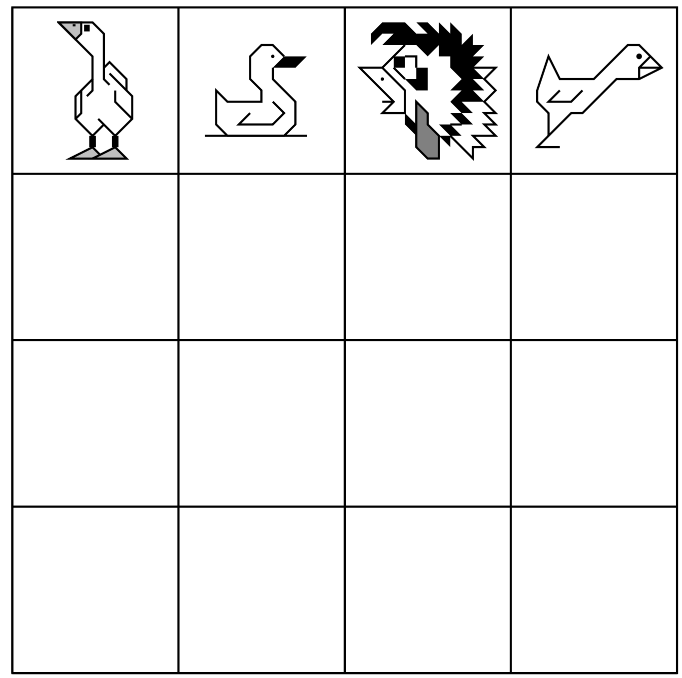
Réponse **B**

Puisque deux fois moins de poules donnent deux fois moins d'œufs, dans le même temps : trois poules pondent quatre œufs en trois jours.
Et donc trois poules pondent douze œufs en neuf jours (on obtient trois fois plus d'œufs avec trois fois plus de temps et le même nombre de pondeuses).

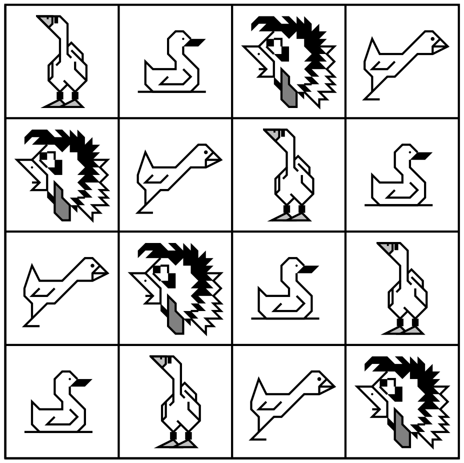
397 Poussin (1)

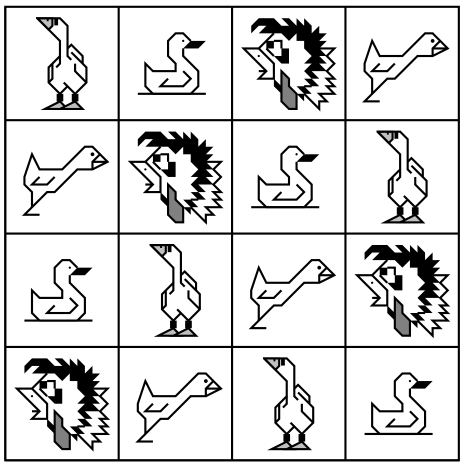
Énigme

Placer les animaux dans les cases de telle façon que *chaque* volatile apparaisse une, et une seule, fois dans *chaque* ligne, *chaque* colonne et dans *chacune* des deux diagonales principales.



Il y a deux solutions :





Ces deux carrés sont appelés carrés d'ordre 4.

398 Poussin (2)

Énigme

Dans une compétition, quatre équipes (Poussins, Coqs, Œufs, et Ferme) se sont rencontrées.
Voici les résultats de leur... poule.

Équipe	Victoire	Nul	Défaite
Poussins	1	2	0
Coqs	1	1	1
Œufs	1	1	1
Ferme	1	0	2

On sait de plus que Ferme n'a pas gagné contre Œufs.

Quel est le résultat du match de Coqs contre Œufs ?

« Cocorico ! », Rallye mathématique sans frontières Midi-Pyrénées, Cycle 3, Manche 1, 2011

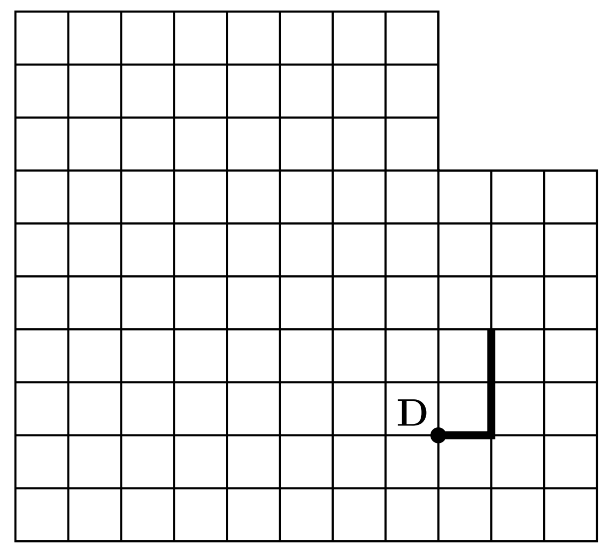
L'équipe Poussins a fait deux matches nuls, ce ne peut être que contre Coqs et Œufs.
Donc elle a gagné contre Ferme.
Puisque Ferme n'a pas gagné contre Œufs, elle a gagné contre Coqs.
Donc Coqs a gagné contre Œufs.
(Et Œufs a gagné contre Ferme)

399 Puce (1)

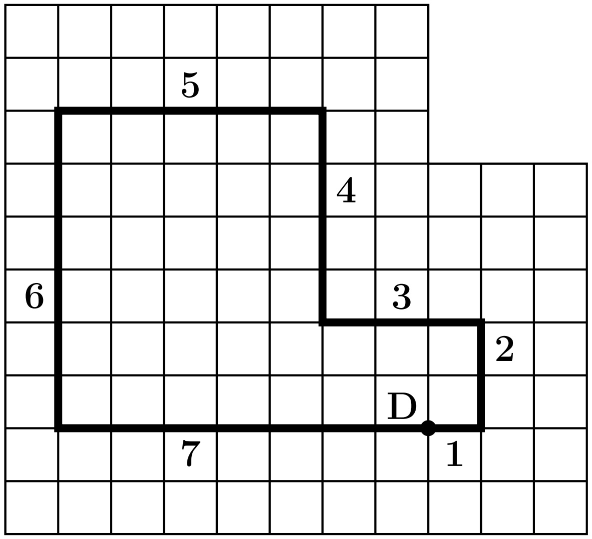
Énigme

Ma puce savante se déplace par sauts, en suivant les lignes d'un réseau quadrillé.
Elle s'arrange pour que chaque saut s'effectue dans une direction perpendiculaire à celle du saut précédent.
En outre, la longueur de chaque saut est supérieure d'une unité à celle du précédent.
La figure ci-dessous nous montre ses deux premiers sauts.

Quels devront être les suivants pour que ma puce revienne à son point de départ D après un minimum de sauts ?



« Ma puce savante », *Jeux mathématiques*, Tangente, n° 74, Avril-mai 2000



400 Puce (2)

Énigme

Une puce a été lâchement abandonnée par son chien qui s'est réfugié en haut d'un édifice comportant 2 005 marches.
Elle décide alors de le rejoindre.
La puce effectue des bonds successifs de 1 marche, 2 marches, 3 marches, 4 marches, 5 marches, puis elle continue en bondissant à nouveau de 1, puis 2, puis 3, puis 4, puis 5 marches et ainsi de suite.

De combien de marches aura été son dernier bond ?
Combien de bonds aura-t-elle effectués en tout ?

« La puce affectueuse et… matheuse », Rallye Midi-Pyrénées, 2005

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$

$2\,005 = 133 \times 15 + 10$

Or $10 = 1 + 2 + 3 + 4$

Le dernier bond de la puce aura été de 4 marches.

Elle aura effectué en tout 137 bonds.

401 Puce (3)

Énigme

Matthew est très fort : il a réussi à dompter une puce nommée Ptit !
Il lui a appris à se déplacer en ligne droite en effectuant des sauts de 5 centimètres.
Ptit peut sauter vers l'avant ou en arrière ; c'est elle qui choisit !
L'autre jour, Ptit est partie d'un point O et a effectué vingt sauts en ligne droite ; elle a ainsi avancé de 60 centimètres.

Combien de sauts Ptit a-t-elle effectués vers l'avant ?

« Matthew a dompté une puce », Rallye Bombyx, Académie de Montpellier, Janvier 2016, CM2

On constate d'abord que $60 = 5 \times 12$, ce qui veut dire qu'avec 12 sauts vers l'avant Ptit a avancé de 60 cm.

Matthew nous dit qu'elle a effectué 20 sauts : qu'a-t-elle fait pendant les huit autres sauts ?

Pour ne pas s'éloigner davantage, elle a dû en faire quatre vers l'arrière et quatre vers l'avant.

Au final, Ptit a effectué 16 sauts vers l'avant.

402 Puceron

Énigme

Un puceron se repose sur la tuile A.
Il désire se rendre à B en passant d'une tuile à l'autre vers la droite, de haut en bas ou de bas en haut, jamais obliquement.

De A à B, combien de chemins différents le puceron peut-il emprunter en passant exactement par six tuiles numérotées ?

A	2	4	6	8
1	3	7	9	B

« Repos d'un puceron », *Récréations géométriques*, Problème 59 B, Site Recreomath

Le puceron peut prendre 10 chemins :

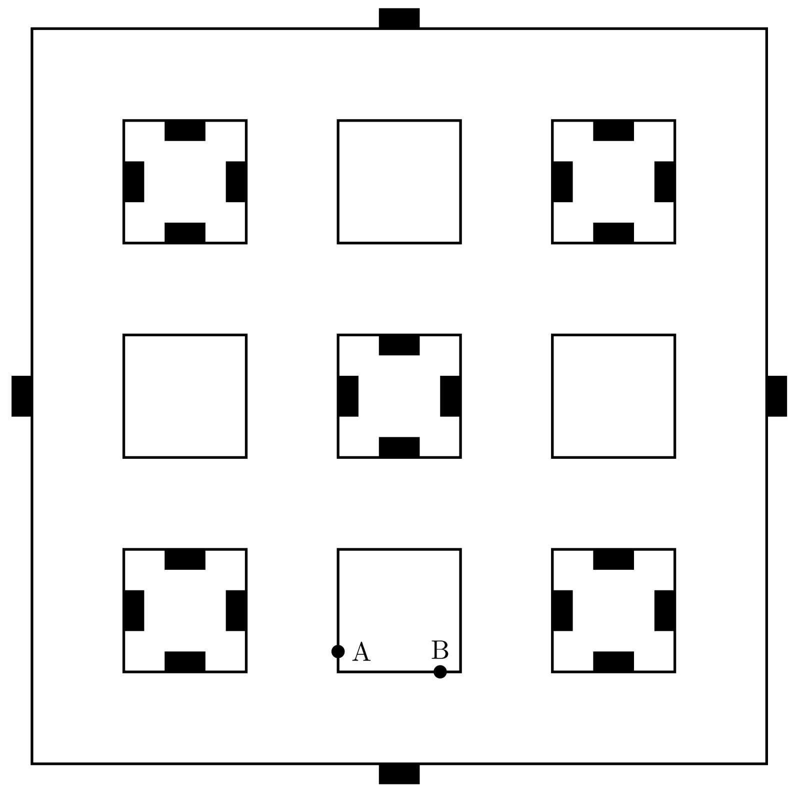
- (1, 3, 2, 4, 5, 7)
- (1, 3, 2, 4, 6, 7)
- (1, 3, 2, 4, 6, 8)
- (1, 3, 5, 4, 6, 7)
- (1, 3, 5, 4, 6, 8)
- (1, 3, 5, 7, 6, 8)
- (2, 3, 5, 4, 6, 7)
- (2, 3, 5, 4, 6, 8)
- (2, 3, 5, 7, 6, 8)
- (2, 4, 5, 7, 6, 8)

403 Quiscale

Énigme

Bérénice doit distribuer la ration de graines journalière dans chacune des 24 mangeoires des quiscales.
Le plan du bâtiment où ils se trouvent est fourni ci-dessous.
Chaque bloc fait 2 mètres de long. On négligera la largeur des allées.
Elle part de A pour arriver à B.

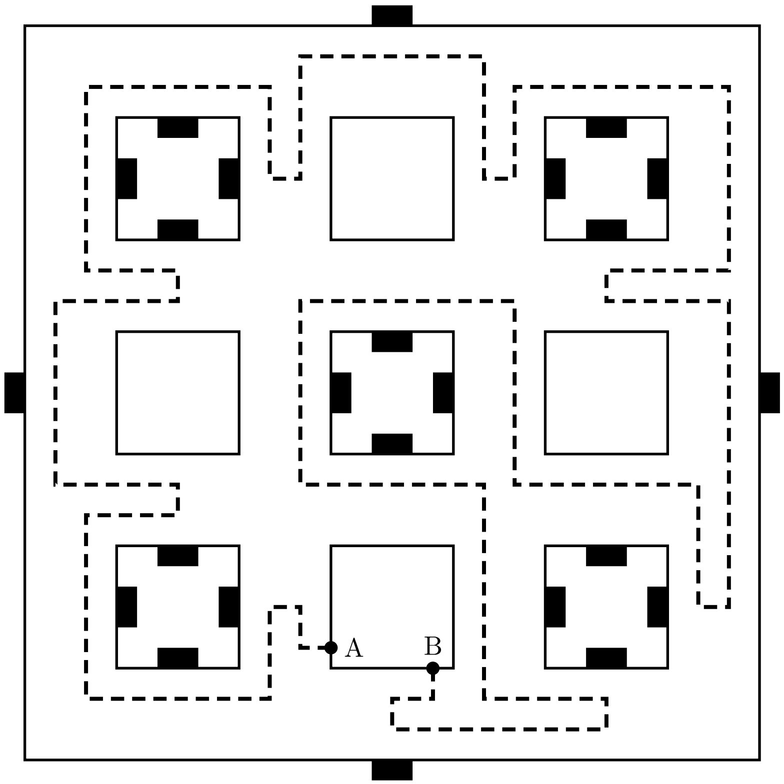
Quelle est la longueur du trajet minimum ?



D'après « Le facteur X », 5$^{\text{ème}}$ Championnat de France des Jeux Mathématiques et Logiques, 1991

Pour chaque mangeoire, que Bérénice fasse un aller-retour jusqu'à cette mangeoire, ou bien qu'elle parcoure toute l'allée jusqu'au carrefour suivant, elle doit faire 2 mètres, ce qui porte à 48 mètres le minimum théorique pour desservir les 24 mangeoires.

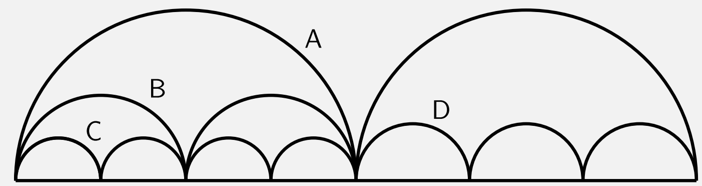
Le dessin ci-dessous montre que ce minimum peut être atteint.



404 Quokka

Énigme

Cette famille de quokkas a l'esprit vraiment géométrique : leurs bonds sont exactement des demi-cercles !
Tandis que Quola (A) fait un énorme bond de 4 m, son fils (B) fait 2 bonds pour la même distance et son petit-fils (C) en fait 4 ; sa femelle (D) fait 3 sauts pour ces 4 m.



La trajectoire de D est-elle plus longue que celle de A ? de B ? de C ?

D'après « Sauts marsupiaux », *Les jeux du Kangourou des collèges*, 1995

Les trajectoires de A, B, C et D ont exactement la même longueur !

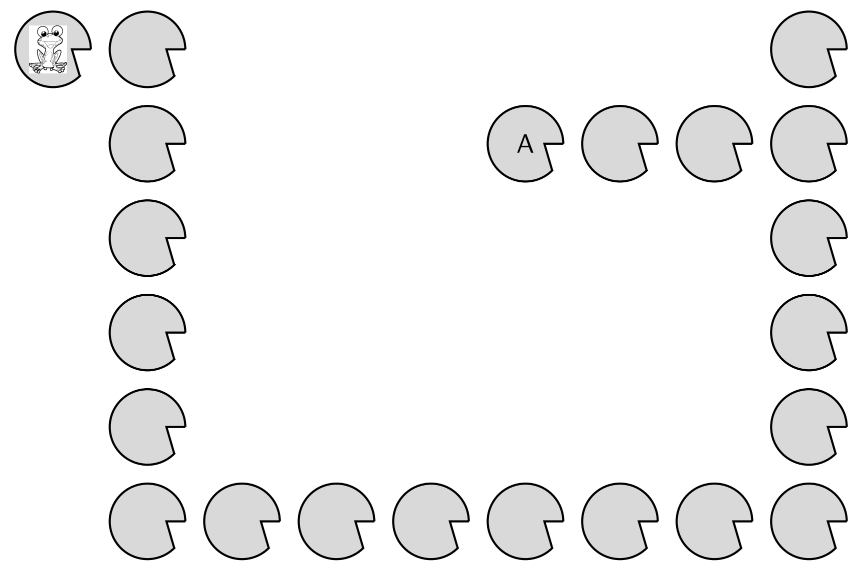
En effet, la longueur d'un demi-cercle (et donc des trajectoires) s'obtient en multipliant celle du diamètre (et donc la distance parcourue au sol) par un nombre. Et les distances « parcourues » au sol sont les mêmes.

405 Rainette

Énigme

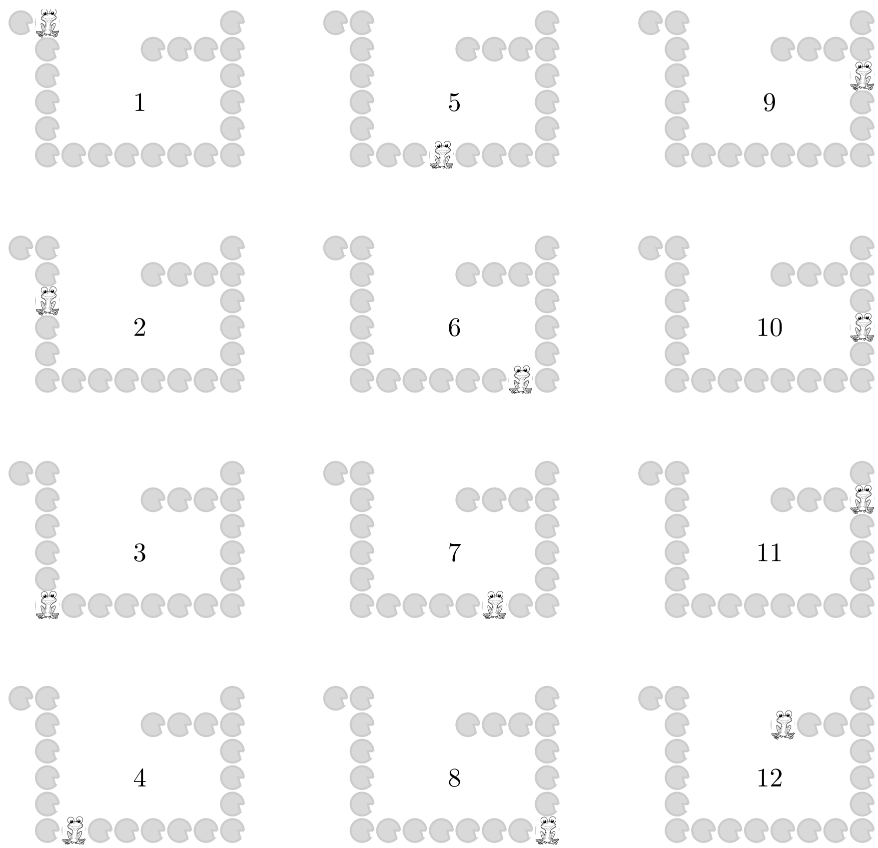
Une rainette se tient au départ de ce parcours.
Elle se déplace de manière particulière : elle commence toujours par un saut d'un nénuphar, puis un saut de deux, puis un saut de trois ; et elle répète cette séquence de trois sauts autant de fois que nécessaire.
Elle peut changer de direction entre chaque saut mais pas au cours d'un saut.
Elle doit atterrir exactement sur le nénuphar A.

Quel est le nombre minimum de sauts qu'elle devra effectuer pour y parvenir ?

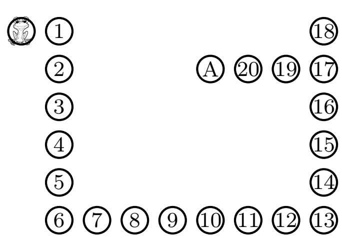


« 1, 2, 3. . . l'arrêt net ! », Rallye mathématique d'Aquitaine, 2013

Parcours :



Nombre minimum de sauts : 12



1. → 1
2. 1 → 3
3. 3 → 6
4. 6 → 7
5. 7 → 9
6. 9 → 12
7. 12 → 11
8. 11 → 13
9. 13 → 16
10. 16 → 15
11. 15 → 17
12. 17 → 20
13. 20 → A

406 Rat (1)

Énigme

Hélène, Clotilde et Virginie discutent sur le nombre de... rats vus chez l'animalier spécialiste des NAC (« nouveaux animaux de compagnie »).

- Hélène dit avoir vu plus de 10 rats.
- Clotilde pense qu'il y a au plus 10 rats.
- Virginie affirme avoir vu au moins un rat.

Mais, en fait, voulant se faire remarquer auprès des deux autres filles, deux filles ont menti !

Quel est le nombre exact de rats chez l'animalier ?

Les deux premiers filles ont tenu des propos contradictoires : l'une dit « bien plus de 10 » et l'autre, « au plus 10 ».
Il est donc impossible qu'elles mentent toutes les deux ou qu'elles disent la vérité au même temps.
Cela implique que l'une des deux dit la vérité et que l'autre ment.

Comme il y a deux filles qui mentent parmi les trois, cela implique que la troisième fille ment aussi.
Or celle-ci affirme avoir vu au moins un rat.

Il n'y a donc aucun rat chez l'animalier.

407 Rat (2)

Énigme

Tout au long de la journée, des rats volent des morceaux de fromage dans la cuisine.
Le chat Félix les regarde passer.
Chaque rat vole moins de 10 morceaux de fromage, et aucun rat ne vole ni la même quantité ni la moitié de ce que vole un autre rat.

Au maximum, combien de rats Félix a-t-il pu voir passer au cours de la journée ?

« Calendrier mathématique 2017, Un défi quotidien », Énigme du mardi 28 novembre, CNRS, IRMA et Université de Strasbourg

Si l'on fait la liste des quantités possibles de morceaux de fromage que volent les rats, comme aucun rat ne vole la moitié de ce que vole un autre, seuls peuvent apparaître deux nombres parmi $\{1, 2, 4, 8\}$ et un nombre parmi $\{3, 6\}$.
Les trois nombres restants, 5, 7 et 9, peuvent apparaître dans la la liste sans tenir compte des autres nombres déjà choisis.
Ainsi, le plus grand nombre nombre de rats qu'a pu voir Félix est 6.

