

CHAPITRE 05

Probabilités élémentaires - Exercices

Exercice 1

En vue de sa prochaine brochure d'information sur les dangers des Réseaux Sociaux, un lycée a fait remplir un questionnaire à chacun des 2 000 élèves, répartis dans les sections de seconde, première et terminale. On obtient la répartition :

- un quart des élèves est en terminale ;
- 35 % des élèves sont en première ;
- tous les autres sont en seconde ;
- parmi les élèves de terminale, 70 % utilisent régulièrement les Réseaux Sociaux ;
- 630 élèves sont des élèves de première qui utilisent régulièrement les Réseaux Sociaux.
- 1 740 élèves utilisent régulièrement les Réseaux Sociaux.

Cette enquête permet de modéliser le choix d'un élève du lycée. On choisit au hasard un questionnaire d'élève en supposant que ce choix se fait en situation d'équiprobabilité. On note :

- S : l'évènement « le questionnaire est celui d'un élève en classe de seconde » ;
- E : l'évènement « le questionnaire est celui d'un élève en classe de première » ;
- T : l'évènement « le questionnaire est celui d'un élève en classe de terminale » ;
- R : l'évènement « le questionnaire est celui d'un élève qui utilise régulièrement les Réseaux Sociaux (RS) ».

1. Compléter le tableau d'effectifs ci-dessous.

	Seconde	Première	Terminale	Total
Utilise régulièrement les RS		630		
N'utilise pas régulièrement les RS				
Total				2 000

2. Déterminer la probabilité d'obtenir le questionnaire d'un élève de seconde qui utilise régulièrement les RS.
3. Calculer la probabilité de R sachant T, notée $p_T(R)$, et interpréter ce résultat à l'aide d'une phrase.
4. Calculer la probabilité que le questionnaire choisi soit celui d'un élève qui n'utilise pas les RS.
5. Le questionnaire est celui d'un élève qui utilise régulièrement les RS.
Montrer que la probabilité que ce soit le questionnaire d'un élève de première est égale à $\frac{21}{58}$.

Exercice 2

Une entreprise financière est divisée en deux secteurs ; 65 % de son personnel travaille dans le secteur A et 35 % dans le secteur B. Cette entreprise s'intéresse au niveau de stress de son personnel.

Une enquête, menée sous la forme d'un questionnaire informatisé, est réalisée au sein de l'entreprise. Le questionnaire est proposé de manière anonyme aux salariés des deux secteurs. Cette enquête révèle que pour le secteur A, 20 % du personnel se dit stressé, tandis que, dans le secteur B, ce taux est de 30 %.

On choisit au hasard le questionnaire d'un employé de l'entreprise, chacun ayant la même probabilité d'être choisi. On note :

- A : « le questionnaire est celui d'un employé du secteur A » ;
- B : « le questionnaire est celui d'un employé du secteur B » ;
- S : « le questionnaire est celui d'un employé stressé ».

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. Calculer la probabilité que le questionnaire choisi soit celui d'un employé qui travaille dans le secteur B et qui est stressé.

3. L'entreprise examine l'opportunité d'installer une salle de relaxation. Si le taux d'employés stressés est strictement supérieur à 25 %, cette salle sera installée.
L'entreprise plantera-t-elle la salle de relaxation? Justifier la réponse.
4. Sachant que le questionnaire choisi est celui d'un employé stressé, quelle est la probabilité qu'il travaille dans le secteur A? (le résultat sera arrondi à 10^{-2})

Exercice 3

Un restaurant propose à sa carte deux types de dessert :

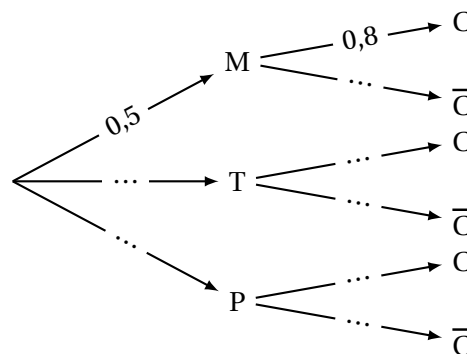
- un assortiment de macarons, choisi par 50 % des clients;
- une part de tarte tatin, choisie par 30 % des clients;
- 20 % des clients ne prennent pas de dessert et aucun client ne prend plusieurs desserts.

Le restaurateur constate :

- que parmi les clients ayant pris un assortiment de macarons, 80 % prennent un café;
- que parmi les clients ayant pris une part de tarte tatin, 60 % prennent un café;
- que parmi les clients n'ayant pas pris de dessert, 90 % prennent un café.

