

1. (10分) 在6天里安排6门课 (A,B,C,D,E,F) 的考试, 每天考1门。假设每人选修课的情况有如下的4类: DCA, BCF, EB, AB。如何安排日程, 使得没有人必须连续两天有考试? (构建无向图来解决这一问题, 需给出必要的解题过程)



取出补图, 得

取简单路径, 因为此时不存在选课相交的回路。

有 B D F A E C

因此六天的考试日程需按此顺序安排,

有 B D F A E C, D F A E C B, F A E C B D,

A E C B D F, E C B D F A, C B D F A E

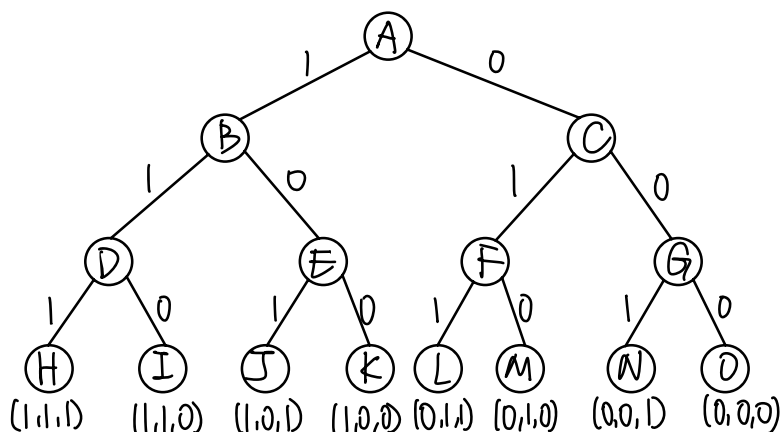
则可使没有人连续两天考试。

2. (10分) 使用回溯法解0/1背包问题: 有三个物品, 背包的容量 $C=9$, 物品的价值 $V=\{6, 10, 3\}$, 物品的重量 $W=\{3, 4, 4\}$, 解空间由长度为3的0-1向量组成, 请用二叉树表示其解空间, 并给出所有的可行解, 计算最优值和最优解。

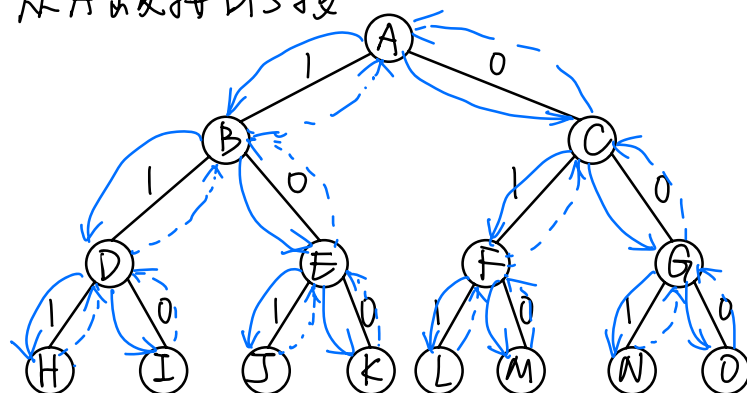
$n=3$, $W=(3, 4, 4)$, $V=(6, 10, 3)$, $C=9$.

1° 定义解空间: $X = \{(0, 0, 0), (0, 0, 1), (0, 1, 0), \dots, (1, 1, 0), (1, 1, 1)\}$

2° 构造解空间树



3° 从A出发按DFS搜

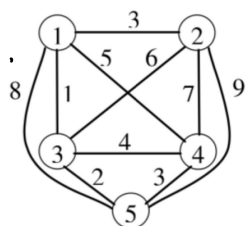


解值: 16 9 6 13 10 3 0

可行解: $(1,1,0) (1,0,1) (1,0,0) (0,1,1) (0,1,0) (0,0,1) (0,0,0)$

最优解: $L = (1, 1, 0)$, 最优值为 16

3.



由于对于图中的每个顶点,哈密顿回路都必须恰好附带两条边
因此可以算出任何旅程长度 l 的下界:

对于每一个城市 i ($1 \leq i \leq n$), 求出从城市 i 到最近的两个城市的距离之和 S_i ; 计算出这 n 个数字的和 S , 并把结果除以 2, 再向上取整。