408 Rat (3)

Énigme

Un chercheur travaille sur l'apprentissage des rats.
À un moment donné, le rat étudié doit franchir l'une des dix portes devant lui, numérotées de 1 à 10.
Pour ne pas que le rat mémorise la porte à franchir, il procède de la manière suivante.

- Le premier jour, il ouvre toutes les portes.
- Le deuxième jour, il ferme toutes les portes de numéros pairs.
- Le troisième jour, il ouvre les portes de numéros multiples de 3 fermées et ferme les portes de numéros multiples de 3 ouvertes.
- Le quatrième jour, il ouvre les portes de numéros multiples de 4 fermées et ferme les portes de numéros multiples de 4 ouvertes.
- Et ainsi de suite.

Au bout des 10 jours, quels sont les numéros des portes ouvertes ?

Voici les résultats successifs (O pour « ouvert » et F pour « fermé »).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1.	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O
2.	O	F	O	F	O	F	O	F	O	F
3.	O	F	F	F	O	O	O	F	F	F
4.	O	F	F	O	O	O	O	O	F	F
5.	O	F	F	O	F	O	O	O	F	O
6.	O	F	F	O	F	F	O	O	F	O
7.	O	F	F	O	F	F	F	O	F	O
8.	O	F	F	O	F	F	F	F	F	O
9.	O	F	F	O	F	F	F	F	O	O
10.	O	F	F	O	F	F	F	F	O	F

Les portes ouvertes ont les numéros 1, 4 et 9. Les autres portes sont fermées.

Généralisation. Il suffit de remarquer que la porte de numéro n est manipulée autant de fois que n a de diviseurs. Autrement dit, la porte de numéro n sera ouverte si n a un nombre impair de diviseurs. Maintenant, factorisons n en produits de facteurs premiers : $n = {p_1}^{\alpha_1} \ldots {p_r}^{\alpha_r}$. Alors le nombre de diviseurs de n est $(\alpha_1 + 1) \ldots (\alpha_r + 1)$. Pour que ceci soit impair, il faut que tous les $\alpha_i + 1$ soient impairs, c'est-à-dire que tous les α_i soient pairs. Autrement dit, la porte de numéro n est ouverte si et seulement si n est un carré parfait.

409 Renard (1)

Énigme

Un renard est poursuivi par un chien.
Il a 27 bonds d'avance.
Or 3 bonds de renard valent en longueur 2 bonds de chien.
Et pendant que le chien fait 4 bonds, le renard en fait 5.

En combien de bonds le chien rattrapera-t-il le renard ?

Pendant que le renard fait 5 bonds, le chien, qui en fait 4, prend au renard l'équivalent d'un bond de renard.
Il rattrapera donc les 27 bonds de renard de retard en 27 fois plus de bond, soit en 108 bonds (de chien).

410 Renard (2)

Énigme

Un renard a mangé 100 grains de raisin pendant une période de 5 jours.
Chaque jour, il a mangé 6 grains de plus que le jour précédent.

Quel est le nombre de grains mangés le premier jour ?

« Le renard et les raisins », Challenge Mathématique Poitou-Charentes, 1993

On peut dénombrer les grains qui s'ajoutent au nombre initial : 6 le second jour, 12 le troisième jour, 18 le quatrième, et 24 le cinquième.
Cela fait en tout 60 grains supplémentaires.
$100 - 60 = 40$
Ces 40 grains correspondent à 5 fois le nombre de grains mangés le premier jour.
Le nombre de grains mangés le premier jour est donc égal à $40 \div 5$, c'est-à-dire 8.

411 Rhinocéros (1)

Énigme

Si, dans tous les zoos où il y a des hippopotames et des rhinocéros, il n'y a pas de girafe, si dans tous les zoos où il y a des rhinocéros mais pas de girafe, il y a des hippopotames et si enfin dans tous les zoos où il y a des hippopotames et des girafes, il y a des rhinocéros...

Peut-on trouver, oui ou non, un zoo où il y a des hippopotames sans qu'il y ait ni girafe ni rhinocéros ?

« Jeux et problèmes, La ronde des animaux », *Tangente*, n° 43, Mai-juin 1995

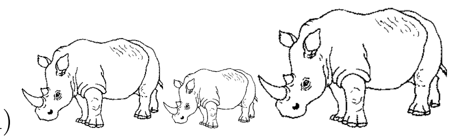
Un zoo où il y a des hippopotames mais pas de girafe ni de rhinocéros ne mettra en défaut aucun des trois conditions énoncées, puisque chacune exprime une contrainte qui ne s'applique pas à ce zoo.
Rien n'empêche donc d'avoir un tel zoo.

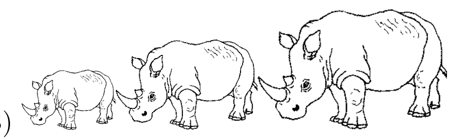
412 Rhinocéros (2)

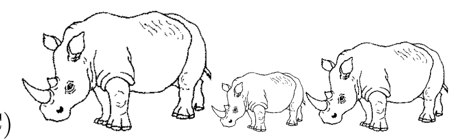
Énigme

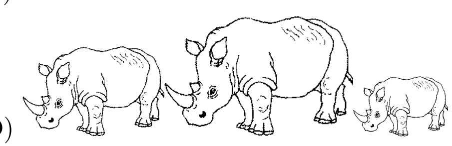
Rhino, Pato et Jojo vont se promener.
Rhino marche devant, Pato est au milieu et Jojo est en dernier.
Rhino pèse 500 kg de plus que Pato.
Pato pèse 1 000 kg de moins que Jojo.

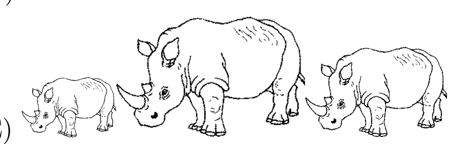
Lequel de ces dessins représente Rhino, Pato et Jojo dans le bon ordre ?

A) 

B) 

C) 

D) 

E) 

Kangourou des mathématiques, Épreuve « 6$^{\text{ème}}$ - 5$^{\text{ème}}$ », 2017

Réponse A.

Les indications sur les masses permettent de classer du plus léger au plus lourd : Pato $<$ Rhino $<$ Jojo.

Celui qui marche devant est Rhino qui est donc le moyen, puis vient Pato qui est le petit et le dernier est Jojo qui est le plus lourd.

Cela correspond au dessin A.

413 Saumon

Énigme

Trois amis ont passé l'après-midi à pêcher.
L'un a pris six truites, un autre quatre truites et le troisième deux truites.
Trois autres amis se pointent à l'improviste.
Les pêcheurs décident de partager leur butin également pour le dîner.
En guise de compensation, chacun des trois nouveaux arrivants verse 10 florins.

Comment les trois pêcheurs se partageront-ils l'argent ?

« Un dîner saumoné », `http://recreomath.qc.ca/`

Chacun a mangé deux truites.

Celui qui avait six truites en a cédé quatre ; celui qui en avait quatre en a cédé deux et le troisième aucune.

Le montant versé est de 30 florins pour six truites, soit cinq florins par truite.

Le premier recevra 20 florins, le deuxième 10 florins et le troisième aucun florin.

414 Sauterelle

Énigme

Une sauterelle peut faire des bonds de 1 ou 3 mètres et désire parcourir 7 mètres.

De combien de manières peut-elle le faire ?

« Calendrier mathématique 2016, Un défi quotidien », Énigme du vendredi 28 octobre, CNRS, IRMA et Université de Strasbourg

Distinguons plusieurs possibilités.

1. Si la sauterelle ne fait que des bonds de 1 mètre, il n'y a qu'une façon de procéder.
2. Si la sauterelle fait seulement un bond de 3 mètres, elle fera donc en tout cinq bonds : un grand et quatre petits.
   Il y aura alors 5 façons de faire : elle peut choisir lequel de ses bonds sera le grand.
3. Si la sauterelle fait deux bonds de 3 mètres, elle fera en tout trois bonds : deux grands et un petit.
   Il y aura alors 3 façons de faire : elle peut choisir lequel de ses bonds sera le petit.

En tout, la sauterelle a donc $1 + 5 + 3 = 9$ possibilités.

415 Savane

Énigme

Pour parcourir une même distance dans la savane africaine, l'éléphant fait 3 pas, la gazelle 15 pas, le singe 5 fois plus que la gazelle.
Un pas de rhinocéros mesure 2 m.
Le rhinocéros fait 2 fois plus de pas que l'éléphant !
Ces quatre animaux vont chercher de l'eau à la source qui se trouve à 24 m.

Combien de pas chacun des quatre animaux fera-t-il ?

« De pas en pas », Rallye mathématique des écoles de Gironde, Cycle 3 – Force 5 – Seconde manche 2009-2010

Le rhinocéros a besoin de $24 \div 2 = 12$ pas.

Comme le rhinocéros fait deux fois plus de pas que l'éléphant pour la même distance, l'éléphant aura besoin de $12 \div 2 = 6$ de ses pas.
(Et alors un pas d'éléphant mesure $24 \div 6 = 4$ mètres)

Quand l'éléphant fait 3 pas, la gazelle en fait 15 pas.
Donc si l'éléphant a besoin de 6 de ses pas (soit deux fois plus), la gazelle aura besoin de $15 \times 2 = 30$ pas (de gazelle).
(Et alors un pas de gazelle mesure $24 \div 30 = 0{,}8$ mètre)

Puisque le singe fait cinq fois plus de pas que la gazelle, le singe va faire $30 \times 5 = 150$ pas.
(Et alors un pas de singe mesure $24 \div 150 = 0{,}16$ mètre)

Par conséquent,
- Le rhinocéros fait 12 pas.
- L'éléphant fait 6 pas.
- La gazelle fait 30 pas.
- Le singe fait 150 pas.

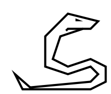
416 Serpent (1)

Énigme

Il y a dans un pré un certain nombre de loups, un certain nombre de moutons et un certain nombre de serpents.
- Chaque matin, chaque loup mange un mouton.
- Chaque midi, chaque serpent mange un loup.
- Chaque soir, chaque mouton mange un serpent.

Le soir du quatrième jour, il reste en tout et pour tout un mouton.

On demande combien d'animaux de chaque espèce il y avait au matin du premier jour.



Ce problème a été publié dans le numéro 79-80 du *Petit Archimède* (décembre 81). Il a été repris bien souvent depuis avec des scorpions, des serpents et des souris (et une seule à la fin). Dans le problème initial, il était question du quinzième jour.

Supposons avoir le vendredi matin seulement un mouton. On cherche donc le nombre de loups, de serpents et de moutons lundi matin.

Remontons le temps. Les résultats numériques correspondent aux effectifs de chaque espèce avant la mort de l'un des animaux.

Jeudi soir, le mouton a mangé un serpent.
  Il y avait donc 1 serpent et 1 mouton.
Jeudi midi, le serpent a mangé un loup.
  Il y avait donc 1 serpent, 1 loup et 1 mouton.
Jeudi matin, le loup a mangé un mouton.
  Il y avait donc 1 serpent, 1 loup et 2 moutons.

Mercredi soir, chaque mouton a mangé un serpent : il y avait donc deux serpents en plus.
  Il y avait donc 3 serpents, 1 loup et 2 moutons.
Mercredi midi, chacun des trois serpents a mangé un loup : il y avait donc trois loups en plus.
  Il y avait donc 3 serpents, 4 loups et 2 moutons.
Mercredi matin, chacun des quatre loups a mangé un mouton : il y avait donc quatre moutons en plus.
  Il y avait donc 3 serpents, 4 loups et 6 moutons.

On trouve de même les effectifs au mardi matin.
  Il y avait donc 9 serpents, 13 loups et 19 moutons.

Et enfin, les effectifs au lundi matin.
  Il y avait donc 28 serpents, 41 loups et 60 moutons.

Complément
On note ℓ, m et s les nombres respectifs de loups, de moutons et de serpents à un matin donné et ℓ', m' et s' les effectifs au matin suivant.

On a :

$$\begin{cases} \ell' = \ell - s \\ m' = -\ell + m \\ s' = \ell - m + s \end{cases}$$

D'où l'on tire :

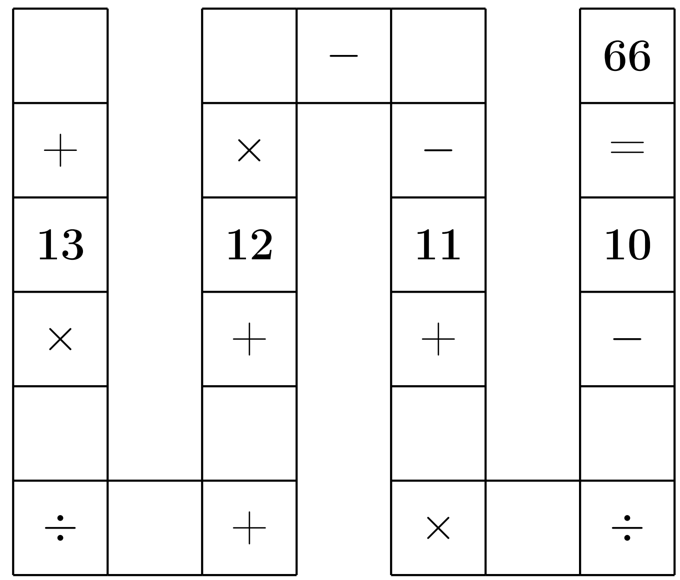
$$\begin{cases} \ell = \ell' + m' + s' \\ m = \ell' + 2\,m' + s' \\ s = m' + s' \end{cases}$$

En partant de $\ell' = 0$, $m' = 1$ et $s' = 0$, on retrouve les résultats donnés.

417 Serpent (2)

Énigme

Neuf cases sont à remplir avec des chiffres de 1 à 9 (qu'il ne faut utiliser qu'une fois chacun).
En ajoutant, multipliant, soustrayant et divisant au fur et à mesure (en suivant l'ordre des opérations –multiplications et divisions en priorité), on doit arriver à 66.



Ce problème a circulé sur l'e-toile sous le titre « Saurez-vous résoudre ce problème de maths vietnamien donné à des enfants de 8 ans ? »

Deux solutions possibles (les facteurs 7 et 8 peuvent de plus être commutés) :

5		2	−	1		66
+		×		−		=
13		12		11		10
×		+		+		−
9		6		7		4
÷	3	+		×	8	÷

6		2	−	1		66
+		×		−		=
13		12		11		10
×		+		+		−
9		5		7		4
÷	3	+		×	8	÷

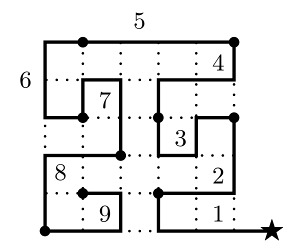
418 Serpent (3)

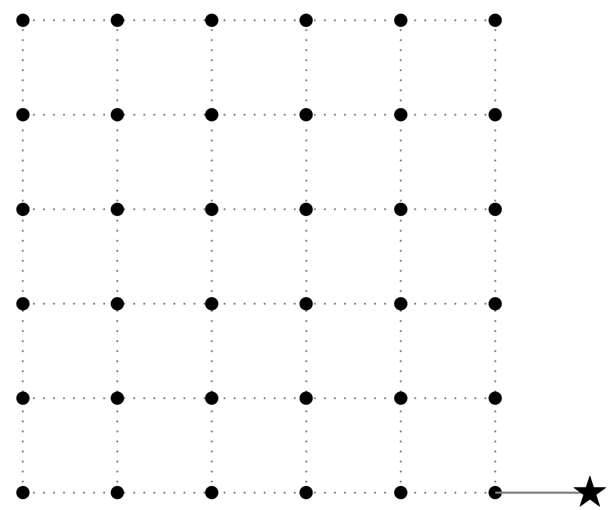
Énigme

En partant de l'étoile, il s'agit, en suivant les lignes du quadrillage, de passer par les 36 intersections du réseau quadrillé, sans passer deux fois par la même.
Cela serait enfantin sans la contrainte suivante : quel que soit l'itinéraire choisi, celui-ci est toujours composé de 36 segments-unités et peut être donc décomposé en 9 sections successives de 4 segments chacune.

Trouver un itinéraire pour lequel les 9 sections sont toutes différentes, que ce soit par rotation ou par retournement.

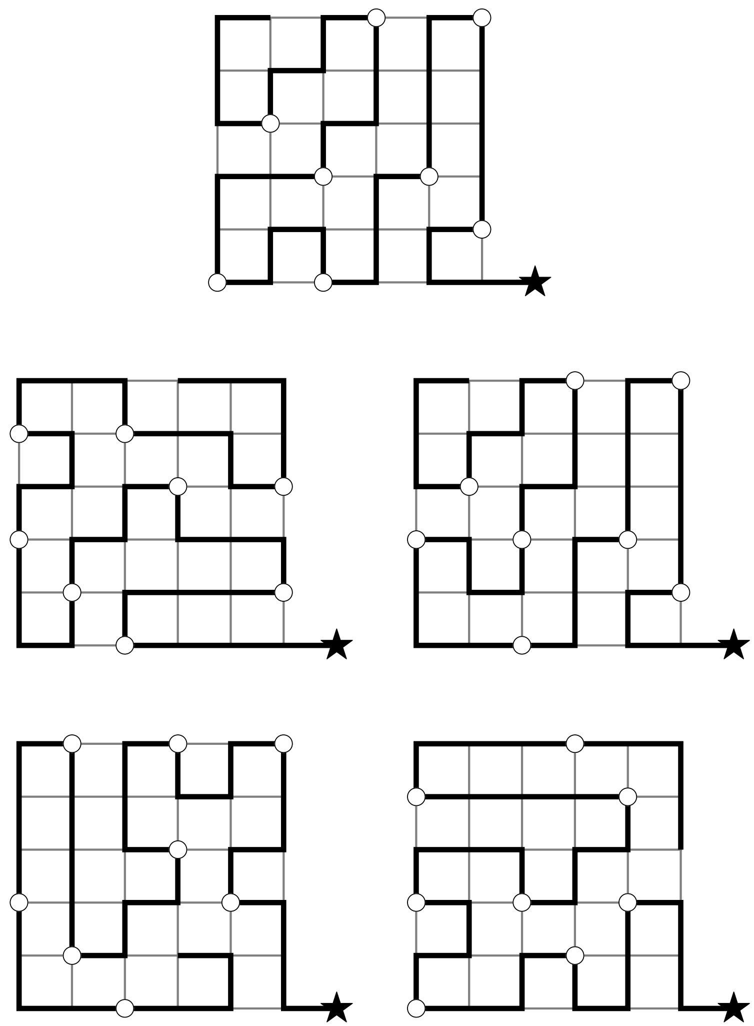
Ce qui n'est pas le cas avec l'exemple ci-contre : en effet, les sections 2 et 8 sont identiques, de même que les sections 7 et 9. Des cinq solutions existantes, la solution idéale est celle pour laquelle le passage d'une section à la suivante s'opère par un changement de direction, comme pour le passage de 1 à 2 ou de 2 à 3, contrairement à de 3 à 4.





« Le serpent », *Jeux mathématiques*, Tangente, n° 74, Avril-mai 2000

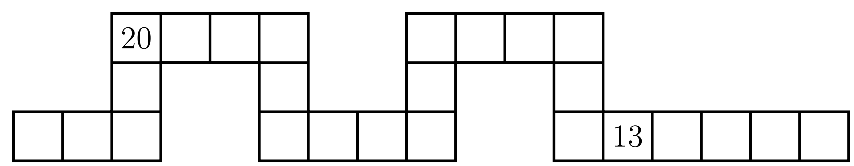
Les cinq solutions possibles (la première vérifie la règle de perpendicularité) :



419 Serpent (4)

Énigme

Écrivez un nombre de 1 à 25 dans chaque case du serpent. Les nombres 13 et 20 sont déjà placés et tous les autres nombres doivent être utilisés une seule fois. La somme des deux nombres écrits dans deux cases voisines (se touchant par un côté, mais pas seulement par un coin) doit toujours être le carré d'un nombre entier.



« Le serpent de l'année », quart de finale de la $27^{\text{ème}}$ édition du concours de l'AQJM, n$^{\text{o}}$ 13

Trois solutions :

		20	5	11	25			3	22	14	2					
		16			24			6			23					
18	7	9			1	8	17	19			13	12	4	21	15	10

		20	5	11	25			10	15	21	4					
		16			24			6			12					
18	7	9			1	8	17	19			13	23	2	14	22	3

		20	5	11	25			10	15	21	4					
		16			24			6			12					
18	7	9			1	8	17	19			13	3	22	14	2	23

420 Serpent (5)

Énigme

Une exposition sur les serpents comprend neuf salles, chacune en communication avec ses voisines.
César est entré, a visité toutes les salles puis est ressorti.
On a indiqué sur la figure le nombre de ses passages dans huit salles.
(Chaque entrée dans une salle compte pour un passage dans cette salle)

Sortie

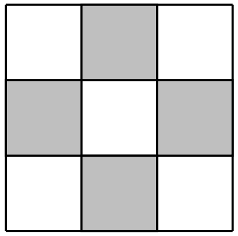
3	7	8
2	?	6
1	5	4

Entrée

Combien de fois César est-il passé par la casse centrale ?

D'après « Le visiteur », Rallye mathématique de Bourgogne, 2de-1re-Tle, 1998

Désignons deux types de salles, comme sur la figure : les salles « blanches » et les salles « grisées ».



Notons par un parcours quelconque
- x le nombre de passages au total dans une salle blanche ;
- y le nombre de passages au total dans une salle grisée.

Il est clair que chaque changement de salle amène le visiteur d'une salle blanche dans une salle grisée ou d'une salle grisée dans une salle blanche.
Ainsi le visiteur traverse autant de salles blanches que de salles grisées juste avant d'atteindre la salle par laquelle il sort... et qui est blanche.
Donc $x = y + 1$.

Si n est le nombre de passages dans la case centrale, on en déduit :

$$n + (1 + 4 + 8 + 3) = (7 + 2 + 5 + 6) + 1$$

Par conséquent :

$$n = 5$$

César est passé cinq fois par la case centrale.

421 Singe (1)

Énigme

Un singe tape au hasard sur un clavier, qui comporte 50 touches.
Le choix d'une lettre ne dépend pas des lettres précédentes.

Quelle est la probabilité qu'il écrive le mot « banane » dans un bloc de 6 lettres ?

En tapant au hasard, il y a une chance sur 50 que la première lettre tapée soit « b » ; de même, il y a une chance sur 50 que la deuxième lettre tapée soit « a », et ainsi de suite.

Ces événements sont indépendants : la probabilité de taper « banane » vaut $\left(\frac{1}{50}\right)^6$.

422 Singe (2)

Énigme

Un jour, cinq marins et un singe accostèrent sur une île déserte, et cueillirent des bananes.
La nuit venue, un marin se réveilla, donna une banane au singe et cacha la moitié du reste des bananes.
Plus tard, un deuxième marin se réveilla, donna 2 bananes au signe, et cacha les 2/3 du reste des bananes.
Encore plus tard, un troisième marin se réveilla, donna 3 bananes au signe, et cacha les 3/4 du reste.
Le quatrième marin donna 4 bananes au signe, et cacha les 4/5 du reste.
Finalement, le dernier marin, après un don de 5 bananes au goinfre simiesque, cacha 5/6 des bananes.
Le lendemain matin, les 5 marins et le singe se partagèrent également le reste des bananes.

Combien (au moins) avaient-ils cueilli de bananes ?