On interroge au hasard un client de ce restaurant. On note p la probabilité associée à cette expérience aléatoire. On note :

- M l'évènement : « Le client prend un assortiment de macarons »;
 - T l'évènement : « Le client prend une part de tarte tatin »;
 - P l'évènement : « Le client ne prend pas de dessert »;
 - C l'évènement : « Le client prend un café » et \bar{C} l'évènement contraire de C.
1. En utilisant les données de l'énoncé, préciser la valeur de $p(T)$ et celle de $p_T(C)$, probabilité de l'évènement C sachant que T est réalisé.
 2. Recopier et compléter l'arbre ci-dessous :



3.
 - a. Exprimer par une phrase ce que représente l'évènement $M \cap C$ puis calculer $p(M \cap C)$.
 - b. Montrer que $p(C) = 0,76$.
4. Quelle est la probabilité que le client prenne un assortiment de macarons sachant qu'il prend un café?
5. Un assortiment de macarons est vendu 6 €, une part de tarte tatin est vendue 7 €, et un café est vendu 2 €. Chaque client prend un seul plat au prix unique de 18 €, ne prend pas plus d'un dessert ni plus d'un café.
 - a. Quelles sont les six valeurs possibles pour la somme totale dépensée par un client?
 - b. Reproduire et compléter le tableau ci-dessous donnant la loi de probas de la somme totale dépensée :

Sommes s_i	18	20	24
$p(s_i)$	0,02	0,18	...			

- c. Calculer l'espérance mathématique de cette loi et interpréter ce résultat.

Exercice 4

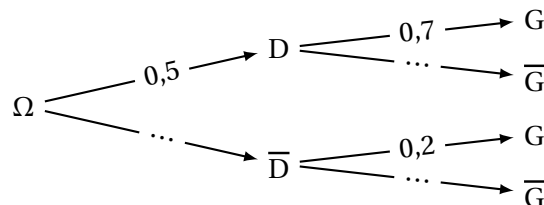
Une salle de jeu comporte deux consoles identiques proposant le même jeu. Un jour l'une des deux est déréglée. Les joueurs ne peuvent pas savoir laquelle des deux est déréglée.

1. Ce jour-là, un joueur choisit au hasard l'une des deux consoles et il joue une partie sur cette console.

On note :

- D l'évènement : « le joueur choisit la console déréglée » et \bar{D} l'évènement contraire;
- G l'évènement : « le joueur gagne la partie » et \bar{G} l'évènement contraire.

Cette situation aléatoire est modélisée par l'arbre incomplet suivant, dans lequel figure certaines probas.



- a. Compléter l'arbre de probabilité.
 - b. Calculer la probabilité de l'évènement « le joueur choisit la console déréglée et il gagne ».
 - c. Calculer la probabilité de l'évènement « le joueur choisit la console non déréglée et il gagne ».
 - d. Montrer que la probabilité que le joueur gagne est égale à 0,45.
 - e. Calculer la probabilité que le joueur ait choisit la console déréglée sachant qu'il a gagné.
2. Les évènements D et G sont-ils indépendants? Justifier la réponse.
 3. Calculer la probabilité de l'évènement « le joueur gagne trois parties de suite ».

Exercice 5

Un nouveau bachelier souhaitant souscrire un prêt automobile pour l'achat de sa première voiture, a le choix entre les trois agences bancaires de sa ville : agence A, agence B et agence C. Après vérification, on a constaté que :

- 20 % des prêts sont souscrits dans l'agence A,
- 45 % des prêts sont souscrits dans l'agence B,
- les autres prêts étant souscrits dans l'agence C.

On suppose que tous les clients souscrivent à une assurance dans l'agence où le prêt est souscrit.

Deux types de contrats sont proposés : le contrat tout risque, dit *Zen* et le deuxième contrat appelé *Speed*.

- 80 % des clients de l'agence A ayant souscrit un prêt automobile, souscrivent une assurance *Zen*.
- 30 % des clients de l'agence B ayant souscrit un prêt automobile, souscrivent une assurance *Zen*.
- $\frac{2}{7}$ des clients de l'agence C ayant souscrit un prêt automobile, souscrivent une assurance *Speed*.

On interroge au hasard un client d'une de ces trois banques ayant souscrit un contrat d'assurance automobile.

On considère les évènements suivants :

- A : « le prêt a été souscrit dans l'agence A »;
- B : « le prêt a été souscrit dans l'agence B »;
- C : « le prêt a été souscrit dans l'agence C »;
- Z : « le contrat d'assurance *Zen* a été souscrit »;
- S : « le contrat d'assurance *Speed* a été souscrit ».

1. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Déterminer la probabilité que le client interrogé ait souscrit un prêt automobile avec une assurance *Zen* dans l'agence A.
3. Vérifier que la probabilité de l'évènement Z est égale à 0,545.
4. Le client a souscrit une assurance *Zen*. Déterminer la probabilité que le prêt soit souscrit dans l'agence C.