CHAPITRE 05

Probabilités élémentaires - Exercices (Correction)

Exercice 1

1. Compléter le tableau d'effectifs ci-dessous.

	Seconde	Première	Terminale	Total
Utilise régulièrement les RS	760	630	350	1 740
N'utilise pas régulièrement les RS	40	70	150	260
Total	800	700	500	2 000

- Élèves de terminale : $\frac{1}{4} \times 2\,000 = 500$.
- Élèves de première : $\frac{35}{100} \times 2\,000 = 700$; il reste donc $2\,000 - (500 + 700) = 800$ élèves en seconde.
- Nombre d'élèves de terminale utilisant internet : $\frac{70}{100} \times 500 = 350$.
- Nombre d'élèves de seconde utilisant internet : par différence : $1\,740 - (350 + 630) = 760$.

2. La probabilité d'obtenir le questionnaire d'un élève de 2^{de} qui utilise régulièrement les RS est $\frac{760}{2\,000} = 0{,}38$.

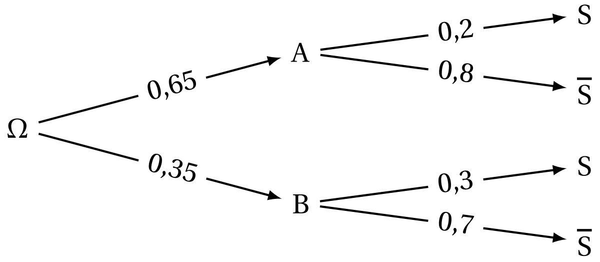
3. On a $\mathrm{P}(\mathrm{T}) = \frac{1}{4} = 0{,}25$ et $\mathrm{P}_{\mathrm{T}}(\mathrm{R}) = \frac{\mathrm{P}(\mathrm{T} \cap \mathrm{R})}{\mathrm{P}(\mathrm{T})} = \frac{\frac{350}{2000}}{\frac{1}{4}} = \frac{350}{500} = 0{,}7$. C'est la probabilité qu'un élève de terminale rencontré au hasard utilise les RS, et cette donnée est dans l'énoncé !

4. Sur 2 000 élèves 260 n'utilisent pas les RS régulièrement. $\mathrm{P}\left(\overline{\mathrm{R}}\right) = \frac{260}{2000} = \frac{13}{100} = 0{,}13$.

5. Sur les 1 740 utilisateurs réguliers il y a 630 élèves de première ; la probabilité est donc $\mathrm{P}_{\mathrm{R}}(\mathrm{E}) = \frac{630}{1\,740} = \frac{21}{58}$.

Exercice 2

1. On peut proposer l'arbre suivant :



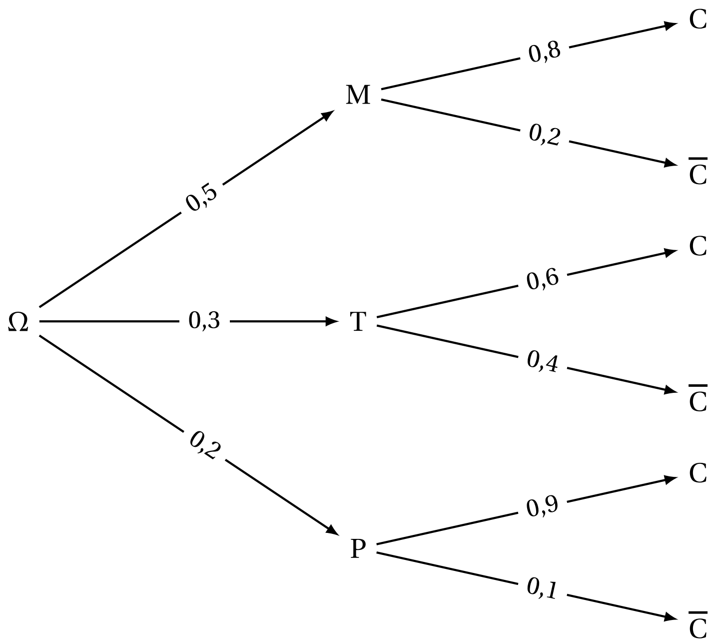
2. La probabilité que le questionnaire choisi soit celui d'un employé qui travaille dans le secteur B et qui est stressé est $p(\mathrm{B} \cap \mathrm{S})$.
D'après la formule des probabilités composées, $p(\mathrm{B} \cap \mathrm{S}) = p(\mathrm{B}) \times p_{\mathrm{B}}(\mathrm{S}) = 0{,}35 \times 0{,}3 = 0{,}105$.

3. D'après la formule des probabilités totales : $p(\mathrm{S}) = p(\mathrm{A} \cap \mathrm{S}) + p(\mathrm{B} \cap \mathrm{S}) = 0{,}13 + 0{,}105 = 0{,}235$.
Le résultat obtenu correspond à 23,5 % : la salle de relaxation ne sera pas installée.

4. Il faut trouver $p_{\mathrm{S}}(\mathrm{A}) = \frac{p(\mathrm{S} \cap \mathrm{A})}{p(\mathrm{A})} = \frac{0{,}13}{0{,}235} \approx 0{,}55$ au centième près.