« Banana split », 5ème Championnat de France de Jeux Mathématiques et Logiques, 1991

Désignons par X le nombre minimum de bananes cueillis par les 5 marins et leur mascotte le premier jour.
On suppose bien sûr qu'à aucun moment une banane ne peut être coupée.
X sera bien le nombre minimum de bananes si, le lendemain matin, il reste exactement 6 bananes, c'est-à-dire une pour chaque marin et une pour le singe.
Nous avons alors :

$$\cfrac{\cfrac{\cfrac{\cfrac{\cfrac{X-1}{2}-2}{3}-3}{4}-4}{5}-5}{6}=6$$

ce qui nous donne :

$$X=((((6\times 6+5)\times 5+4)\times 4+3)\times 3+2)\times 2+1=5\,039$$

Le nombre de bananes cueillies le premier jour est donc égal à 5 039.

423 Singe (3)

Énigme

Sur une rive du fleuve, il y a 3 humains, 1 grand singe, 2 petits singes et 1 barque.
Les humains et le grand singe sont capables de manœuvrer la barque, pas les petits singes.
La barque peut convenir à 1 ou 2 occupants.
De plus, il ne faut pas que les humains soient en infériorité numérique, sinon ils se font attaquer par les singes.

Comment emmener tout ce petit monde de l'autre côté du fleuve ?

Notations :

H : humain, S : grand singe, s : petit singe.

Une solution optimale est composée de 13 trajets.
En voici une, ci-dessous.

Comme il y a deux possibilités pour l'étape 1 et par suite l'étape 2 (S et s traversent puis S revient OU H et s traversent puis H revient), et deux possibilités pour l'étape 12 et par suite l'étape 13 (S revient puis S et s traversent OU H revient puis H et s traversent), on obtient un total de 4solutions optimales.

	Étapes	Rive 1	Rive 2
0.		HHH S ss	
1.	S et s traversent	HHH s	S s
2.	S revient	HHH S s	s
3.	S et s traversent	HHH	S ss
4.	S revient	HHH S	ss
5.	h et h traversent	H S	HH ss
6.	h et s reviennent	HH Ss	H s
7.	h et S traversent	H s	HH S s
8.	h et s reviennent	HH ss	H S
9.	h et h traversent	ss	HHH S
10.	S revient	Sss	HHH
11.	S et s traversent	s	HHH S s
12.	S revient	S s	HHH s
13.	S et s traversent		HHH S ss

424 Singe (4)

Énigme

Dans la première allée du zoo, il y a quatre niches situées respectivement aux numéros 1, 2, 3, 4 et disposées en ligne dans cet ordre.
Dans chacune de ces niches vit un animal.

- Il y a un singe.
- Au numéro 3 habite un chien.
- Petitpois occupe la niche n° 2.
- Loukoum habite la niche verte.
- La niche n° 1 est jaune.
- Un lapin habite la niche rouge.
- Les niches bleue et jaune ne sont pas voisines.
- Groumpf n'a qu'un voisin : un chien.
- Le chat s'appelle Slurp.

À quel numéro demeure le singe et quel est son nom ?

« Les niches », Rallye mathématique de l'Allier, Manche finale, 2007-2008

On peut remplir un tableau, petit à petit :

Numéro	1	2	3	4
Animal	Chat	Lapin	Chien	Singe
Nom	Slurp	Petitpois	Loukoum	Groumpf
Couleur	Jaune	Rouge	Verte	Bleue

Le singe habite dans la niche n° 4 et il s'appelle Groumpf.

425 Singe (5)

Énigme

Des singes s'amusaient. De la troupe bruyante,
Un huitième au carré gambadait dans les bois,
Douze criaient tous à la fois
Au haut de la colline verdoyante.

Combien d'êtres comptaient la caste remuante ?

Ce problème est extrait du *Lilavati* (recueil mathématique que l'hindou Bhaskara, au douzième siècle, dédia à sa fille) et a été traduit par L. Rodet en 1878.

Si l'on désigne par s le nombre de singes, on a :

$$\left(\frac{s}{8}\right)^2 + 12 = s$$

Ou encore :

$$\frac{s^2}{64} + 12 = s$$

Ou encore :

$$s^2 - 64\,s + 768 = 0$$

Le discriminant de cette équation du second degré est :
$\Delta = (-64)^2 - 4 \times 768 = 1\,024$.
$\Delta > 0$: l'équation a donc deux racines.
Elles valent $s_1 = \dfrac{-(-64) - \sqrt{1024}}{2} = 16$ et $s_2 = \dfrac{-(-64) + \sqrt{1024}}{2} = 48$.
Ces deux racines sont positives et entières et donc toutes deux acceptables.

La caste comporte 16 ou 48 singes.

426 Souris (1)

Énigme

Une souris est à vingt pas de son trou.
Un chat est à cinq bonds de la souris.
Pendant que le chat fait un bond, la souris fait trois pas et un bond de chat a la même longueur que dix pas de la souris.

Le chat rattrapera-t-elle la souris ?

Le chat se trouve à 50 pas de la souris.

À chaque étape, la souris fait 3 pas et le chat, 10.

Après le premier bond, la souris est à $20 - 3 = 17$ pas de son trou et le chat, à $50 - 10 + 3 = 43$ pas de la souris.

Au second bond, la souris est à $17 - 3 = 14$ pas de son trou et le chat à $43 - 10 + 3 = 36$ pas de la souris.

À chaque bond du chat, la distance de souris à son trou diminue de 3 pas et la distance du chat à la souris diminue de $10 - 3 = 7$ pas.

On peut dresser le tableau suivant, donnant les distances en pas...

	... de la souris à son trou	... du chat à la souris
1er bond	17	43
2ème bond	14	36
3ème bond	11	29
4ème bond	8	22
5ème bond	5	15
6ème bond	2	8

La souris aura donc (de justesse !) le temps de rentrer dans son trou.

427 Souris (2)

Énigme

John le fermier a de nombreux sacs de blé et 8 chats gloutons.
Mais son grenier recèle aussi d'énormes souris voraces.
Chacune de ces souris est capable de dévorer, en une nuit, le quart d'un sac de blé.
Mais ces souris sont intelligentes et économes, et jamais elles n'entameraient un nouveau sac de blé avant que les sacs entamés ne soient entièrement mangés.
Toutefois, heureusement pour John, tous les matins, chacun de ses 8 chats mange une souris.
Hier soir, on pouvait compter 40 souris.

Lorsque toutes les souris auront été mangées par les chats, combien John aura-t-il perdu de sacs de blé ?
(On supposera que John possède suffisamment de blé pour que les souris, qui ne mangent que la nuit, le fassent toujours à leur faim)

« Des souris et des sacs », Championnat des jeux mathématiques et logiques, 1995

Visionnons le film de cette aventure gloutonne.
Dans le tableau ci-dessous, les journées sont en blanc et les nuits en gris.
(S V est le nombre de souris en vie et S M le nombre de sacs mangés)

	Hier	Aujourd'hui	Demain	Après-demain	Dans 3 jours	Dans 4 jours
S V	40	32	24	16	8	0
S M	10	8	6	4	2	

Le nombre total de sacs mangés est donc égal à $10+8+6+4+2=30$ sacs de blé.

428 Souris (3)

Énigme

Á la suite d'expériences hasardeuses en laboratoire, Astrid, Bérengère et Charlotte ont hélas perdu la vue mais sont devenues en contrepartie remarquablement intelligentes.
Elles ont devant elles un sac contenant 10 morceaux de fromage, et savent qu'il y a là 3 morceaux de fromage de vache, 2 parts de fromage de chèvre, 4 bouts de fromage de brebis et 1 échantillon de fromage au lait d'ânesse. . .
Astrid prend à tâtons 3 morceaux au hasard, les mange et dit : « Je ne sais pas quel genre de fromage vous ne pourrez pas goûter. »
Bérengère saisit à son tour 3 morceaux, les avale et s'exclame : « Je ne peux pas te dire quel type de fromage tu ne pourras pas déguster, Charlotte ! »
Charlotte prend alors 3 morceaux et, après les avoir grignotés, dit : « non seulement je sais quelle sorte de fromage il reste au fond du sac, mais je sais aussi précisément ce que chacune d'entre vous a mangé. »

Quels fromages ont mangé respectivement Astrid, Bérengère et Charlotte ?

« Les souris dégustent ! », `http://www.mathsaharry.com/`

Notons A le fromage au lait d'ânesse, B une part de fromage de brebis, C une part de fromage de chèvre et V une part de fromage de vache. Puisque ni Astrid, ni Bérengère ne pouvait dire quelle sorte de fromage les autres ne pourraient pas manger, aucune des deux n'a mangé ni A, ni 2 C, ni 3 V. Les possibilités restantes, pour chacune des deux indépendamment, sont donc C + V + V, C + V + B, C + B + B, V + V + B, V + B + B ou B + B + B. Charlotte est capable de dire ce que chacune des deux a mangé et non pas les deux ensemble. En supposant par exemple qu'Astrid ait mangé C + V + V et Bérengère C + V + B (ce qui est techniquement possible), Charlotte pourrait tout aussi bien penser que c'est Bérengère qui a mangé C + V + V, et Astrid C + V + B ! Vu les rôles indépendants et similaires que jouent Astrid et Bérengère, le seul cas où Charlotte peut savoir ce que chacune des deux a mangé est lorsque Astrid et Bérengère ont mangé la même chose ! Regardons ce qui reste dans ces différents cas.

Astrid et Bérengère ont mangé :	Il reste pour Charlotte :
2 × (C + V + V)	Impossible : il n'y a que 3 V
2 × (C + V + B)	V + B + B + A (1)
2 × (C + B + B)	V + V + V + A (2)
2 × (V + V + B)	Impossible : il n'y a que 3 V
2 × (V + B + B)	V + C + C + A (3)
2 × (B + B + B)	Impossible : il n'y a que 4 B

Cas (1). Il correspond au cas où Astrid et Bérengère ont mangé chacune C + V + B, mais il y a d'autres possibilités : Astrid a mangé C + V + V et Bérengère C + B + B, ou l'inverse ! Donc, dans le cas (1), Charlotte ne pourra pas dire avec certitude ce que chacune des deux a mangé.

Cas (3). De même, il y a d'autres possibilités : Astrid pourrait avoir mangé V + V + B et Bérengère B + B + B, ou l'inverse. Donc dans ce cas non plus Charlotte ne pourrait pas conclure.

Cas (2). Astrid et Bérengère ont forcément mangé un et un seul C, sinon l'autre aurait mangé 2 C et aurait pu dire ce que les autres ne pourraient pas manger. Chacune des deux a donc mangé (C, *, *), et, comme il reste 4 B à répartir, chacune a donc mangé (C, B, B). C'est la seule solution possible, et le seul cas où Charlotte soit en mesure de conclure. Le fromage restant est forcément le fromage au lait d'ânesse. En effet, Charlotte sait que, de toute façon il reste A parmi les 4 fromages restants (sinon Astrid et Bérengère auraient répondu différemment). Supposons que Charlotte ait tiré (A, V, V). Dans ce cas, elle n'aurait pas pu avoir de certitude quant au fromage restant, qui aurait pu être V, mais aussi B ou C ce qui mettrait à bas toute la théorie précédente, puisque, pour pouvoir conclure, les quatre fromages restants doivent être nécessairement (V, V, V, A) ! Elle a donc forcément tiré (V, V, V).
Astrid a mangé 1 fromage de chèvre et 2 fromages de brebis ; Bérengère a mangé 1 fromage de chèvre et 2 fromages de brebis ; Charlotte a mangé 3 fromages de vache ; il reste le fromage au lait d'ânesse.

429 Souris (4)

Énigme

Pour l'anniversaire de son chat Oscar, Julie a acheté 500 souris mécaniques.
Bien sûr, Oscar n'en avait pas besoin d'autant, mais il y avait une promotion !
Et, pour les différencier, elle a nommé chaque souris avec 2 lettres, la première se nommant « AA », la deuxième « AB », la troisième « AC », la vingt–sixième « AZ », les suivantes « BA », « BB », « BC » et ainsi de suite.

Mais quelles sont les lettres inscrites sur la 500$^{\text{ème}}$ souris ?

« Le chat et les souris », http://www.mathsaharry.com/

Commençons par remarquer qu'on change de première lettre toutes les 26 souris...
La 26$^{\text{ème}}$ souris est nommé AZ, la 52$^{\text{ème}}$ (2×26) se nommera BZ, la 78$^{\text{ème}}$ (3×26) se nommera CZ, et ainsi de suite.

Or $500 = 19 \times 66 + 6 = 494 + 6$. Donc la 494$^{\text{ème}}$ souris se nommera SZ, puisque S est la 19$^{\text{ème}}$ lettre de l'alphabet.

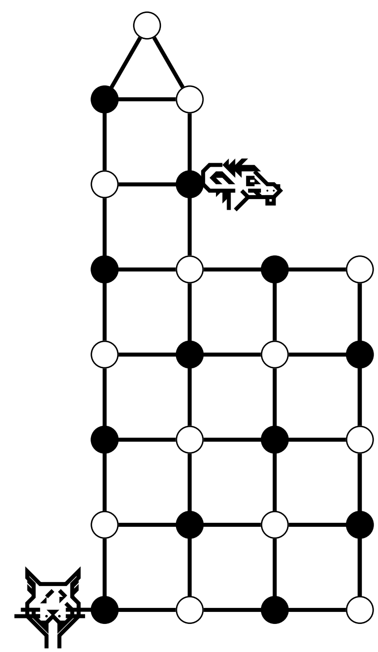
La 495$^{\text{ème}}$ se nommera TA, la 496$^{\text{ème}}$, TB, la 497$^{\text{ème}}$, TC, la 498$^{\text{ème}}$, TD, la 499$^{\text{ème}}$, TE... et la 500$^{\text{ème}}$, TF.

430 Souris (5)

Énigme

La grille ci-dessous est un assemblage de carrés et d'un triangle.
Leurs sommets portent des cases en forme de disques.
Au départ, le chat et la souris occupent les cases indiquées sur la figure.
Ils vont se déplacer sur cette grille, chacun à son tour, passant chaque fois d'une case à une case voisine le long d'un segment de droite.
Le chat avancera le premier.
Il veut attraper la souris.
Il pourra la manger dès qu'il se trouvera sur la même case qu'elle.

Quelle stratégie le chat doit-il suivre pour être sûr de pouvoir manger la souris ? Expliquer.



« Grille-souris », Mathématiques sans frontières, Académie de Strasbourg, 2007

Au début de jeu, la souris a le temps de quitter la tour, où elle est en danger.

Elle descend donc dans le rectangle pendant que le chat se rapproche.

On observe que les cases sont alternativement sombres ou claires.

Si le chat se déplace dans le rectangle, la souris répond toujours en allant sur une case de la même couleur que la sienne.

Elle pourra ainsi se maintenir à une distance de sécurité, restant sur une case diagonalement opposée à celle du chat dans un carré.

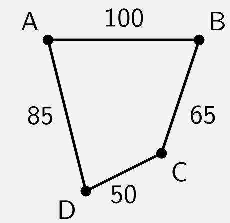
Pour changer cette alternance des couleurs, le chat doit aller au sommet de la tour pour passer successivement sur 2 cases claires.

Au retour, il sera maître du jeu et pourra repousser la souris dans un coin, avant de la croquer.

431 Souris (6)

Énigme

Chaque nuit, quatre mignonnes souris blanches nommées A, B, C et D dorment dans leur cage.
Elles sont étendues chacune dans leur litière.
La distance entre chaque litière en sourimètres est indiquée.



Le lundi, la souris A reçoit les trois autres chez elle.
Le mardi, c'est la B qui reçoit ; le mercredi, c'est au tour de la C ; le jeudi, c'est la D.

Quel jour de la semaine la distance parcourue par les trois voyageuses sera-t-elle la plus courte ?

« Souris blanches », http://recreomath.qc.ca/

Vers A, la distance minimale est de 100 + 135 + 85 = 320 sourimètres.

Vers B, elle est de 65 + 115 + 100 = 280 sourimètres.

Vers C, elle est de 50 + 65 + 135 = 250 sourimètres.

Vers D, elle est aussi de 85 + 50 + 115 = 250 sourimètres.

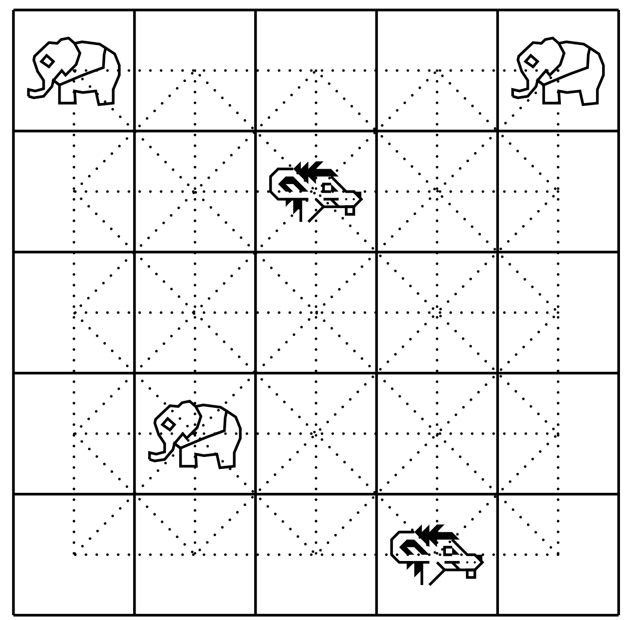
La distance parcourue est la plus courte le mercredi et le jeudi.

432 Souris (7)

Énigme

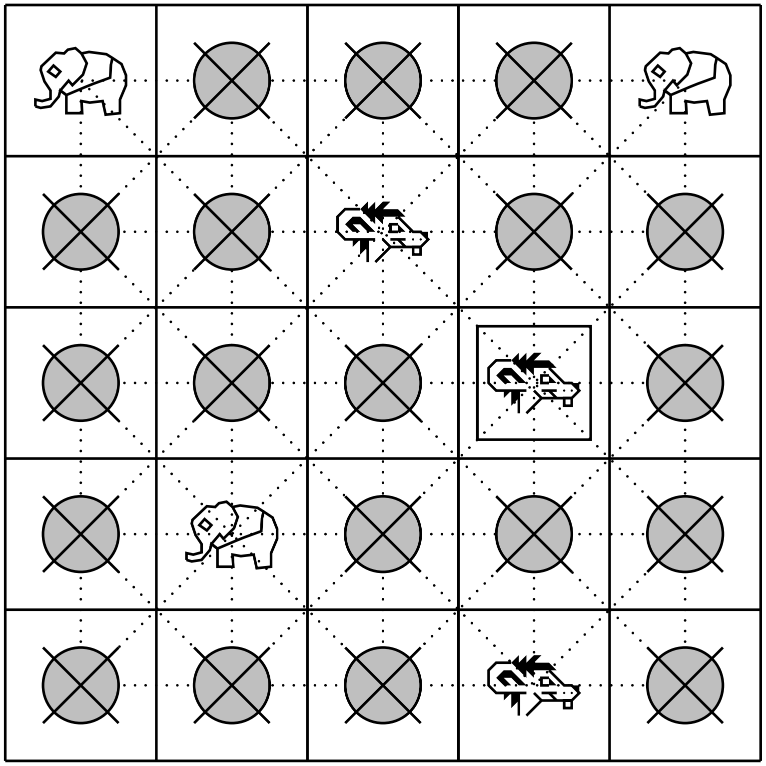
Le jeu suivant se joue à deux.
Le premier joueur possède des éléphants, le second joueur possède des souris.
On peut placer son animal dans une case à condition que les éléphants et les souris ne se voient ni à l'horizontale, ni à la verticale, ni en diagonale (un éléphant peut voir un éléphant mais pas une souris, une souris peut voir une souris mais pas un éléphant).
On ne déplace pas un animal déjà posé sur le plateau, on ne peut pas mettre deux animaux sur la même case.
Un joueur gagne si son adversaire ne peut plus jouer.
C'est au tour du joueur des souris.

Où peut-il placer son troisième rongeur ?
Qui va gagner ?



« Gare aux souris », Rallye mathématique Poitou-Charente, 3ème, 2013

On élimine toutes les cases alignées avec un éléphant (ronds grisés).



Il ne reste qu'une case pour placer la souris (souris encadrée).

On élimine alors toutes les cases alignées avec une souris (les croix).

Il ne reste aucune case libre.

Il n'est pas possible de placer un autre éléphant.

C'est donc le joueur possédant les souris qui a gagné.

433 Souris (8)

Énigme

Sur l'étagère de la cave se trouvent des morceaux de gruyère identiques.
Trois souris, une petite, une de taille moyenne, et une grosse, viennent régulièrement dans cette cave pour grignoter le gruyère dont elles raffolent.
La petite souris dévore un morceau en un quart d'heure.
La souris de taille moyenne dévore un morceau en 7 min 30 s.
La grosse souris, la plus gourmande, dévore un morceau en 5 min.
Hélas, un jour, il ne reste plus qu'un seul morceau de gruyère en tout identique à ceux toujours entreposés.
Les trois souris se précipitent en même temps sur ce morceau pour le dévorer.
Chaque souris mange à son rythme habituel.

Combien de temps faudra-t-il aux trois souris pour dévorer entièrement ce morceau de gruyère ?

« Miam-miam », Compétition Mathématiques Sans Frontières, Épreuve de découverte, 2015

En une heure, la petite souris mange l'équivalent de $60 \div 15 = 4$ morceaux.
En une heure, la moyenne souris mange l'équivalent de $60 \div 7{,}5 = 8$ morceaux.
En une heure, la grosse souris mange l'équivalent de $60 \div 5 = 12$ morceaux.

Par conséquent, en une heure, les trois souris mangent ensemble l'équivalent de $4 + 8 + 12 = 24$ morceaux.

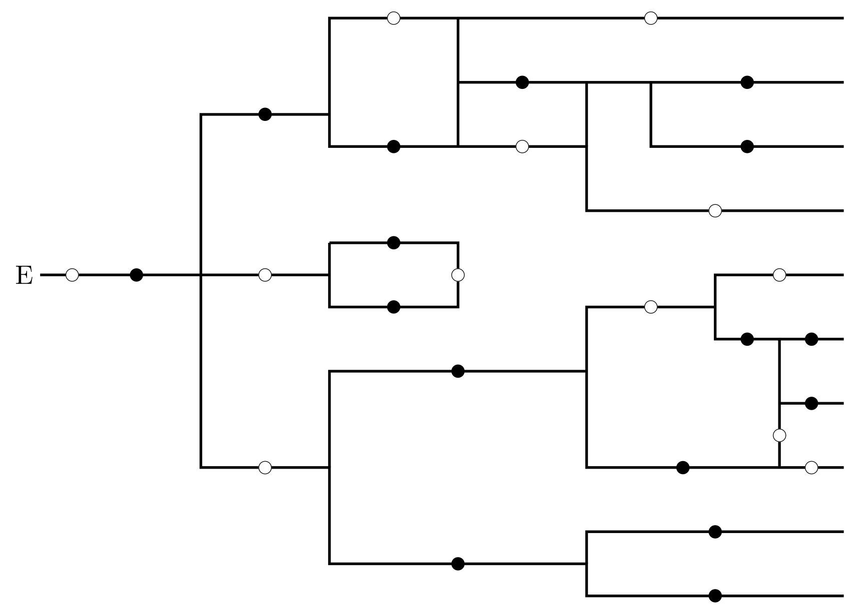
Donc pour manger ensemble un morceau, il leur faudra $1/24$ h, soit 2 minutes et 30 secondes.