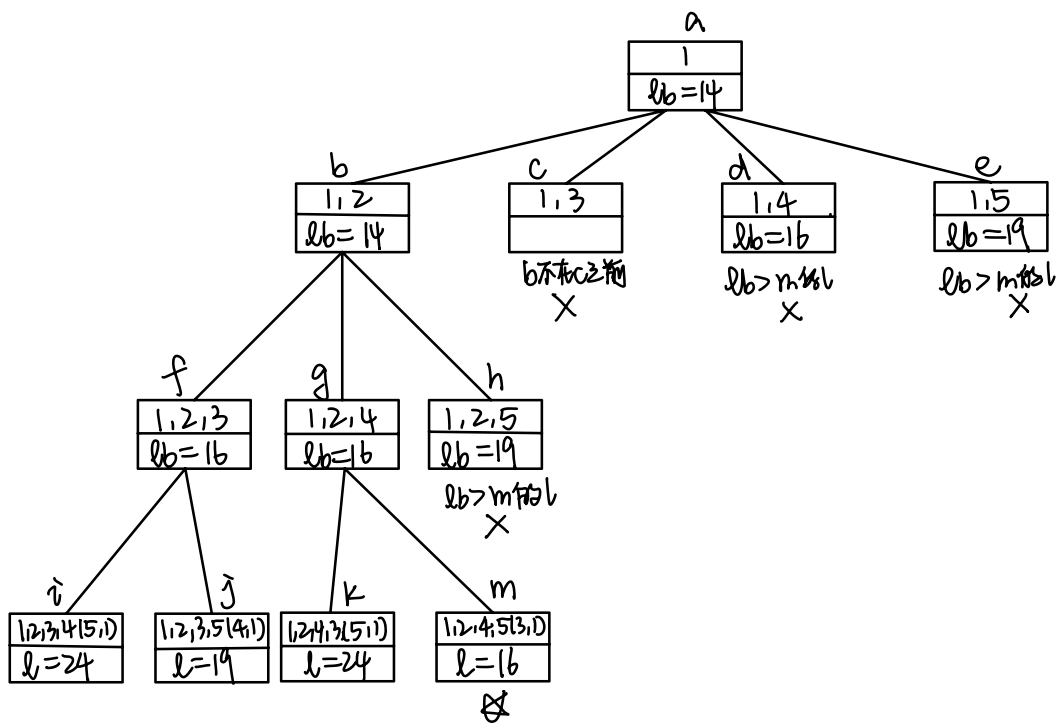
即 $V_b = TS/27$

根据题意, 可得 $16 = \lceil [(1+3) + (3+6) + (1+2) + (3+4) + (2+3)] / 2 \rceil = 14$.

1. 以 1 为起点.

2' 因图是无向图, 所以只生成 Z 在 Y 之前的旅程.

3) 在访问了 $n-1=4$ 个城市以后, 只能访问那个未被访问的城市, 最后回到起点.



∴ 最优值为 16
最优解为 1 → 2 → 4 → 5 → 3 → 1

4.

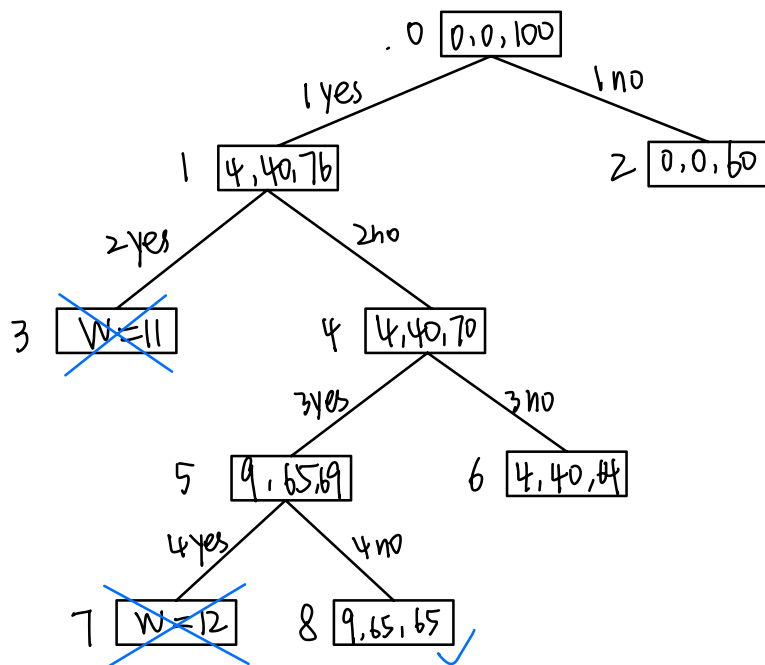
4. (10分) 请用分支限界法对以下背包问题求解。详细给出解空间树，搜索过程及结果。背包容量 $W=10$ ，物品不可拆分。

物品	重量(w)	价值(v)
1	4	40
2	7	42
3	5	25
4	3	12

value density.

10
6
5
4.

$[w_1, v_1, w_2]$



∴ 最优值为 65, 将物品 1 和 3

5. (10分) 假设去超市购买了一个售价为3毛7分的商品, 你给售货员1元 (1元 = 100分), 售货员需要找钱给你。假设有四种面额的硬币: 1分、5分、1毛、5毛, 每种硬币的数量充足。现在要求售货员使用最少数量的硬币, 求出这个最少数量是多少 (使用动态规划求解, 给出解题步骤)

1, 5, 10, 50

要找 63分, 6毛3分

设找零 n 分时, 所用的硬币最少数量为 $d(n)$

硬币面额为 $\text{coins} \{c_1, c_2, c_3, c_4\}$

$$d(n) = \min \{m(n - c_i) + 1\}, n - c_i > 0$$

$$d(0) = 0$$

$$d(1) = 1$$

采用自底向上的方法:

ALGORITHM $\text{minCoins}(n, \text{coins})$

// computes $d(n)$ by dynamic programming

```

for i=0 to n do
  min_ret = i
  for c in coins
    if i >= c
      min_count = d[i-c] + 1
      if min_count < min_ret
        min_ret = min_count
  d[i] = min_ret
return d[n]

```

找零63分最多需要5枚硬币,分别为1枚5角,1枚1角,3枚1分