Exercice 3

1. L'énoncé nous donne $p(\mathrm{T}) = 0{,}3$ et $\mathrm{P_T(C)} = 0{,}6$.
2. L'arbre de probabilités est :



3. **a.** $\mathrm{M} \cap \mathrm{C}$ représente l'évènement « le client a pris un macaron **et** un café ».
   Et on a $p(\mathrm{M} \cap \mathrm{C}) = p(\mathrm{M}) \times p_{\mathrm{M}}(\mathrm{C}) = 0{,}5 \times 0{,}8 = 0{,}4$.

   b. D'après la formule des probabilités totales, on a $p(\mathrm{C}) = p(\mathrm{M} \cap \mathrm{C}) + p(\mathrm{T} \cap \mathrm{C}) + p(\mathrm{P} \cap \mathrm{C})$.
   Et donc $p(\mathrm{C}) = 0{,}4 + 0{,}3 \times 0{,}6 + 0{,}2 \times 0{,}9 = 0{,}4 + 0{,}18 + 0{,}18 = 0{,}76$.

4. Il faut trouver $p_{\mathrm{C}}(\mathrm{M}) = \dfrac{p(\mathrm{C} \cap \mathrm{M})}{p(\mathrm{C})} = \dfrac{0{,}4}{0{,}76} \approx 0{,}53$ à 0,01 près.

5. **a.** On a :
   - P + M + C : 18 + 6 + 2 = 26 € ;
   - P + M : 18 + 6 = 24 € ;
   - P + T + C : 18 + 7 + 2 = 27 € ;
   - P + T : 18 + 7 = 25 € ;
   - P + C : 18 + 2 = 20 € ;
   - P : 18 €

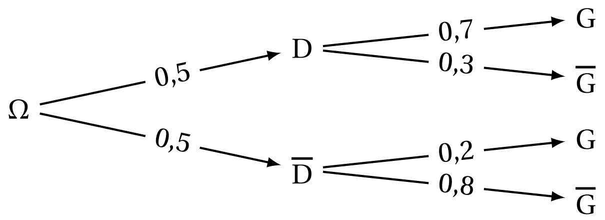
   b. le tableau complété est :

Sommes s_i	18	20	24	25	26	27
$p(s_i)$	0,02	0,18	0,1	0,12	0,4	0,18

   c. On a $18 \times 0{,}02 + 20 \times 0{,}18 + 24 \times 0{,}1 + 25 \times 0{,}12 + 26 \times 0{,}4 + 27 \times 0{,}18 = 24{,}62$ (€).
   Sur un grand nombre de repas la recette par client s'élève à 24,62 €.

Exercice 4

1. **a.** L'arbre complété est :



b. La probabilité de l'évènement « le joueur choisit la console déréglée et il gagne » est $P(D\cap G)$.
D'après la formule des probabilités composées, $P(D\cap G) = P(D)\times P_D(G) = 0{,}5\times 0{,}7 = 0{,}35$.

c. La probabilité de l'évènement « le joueur choisit la console non déréglée et il gagne » est $P\left(\overline{D}\cap G\right)$.
D'après la formule des probabilités composées, $P\left(\overline{D}\cap G\right) = P\left(\overline{D}\right)\times P_{\overline{D}}(G) = 0{,}5\times 0{,}2 = 0{,}1$.

d. La probabilité que le joueur gagne est égale à $P(G)$.
D'après la formule des probabilités totales, $P(G) = P(D\cap G) + P\left(\overline{D}\cap G\right) = 0{,}35 + 0{,}1 = 0{,}45$.

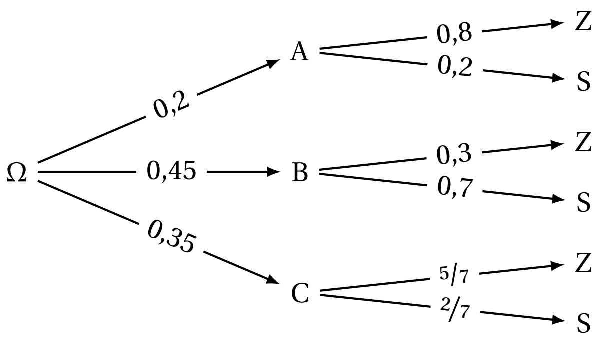
e. La probabilité que le joueur ait choisit la console déréglée sachant qu'il a gagné est $P_G(D)$.
D'après la formule des probabilités conditionnelles, $P_G(D) = \dfrac{P(D\cap G)}{P(G)} = \dfrac{0{,}35}{0{,}45} \approx 0{,}778$ au millième.

2. On va tester l'éventuelle indépendance de D et de G :
$\left\{\begin{array}{l} P(D)\times P(G) = 0{,}5\times 0{,}45 = 0{,}225 \\ P(D\cap G) = 0{,}35 \end{array}\right| \Rightarrow$ D et G ne sont pas indépendants.

3. La probabilité de l'événement « le joueur gagne trois parties de suite » vaut (grâce à l'indépendance) $P(G)^3$.
Et $P(G)^3 = 0{,}45^3 \approx 0{,}009$ au millième.

Exercice 5

1. L'arbre de probabilités est :



2. La probabilité que le client interrogé ait souscrit un prêt automobile avec une assurance *Zen* dans l'agence A est $p(A\cap Z)$. D'après la formule des probabilités composées, $p(A\cap Z) = p(A)\times p_A(Z) = 0{,}2\times 0{,}8 = 0{,}16$.

3. D'après la formule des probabilités totales :
$p(Z) = p(A\cap Z) + p(B\cap Z) + p(C\cap Z) = 0{,}16 + 0{,}45\times 0{,}3 + 0{,}35\times \frac{5}{7} = 0{,}545$.

4. On cherche ici $p_Z(C) = \dfrac{p(Z\cap C)}{p(Z)} = \dfrac{0{,}25}{0{,}545} \approx 0{,}459$ au millième.