434 Souris (9)

Énigme

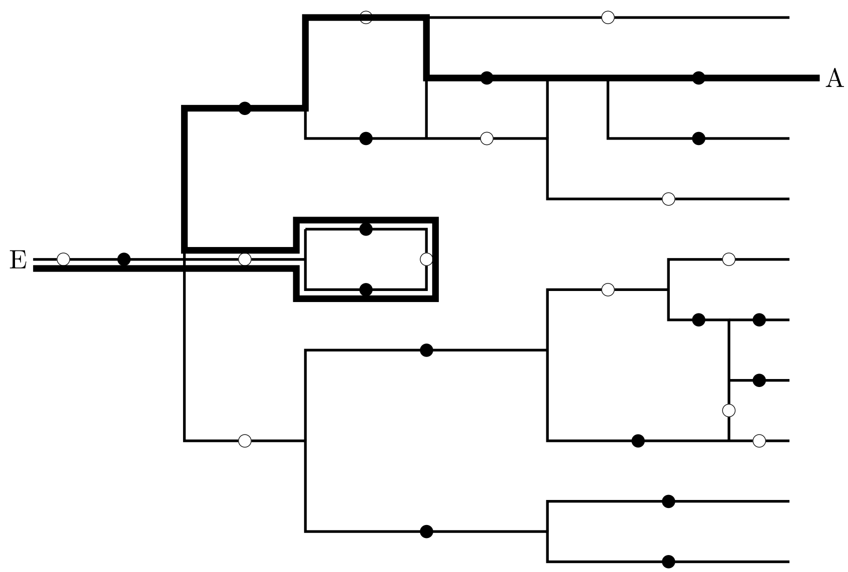
Dans un laboratoire, des chercheurs testent un certain apprentissage sur des souris.
Les souris doivent traverser un réseau de couloirs avant de sortir.
Dans ce réseau, toutes les portes sont automatiques.
Au départ, toutes les portes marquées d'un rond blanc sont ouvertes, toutes celles marquées d'un rond noir sont fermées.
Chaque fois qu'une souris passe une porte ouverte, toutes les portes ouvertes se referment aussitôt et toutes les portes fermées s'ouvrent.

Trouve le chemin que doit prendre une souris pour sortir.



D'après « Les portes logiques », Rallye mathématique de l'IREM Paris-Nord, 2015

Pour sortir du dédale, il faut utiliser la boucle centrale. Cela permet d'emprunter le chemin de gauche et de trouver la sortie.



435 Souris (10)

Énigme

Ça y est, deux souris ont envahi ce matin l'armoire à provisions !
Très affairées à piller les réserves, elles sont aussi très organisées : Grisette ouvre les « sachets fraîcheur » de trois biscottes et Roussette, les paquets contenant quatre tranches de gouda.
Ce que les souris préfèrent, ce sont les « canapés » : une tranche de fromage sur une biscotte.
Grisette suggère à sa comparse d'échanger biscottes contre fromage.
« D'accord, mais deux biscottes contre une tranche de fromage », dit Roussette, pas prêteuse.
Et les échanges vont bon train : deux biscottes pour une tranche de fromage ou une tranche de fromage contre deux biscottes, chaque souris n'ouvrant un nouveau sachet que s'il est indispensable à son appétit ou à une transaction.
À la fin de la matinée, rassasiées par les canapés engloutis, elles arrêtent leur manège.
Il reste alors à Roussette quelques biscottes mais plus aucune tranche de fromage et à Grisette quelques tranches de fromage mais plus aucune biscotte.
Plus tard, commentant son indigestion, Grisette se justifie : « Que voulez-vous, à tout moment, il manquait du fromage pour aller sur mes biscottes ou des biscottes pour soutenir mon fromage. »

Grisette ment-elle ?
Combien lui restait-il de tranches de fromage à la fin de la matinée ?

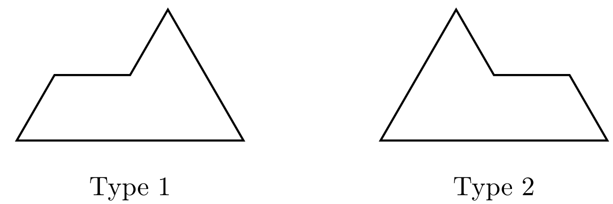
« Le festin des souris », *Jeux mathématiques du* Monde, Problème n° 418 du 01/03/2005

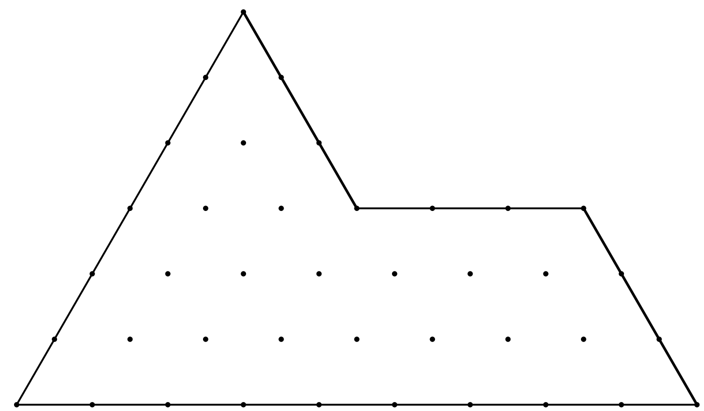
Il suffit de s'intéresser à la différence « Nombre de biscottes – nombre de tranches de fromage » possédées par Grisette.
Cette différence, strictement positive avant le premier échange (elle est égale à 3 à l'ouverture du premier sachet), augmente de 3 à chaque ouverture de sachet et diminue de 3 à chaque échange.
Quand il ne reste plus de biscotte, c'est qu'elle est égale à -3 (au-delà, il y aurait eu une ouverture ou un échange inutile).
De plus, pour passer de $+3$ à -3, c'est qu'elle a transité par 0 au bout d'un nombre entier d'échanges.
Autrement dit, à un moment donné, elle avait autant de biscottes que de tranches de fromage.
Par conséquent, elle ment et, de plus, il reste donc à Grisette trois tranches de gouda.

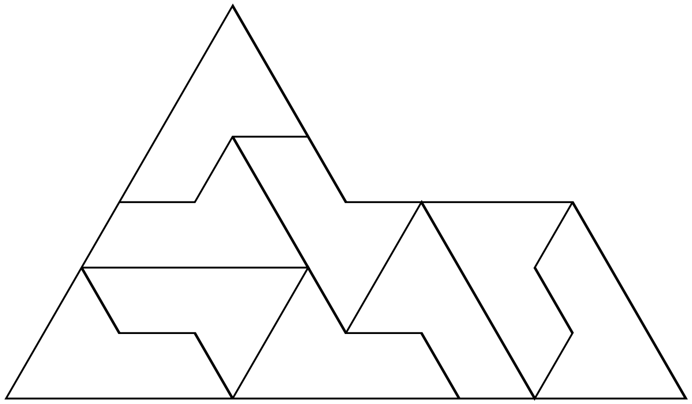
436 Sphinx (1)

Énigme

À l'aide de neuf pièces du type 1 ou du type 2, recouvrir exactement le Sphinx. (Les pièces peuvent être éventuellement tournées)







437 Sphinx (2)

Énigme

Vous voici arrivés à un croisement, d'où partent deux chemins ; un chemin vous mènera au paradis, alors que l'autre vous conduira inexorablement en enfer.
Devant chacun de ces deux chemins se trouve un sphinx ; ceux-ci savent vers où accèdent ces deux routes.
Vous n'avez pas oublié que l'un des deux sphinx ment toujours et que l'autre dit toujours la vérité.

Comment, en posant une seule question, serez-vous sûr d'aller au paradis ?

Il faut demander à l'un des sphinx : « Que répondrait l'autre sphinx à la question : « Où se trouve le chemin du paradis ? »

Appelons A le sphinx auquel il pose la question et B l'autre.
Examinons maintenant les deux seules possibilités suivantes.

- A dit la vérité et B ment.
  A va demander à B le chemin du paradis, qui va lui donner en retour le chemin de l'enfer.
- A ment et B dit la vérité.
  A va demander à B le chemin de l'enfer, qui va lui donner en retour le chemin de l'enfer.

Dans les deux cas sera indiqué le chemin de l'enfer.

Il vous donc prendre l'autre chemin !

Voici une autre question possible pour laquelle les deux sphinx n'ont pas besoin de savoir si l'autre ment ou pas : « Si je t'avais demandé, il y a une minute, où est la porte du paradis, que m'aurais-tu répondu ? ». Celui qui dit la vérité dira encore la vérité et le menteur dira un mensonge sur son mensonge, ce qui équivaut à dire la vérité !

438 Sphinx (3)

Énigme

Le Sphinx de cette partie du monde a décidé de mentir 6 jours sur 7 ! Pour pouvoir passer vous devez lui donner le nom du jour où il ne ment pas.
Pour ce faire, vous avez le droit (et le devoir) de passer 3 jours de suite où il vous délivre à chaque fois une indication permettant de déterminer quel est le jour où il dit la vérité.
Durant ces trois jours, le sphinx dit successivement :
Jour 1 : « Je mens le lundi et le mardi.
Jour 2 : — Aujourd'hui, nous sommes soit jeudi, soit samedi, soit dimanche.
Jour 3 : — Je mens le mercredi et le vendredi. »

Quel est donc ce jour où le Sphinx dit la vérité ?

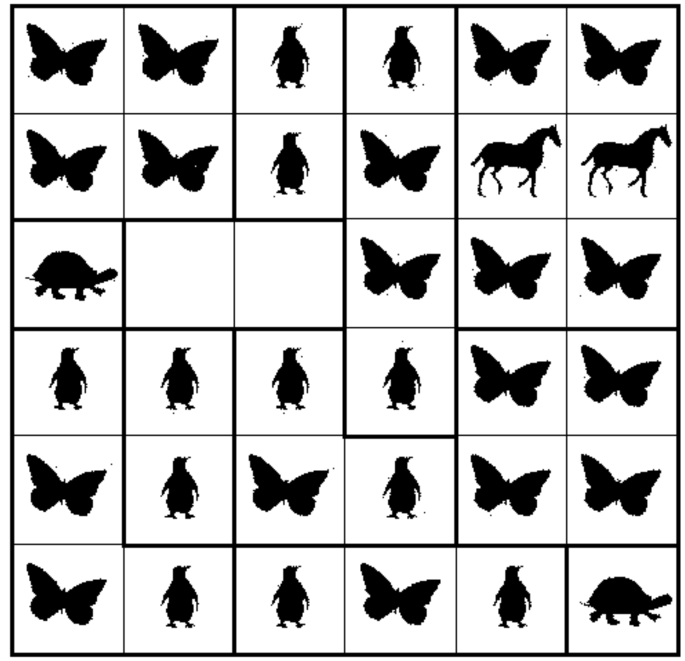
- Supposons que le premier jour soit un lundi. Alors, si le sphinx ment le lundi, sa première phrase est fausse, et il ne ment donc pas le mardi. Mais ceci contredit la phrase dite le jour 2 (le mardi), qui est la vérité. S'il dit la vérité le lundi, on obtient une contradiction avec la première phrase. Il est donc impossible que le jour 1 soit un lundi.
- Supposons que le premier jour soit un mardi. Comme ci-dessus, le sphinx ne peut pas dire la vérité le mardi, donc il ment et il dit la vérité le lundi. Oui, mais le jour 3 est un jeudi, il ment et il dit donc la vérité le mercredi ou le vendredi. Comme il dit la vérité un seul jour, on a là aussi une contradiction.
- On peut répéter ainsi le raisonnement jusque…
- On fait l'hypothèse que le jour 1 est un dimanche. S'il dit la vérité, on a contradiction avec la phrase du jour 3, qui est un mensonge. Il ment donc, et il dit la vérité le lundi ou le mardi. S'il dit la vérité le lundi, on a contradiction avec la phrase 2. Il ne peut donc dire la vérité que le mardi, et on n'a pas de contradictions avec le reste (la phrase 2 est bien un mensonge, la phrase 3 est bien la vérité).

En conclusion, vous avez rencontré le sphinx le dimanche, le lundi et le mardi, et il dit la vérité uniquement le mardi.

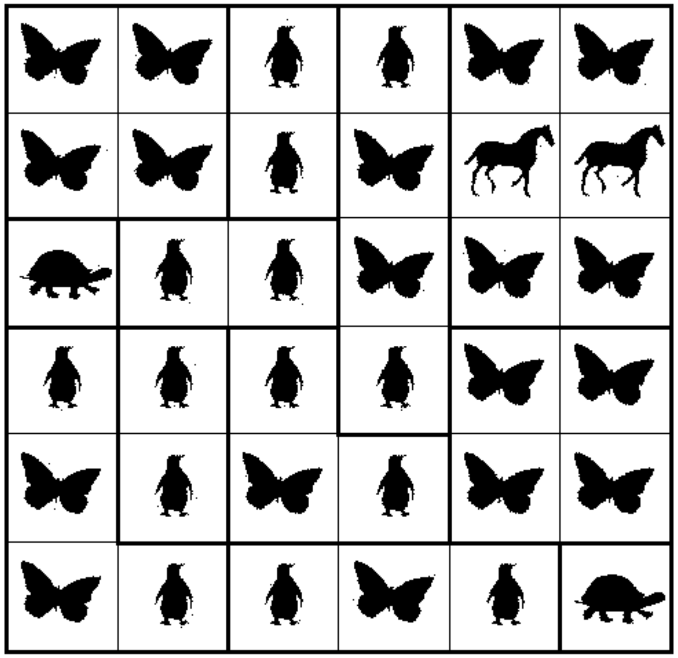
439 Tableau d'animaux

Énigme

Remplis les cases vides du tableau avec les symboles d'animaux qui conviennent !



D'après « Tableau d'animaux », *Magiques mathématiques !*, C. A. Pickover, Dunod



- Lorsqu'une case a un seul côté en trait gras, elle contient le symbole Cheval.
- Si la case a deux côtés en gras, elle contient le symbole Papillon.
- Si elle a trois côtés gras, elle contient le symbole Pingouin.
- Si les quatre côtés sont en gras, elle contient le symbole Tortue.

440 Têtard

Énigme

Papa crapaud lâche ses têtards au centre d'un tourniquet (circulaire) en mouvement.
À l'arrêt, ils les retrouvent tous sur la circonférence qui mesure 4,80 m, certains étant espacés de 40 cm et les autres de 60 cm.

Combien y a-t-il de têtards sur ce tourniquet sachant qu'aucun ne se trouve diamétralement opposé à un autre ?

« La révolution des têtards », Rallye mathématique d'Aquitaine, 2013

La circonférence du tourniquet est égale à 480 cm.

Les têtards sont espacés de 40 cm ou 60 cm.

On désigne par n le nombre d'intervalles de 40 cm et par p le nombre d'intervalles de 60 cm.

Cherchons n et p tels que :

$$40 \times n + 60 \times p = 480$$

Deux têtards ne doivent pas être diamétralement opposés. Parmi les solutions de l'équation précédente, il faut éliminer celles où deux têtards seraient distants de 240 cm.

Examinons les cinq possibilités :

1. $480 = 40 \times 12 + 60 \times 0$
Incompatible avec la condition « 2 têtards non diamétralement opposés ».

2. $480 = 40 \times 9 + 60 \times 2$
Il y a 11 têtards sur le tourniquet.

3. $480 = 40 \times 6 + 60 \times 4$
Incompatible avec la condition « 2 têtards non diamétralement opposés ».

4. $480 = 40 \times 3 + 60 \times 6$
Il y a 9 têtards sur le tourniquet.

5. $480 = 40 \times 0 + 60 \times 8$
Incompatible avec la condition « 2 têtards non diamétralement opposés ».

Il y a deux solutions : 9 ou 11 têtards.

441 Tigre

Énigme

Dans chacune des deux opérations cryptées par les lettres suivantes, chaque lettre correspond à un seul chiffre, un chiffre correspond à une seule lettre et aucun nombre ne commence par 0.

Déterminer l'unique solution de ce cryptarithme.

$$\begin{array}{ccccccc} & & T & I & G & R & E \\ + & L & I & O & N & N & E \\ \hline = & T & I & G & R & O & N \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} & C & H & E & V & A & L \\ + & & V & A & C & H & E \\ \hline = & O & I & S & E & A & U \end{array}$$

On a $E+E=N$ ou $E+E=N+10$. Donc N est pair.
On a $T=L+1$ et $I+T \geqslant 10$ pour avoir une retenue. De plus, on doit avoir $I+T=I$ ou $I+T+1=I+10$ (cas avec une retenue). Comme T est non nul, on a donc : $L=8$ et $T=9$.
De plus, $O+I$ est supérieur ou égal à 10 (pour avoir une retenue), et donc, puisqu'ils sont tous deux inférieurs ou égaux à 7 (8 et 9 sont pris), on a : $G \leqslant 4$, $I \geqslant 3$ et $O \geqslant 3$.
Des points précédents, on déduit : $N \in \{\,0, 2, 4, 6\}$.
On va maintenant discuter suivant les valeurs possibles de N et de E.

- Si $N=0$ et $E=5$, alors on a $G=R$, ce qui est impossible.
- Si $N=2$ et $E=1$, alors on a $2+R=O$, $2+G=R$ et $O+I=10+G$, et donc $I=6$. Puis $G=3$, $R=5$ et $O=7$. Ceci donne la solution $867\,221+96\,351=963\,572$.
- Si $N=2$ et $E=6$, alors on a $3+R=O$ (car $O \neq 0$ et $R \leqslant 7$), puis $2+G=R$ et $O+I=10+G$. On en déduit que $I=5$, puis en résolvant les 3 dernières équations, que $G=5$ et $O=6$, ce qui est impossible puisqu'on a déjà $E=6$.
- Si $N=4$ et $E=2$, alors on a $4+R=O$ (rappelons qu'on doit toujours avoir $O \geqslant 3$), puis $R=4+G$ et $10+G=O+I$. On en déduit que $I=2$, impossible !
- Si $N=4$ et $E=7$, alors on a $O=5+R$, $R=5+G$ et donc $O=10+G$, impossible !
- Si $N=6$ et $E=3$, alors on peut avoir $O=6+R$, et donc $R \leqslant 1$. Dans ce cas, on doit avoir $10+R=6+G$ et comme $G \leqslant 4$, on en déduit $R=0$ et $O=6$, impossible. On peut aussi avoir $10+O=6+R$, et comme $O \geqslant 3$ et $R \leqslant 7$, on en déduit que $O=3$ et $R=7$. Mais c'est impossible, car on a déjà $E=3$.

Par conséquent, il y a une et une seule solution : $96\,351+867\,221=963\,572$.

$$\begin{array}{r} 9\,6\,3\,5\,1 \\ +\ 8\,6\,7\,2\,2\,1 \\ \hline =\ 9\,6\,3\,5\,7\,2 \end{array}$$

La solution de l'autre cryptarithme est :

$$\begin{array}{r} 4\,9\,6\,1\,2\,7 \\ +\quad 1\,2\,4\,9\,6 \\ \hline =\ 5\,0\,8\,6\,2\,3 \end{array}$$

442 Tortue (1)

Énigme

Les tortues font une course pour regagner l'océan :
- la tortue bleue est devant la tortue orange ;
- la tortue orange est la dernière ;
- la tortue jaune court derrière la rouge qui est juste derrière la tortue bleue.

Trouve l'ordre dans lequel se trouvent les tortues.

« La course des tortues », Académie de Bordeaux, Cycle 2

L'ordre est le suivant :

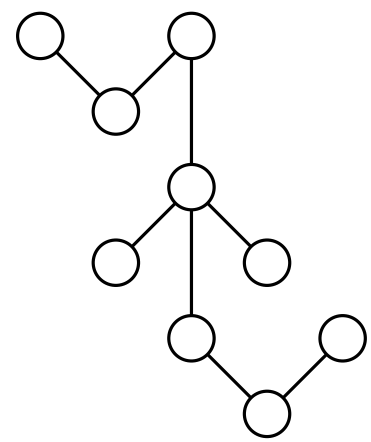
1. Bleue
2. Rouge
3. Jaune
4. Orange

443 Tortue (2)

Énigme

Neuf tortues lumineuses tirent une traîne sauvage dans la toundra du Nord québécois.
Elles sont numérotées de 12 à 20 et forment quatre groupes de trois tortues attachées ensemble : une verticalement et les trois autres de façon angulaire comme ci-après.
La somme des nombres de chacun des quatre groupes est la même.

Quelle est cette somme ?



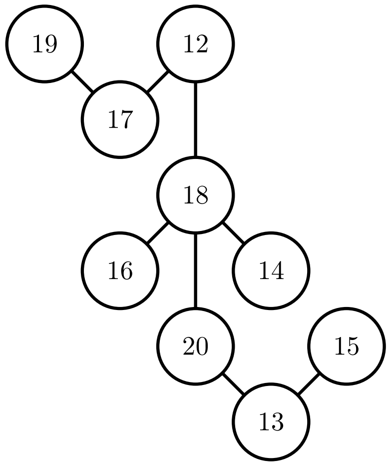
« Tortues de trait », Défi 30 de la série A du site Récréomath

La somme des nombres de 12 à 20 est 144.

Les trois groupes placés de façon angulaire contiennent les neuf tortues.
$144 \div 3 = 48$.

La somme des nombres est 48 dans chaque groupe.

À titre d'exemple, voici une configuration possible :



444 Tortue (3)

Énigme

Une tortue part de la case 1.
Elle glisse sur une case voisine horizontalement ou verticalement, puis sur une autre case obliquement, toujours en alternance.
Les quatre premiers pas de la tortue sont donnés.

À la suite de la case 4, trouvez un chemin que la tortue peut parcourir de façon à atteindre toutes les cases.

			2
	4	3	1

« Chemin tortueux », http://www.charleries.net/

Une marche possible est :

16	15	12	11
14	13	10	9
5	7	8	2
6	4	3	1

445 Tortue (4)

Énigme

Invitée à venir déguster une salade chez sa cousine Berthe, la tortue Joséphine est partie de chez elle le 30 décembre 2009 à 22 h 50.
La route est longue (!) et son voyage semé d'embûches aura duré exactement 2 010 minutes.

Quel jour, et à quelle heure, Joséphine est-elle arrivée chez sa cousine ?

« Le long périple de la tortue », Rallye Bombyx, Académie de Montpellier, Janvier 2010, 4$^{\text{ème}}$

$2\,010$ min $= 33$ h 30 min (car $2\,010 = 33 \times 60 + 30$).

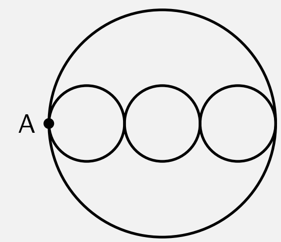
33 h 30 min $= 1$ jour 9 h 30 min.

Joséphine est arrivée le 1er janvier à 8 h 20.

446 Tortue (5)

Énigme

La tortue Lento part du point A, fait le tour de la grande piste circulaire pour revenir au même point.
La tortue Lambino part aussi du point A pour revenir à ce point mais en faisant le tour de tous les petits cercles une seule fois chacun.
Le centre des petits cercles est sur le diamètre du grand cercle.



Les deux tortues avancent à la même vitesse constante.

Qui de Lento ou de Lambino gagnera la course ?

