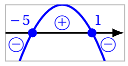
CHAPITRE 04
Dérivation - Exercices de base (Correction)

Exercice 1

1. On utilise les techniques liées aux tableaux de signes.

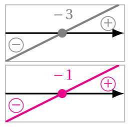
a. $f(x) = -3x^2 - 12x + 15$ est une expression du second degré, avec 2 racines, $x_1 = -5$ et $x_2 = 1$ et $a = -3\ominus$:

x	$-\infty$		-5		1		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	



b. $f(x) = \dfrac{x+3}{x+1}$ est un quotient de deux fonctions affines :

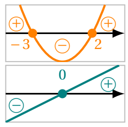
x	$-\infty$		-3		-1		$+\infty$
$x+3$		$-$	0	$+$		$+$	
$x+1$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	



2. On utilise les techniques de transformations avant de passer aux tableaux de signes.

$f(x) = x + 1 - \dfrac{6}{x} = \dfrac{(x+1)\times x}{x} - \dfrac{6}{x} = \dfrac{x^2 + x - 6}{x}$:

x	$-\infty$		-3		0		2		$+\infty$
x^2+x-6		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
x		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	



Exercice 2

1. On utilise les dérivées « classiques ».

a. $f(x) = 4x^2 + 8x - 10$ donne $f'(x) = 4 \times 2x + 8 = 8x + 8$.

b. $g(x) = x^3 - \dfrac{1}{x^2}$ donne $g'(x) = 3x^2 \dfrac{-2}{x^3} = 3x^2 + \dfrac{2}{x^3}$.

c. $h(x) = \dfrac{x+3}{2x+3}$ est un quotient u/v :

$$h'(x) = \frac{1\times(2x+3) - 2\times(x+3)}{(2x+3)^2} = \frac{2x+3-2x-6}{(2x+3)^2} = \frac{-3}{(2x+3)^2}.$$

Exercice 3

1. f est dérivable sur $[0;5]$ (polynôme) et $f'(x) = 4\times 3x^2 - 30\times 2x + 72 = 12x^2 - 60x + 72$ pour $x \in [0;5]$.

2. La dérivée $f'(x)$ est un trinôme, dont les racines sont 2 et 3, et dont le coefficient a (ici 12) est positif, donc :

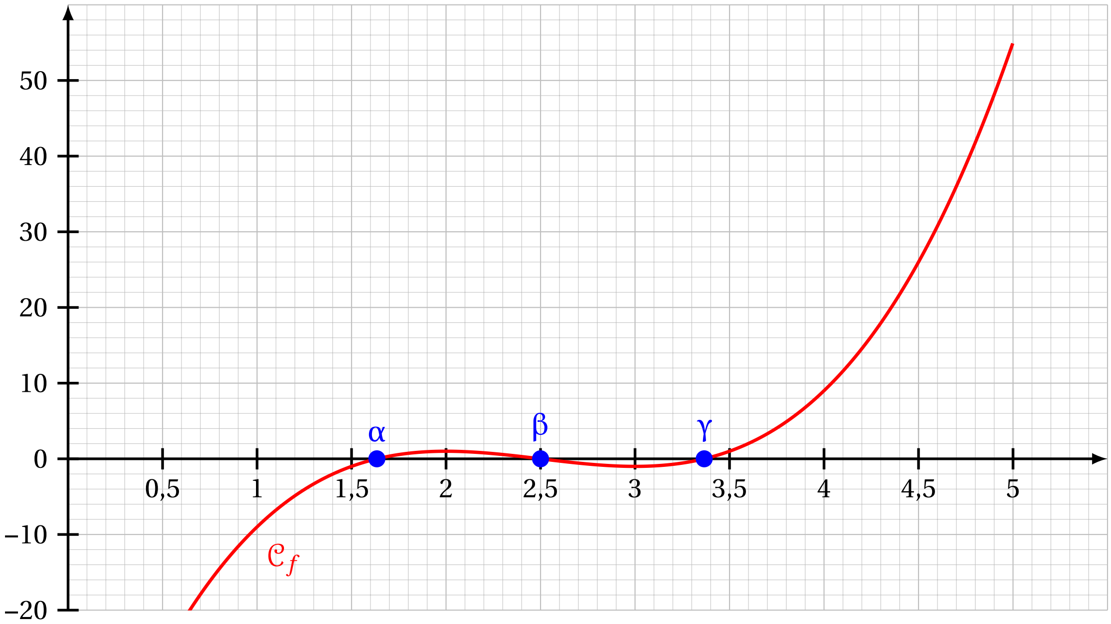
x	0		2		3		5
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

On en déduit donc le tableau de variations de f sur $[0;5]$:

x	0		α		2		β		3		γ		5
$f'(x)$		+			0			−	0			+	
f	-55	↗	0	↗	1	↘	0	↘	-1	↗	0	↗	55

Avec $f(0) = -55$; $f(2) = 1$; $f(3) = -1$ et $f(5) = 55$.

3. **a.** D'après le tableau de variations de f (ou bien en utilisant $\mathcal{C}_f$) on peut justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet exactement 3 solutions (α, β et γ) sur $[0 ; 5]$.



b. Par lecture graphique (ou par calculatrice), on trouve $\alpha \approx 1{,}6$; $\beta \approx 2{,}5$ et $\gamma \approx 3{,}4$.

4. On utilise la technique *classique* d'obtention du tableau de signes via le tableau de variations (en *descendant* les zéros et en *suivant* les flèches) :

x	0		α		β		γ		5
$f(x)$		−	0	+	0	−	0	+	