

1.

$$R^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow R^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R^{(2)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow R^{(3)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R^{(4)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = t(R), \text{ 即为传递闭包}$$

2. 国际象棋棋盘大小  $8 \times 8$

a. 假设从左上角到右下角, 起始位置为  $(1,1)$ , 终点为  $(8,8)$ .

$P(i,j)$ : 从  $(1,1)$  到  $(i,j)$  的最短路径数

初始化:  $P(i,1) = P(1,j) = 1, (1 \leq i,j \leq 8)$

$P(i,j) = P(i-1,j) + P(i,j-1) (2 \leq i,j \leq 8)$

$P(i,j)$	$j=1$	2	3	4	5	6	7	8
$i=1$	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	3	4	5	6	7	8
3	1	3	6	10	15	21	28	36
4	1	4	10	20	35	56	84	120
5	1	5	15	35	70	126	210	330
6	1	6	21	56	126	252	462	792
7	1	7	28	84	210	462	924	1716
8	1	8	36	120	330	792	1716	3432

$\therefore$  最短路径数为 3432

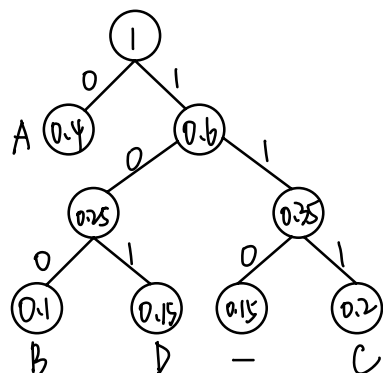
b. 对  $n \times n$  的棋盘, 从  $(1,1)$  到  $(n,n)$ , 最少要走  $2(n-1)$  格, 其中  $(n-1)$  格向右  
 另外  $(n-1)$  格向下

$\therefore$  最短路径数为  $C_{2(n-1)}^{n-1}$

$\therefore$  当  $n=8$  时

最短路径数为  $C_{14}^7 = 3432$

3. a.



A: 0

B: 100

C: 111

D: 101

-: 110

b. ABACABAD

0100011101000101

c. BAD-ADA