« Lento et Lambino », `http://www.recreomath.qc.ca/`

Suppose que le diamètre du grand cercle soit de 6 unités. Le rayon mesure alors 3 unités. La circonférence du grand cercle mesure $6\,\pi$ unités : le trajet est de $6\,\pi$ unités sur le grand cercle.

Le diamètre de chaque petit cercle mesure 2 unités. Le rayon mesure 1 unité. Leur circonférence est $2\,\pi$ unités pour chacun. Comme il y a trois cercles, le trajet y est de $6\,\pi$ unités.

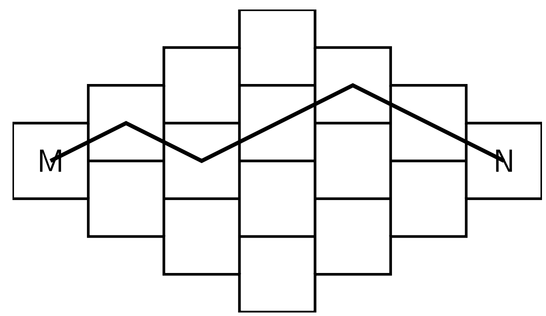
La distance à parcourir est la même. Les deux tortues arriveront au même moment.

447 Tortue (6)

Énigme

Une tortue part de la case marquée M et se dirige vers N en passant par le centre des cases. Elle ne doit jamais revenir en arrière ni se déplacer verticalement. Un chemin est donné.

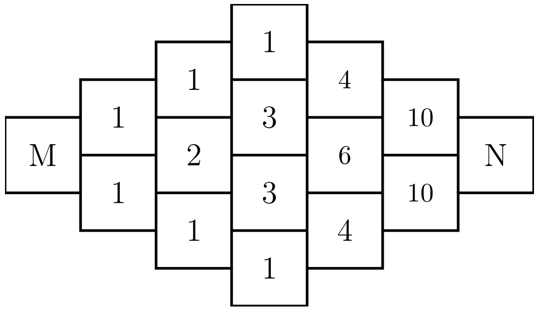
Combien y a-t-il de chemins différents en tout ?



« Une tortue », http://recreomath.qc.ca/

À partir de M, on compte le nombre de chemins en additionnant les chemins des cases adjacentes.

Voici le schéma qui montre le nombre de chemins en regard de chaque case :

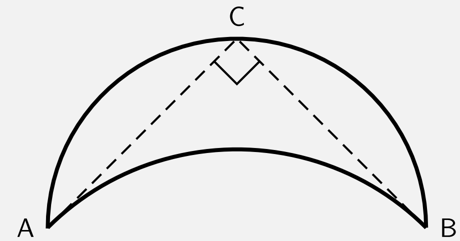


Il y a 20 chemins différents.

448 Tortue (7)

Énigme

L'aquarium des tortues de mer est un joli bassin en forme de lune.

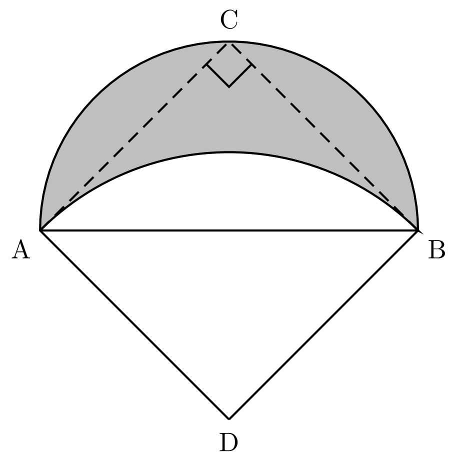


Les parois forment un demi-cercle dont le diamètre [AB] mesure 5 m et un arc de cercle tangent en A et B aux côtés [AC] et [BC].

Quelle est l'aire du bassin ?

« Bassin lune », Rallye mathématique d'Aquitaine, 2015

On note D le centre de l'arc de cercle tangent en A et B aux côtés [AC] et [BC].



D'après la définition de la tangente et les propriétés sur les quadrilatères, on prouve que ACBD est un carré.

$\mathcal{A}_{\text{bassin}} = \mathcal{A}_{1/2 \text{ disque de diamètre [AB]}} - \mathcal{A}_{\text{portion de disque blanc}}$

Or $\mathcal{A}_{\text{portion de disque blanc}} = \mathcal{A}_{1/4 \text{ disque de rayon [AD]}} - \mathcal{A}_{\text{ADB}}$

Le carré ACBD a pour côté $\dfrac{5}{\sqrt{2}}$ donc $\mathcal{A}_{\text{portion de disque blanc}} = \dfrac{25}{8}\pi - \dfrac{25}{4}$.

Donc $\mathcal{A}_{\text{bassin}} = \dfrac{25}{8}\pi - \left(\dfrac{25}{8}\pi - \dfrac{25}{4}\right) = \dfrac{25}{4}$.

L'aire du bassin est égale à 6,25 m^2.

449 Tortue (8)

Énigme

Le jour de ses 3 ans, mon arrière-grand-mère a reçu un bébé tortue à sa naissance.
La tortue est morte à l'âge de 93 ans et 7 mois.
C'était il y a 2 ans et 9 mois.

Dans combien de mois fêterons-nous les 100 ans de mon arrière-grand-mère ?

« Chère tortue », Rallye math 92, CM2, 2014-2015

Quand la tortue est morte, mon arrière-grand-mère avait 96 ans et 7 mois (93 ans et 7 mois auquel on ajoute les 3 ans, âge auquel elle a reçu la tortue).

Comme c'était il y a 2 ans et 9 mois, aujourd'hui, mon arrière-grand-mère a 99 ans et 4 mois (96 ans et 7 mois auquel on ajoute 2 ans et 9 mois).

Elle aura donc 100 ans dans 8 mois !

450 Tortue (9)

Énigme

Daniel peut remplir le réservoir d'eau pour sa tortue avec quatre seaux pleins.
À chaque voyage, il remplit un seau d'eau mais, avant d'arriver au réservoir, il en renverse la moitié.

Combien de voyages du robinet vers le réservoir doit-il effectuer pour le remplir ?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 7 E) 8

« Quatre seaux pleins », Série 9*,
240 questions de calcul, de logique et de géométrie, Kangourou

Réponse **E**

Il reste la moitié d'un seau plein à chaque voyage.
Il faut donc deux voyages pour amener l'eau contenue dans un seau plein.
Pour remplir le réservoir contenant quatre seaux plein, il doit effectuer $2 \times 4 = 8$ voyages du robinet vers le réservoir.

451 Truite (1)

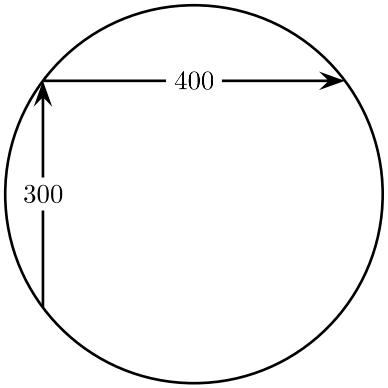
Énigme

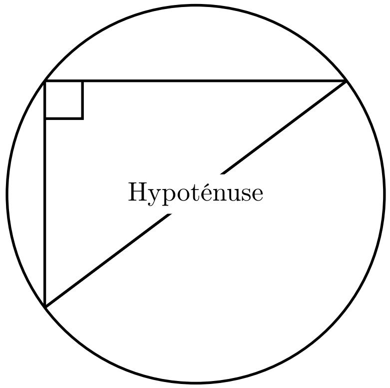
Le rivage d'un lac décrit un cercle parfait.
Une truite se met en branle à un point du rivage et nage vers le nord sur une distance de 600 mètres avant de se heurter au rivage opposé.
La truite nage ensuite sur 800 mètres vers l'est avant de se heurter à nouveau au rivage.

Quel est le diamètre du lac ?

« Le poisson encerclé », *OMNI Magazine*, décembre 1978

La truite a nagé vers le nord, puis vers l'est ; elle a donc fait un virage de 90º à la circonférence du cercle.
Or l'hypoténuse d'un triangle rectangle inscrit dans un cercle coïncide avec son diamètre.
Les côtés de ce triangle rectangle sont 600 m et 800 m.





Le carré de l'hypoténuse d'un triangle rectangle est égal à la somme des carrés des deux côtés.
$\text{Hypoténuse}^2 = 600^2 + 800^2 = 36\,0000 + 64\,0000 = 100\,0000$
$\text{Hypoténuse} = \sqrt{100\,0000} = 1\,000$ mètres.

Le lac a donc un diamètre de 1 000 mètres.

452 Truite (2)

Énigme

Trois amis ont passé l'après-midi à pêcher.
L'un a pris six truites, un autre quatre truites et le troisième deux truites.
Trois autres amis se pointent à l'improviste.
Les pêcheurs décident de partager leur butin également pour le dîner.
En guise de compensation, chacun des trois nouveaux arrivants verse 10 florins.

Comment les trois pêcheurs se partageront-ils l'argent ?

« Un dîner saumoné », Défi 19 de la série C du site Récréomath

Chacun a mangé deux truites.

Celui qui avait six truites en a cédé quatre ; celui qui en avait quatre en a cédé deux et le troisième aucune.

Le montant versé est de 30 florins pour six truites, soit cinq florins par truite.

Le premier recevra 20 florins, le deuxième 10 florins et le troisième aucun florin.

453 Urubu

Énigme

Un biologiste se rend dans une zone où se trouvent neuf nids d'urubu. Il constate, à sa plus grande surprise, leur structure suivante :

- les neuf nids, même éloignés, sont disposés en un carré de côté 3 ;
- 5 nids ont 1 œuf, 1 nid a 2 œufs, 1 nid a 3 œufs et 1 nid a 2 œufs ;
- les sommes de trois nombres alignés dans toutes les directions sont non seulement toutes différentes mais aussi consécutives, allant de 3 à 10 !

Complète la carte représentant les nids en écrivant les nombres d'œufs.

La solution (aux symétries et rotations près) est :

$\nwarrow$ 8	$\uparrow$ 5	$\uparrow$ 4	$\uparrow$ 10	$\nearrow$ 6
	1	**1**	**1**	$\rightarrow$ **3**
	1	**2**	**4**	$\rightarrow$ **7**
	3	**1**	**5**	$\rightarrow$ **9**

On considère un carré de côté n.
Un carré utilisant tous les nombres de 1 à n^2 et dont toutes les lignes, colonnes et diagonales donnent des sommes différentes porte le nom d' « anti-magique ».

En utilisant maintenant des nombres les plus petits possibles, même répétés, une variante (contrainte) supplémentaire demande à ce que ces sommes soient consécutives (ce qui est le cas ici).

454 Vache (1)

Énigme

Dans le troupeau de Monsieur Anatole, il y a 85 têtes (des vaches et des bœufs).
Chaque vache donne 20 litres de lait par jour, et il faut 1,5 litre de lait pour fabriquer un fromage.
Monsieur Anatole a fabriqué 6 720 fromages par semaine.

Combien y a-t-il de bœufs dans le troupeau ?

« Meuh ! », Rallye Bombyx

Monsieur Anatole fabrique 960 fromages par jour.
$6\,720 \div 7 = 960$

Pour fabriquer ces fromages, il faut 1 440 litres de lait, qui sont fournis par 72 vaches.
$960 \times 1{,}5 = 1\,440$
$1\,440 \div 20 = 72$

Il y a donc 13 bœufs dans le troupeau.
$85 - 72 = 13$

455 Vache (2)

Énigme

Un fermier a de la nourriture pour nourrir six vaches pendant soixante jours.
Il achète deux vaches de plus.

Pendant combien de temps pourra-t-il nourrir alors tout son troupeau ?

Cette énigme a été proposée dans *Le Jeune Archimède*, n° 15.

Le fermier dispose de $6 \times 60 = 360$ doses de nourriture.
Il a deux vaches en plus, ce qui lui en fait maintenant 8.
Elles pourront être nourries pendant $360 \div 8$ jours, doit 45 jours.

456 Vache (3)

Énigme

Le vacher Pierre Tauro passe différentes sortes de musique dans son étable. Il a dans son troupeau une vache mélomane nommée Mélody. Chaque vache donne 10 litres de lait par jour mais Mélody, elle, ne donne du lait que les jours où la musique lui plaît.
La semaine dernière, Pierre Tauro a obtenu 880 litres de lait.

Combien de vaches a-t-il ?
Combien de jours Mélody a-t-elle aimé la musique ?

« Oh, la vache ! », Rallye mathématique sans frontières Midi-Pyrénées, Cycle 3, Manche 1, 2014

Une semaine de 7 jours permet à une vache « normale » de donner 7×10 L, soit 70 L de lait.
Mélody quant à elle donnera moins de 70 L.
On recherche donc le multiple de 70 compris entre 810 et 880. On peut pour cela l'approcher par tâtonnement ou utiliser la division euclidienne.
$880 = 70 \times 12 + 40$
Le vacher possède donc 12 vaches « normale » et Mélody, soit 13 vaches en tout.
De plus, Mélody a donné 40 L de lait, elle a donc aimé la musique pendant 4 jours.

457 Vache (4)

Énigme

Un éleveur de Math-City conduit des vaches le long du fleuve.
Chaque vache lui coûte 15 francs de nourriture par jour, et lui-même a des dépenses personnelles quotidiennes de 30 francs.
Chaque soir, il dépose une vache dans la localité où il passe ; son troupeau diminue donc d'une unité.
Après avoir déposé sa dernière vache, il fait son bilan et se dit : « Tiens, le nombre de francs que j'ai dépensés est le plus petit nombre qui est divisible par 1, par 2, par 3, par 4, par 5, par 6, par 7, par 8, par 9 et par 10. »

Combien le troupeau comportait-il de vaches au départ ?

« Ah ! Les vaches », Jeux mathématiques du Sahel (Niger), 1991

Le plus petit nombre qui est divisible par 1, par 2, par 3, par 4, par 5, par 6, par 7, par 8, par 9 et par 10 est :

$$2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 7 \times 3 = 2\,520$$

C'est donc la somme dépensée par l'éleveur.
Le dernier jour, il a dépensé 15 F pour sa vache et 30 F pour lui, soit au total $15 + 30$.
L'avant-dernier jour, il avait encore deux vaches. Sa dépense était égale à $2 \times 15 + 30$.
Et le jour précédent, $3 \times 15 + 30$.
Et ainsi de suite.

Si n désigne le nombre de vaches au départ, et donc le nombre de jours qu'a duré le voyage, la dépense totale (2 520 F) est :

$$(1 + 2 + 3 + \cdots + n) \times 15 + 30\,n$$

On a donc :

$$\frac{n\,(n+1)}{2} \times 15 + 30\,n = 2\,520$$

Ce qui se simplifie en :

$$n^2 + 5\,n - 336 = 0$$

D'où $n = 16$.

Le troupeau comprenait 16 vaches au départ.

458 Vache (5)

Énigme

Une mangeoire contient suffisamment de fourrage pour nourrir 14 vaches pendant 16 jours.

Si l'on retire 6 vaches, combien de jours le fourrage durera-t-il ?

« Faut passer l'hiver... », Tournoi de Saint Michel en l'Herm, 1990

Dans la mangeoire, il y a 14×16 rations de fourrage, c'est-à-dire 224.

Si l'on retire 6 vaches, il en reste $14 - 6 = 8$.

Le nombre de jours que durera alors le fourrage est égal à $224 \div 8$, c'est-à-dire 28 jours.

459 Vache (6)

Énigme

Dans ce pré où broutent 100 vaches...
- 93 ont déjà vêlé ;
- 84 ont des cornes ;
- 96 ont une cloche ;
- 82 ont le pelage blanc.

Quel est le nombre minimum de vaches qui, à la fois, ont vêlé, ont des cornes, une cloche et le pelage blanc ?

Selon ces données,
- 7 n'ont pas encore vêlé ;
- 16 n'ont pas de cornes ;
- 4 n'ont pas de cloche ;
- 18 n'ont pas le pelage blanc.

Au pire, toutes ces vaches sont différentes et sont au nombre de 45, maximum.

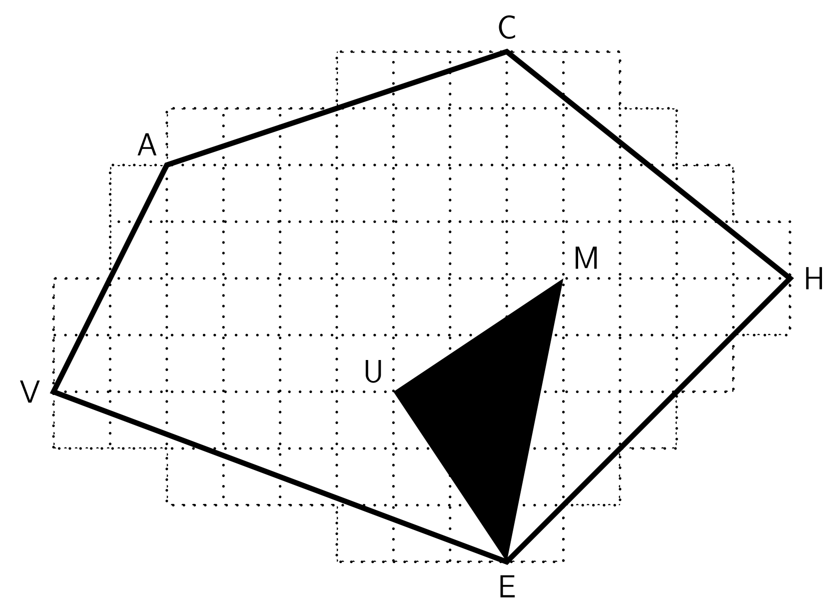
Le nombre minimum de vaches qui, au contraire, à la fois, ont vêlé, ont des cornes, une cloche et le pelage blanc est 55.

460 Vache (7)

Énigme

Un pâturage a une forme pentagonale VACHE.
Il contient une mare triangulaire MEU.

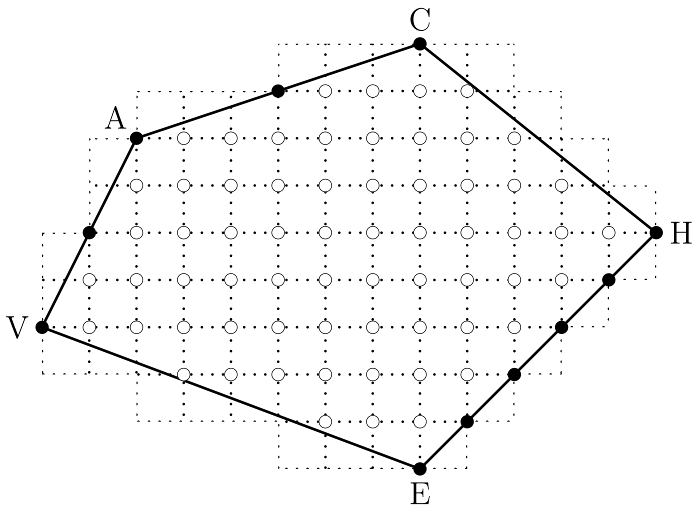
Quelle place reste-t-il aux vaches pour brouter ?
(Chaque petit carreau a un côté de 20 mètres)



« Vachement dur ! », 14ème Championnat International des Jeux Mathématiques et Logiques, 29 août 2000

On considère un polygone non aplati construit sur une grille de points de coordonnées entières tel que tous ses sommets soient des points de la grille ; le théorème de Pick fournit une formule simple pour calculer l'aire A de ce polygone en se servant du nombre i de points intérieurs du polygone et du nombre b de points du bord du polygone :

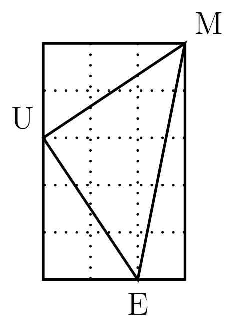
$$A = i + \frac{1}{2}b - 1$$



Ici, $i = 64$ et $b = 11$:

l'aire du pentagone VACHE vaut $A_1 = 64 + \frac{1}{2} \times 11 - 1 = 68{,}5\,\text{u. a.}$

C'est-à-dire $68{,}5 \times 20^2 = 27\,400\,\text{m}^2$.



On peut faire de même pour le triangle MEU. Mais un cadre géométrique donne une autre méthode :

$A_2 = 3 \times 5 - \frac{1}{2} \times 2 \times 3 - \frac{1}{2} \times 2 \times 3 - \frac{1}{2} \times 1 \times 5 = 6{,}5\,\text{u. a.}$

C'est-à-dire $6{,}5 \times 20^2 = 2\,600\,\text{m}^2$.

(Le théorème de Pick donne $A_2 = 6 + 0{,}5 \times 3 - 1$)

La place qu'il reste aux vaches pour brouter, en mètres carrés, est donc égale à $A_1 - A_2 = 27\,400 - 2\,600$.

C'est-à-dire $24\,800\,\text{m}^2$.

461 Vache (8)

Énigme

Une vache est à 5 m de la moitié d'un tunnel.
Un train se dirige vers ce tunnel à une vitesse constante.
La vache entend le train lorsque celui-ci se situe à 3 km du tunnel.
Quelle que soit sa direction, la vache au bord du tunnel au même moment que le train.

Quelle est la longueur du tunnel ?

« Calendrier mathématique 2017, Un défi quotidien », Énigme du mercredi 26 juillet, CNRS, IRMA et Université de Strasbourg

Appelons v la vitesse marche la vache et V la vitesse du train, exprimées en mètres par minute.
La vache ne peut se trouver quand dans la moitié proche du tunnel, c'est-à-dire l'extrémité du tunnel où le train entrera. Si elle se trouvait dans l'autre moitié, il est impossible qu'elle se retrouve u même moment que le train au bout du tunnel quelle que soit la direction prise pour sortir du tunnel.
Si nous appelons $2\,\ell$ la longueur du tunnel, le temps que mettra la vache à arrive à l'entrée du tunnel est de $\dfrac{\ell-5}{v}$ minutes, alors que le mettra, lui, $\dfrac{3\,000}{V}$ minutes.
Nous avons donc $\dfrac{\ell-5}{v}=\dfrac{3\,000}{V}$.
De la même manière, nous avons $\dfrac{\ell+5}{v}=\dfrac{3\,000+2\,\ell}{V}$.
En divisant la première égalité par la seconde, nous obtenons :

$$\begin{aligned}
\frac{l-5}{l+5} &= \frac{3\,000}{3\,000+2\,l}\\
3\,000\,\ell+2\,\ell^2-15\,000-10\,\ell &= 3\,000\,\ell+15\,000\\
2\,\ell^2-10\,\ell &= 30\,000\\
\ell\,(\ell-5) &= 15\,000\\
\ell &= 125
\end{aligned}$$

Ainsi, la longueur du tunnel est de $2\,\ell=250$ m.

462 Vache (9)

Énigme

Karmen, Justine et Luigi ont chacun une vache et un cheval.
Les vaches s'appellent Bleuette, Caillette et Rougette.
Les chevaux s'appellent Frileux, Merveilleux et Siffleux.

1. La vache de Luigi n'est pas Caillette.
2. Le cheval de Luigi n'est pas Siffleux.
3. La vache de Justine n'est pas Caillette.
4. Celui ou celle qui a Merveilleux possède aussi Bleuette.
5. Celui ou celle qui a Frileux possède aussi Caillette.

Trouvez les noms de la vache et du cheval de chacune des trois personnes.

