

Análisis de algoritmos recursivos

A) $x(n) = x(n-1) + 5$ para $n > 1$, $x(1) = 0$

Sustituir $x(n-1) = x(n-2) + 5$

$$x(n) = [x(n-2) + 5] + 5$$

$$= x(n-2) + 10$$

Sustituir $x(n-2) = x(n-3) + 5$

$$= [x(n-3) + 5] + 10$$

$$= x(n-3) + 15$$

$$x(n) = x(n-i) + 5i$$

Condición inicial $x(1) = 0$, $i = n-1$

$$x(n) = x(n-(n-1)) + 5n = x(1) + 5n$$

$$= 0 + 5n$$

$$= 5n \rightarrow n$$

Es de orden lineal

B) $x(n) = 3x(n-1)$ para $n > 1$, $x(1) = 4$

Sustituir $x(n-1) = 3x(n-2)$

$$x(n) = 3[3x(n-2)]$$

$$= 9x(n-2)$$

Sustituir $x(n-2) = 3x(n-3)$

$$= 9[3x(n-3)]$$

$$= 27x(n-3) \quad x(n) = 3^i x(n-i)$$

Condición inicial $x(1) = 4$, $i = n-1$

$$x(n) = 3^n x(n-(n-1))$$

$$x(n) = 3^n x(1)$$

$$x(n) = 3^n (4)$$

$$x(n) = 3^n \rightarrow \text{Es de orden exponencial}$$

C) $x(n) = x(n-1) + n$ para $n > 0$, $x(0) = 0$

Sustituir $x(n-1) = x(n-2) + n$

$$x(n) = [x(n-2) + n] + n = x(n-2) + 2n$$

$$x(n) = x(n-i) + in$$

Condición inicial $x(0) = 0$, $i=n$

$$x(n) = x(0) + n^2$$

$$x(n) = n^2 \rightarrow \text{Es de orden cuadrático}$$

D) $x(n) = x(n/2) + n$ para $n > 1$, $x(1)=1$ (Resolver para $n = 2^k$)

Sustituir $x(n/2) = x(n/2/2) + n/2 = x(n/4) + n/2$

$$x(n) = [x(n/4) + n/2] + n$$

$$= x(n/4) + 3n/2$$

Sustituir $x(n/4) = x(n/8) + n/4$

$$= [x(n/8) + n/4] + 3n/2$$

$$= x(n/8) + 7n/4$$

$$x(n) = x(n/2^i) + n[(2^i - 1) / (2^i - 2^{i-1})]$$

Condición inicial $x(1)=1$, $n=2^k$, $i=\log_2(n)$

$$x(n) = x(n/2^{\log_2(n)}) + n[(2^{\log_2(n)} - 1) / \{(2^{\log_2(n)} - 2^{(\log_2(n)-1)}\}]$$

$$x(n) = x(1) + 2n^2 - 2 / n$$

$$x(n) = 1 + 2n - 2/n \rightarrow \text{Orden lineal}$$

$$x(2^k) = 1 + 2^{k+1} - 2^{1-k}$$

Algoritmo_misterioso(n):

s <- 0

Para i <- 1 hasta n hacer

s <- s + i * i Fin Para

Devolver s

Fin

¿Qué calcula el algoritmo?

La suma de los cuadrados de los números, desde 0 hasta n.

¿Cuál es la operación básica?

Suma

¿Cuántas veces se ejecuta la operación básica?

n veces

¿Cuál es la eficiencia del algoritmo?

Es de orden lineal