Personnes	Karmen	Justine	Luigi
Vaches			
Chevaux			

« Vaches et chevaux », Défi 14 de la série B du site Récréomath

La vache de Karmen est Caillette (indices 1 et 3).

Son cheval est Frileux (indice 5).

Le cheval de Luigi est Merveilleux (indice 2).
Donc le cheval de Justine est Siffleux.

La vache de Luigi est Bleuette (indice 4).
Donc la vache de Justine est Rougette.

Le tableau ci-dessous résume la situation :

Personnes	Karmen	Justine	Luigi
Vaches	Caillette	Rougette	Bleuette
Chevaux	Frileux	Siffleux	Merveilleux

463 Vache (10)

Énigme

Quatre vaches noires et trois vaches brunes donnent en cinq jours autant de lait qu'en quatre jours trois vaches noires et cinq vaches brunes donnent.

Quelle est la sorte de vache (noire ou brune) qui donne le plus de lait ?

20 vaches noires et 15 brunes donnent en 1 jour autant de lait que 12 noires et 20 brunes.
Donc les 8 noires de différence sont compensées par les 5 brunes.
Ainsi les brunes produisent plus de lait que les noires.

464 Vache (11)

Énigme

Un cowboy décide de compter ses vaches.
Il possède un boulier avec quatre clous verticaux qui peuvent, chacun, tenir quatre boules.

Combien de vaches pourra-t-il compter au maximum ?

« Troupeau », `http://mathmuse.free.fr/`

Si on considère que notre cowboy n'a pas de problèmes avec son boulier (comme par exemple des boules qui ne tiennent pas seules et qu'il a seulement deux mains pour tenir, ou qu'il n a pas 16 boules) et si, de plus, il optimise l'utilisation de son boulier, il peut compter 624 vaches.

En effet, puisque chaque clou peut tenir 4 boules, il va compter en base 5 (c'est-à-dire de 0 à 4), chaque tige ayant un poids 5^i (ou i est le numéro de la tige, en partant de 0), le nombre maximum de vaches est donc obtenu quand toutes les tiges sont pleines :
$4 \times 5^0 + 4 \times 5^1 + 4 \times 5^2 + 4 \times 5^3 = 624$

465 Vache (12)

Énigme

L'entreprise Kivendulé ne vend que du lait liquide ou du lait en poudre. Afin de connaître davantage ces clients potentiels, elle organise un sondage.
Voici les résultats :
- un tiers des personnes interrogées n'achète jamais de lait en poudre ;
- les deux septièmes des personnes interrogées n'achètent jamais de lait liquide ;
- 427 personnes achètent du lait liquide et en poudre ;
- un cinquième des personnes interrogées n'achète jamais de lait.

Combien de personnes ont été interrogées au cours du sondage ?

« Y'a pas de meuh ! », Rallye d'Aquitaine

Les personnes interrogées se divisent en quatre catégories :
- catégorie L : ceux qui n'utilisent que du lait Liquide ;
- catégorie P : ceux qui n'utilisent que du lait en Poudre ;
- catégorie D : ceux qui utilisent les Deux (427 personnes) ;
- catégorie R : ceux qui n'utilisent Rien.

Si x désigne le nombre de personnes interrogées, on peut écrire que $\frac{1}{3}\,x$ représente le nombre de personnes dans les catégories L et R.
Ainsi, le nombre de personnes de la catégorie L est $\frac{1}{3}\,x - \frac{1}{5}\,x$, soit $\frac{1}{15}\,x$.
De même, $\frac{2}{7}\,x$ est le nombre de personnes dans les catégories P et R.
Ainsi, le nombre de personnes de la catégorie P est $\frac{2}{7}\,x - \frac{1}{5}\,x$, soit $\frac{3}{35}\,x$.

Par conséquent, comme la somme des quatre effectifs est égale à l'effectif total, on peut écrire :

$$\frac{2}{15}\,x + \frac{3}{35}\,x + 427 + \frac{1}{5}\,x = x$$

Le plus petit commun multiple de 5, 15 et 35 est 105.

L'équation est équivalente à $\frac{14}{105}\,x + \frac{9}{105}\,x + 427 + \frac{21}{105}\,x = x$.

Ou encore à $14\,x + 9\,x + 427 \times 105 + 21\,x = 105\,x$.

Ou encore à $105\,x - 14\,x - 9\,x - 21\,x = 427 \times 105$.

Ou encore à $61\,x = 44\,835$.

Ou encore à $x = \frac{44\,835}{61} = 735$.

735 personnes ont été interrogées.

466 Vache (13)

Énigme

Le fermier vient de traire sa vache et de remplir de lait un seau de 9 litres.
Il dispose aussi de deux autres seaux, vides, de capacités respectives 4 litres et 5 litres.
Il veut obtenir exactement 7 litres de lait dans le grand seau en utilisant seulement ses trois seaux et sans renverser de lait par terre, ni en boire.

Combien de transvasements, au minimum, lui seront-ils nécessaires ?

« Les seaux de lait », *L'angle mystérieux... et 48 autres jeux mathématiques pour tous, 14 ans et plus*, Éd. Pole, 2005

La solution minimale demande 7 transvasements :

1. il remplit le récipient de 5 litres à partir de celui de 9 litres ;

2. il verse 4 litres du récipient de 5 litres dans celui de 4 litres ;

3. il verse les 4 litres du récipient de 4 litres dans celui de 9 litres ;

4. il verse le litre restant du récipient de 5 litres dans celui de 4 litres ;

5. il verse 5 litres du récipient de 9 litres dans celui de 5 litres ;

6. il verse 3 litres du récipient de 5 litres dans celui de 4 litres ;

7. il verse les 4 litres du récipient de 4 litres dans celui de 9 litres.

467 Vache (14)

Énigme

Un fermier veut partager, entre ses trois fils, son troupeau qui se compose ainsi :

- 10 vaches rousses, chacune ayant 1 veau ;
- 10 vaches blanches, chacune ayant 3 veaux ;
- 10 vaches noires, chacune ayant 2 veaux.

Chaque fils doit recevoir le même nombre de vaches et le même nombre de veaux ; bien sûr les veaux suivent leur mère !
De plus, chaque lot doit comprendre au moins une vache de chaque couleur et aucun lot ne doit comprendre plus de la moitié des vaches d'une couleur donnée.

Aidez le fermier à effectuer le partage.

Rallye mathématique de l'académie de Bordeaux, 2004, Seconde professionnelle

Chacun doit avoir le même nombre de veaux, soit $v = 20$ chacun.

On doit trouver les combinaisons possibles pour que $r + b + n = 10$ et $r + 3\,b + 2\,n = 20$ où r est le nombre de vaches rousses, b le nombre de vaches blanches et n le nombre de vaches noires (chacun de ces nombres étant compris entre 1 et 5).

Deux triplets (r, b, n) conviennent, (4, 4, 2) et (3, 3, 4), et eux seulement.

L'un des deux doit être doublé (pour le troisième fils). Comme le nombre de vaches rousses est égal à 10, c'est le second qui doit l'être ($10 = 2 + 3 + 3$).

La répartition cherchée est donc la suivante :

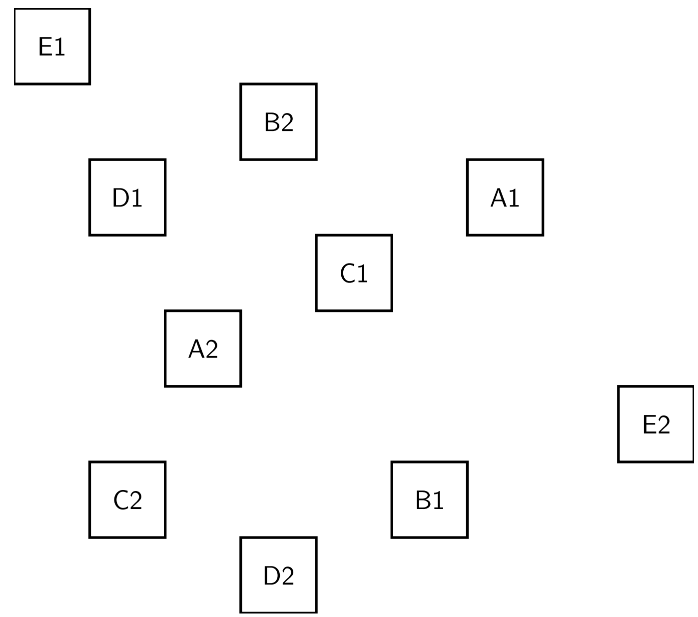
	r	b	n	v
Fils 1	4	4	2	20
Fils 2	3	3	4	20
Fils 3	3	3	4	20
Total	10	10	10	

468 Vache (15)

Énigme

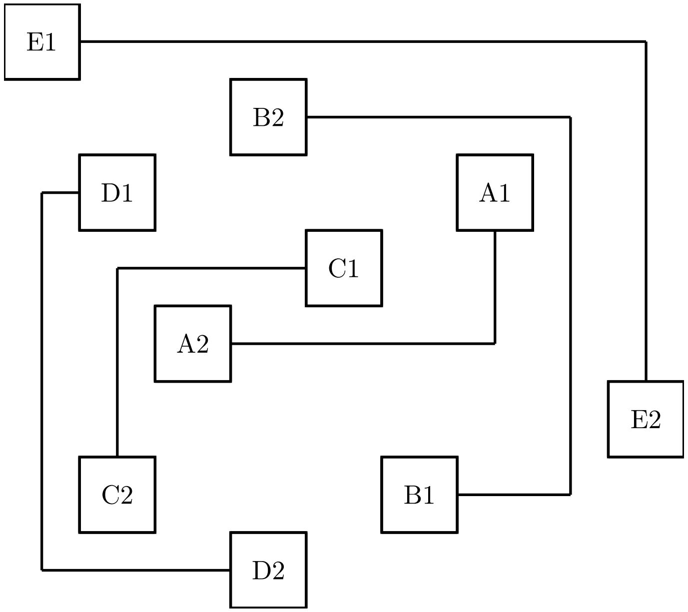
Dans un champ, il y a cinq vaches marquées A1, B1, C1, D1 et E1.
Il y a aussi cinq veaux marqués A2, B2, C2, D2 et E2.
La position de chaque vache et de chaque veau est donnée.

Reliez chacun des couples, par exemple A1 et A2, par un chemin de telle manière que deux chemins ne se coupent pas.



« Veaux et vaches », http://recreomath.qc.ca/

Voici une façon de relier une vache à son veau :

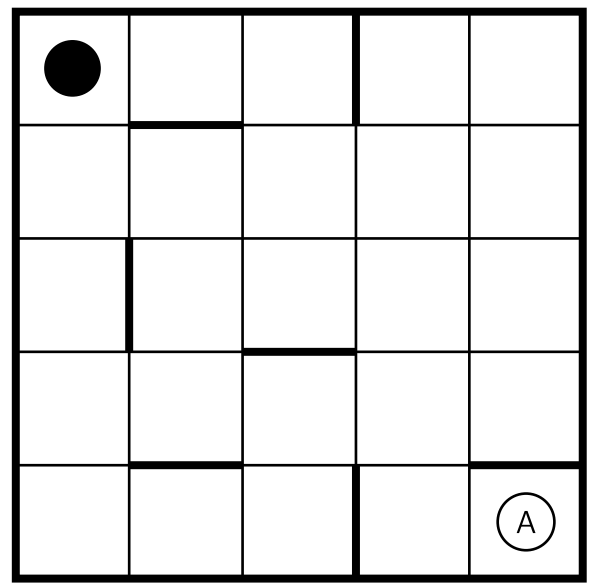


469 Vache (16)

Énigme

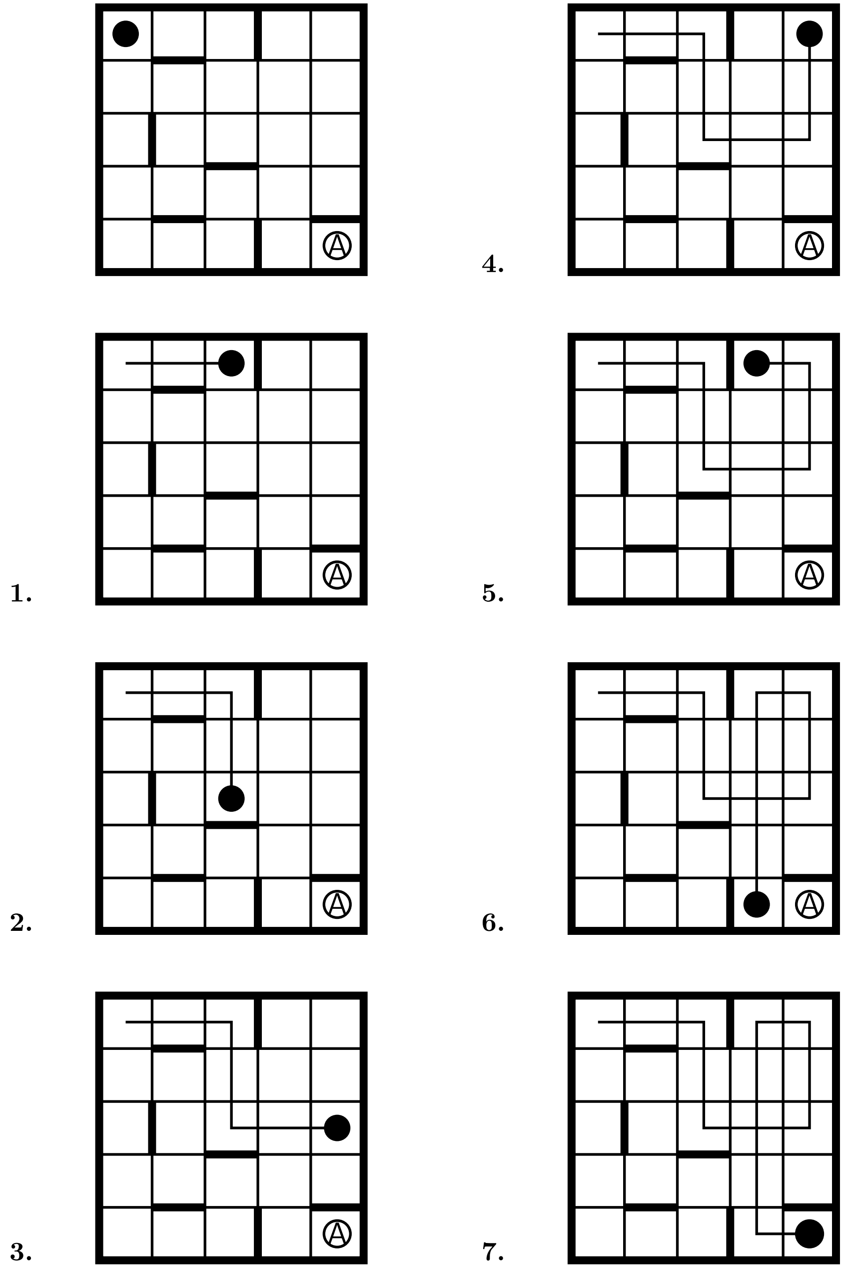
Martial déplace dans un hangar des bottes de foin dont se régaleront cet hiver ses vaches !
Mais, faute de visibilité à cause de la taille des bottes, il se déplace en ligne droite (horizontalement ou verticalement sur le plan) jusqu'à butter sur un obstacle (il ne recule donc jamais) ; à ce moment, il fait un quart de tour pour continuer.

Détermine le chemin qu'il va parcourir pour ranger sa botte en A.



D'après un défi mathématique déposé sur le site de Jean-Louis Sigrist en 2003

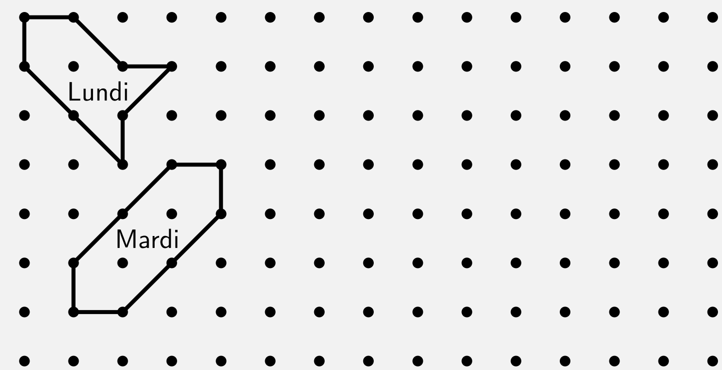
Solution en 7 étapes :



470 Vache (17)

Énigme

Les arbres du verger du père Michel sont tous bien alignés. Ils sont représentés par les points noirs sur le plan ci-dessous.
Lundi matin, le père Michel a fait un enclos dans le verger pour que sa vache, Hortense, puisse brouter l'herbe qui pousse sous les arbres.
Pour délimiter l'enclos, il a relié les troncs de 8 arbres avec 8 barres de bois, 4 longues et 4 courtes.
Lundi soir, Hortense a mangé toute l'herbe à l'intérieur de l'enclos, mais elle a encore faim.
Mardi matin, le père Michel fait un nouvel enclos, plus grand que celui du lundi, en utilisant les troncs de 8 autres arbres et les 8 mêmes barres.
Hortense aura ainsi plus d'herbe à manger.
Mardi soir, Hortense a tout mangé, mais elle a encore faim.

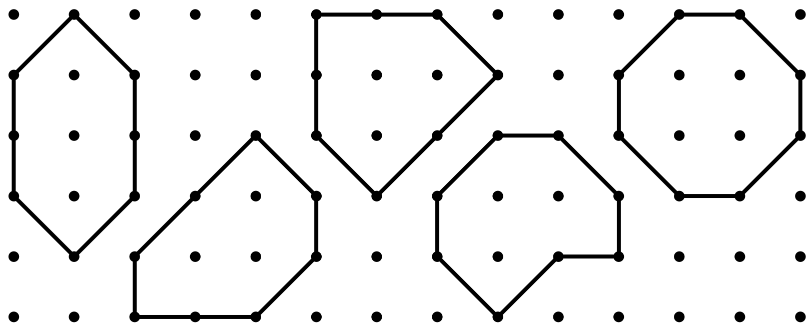


Plan du verger avec le dessin des enclos de lundi et mardi

Dessinez un enclos pour mercredi dans lequel il y a plus d'herbe à manger que dans celui de mardi. Mais attention, vous devez toujours utiliser les huit mêmes barres, entre huit arbres.

« La vache dans le verger »,
Rallye Mathématique Transalpin, Épreuve 1, 2017

Quelques solutions :

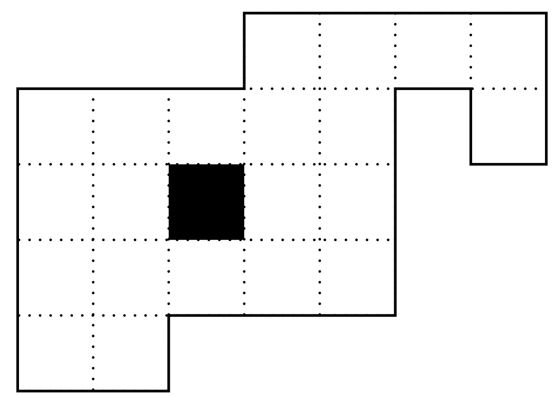


471 Vache (18)

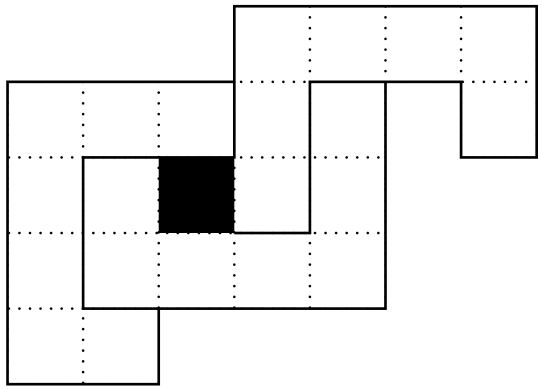
Énigme

À 96 ans, Mathieu a décidé de prendre sa retraite !
Il décide donc à cette occasion de partager son pré entre ses trois enfants.
Mais il souhaite que les trois parcelles aient la même forme et la même aire, et aient toutes les trois un accès à la mare (en noir) afin que les vaches puissent s'y abreuver...

Comment Mathieu va-t-il partager son terrain ?



« Le champ de Mathieu », Rallye mathématique de Loire-Atlantique, 2012, Deuxième épreuve CM2-6$^{\text{ème}}$



472 Vache (19)

Énigme

Quatre vaches noires et trois vaches brunes donnent en cinq jours autant de lait qu'en quatre jours trois vaches noires et cinq vaches brunes donnent.

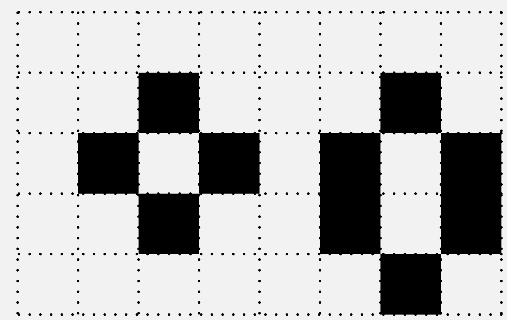
Quelle est la sorte de vache (noire ou brune) qui donne le plus de lait ?

20 vaches noires et 15 brunes donnent en 1 jour autant de lait que 12 noires et 20 brunes.
Donc les 8 noires de différence sont compensées par les 5 brunes.
Ainsi les brunes produisent plus de lait que les noires.

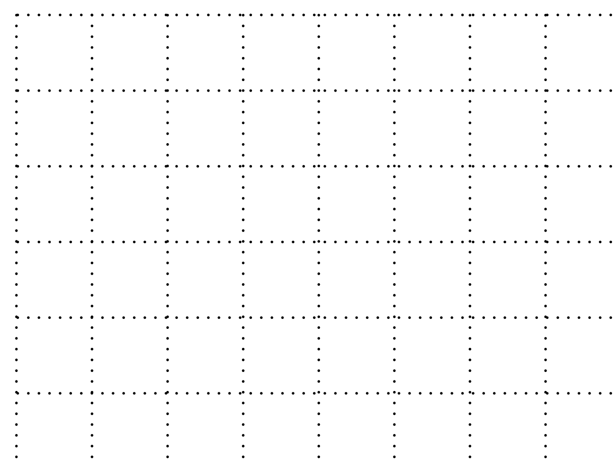
473 Varan fouette-queue

Énigme

Pour réaliser un vivarium, Sophie possède de rochers cubiques de 1 m de côté.
Les rochers sont placés à terre sur un réseau quadrillé.
Avec 4 rochers, elle peut fermer une zone de 1 m^2 ; avec 6 rochers, elle peut fermer une zone de 2 m^2 :

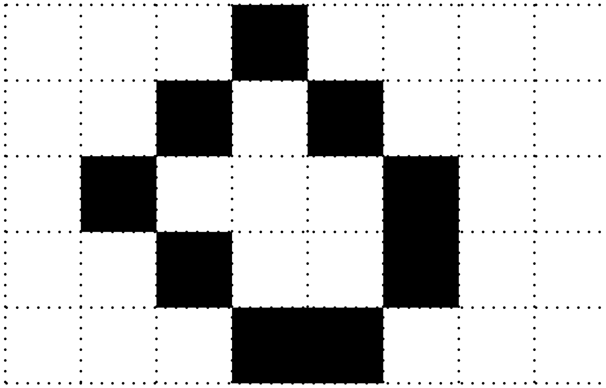


Quel est la zone maximale que Sophie peut enclore avec 9 rochers ?



D'après *50 énigmes mathématiques faciles, Problèmes du Championnat international des jeux mathématiques et logiques*, Vol. 16, Éd. Pole

Elle peut enclore une zone de 6 m^2 :



474 Vautour

Énigme

Trente vautours s'abattent sur un arbre ; les uns se perchent sur les branches supérieures, les autres sur les branches du bas.
Les premiers disent aux autres : « Si l'un de vous se joint à nous, notre nombre sera le double du vôtre. ».

Combien y-a-t-il de vautours sur les branches du haut ?

« L'énigme des vautours », `http://villemin.gerard.free.fr/`

On désigne par b et par h les nombres respectifs de vautours sur les branches du bas et sur les branches du haut.

On a $b + h = 30$.
Donc $b = 30 - h$.

Lorsqu'un des vautours est passé des branches du bas aux branches du haut, on compte $h + 1$ vautours sur les branches du haut et $b - 1$ vautours sur les branches du bas.
Or ceux sur les branches du haut sont deux fois plus nombreux que ceux sur les branches du bas.
Donc $h + 1 = 2\,(b - 1)$.

Donc $h + 1 = 2\,(30 - h - 1)$.
Donc $h + 1 = 60 - 2\,h - 2$.
Donc $3\,h = 57$.
Donc $h = 19$.
Donc $b = 30 - 19 = 11$.

Il y a 11 vautours en haut et 19 vautours sur les branches du bas.
(Après le passage d'un vautour sur les branches du haut, on a 20 vautours sur les branches du haut et 10 vautours sur les branches du bas.)

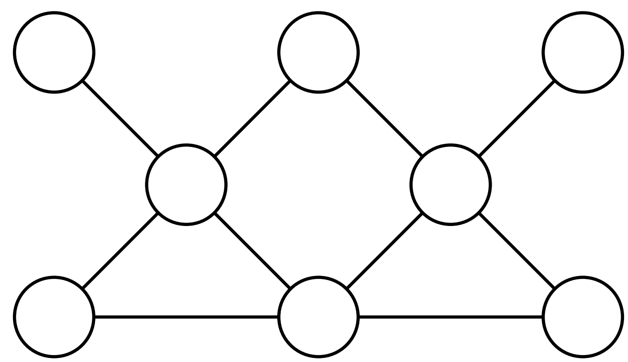
475 Veau

Énigme

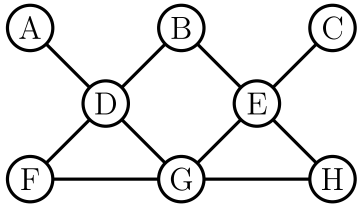
Depuis six mois, Elsie dépose des centimes dans un petit veau en porcelaine.
Aujourd'hui, elle vide son veau.
Elle compte 44 pièces et les répartit en huit piles ayant chacune un nombre différent de pièces.

1. Les piles G et H contiennent autant de centimes que la pile F.
2. Les piles D et E contiennent 9 centimes.
3. Les piles B et D contiennent 8 centimes.
4. La pile D contient le plus petit nombre possible de centimes.

Placez les 44 pièces pour qu'il y ait le même nombre de centimes dans chacune des cinq rangées de trois piles reliées par une droite.



« Veau d'Elsie », Défi 87 de la série B du site Récréomath

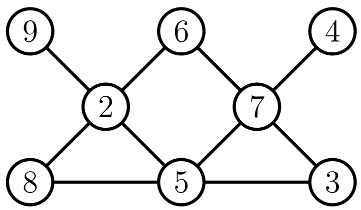


Comme il y a 44 pièces et que chaque pile a un nombre différent, les piles contiennent respectivement 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9 centimes.

Il doit y avoir 16 centimes dans chaque rangée et la pile F contient huit centimes (indices 1 et 3).

On a D = 2, B = 6 et F = 8 (indice 4) puis E = 7 (indice 2).

En complétant, on obtient la solution.



476 Ver (1)

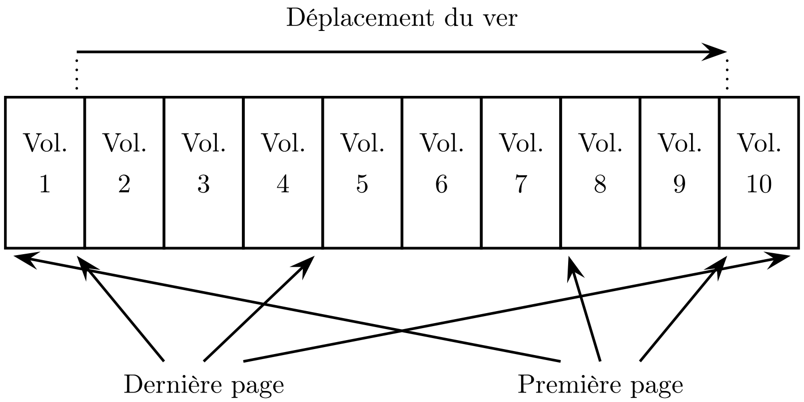
Énigme

Une encyclopédie en dix volumes est rangée dans l'ordre sur une planche de bibliothèque.
Chaque volume est épais de 4,5 cm pour les feuilles et la couverture, de chaque côté du livre, est épaisse de 0,25 cm.
Un ver né en page 1 du volume 1 se nourrit en traversant perpendiculairement et en ligne droite la collection complète et meurt à la dernière page du dixième volume.

Quelle distance aura-t-il parcourue pendant son existence ?

La distance cherchée n'est pas de 49,5 cm…

La première page du volume 1 est juste à gauche de la couverture et la dernière page du volume 10 est juste à droite de la couverture du volume 10.



Le ver traverse donc successivement :
- la couverture du premier volume (0,25 cm),
- huit livres et leurs couvertures ($8 \times (0{,}25 + 4{,}5 + 0{,}25)$ cm, soit 40 cm,
- la couverture du dernier volume (0,25 cm).

La distance cherchée est donc de 40,5 centimètres.

477 Ver (2)

Énigme

Mon chat Filou mange trois mulots chaque matin ; heureusement, car les mulots avalent chacun onze vers de terre chaque après-midi.
Les vers de terre sont bénéfiques à mon jardin, alors que les mulots n'y font que des bêtises.
Nous sommes lundi, et, ce matin, avant que Filou ne commence à manger, il y avait 21 mulots et 1994 vers de terre dans le jardin.

Je sais que lundi prochain, il n'y aura plus de mulots ; mais, combien restera t-il de vers de terre ?

« Le chat, les mulots et les vers de terre », 8ème Championnat International de Jeux Mathématiques et Logiques, 1994

Étudions ce qui se passe, dans un tableau, où nous portons les nombres respectifs de mulots (M) après intervention éventuelle du chat Filou, et de vers de terre (V) après intervention éventuelle des mulots.

	matin	après-midi
lundi	18 M, 1 994 V	18 M, 1 796 V
mardi	15 M, 1 796 V	15 M, 1 631 V
mercredi	12 M, 1 631 V	12 M, 1 499 V
jeudi	9 M, 1 499 V	9 M, 1 400 V
vendredi	6 M, 1 400 V	6 M, 1 334 V
samedi	3 M, 1 334 V	3 M, 1 301 V
dimanche	0 M, 1 301 V	0 M, 1 301 V
lundi	0 M, 1 301 V	0 M, 1 301 V

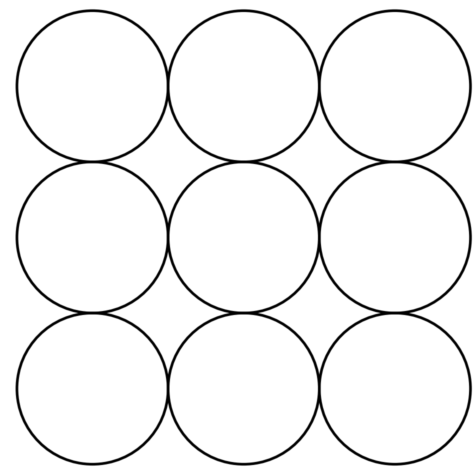
Nous pouvons donc affirmer que, si lundi prochain, il n'y aura plus de mulots, il restera encore 1 301 vers de terre dans le jardin.

478 Ver (3)

Énigme

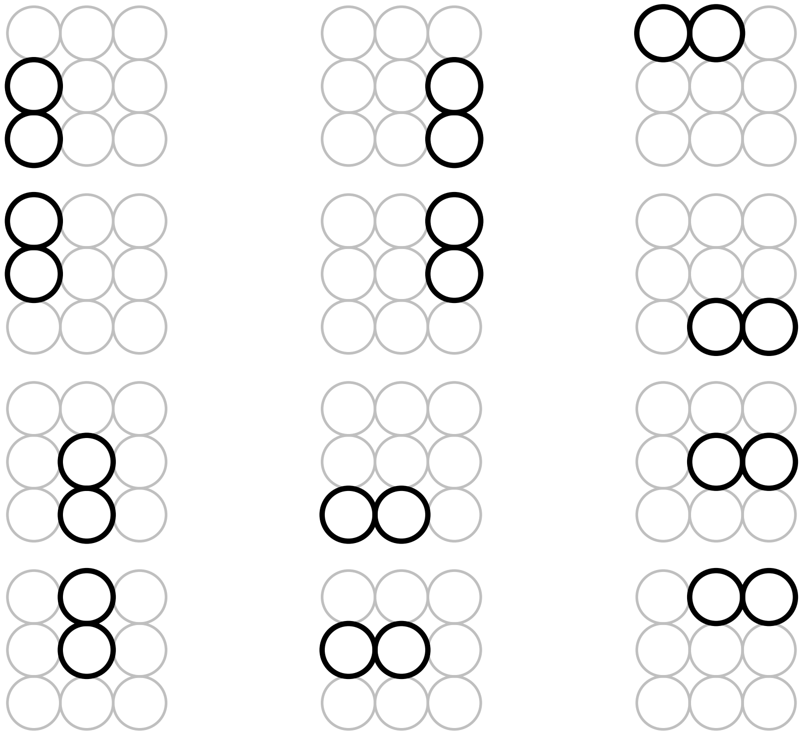
Le *huit de terre* est un ver qui a la forme d'un 8 quand il dort.

Compte tous les endroits où peut dormir le huit de terre dans la cavité dessinée ci-dessous.
NB : Endormi, le huit de terre a la taille de deux des cercles qui forment cette cavité.



« Le huit de terre », *Énigmes mathématiques pour les moins de 10 ans*, Niveau CE, Éd. Pole, 2003

Il y a douze endroits :



479 Wapiti

Énigme

Pour se protéger au mieux de leurs prédateurs naturels, un troupeau de wapitis préfèrent se regrouper.
Mais, aujourd'hui. . .
- s'ils essaient de se regrouper deux par deux, il en reste un, seul ;
- s'ils essaient de se regrouper trois par trois, il en reste un, seul ;
- s'ils essaient de se regrouper quatre par quatre, il en reste un, seul ;
- s'ils essaient de se regrouper cinq par cinq, il en reste un, seul ;
- s'ils essaient de se regrouper six par six, il en reste un, seul ;
- s'ils essaient de se regrouper sept par sept, aucun ne reste seul.

Sachant qu'il y a moins de 500 wapitis, combien sont-ils en ce jour ?

Soit N le nombre de wapitis.

Puisqu'il reste un wapiti lorsqu'on regroupe les N wapitis par deux, N s'écrit sous la forme « (multiple de 2) + 1 ». Ainsi $N - 1$ est un multiple de 2.

De même, N est un multiple de 3, de 4, de 5 et de 6.

Il est donc multiple du plus petit commun multiple des entiers 2, 3, 4, 5 et 6, soit de 60.

N, inférieur à 500, appartient donc à l'ensemble $\{61, 121, 181, 241, 301, 361, 421, 481\}$.

Puisqu'il ne reste aucun wapiti lorsqu'on regroupe les N wapitis par sept, N est un multiple de 7.

Parmi les valeurs précédentes, il y a une seule solution, 301 ($= 43 \times 7$).

Il y a donc 301 wapitis.

Remarque. On peut tester pour chacun des entiers de l'ensemble s'il est un multiple de 7 (ce qui revient à tester s'il est divisible par 7). On peut aussi utiliser un critère simple de divisibilité par 7 : la différence entre le *nombre* de dizaines et le double du *chiffre* des unités est divisible par 7. Comme le chiffre des unités est toujours 1, il faut donc que le nombre de dizaines diminué de 2 soit un multiple de 7.

480 Wombat (1)

Énigme

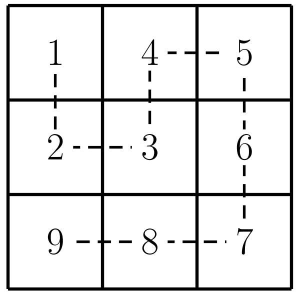
On a aperçu un wombat ! Les scientifiques australiens doivent absolument l'attraper pour le protéger.
Le wombat ne repasse jamais deux fois par le même endroit et il se déplace d'une case à la fois horizontalement.

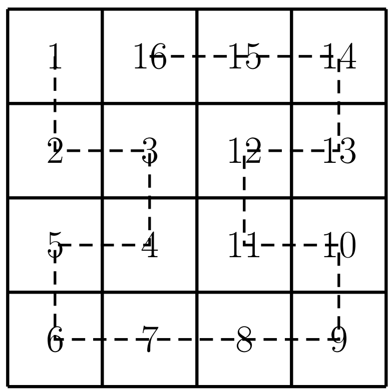
Dans chacun des deux cas suivants, aide le zoologue à retracer le parcours du wombat.

1		
	3	

1			14
	4		
			9

« La chasse au wombat », *Enigma X*, n° 2, Janvier 2006





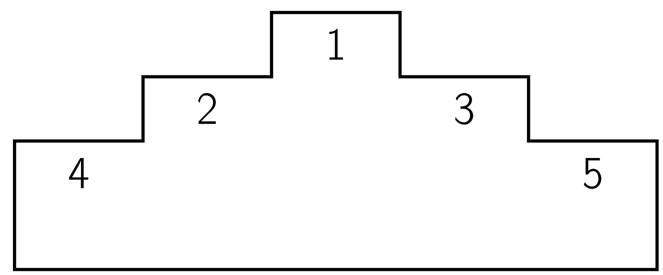
481 Wombat (2)

Énigme

Les quatre animaux viennent de faire une course avec le wombat.
Ils doivent monter sur le podium.
Voici quelques indices.

- Le kangourou sera à côté du dingo.
- Le renard et le lapin seront aux extrémités.
- Le lapin sera à côté du wombat.
- Le wombat sera à droite du kangourou.

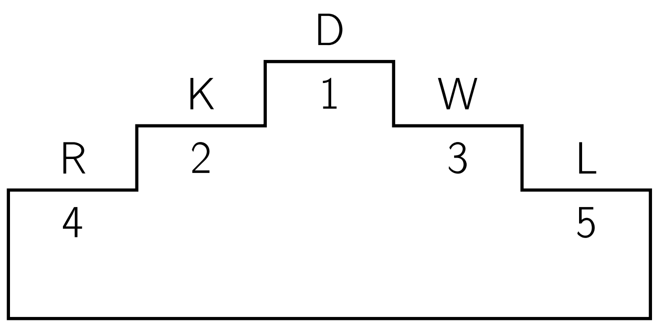
Retrouve la position de chaque animal sur le podium.



« Où est le wombat ? », *Enigma X*, n° 2, Janvier 2006

De gauche à droite :

- Renard
- Kangourou
- Dingo
- Wombat
- Lapin



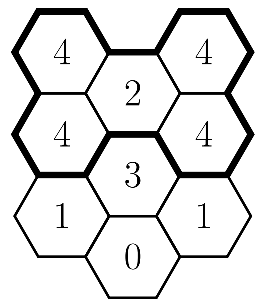
482 Wombat (3)

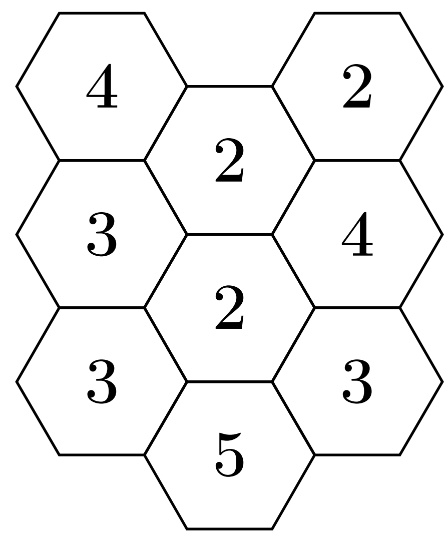
Énigme

Incorrigibles wombats... Sitôt arrivés, sitôt échappés !
Le gardien les a heureusement rattrapés mais, maintenant, il est obligés de monter une nouvelle clôture pour éviter que cela ne recommence.

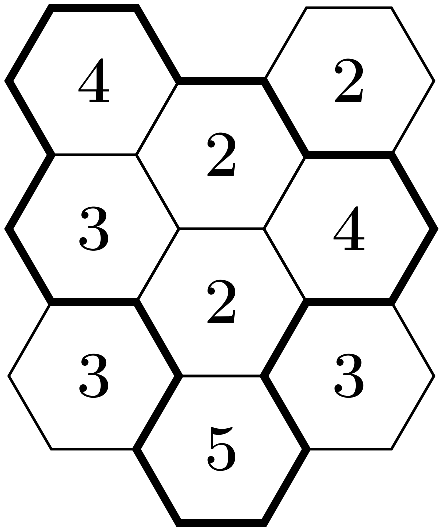
Trace la clôture sachant que, dans chaque hexagone, on peut lire le nombre de côtés d'hexagones utilisés par la clôture.

Voici l'ancienne clôture :





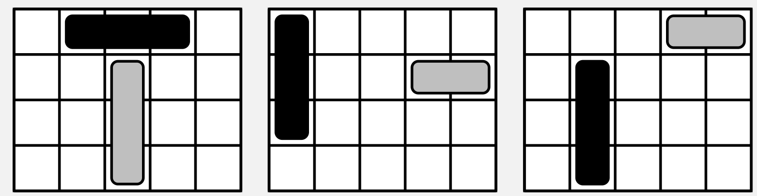
« La clôture », *Enigma X*, n° 2, Janvier 2006



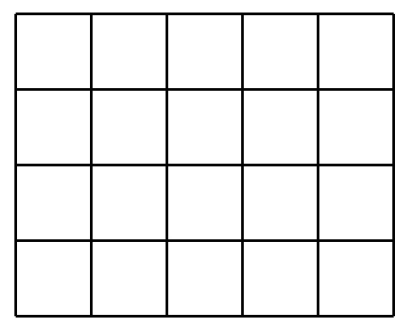
483 Wombat (4)

Énigme

Les zoologues ont réussi à attraper des wombats.
Ils peuvent les protéger en les gardant dans une réserve où ils vivront en liberté.
Mais il y a un problème, le parking de la réserve est trop petit.
Le camion de nourriture pour wombats (représenté en noir) et le camion de médicaments (représenté en gris clair) se placent obligatoirement de l'une des façons ci-dessous.

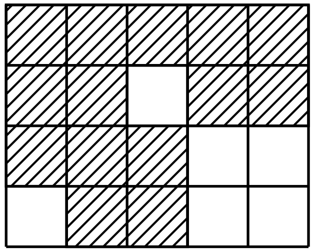


Quel est le seul endroit où le zoologue est sûr de pouvoir garer sa camionnette dans les trois cas, sachant qu'il n'occupe qu'une seule case et ne peut en aucun cas se garer sur une place qui touche les autres camions, même en diagonale ?

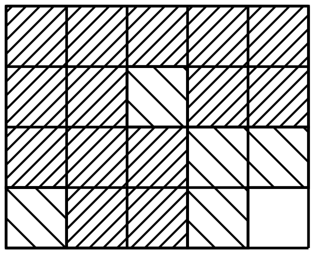


« L'arrivée des wombats », *Enigma X*, n° 2, Janvier 2006

En superposant les trois grilles, on obtient l'occupation possible des véhicules :



On rajoute la condition de juxtaposition, qui supprime cinq cases :



Le zoologue ne peut donc se garer que dans la case en bas à droite.

484 Xérus

Énigme

Vincent prépare une solution médicamenteuse pour son xérus malade. Il dispose de trois récipients A, B et C qui ont une contenance de 7, 4 et 3 centilitres.
Il doit faire le mélange ainsi : à chaque fois qu'il verse un récipient dans un autre, il arrête soit lorsque le récipient qui verse est vide soit lorsque le vase qui reçoit est plein.
Au départ, le récipient A est plein et les deux autres sont vides. Il effectue les transvasements suivants : A dans B, B dans C, C dans A, B dans C, A dans B et B dans C.

Combien de centilitres y a-t-il alors dans le récipient B ?

D'après « L'effort des amphores », *Enigma*, n° 4, mars-avril 2006

	A	B	C
Départ	7	0	0
A dans B	3	4	0
B dans C	3	1	3
C dans A	6	1	0
B dans C	6	0	1
A dans B	2	4	1
B dans C	2	2	3

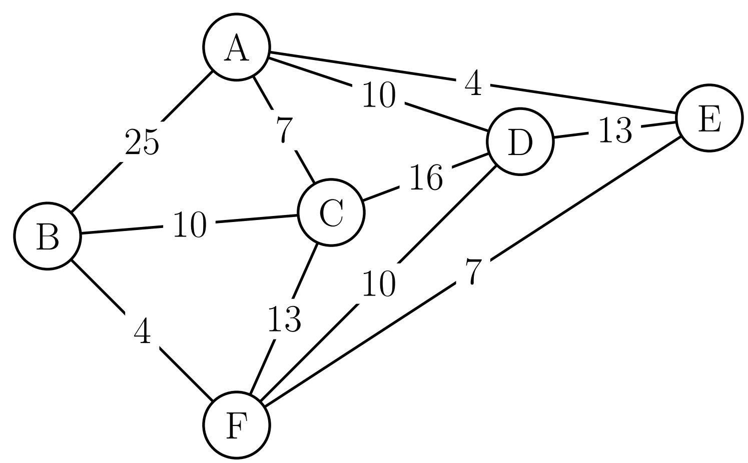
À la fin des transvasements, il y a 2 centilitres dans le récipient B.

485 Yack

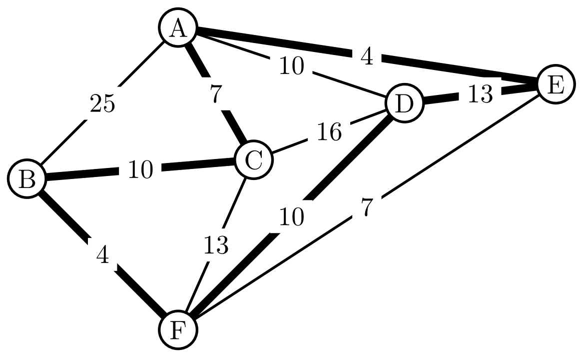
Énigme

Pemba et Nyima sont deux frères sherpas, dans le Népal. Le chef du village leur demande de transporter des marchandises dans cinq villages (puis de revenir au village !).
La carte ci-dessous montre les distances entre deux villages (quand ils peuvent être reliés). Par exemple, la distance entre les régions A et C est égale à 7.
Pemba connaît bien les régions à traverser : il choisit la boucle qui lui donne la plus petite distance.
Nyima, son jeune frère, tient à se faire sa propre recherche : il ne sait pas encore qu'il choisit la boucle qui lui donne la plus grande distance !

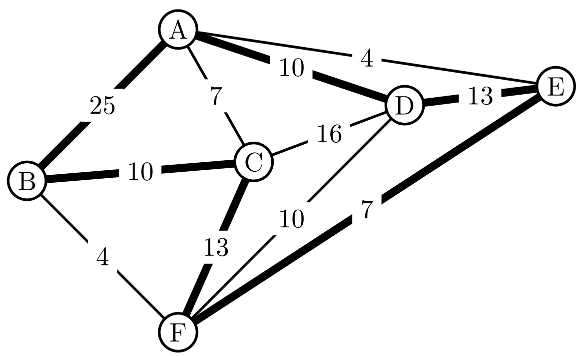
Quelle distance sépare les deux distances des deux frères ?



Chemin de Pemba, le plus court :
ACBFDEA, de distance totale égale à 48



Chemin en boucle de Nyima, le plus long :
ABCFEDA, de distance totale égale à 78



Il y a une différence de distance égale à 30.

486 Zèbre (1)

Énigme

Cinq maisons de couleurs différentes sont habitées par des hommes de nationalités et de professions différentes, chacun ayant son animal favori et sa boisson préférée.

1. L'Anglais habite la maison rouge.

2. Le chien appartient à l'Espagnol.

3. On boit du café dans la maison verte.

4. L'Ukrainien boit du thé.

5. La maison verte est située immédiatement à votre droite de la blanche.

6. Le sculpteur élève des escargots.

7. Le diplomate habite la maison jaune.

8. On boit du lait dans la maison du milieu.

9. Le Norvégien habite la première maison, à gauche.

10. Le médecin habite la maison voisine de celle où demeure le propriétaire du renard.

11. La maison du diplomate est voisine de celle où il y a un cheval.

12. Le violoniste boit du jus d'orange.

13. Le Japonais est acrobate.

14. Le Norvégien demeure à côté de la maison bleue.

À qui appartient le zèbre ? Qui boit de l'eau ?

Ce problème, difficile, est présenté comme inventé par Albert Einstein, jeune. Il peut aussi l'avoir été par Lewis Caroll. La première version de ce problème a été publiée dans l'édition du 17 décembre 1962 du *Life International* (et sa solution, dans celle du 25 mars 1963).

Par lecture directe :

Couleur	Jaune	Bleue (**14**)	Rouge (**1**)	Blanche (**5**)	Verte (**14**)
Nat.	Norvég. (**9**)		Anglais (**1**)		
Boisson			Lait (**8**)		Café (**3**)
Prof.	Diplom. (**7**)				
Animal		Cheval (**11**)			

D'après (**4**), l'Ukrainien habite la maison bleue ou la blanche. S'il habite la blanche, le violoniste habite dans la bleue (d'après (**12**)), par suite, l'Espagnol possédant un chien est dans la maison verte... mais alors, où est l'acrobate japonais ? Donc l'Ukrainien habite la maison bleue.

L'Ukrainien possédant un cheval ne peut être sculpteur (d'après (**6**)), il est donc médecin. Il boit du thé (**4**) donc l'eau est la boisson du diplomate.

L'acrobate japonais ne peut qu'habiter dans la maison verte, par suite l'Espagnol habite dans la blanche, et le sculpteur est anglais.

D'après (**6**) et (**10**), le propriétaire du renard est le diplomate et, par suite, le Japonais possède le zèbre.

D'où le tableau :

Couleur	Jaune	Bleu	Rouge	Blanc	Vert
Nationalité	Norvégien	Ukrainien	Anglais	Espagnol	Japonais
Boisson	**Eau**	Thé	Lait	Jus d'or.	Café
Profession	Diplomate	Médecin	Sculpteur	Violoniste	Acrobate
Animal	Renard	Cheval	Escargots	Chien	**Zèbre**

Le Japonais possède le zèbre et l'eau est la boisson du diplomate.

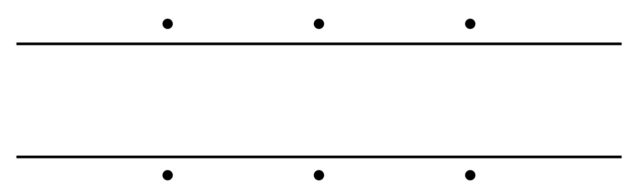
487 Zèbre (2)

Énigme

Les six photos prises lors d'un safari ne permettent pas de se faire une idée d'ensemble de la disposition des animaux autour des points d'eau situés le long de la rivière (voir schéma ci-dessous). En faisant appel à sa mémoire, notre photographe devrait pourtant s'y retrouver :

1. Le tigre et l'éléphant sont l'un en face de l'autre de part et d'autre de la rivière.
2. Le crocodile n'est pas en face du boa et son voisin de droite regarde vers la forêt.
3. L'éléphant est près de la forêt et se trouve sur la même rive que l'hippopotame.
4. Le tigre ne boit pas à côté du boa et ses deux voisins les plus proches dorment.
5. Le boa boit les yeux fermés.
6. L'animal le plus éloigné de l'hippopotame ne boit pas et regarde la forêt.

Mais où est donc le zèbre ?



Aide : L'animal le plus éloigné du tigre est en train de boire et le crocodile est la droite du boa.

Tigre Crocodile Boa

Éléphant $\boxed{\text{Zèbre}}$ Hippopotame

488 Zèbre (3)

Énigme

En se rendant à un point d'eau dans la savane, un zèbre croisa six girafes.
Chaque girafe transportait trois singes sur son dos.
Chaque singe avait deux oiseaux sur la queue.

Combien d'animaux se rendaient au point d'eau ?

Un seul : le zèbre.

Le zèbre se rendait au point d'eau et tous les autres animaux en revenaient puisqu'il les a croisés.

489 Zèbre (4)

Énigme

Un lion, un léopard et un chacal dévorent ensemble un zèbre.
Le lion seul le dévorerait en 1 heure.
Le léopard seul mettrait 3 heures.
Le chacal seul mettrait 6 heures.

En combien de temps dévorent-ils ensemble ce zèbre ?

Déterminons ce que mange chaque animal en une heure.

En une heure, le lion mange 1/1 part du zèbre, le léopard, 1/3, et le chacal, 1/6.

Faisons la somme de ces parts.
$1+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{9}{6}=\frac{3}{2}$

Donc les 3 animaux mangent en une heure l'équivalent de 3/2 du zèbre, soit un zèbre et demi.

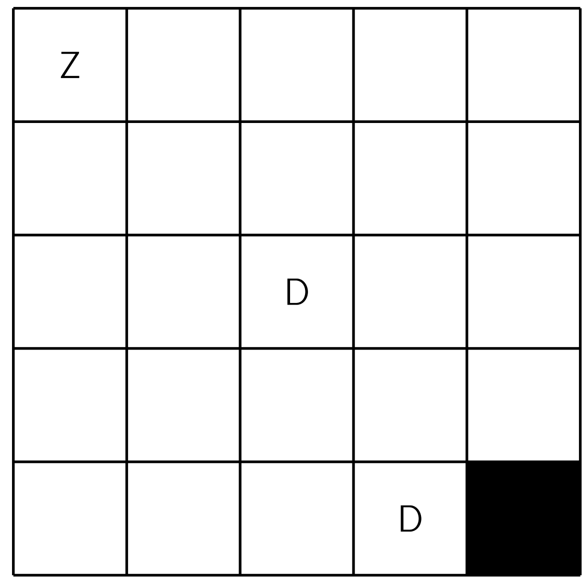
Donc le zèbre sera mangé en 2/3 d'heure, soit en $\frac{2}{3}\times 60=40$ minutes.

490 Zèbre (5)

Énigme

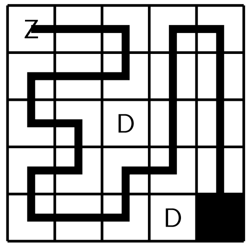
Un zèbre part de la case marquée Z.
Il avance case par case horizontalement ou verticalement jamais en diagonale.
Les cases marquées D sont à éviter car elles invitent à zézayer.

Trouvez un chemin qui mène de la case Z à la case noire.



« Zèbre qui zézaie », `http://www.recreomath.qc.ca/`

Voici un chemin :



491 Zèbre (6)

Énigme

Ce soir, c'est le grand bal des animaux qui rassemble des éléphants, des girafes et des zèbres.
Les éléphants et les girafes sont arrivés les premiers.
Chaque éléphant est venu accompagné d'une girafe et chaque girafe est venue accompagnée d'un éléphant.
Au total, 65 animaux sont venus au bal.
Le nombre de zèbres est égal à la moitié de celui des éléphants.

Combien de zèbres sont venus au bal ce soir ?

« Le bal des animaux »,
Rallye Mathématique Transalpin, Épreuve 1, 2017

Il y a autant de girafes que d'éléphants et le nombre de zèbres est égal à la moitié du nombre d'éléphants et donc de girafes.

On considère donc des groupements de cinq animaux : deux girafes, deux éléphants et un zèbre.

Avec 65 animaux, on peut faire $65 \div 5 = 13$ de ces groupements.

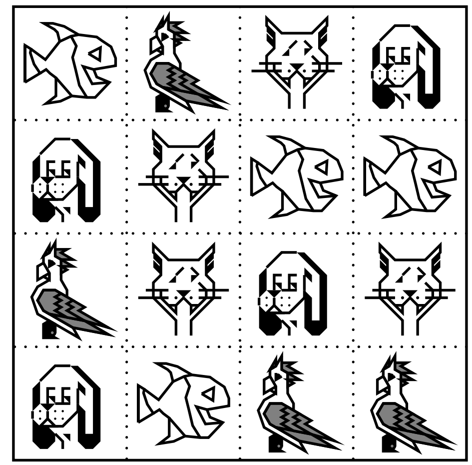
Comme il y a 1 zèbre par groupement, on déduit que 13 zèbres sont venus au bal.

492 Zone pavillonaire (1)

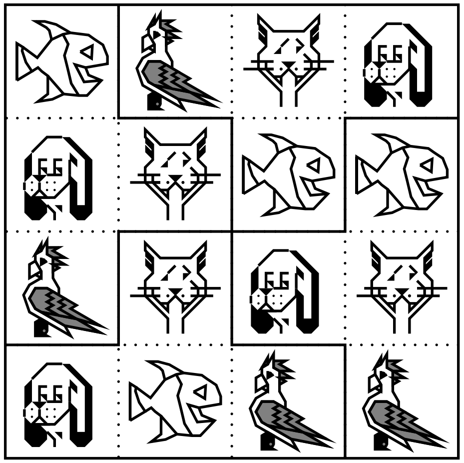
Énigme

Dans cette zone pavillonnaire, chacun des quatre propriétaires a un chat, un chien, un poisson et un perroquet.
Les quatre propriétaires habitent sur des zones de même forme.

Retrouver les zones habitées par les quatre propriétaires.



D'après « Découpons le carré », Rallye mathématique de l'IREM de Paris-Nord, 1999

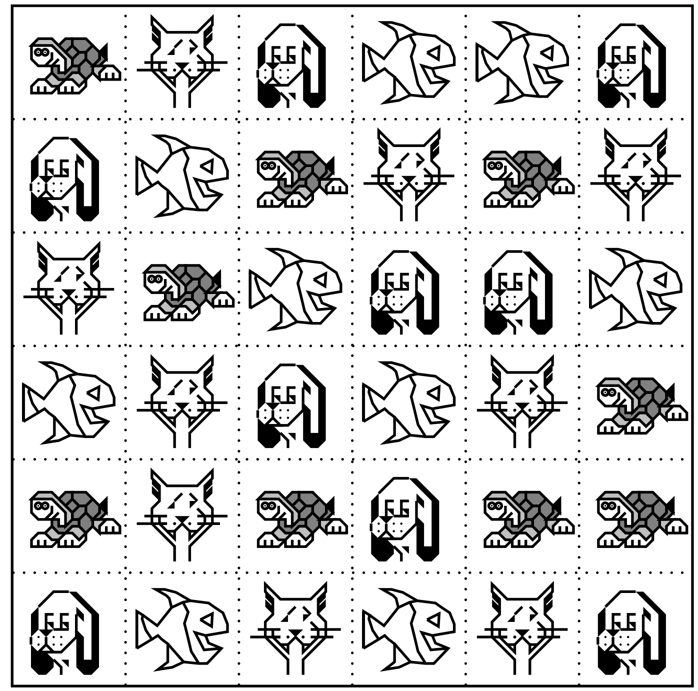


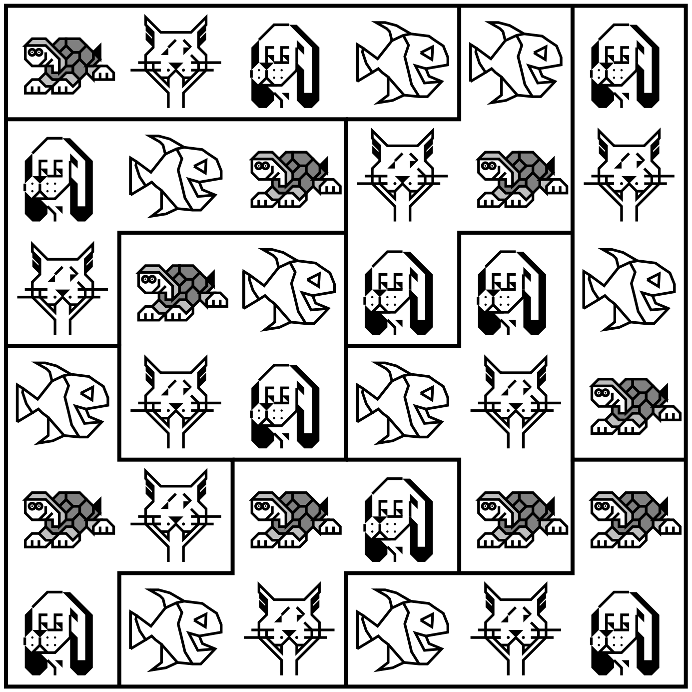
493 Zone pavillonaire (2)

Énigme

Dans cette zone pavillonnaire, chacun des neuf propriétaires a un chat, un chien, un poisson et une tortue.

Retrouver les surfaces habitées par les neuf propriétaires.



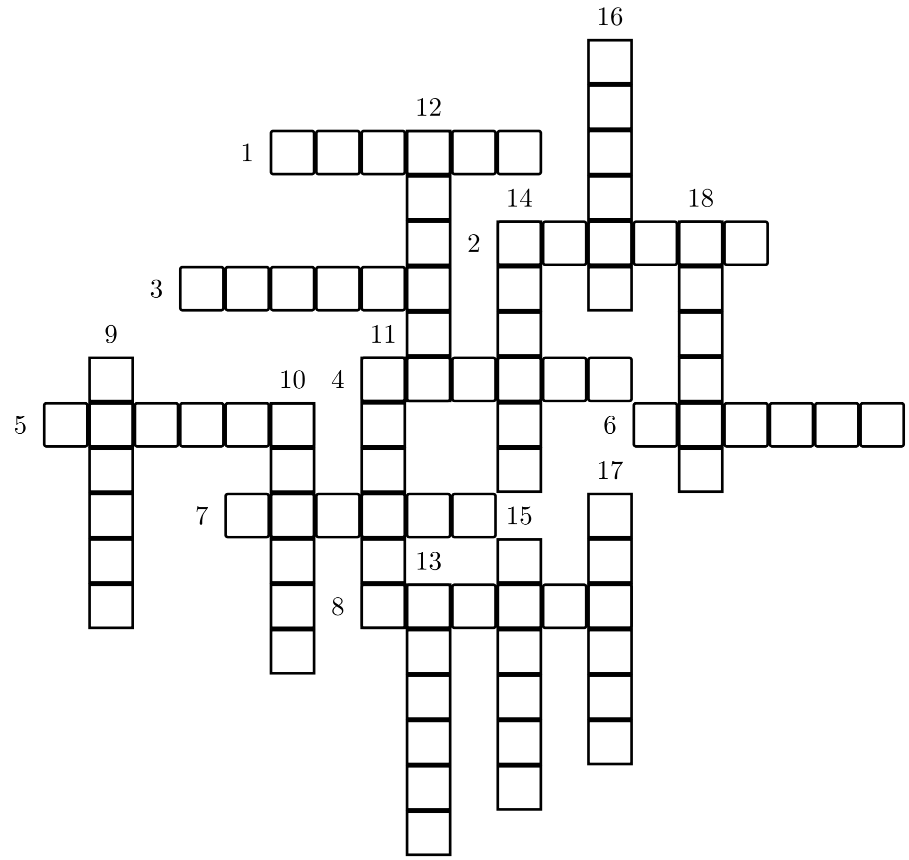


494 Zoo

Énigme

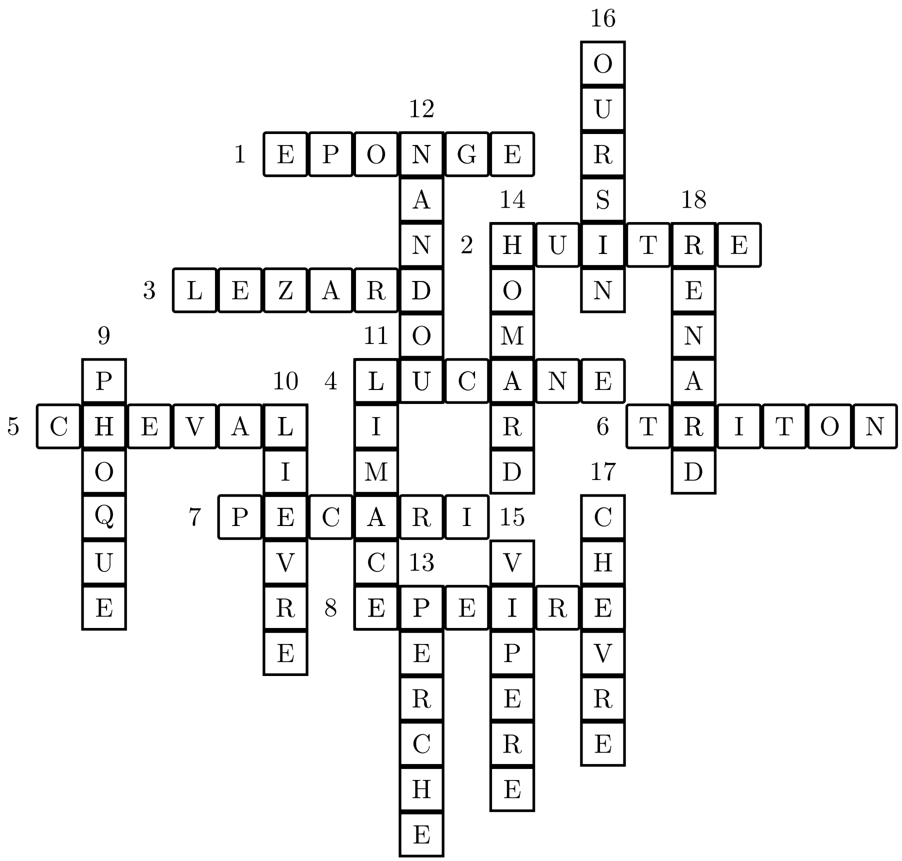
Essayez de placer le maximum de noms d'animaux de la liste ci-dessous dans la grille, sachant qu'on peut faire entrer la totalité. Bien entendu, chaque nom ne peut être utilisé qu'une fois.

CHEVAL	LEZARD	PECARI
CHEVRE	LIEVRE	PERCHE
EPEIRE	LIMACE	PHOQUE
EPONGE	LUCANE	RENARD
HOMARD	NANDOU	TRITON
HUITRE	OURSIN	VIPERE



« Entrez dans le zoo », *Pour le plaisir de se casser (encore plus) la tête !*, L. Thépault, Éd. Dunod, 2005

• En essayant un à un chacun des 18 mots pour le 8 horizontal, seul EPEIRE convient, car il peut faire entrer simultanément en 11, 13, 15 et 17 quatre autres mots de la liste. • Regardons le 5 horizontal. La dernière lettre du mot est la première du 10 vertical. Trois cas sont possibles : E, L et N. • Si c'est N, en 10 vertical, on a NANDOU, et aucun mot ne pourra entrer en 7 horizontal (aucun mot n'a pour seconde lettre un N). La dernière lettre de 5 horizontal est donc E ou L. • Si c'est E, en 10 vertical, on a EPONGE (EPEIRE est déjà placé) et en 7 horiezontal HOMARD. Mais dans ce cas, on s'aperçoit qu'on ne peut placer NANDOU nulle part. • La dernière lettre de 5 horizontal est donc un L et le mot correspondant est CHEVAL. • Les lettres C, M et Z ne se rencontrent jamais au deuxième rang d'un des mots de la liste ; le 10 vertical est donc LIEVRE. • En continuant ainsi, on décrypte pas à pas la grille pour obtenir l'unique grille solution représentée ci-dessous.

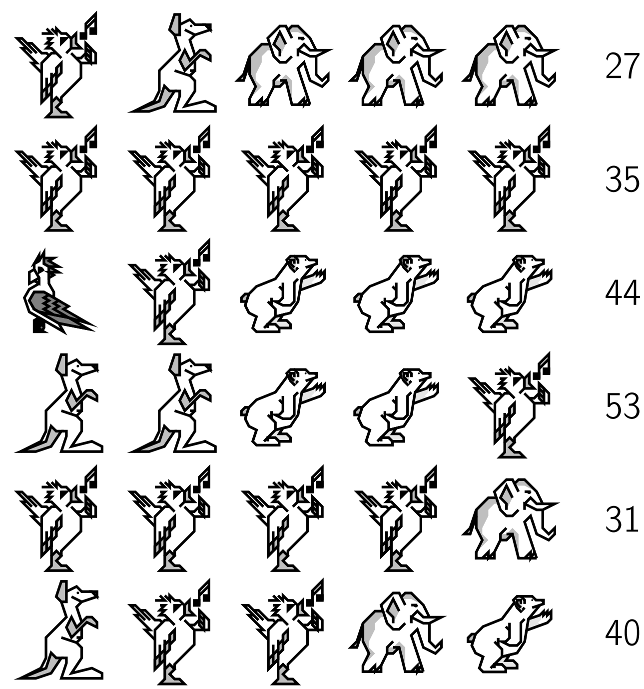


495 Zoologie

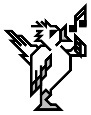
Énigme

Chaque animal représente un nombre entier, on trouve en bout de ligne la somme de ces cinq nombres.

Retrouve le nombre qui correspond à chaque animal.

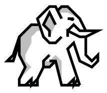


D'après « Zoologie », Rallye mathématique de l'IREM de Paris-Nord, Mai 2012



À l'aide de la deuxième ligne :

$35 \div 5 = 7$

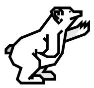


À l'aide de la cinquième ligne, ensuite :

$31 - 4 \times 7 = 3$

À l'aide de la première ligne, ensuite :

$27 - 7 - 3 \times 3 = 11$



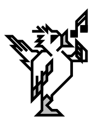
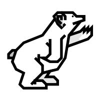
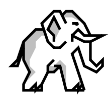
À l'aide de la sixième ligne, ensuite :

$40 - 11 - 2 \times 7 - 3 = 12$

À l'aide de la troisième ligne, enfin :

$44 - 7 - 3 \times 12 = 1$

En résumé :

 7  11  1  12  3

Index